ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVIII.

1901

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME X.

1° SEMESTRE.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1901

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 6 gennaio 1901.

P. BLASERNA Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Biologia. — *Nuove ricerche intorno alla Malaria.* Nota del Socio G. B. GRASSI.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Meccanica. — *Sulla determinazione di soluzioni particolari di un sistema canonico, quando se ne conosce qualche integrale o relazione invariante.* Nota di T. LEVI-CIVITA, presentata dal Corrispondente G. RICCI.

Nel trattato di dinamica del sig. Routh [1] sono esposte alcune conseguenze della così detta *ignorazione di coordinate.*

Si suppone che la forza viva T di un sistema olonomo a legami indipendenti dal tempo, e così il potenziale U delle forze attive, non dipendano esplicitamente da alcune coordinate: $x_1, x_2, \ldots, x_m$, p. es., essendo genericamente n il grado di libertà del sistema e $x_1, x_2, \ldots, x_m, x_{m+1}, \ldots, x_n$ le sue coordinate lagrangiane. Le equazioni del moto ammettono allora gli m integrali lineari (rispetto alle componenti della velocità)

$$\frac{\partial T}{\partial x'_r} = \text{cost} \quad (r = 1, 2, \ldots, m),$$

[1] Advanced Part, §§ 98-100

e rimangono soddisfatte, attribuendo alle x'_r $(r = 1, 2, \ldots, m)$ valori costanti arbitrarî, e alle x_i $(i = m + 1, \ldots, n)$ valori pure costanti, definiti dalle equazioni

$$\frac{\partial(T - U)}{\partial x_i} = 0 \quad (i = m + 1, \ldots, n),$$

dove beninteso si sieno posti per le x'_r i valori scelti, e zero per le x'_i.

Si fa così corrispondere al sistema degli integrali $\frac{\partial T}{\partial x'_r} =$ costante, una classe ∞^{2m} di soluzioni particolari, assai notevoli, perchè rappresentano moti stazionarî del sistema, per i quali la questione della stabilità si decide, come nel caso dell' equilibrio, mediante la semplice ispezione dell' integrale delle forze vive $T - U =$ cost.

Mostra infatti il sig. Routh come, eliminando le x'_r dalla espressione della forza viva, a mezzo degli integrali $\frac{\partial T}{\partial x'_r} = u_r$, questa assume la forma $T + F$, dove T è una forma quadratica nelle rimanenti x' e F una funzione delle sole x.

Le equazioni del moto conservano la forma lagrangiana, non direttamente rispetto alla espressione ridotta $T + F$ della forza viva, ma alla

$$T + F - \sum_1^m u_r x'_r$$

(dove pure sono da ritenersi eliminate le x'_r a mezzo degli integrali).

Comunque, per gli accennati moti stazionarî, si annullano evidentemente tutte le derivate della funzione $T + F - U$, rapporto alle $2(n - m)$ variabili x_i, x'_i. Ritenuto pertanto che le costanti u_r abbiano valori fissi, le condizioni *quantitative* perchè $T + F - U$ ammetta un minimo risultano soddisfatte, ed è giustificato assumere la esistenza effettiva di questo minimo come criterio di stabilità — di fronte alla classe dei movimenti, per cui le u_r conservano gli stessi valori — appoggiandosi sopra il teorema di Dirichlet. (Il teorema di Liapounoff mostrerebbe poi facilmente che in ogni altro caso c'è instabilità).

L' interesse di queste considerazioni mi ha indotto a ricercare se esse non fossero per avventura estensibili ai casi, in cui un sistema dinamico ammette degli integrali primi di forma qualsiasi.

La generalizzazione si presenta spontanea quando le equazioni del moto si assumono sotto forma canonica. Si dimostra infatti (e ciò per qualsiasi sistema canonico) che, *ad ogni insieme di m relazioni invarianti* (o in particolare integrali) *in involuzione*, *corrisponde* — purchè sia soddisfatta un' ovvia condizione di indipendenza, di cui a § 2 — *una classe di* ∞^m *almeno* (nel caso degli integrali ∞^{2m}) *soluzioni, la cui determinazione dipende dalla integrazione di un sistema d'ordine* $m - 1$, *al più*.

Complemento essenziale del teorema si è che *le soluzioni, cui si perviene in tal guisa, hanno sempre comportamento stazionario, ed è quindi applicabile il criterio energetico di stabilità.*

Data la grande scarsezza di movimenti, stabili, nel senso rigoroso della parola [1], giova prendere atto di ogni contributo alla loro determinazione effettiva. Rispetto all'attuale, mi si consenta di rilevare che esso abbraccia tutti gli esempî di moti stabili, finora conosciuti.

1. Sia un sistema canonico

$$(C) \qquad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad \frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i} \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

la cui funzione caratteristica H non dipende t.

Siano poi

$$(A) \qquad F_r(p_1, p_2, \ldots, p_n;\ x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \qquad (r = 1, 2, \ldots, m)$$

m relazioni invarianti di fronte al sistema (C), pure indipendenti da t, risolubili rispetto ad altrettante p, ed in involuzione tra di loro.

In forma risoluta le rappresenterò con

$$(A_1) \qquad p_r = f_r(p_{m+1}, \ldots, p_n;\ x_1, x_2, \ldots, x_n) \quad (r = 1, 2, \ldots, m).$$

Se $\mathbf{H}$ *è ciò, che diviene* H, *quando* $p_1, p_2, \ldots, p_m$ *si sostituiscono coi loro valori* (A_1) *e si pone*

$$(B) \qquad \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial p_i} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_i} = 0 \quad (i = m + 1, \ldots, n),$$

anche il sistema complessivo delle (A) *e delle* (B) *è invariante rispetto a* (C).

Per dimostrarlo, cominciamo col tradurre in formule le nostre ipotesi. Esse sono:

1°. Le relazioni (A), o, ciò che è lo stesso, le (A_1) costituiscono un sistema invariante. Questo vuol dire che, derivando le (A_1) rispetto a t, e tenendo conto delle (C) e delle stesse (A_1), risultano altrettante identità.

Sarà dunque a ritenersi

$$-\frac{\partial H}{\partial x_r} = \frac{df_r}{dt} = -\sum_{m+1}^{n}{}_j \frac{\partial f_r}{\partial p_j}\frac{\partial H}{\partial x_j} + \sum_{1}^{n}{}_j \frac{\partial f_r}{\partial x_j}\frac{\partial H}{\partial p_j},$$

[1] Si può anzi considerare questa assoluta stabilità come un carattere affatto eccezionale. La stabilità naturale va presa in un senso molto più lato. Cfr. in proposito la prefazione alla Memoria: *Sopra alcuni criteri di instabilità,* presentemente in corso di stampa negli Annali di Matematica (Ser. III, T. V).

in quanto, eseguite le derivazioni, si sostituisca, per ogni p_s $(s=1,2,\ldots,m)$ la corrispondente f_s.

Convenendo, per brevità, di porre, per due generiche funzioni V, W,

$$\} V , W \{ = \sum_{m+1}^{n} {}_j \left(\frac{\partial V}{\partial p_j} \frac{\partial W}{\partial x_j} - \frac{\partial V}{\partial x_j} \frac{\partial W}{\partial p_j} \right),$$

potremo scrivere

$$\frac{\partial H}{\partial x_r} + \} H , f_r \{ + \sum_{1}^{m} {}_s \frac{\partial H}{\partial p_s} \frac{\partial f_r}{\partial x_s} = 0 \quad (r=1,2,\ldots,m). \tag{1}$$

2°. Le relazioni (A), e per conseguenza le (A_1) sono involutorie. Avuto riguardo alla notazione, testè introdotta, queste condizioni si esprimono con

$$\frac{\partial f_r}{\partial x_s} - \frac{\partial f_s}{\partial x_r} + \} f_r , f_s \{ \equiv 0 \quad (r , s = 1 , 2 , \ldots , m). \tag{2}$$

Ho adoperato il simbolo $\equiv$ per mettere in evidenza che l' eguaglianza sta identicamente rispetto a tutte le lettere, che compariscono nel primo membro. Non c'è infatti alcuna p_s $(s=1,2,\ldots,m)$, che si debba intendere eliminata a mezzo delle (A_1).

3°. $\mathbf{H}$ proviene da H, ponendovi $p_s = f_s$. Ne conseguono le eguaglianze

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\partial H}{\partial p_i} = \dfrac{\partial \mathbf{H}}{\partial p_i} - \sum_{1}^{m} {}_s \dfrac{\partial H}{\partial p_s} \dfrac{\partial f_s}{\partial p_i}, \\ \dfrac{\partial H}{\partial x_i} = \dfrac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_i} - \sum_{1}^{m} {}_s \dfrac{\partial H}{\partial p_s} \dfrac{\partial f_s}{\partial x_i} \end{array} \right. \quad (i = m+1 , \ldots , n), \tag{3}$$

$$\frac{\partial H}{\partial x_r} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_r} - \sum_{1}^{m} {}_s \frac{\partial H}{\partial p_s} \frac{\partial f_s}{\partial x_r} \quad (r = 1 , 2 , \ldots , m). \tag{4}$$

Dalle (3) risulta subito

$$\} H , f_r \{ = \} \mathbf{H} , f_r \{ + \sum_{1}^{m} {}_s \frac{\partial H}{\partial p_s} \} f_r , f_s \{ ,$$

che, sommate membro a membro colle (4), danno

$$\frac{\partial H}{\partial x_r} + \} H , f_r \{ = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_r} + \} \mathbf{H} , f_r \{ + \sum_{1}^{m} {}_s \frac{\partial H}{\partial p_s} \left[- \frac{\partial f_s}{\partial x_r} + \} f_r , f_s \{ \right].$$

Portando nelle (1) questo valore di $\dfrac{\partial H}{\partial x_r} + \} H , f_r \{$ e avendo riguardo alle (2), si ottiene

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_r} + \} \mathbf{H} , f_r \{ \equiv 0 \quad (r = 1 , 2 , \ldots , m), \tag{5}$$

in cui, come già nelle (2), è lecito adoperare il segno di identità, perchè mancano le p_s.

Ciò posto, si tratta di verificare che $\frac{d}{dt}\frac{\partial H}{\partial p_i}, \frac{d}{dt}\frac{\partial H}{\partial x_i}$ risultano effettivamente nulle, in virtù delle (A), (B), (1), ..., (5).

Si ha in primo luogo

$$(6)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{d}{dt}\frac{\partial H}{\partial p_i} &= \left\{H, \frac{\partial H}{\partial p_i}\right\} + \sum_1^m{}_r \frac{\partial^2 H}{\partial p_i \partial x_r}\frac{\partial H}{\partial p_r}, \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial H}{\partial x_i} &= \left\{H, \frac{\partial H}{\partial x_i}\right\} + \sum_1^m{}_r \frac{\partial^2 H}{\partial x_i \partial x_r}\frac{\partial H}{\partial p_r} \end{aligned}\right.$$

$$(i = m+1, \dots, n);$$

mentre la derivazione delle (5), rapporto ad una generica p_i ed x_i, porge

$$(7)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial^2 H}{\partial p_i \partial x_r} + \left\{\frac{\partial H}{\partial p_i}, f_r\right\} + \left\{H, \frac{\partial f_r}{\partial p_i}\right\} &= 0, \\ \frac{\partial^2 H}{\partial x_i \partial x_r} + \left\{\frac{\partial H}{\partial x_i}, f_r\right\} + \left\{H, \frac{\partial f_r}{\partial x_i}\right\} &= 0, \end{aligned}\right.$$

$$(r = 1, 2, \dots, m;\ i = m+1, \dots, n).$$

Col tener conto delle (B), le (3) si riducono a

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} = -\sum_1^m{}_r \frac{\partial H}{\partial p_r}\frac{\partial f_r}{\partial p_i},$$

$$\frac{\partial H}{\partial x_i} = -\sum_1^m{}_r \frac{\partial H}{\partial p_r}\frac{\partial f_r}{\partial x_i},$$

e, usufruendo di queste espressioni, le $\frac{d}{dt}\frac{\partial H}{\partial p_i}, \frac{d}{dt}\frac{\partial H}{\partial x_i}$ assumono l'aspetto

$$(6')\quad \left\{\begin{aligned} \frac{d}{dt}\frac{\partial H}{\partial p_i} &= \sum_1^m{}_r \frac{\partial H}{\partial p_r}\left[\frac{\partial^2 H}{\partial p_i \partial x_r} + \left\{\frac{\partial H}{\partial p_i}, f_r\right\}\right], \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial H}{\partial x_i} &= \sum_1^m{}_r \frac{\partial H}{\partial p_r}\left[\frac{\partial^2 H}{\partial x_i \partial x_r} + \left\{\frac{\partial H}{\partial x_i}, f_r\right\}\right] \end{aligned}\right.$$

$$(i = m+1, \dots, n).$$

Per le stesse (B), le $\left\{H, \frac{\partial f_r}{\partial p_i}\right\}, \left\{H, \frac{\partial f_r}{\partial x_i}\right\}$ si annullano, talchè le pre-

cedenti equazioni (7) divengono

$$(7') \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 H}{\partial p_i \, \partial x_r} + \left\{ \dfrac{\partial H}{\partial p_i}, f_r \right\} = 0, \\ \dfrac{\partial^2 H}{\partial x_i \, \partial x_r} + \left\{ \dfrac{\partial H}{\partial x_i}, f_r \right\} = 0 \end{cases}$$

$$(r = 1, 2, \dots, m; \ i = m + 1, \dots, n).$$

Sono dunque nulli i secondi membri delle (6'). c. d. d.

Osservazione. Nel teorema è evidentemente implicita la condizione che le equazioni (B) sieno compatibili, cioè che esistano effettivamente dei valori $x_i^{(0)}, p_i^{(0)}$ delle x, p, per cui esse riescono soddisfatte [1]. E per verità il passaggio formale dalle (6) e (7) alle (6') e (7') — in che riposa la dimostrazione del teorema — è lecito, solo in quanto, esistendo soluzioni $x_i^{(0)}, p_i^{(0)}$, si possa riferirsi a uno di questi sistemi di valori. È poi bene inteso che le funzioni tutte, qui considerate, si suppongono regolari, almeno in un certo intorno degli accennati valori $x_i^{(0)}, p_i^{(0)}$.

2. *Soluzioni particolari.* — La proposizione, or ora dimostrata, permette di trovare con molta facilità alcune soluzioni particolari del proposto sistema (C).

Supponiamo le (B) tutte indipendenti e risolubili rispetto alle $p_{m+1}, \dots p_n$; $x_{m+1}, \dots, x_n$ (ciò, che implica tra altro che le (A) sieno distinte da $H = \text{cost}$, nel qual caso la H si riduce ad una costante e le (B) ad altrettante identità). Dalle (B) ed (A) potremo ricavare le $2n - m$ variabili $p, x_{m+1}, \dots, x_n$, in funzione delle rimanenti m, $x_1, x_2, \dots, x_m$.

Per il carattere invariante delle (A) e (B), facendo queste sostituzioni nel sistema differenziale (C), devono rimanere in tutto m equazioni indipendenti (quelle, che esprimono $\dfrac{dx_1}{dt}, \dfrac{dx_2}{dt}, \dots, \dfrac{dx_m}{dt}$ in funzione delle stesse x), le altre risultando identicamente soddisfatte. Ogni soluzione di questo sistema ridotto (C_1) fornisce senz'altro una soluzione di (C). Basta aggiungervi le rimanenti variabili, definite dalle (A), (B).

Rispetto all'integrazione di (C_1), si osserverà che essa è al più una operazione d'ordine $m - 1$, poichè il sistema ammette l'integrale $H = \text{cost}$ [o più precisamente quello, che se ne ottiene, esprimendo la H per le sole $x_1, x_2, \dots, x_m$, a mezzo delle (A) e (B)]. Altre semplificazioni intervengono quando si conoscono integrali del sistema primitivo (C), indipendenti

[1] Ciò accadrà in generale, poichè si tratta di $2(n - m)$ equazioni tra $2(n - m) + m$ variabili. Quando poi le (B) ammettono soluzioni comuni, lo stesso può dirsi senz'altro del sistema complessivo (A_1), (B), poichè le (A_1) si presentano risolute rispetto a variabili, che non entrano nelle (B).

dalle (A) e (B); per ogni integrale, si abbassa ovviamente di una unità l'ordine del sistema da integrare.

Integrandolo, si hanno, come s'è detto, ∞^m soluzioni Σ del sistema canonico (C). Quando in particolare le (A) sono, tutte o in parte, veri integrali (anzichè essere semplici relazioni invarianti) e quindi le F corrispondenti contengono una costante additiva, la classe delle Σ dipende da un numero maggiore di costanti arbitrarie: Se ne hanno dunque $2m$, allorchè ognuna della (A) è un integrale.

Ma non giova insistere su queste generalità.

Riservo ad una prossima comunicazione lo studio di una importante proprietà [1], comune a tutte le soluzioni, che scaturiscono dall'indicato procedimento.

Fisica. — *Sulla misura delle variazioni della pressione atmosferica mediante il ludione.* Nota di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

Se un ludione, avente forma di campanella, alta pochi centimetri, larga due o tre e contenente una certa quantità d'aria, essendo immerso completamente in un liquido e zavorrato in modo che vada a fondo, è appeso con un filo sottile al braccio d'una bilancia, le variazioni della pressione atmosferica facendo variare il volume dell'aria in esso contenuta e quindi la spinta che esso subisce, faranno variare il peso occorrente per ristabilire l'equilibrio, e dalle variazioni di questo peso potremo agevolmente dedurre quelle della pressione.

Le variazioni della spinta causate dalle variazioni di temperatura sono di segno contrario per il vetro e per l'aria, ed è facile ottenere che esse si compensino.

Si può anche far a meno della bilancia, fissando sulla sommità del ludione un tubo sottile, verticale e convenientemente graduato, portante in cima un leggero piattello e regolando il volume dell'aria o il peso del ludione in modo che questo galleggi come un areometro e s'immerga fino alla sommità del tubo alle pressioni massime possibili; se la pressione diminuisce, l'areometro emerge, ed osservando a quale divisione del tubo l'areometro affiora potremo leggere direttamente la pressione, e qualora il ludione emergesse troppo e il punto d'affioramento non cadesse sulla graduazione, si potrà ottenere che ciò avvenga, collocando sul piattello pesi convenienti. Siccome questi sono

[1] Si è appunto in vista di ciò che ho supposto le (B) risolubili rapporto alle p_i, x_i $(i = m + 1, ..., n)$. Le osservazioni precedenti — con debite modificazioni — rimangono applicabili, anche prescindendo da questa ipotesi.

necessariamente piccoli, perchè piccole sono le variazioni solite della pressione atmosferica, la stabilità dell'areometro non corre pericolo per tale aggiunta, e il tubo graduato potrà prendersi piuttosto lungo, p. es. 10 cm., aumentando così la probabilità che il punto d'affioramento cada sulla scala, e riducendo ad uno o due i pesi occorrenti per ottenere in tutti i casi tale risultato. Si potrebbe, ricurvando il tubo sottile suddetto, portare il piattello sotto il recipiente; ma questa disposizione ideata dal Tralles per aumentare la stabilità degli areometri, nel caso presente sarebbe poco utile. Mi parrebbe utile invece (ma finora ho fatto poche esperienze in proposito) appendere il ludione all'estremità d'un areometro a immersione totale, inclinazione variabile e riflessione, il quale, come descrissi in altra Nota, può funzionare come una bilancia estremamente sensibile e a indicazioni continue.

Un altro modo un po' diverso di misurare le variazioni della pressione atmosferica mediante il ludione, consiste nel diminuire lentamente la pressione al disopra del liquido finchè il ludione viene a galla, oppure se esso galleggia nell'aumentare la pressione finchè va a fondo; se la temperatura è costante o se gli effetti delle sue variazioni si compensano esattamente, il ludione viene a galla o va a fondo ad una pressione costante che, per una scelta conveniente del peso del ludione o del volume dell'aria, può essere la pressione media locale; quindi misurando con un manometro ad acqua la rarefazione o compressione occorrente per produrre gli effetti suddetti, si ha con molta sensibilità di quanto la pressione al momento della determinazione differisce da quella media. Nel calcolare la pressione dell'aria del ludione occorrerà tener conto della pressione esercitata dal liquido nel quale esso è immerso.

Una proprietà molto utile di questi modi di misurare le variazioni della pressione atmosferica è quella, già accennata, che per un rapporto conveniente fra i volumi dell'aria e del vetro, le variazioni della temperatura (supposto però che essa sia la stessa nel ludione e nel liquido) non modificano le indicazioni che con essi s'ottengono. Chiamando v_0 ed u_0 i volumi del vetro e dell'aria a 0°, k ed α i rispettivi coefficienti di dilatazione, δ quello del liquido avente a 0° la densità ∂_0, la spinta subìta dal ludione sarà:

a 0°: $v_0\partial_0 + u_0\partial_0$ ed a t°: $v_0\partial_0 \frac{1+kt}{1+\delta t} + u_0\partial_0 \frac{1+\alpha t}{1+\delta t}$

oppure con molta approssimazione a t°:

$$v_0\partial_0[1-(\delta-k)t] + u_0\partial_0[1+(\alpha-\delta)t]$$

e la spinta sarà la stessa a 0° e a t° se:

$$v_0\partial_0(\delta-k)t = u_0\partial_0(\alpha-\delta)t \qquad \text{ossia: } \frac{v_0}{u_0} = \frac{\alpha-\delta}{\delta-k}.$$

Se p. es. $\delta = 0{,}0009$, il volume del vetro dovrà essere all'incirca triplo di quello dell'aria, e se fosse $\delta = 0{,}0011$ dovrebbe il volume del vetro essere 2,5 maggiore di quello dell'aria.

Se il ludione contiene del mercurio il cui volume sia v'_0 ed il coefficiente di dilatazione δ', perchè la spinta non varii colla temperatura, dovrà essere:

$$v_0(\delta - k) + v'_0(\delta - \delta') = u_0(\alpha - \delta).$$

Per un dato ludione con una determinata quantità d'aria, la condizione suddetta non può verificarsi esattamente che ad una sola pressione, poichè variando questa, varia u_0, mentre le altre quantità rimangono invariate. Se p. es. essa è soddisfatta alla pressione media locale, p. es. 750 mm., quando la pressione varia di ± 1 mm., u_0 varia di $\mp \frac{1}{750} u_0$, e quest'ultimo volume si dilata senza compensazione di circa 1/300 per grado, quindi la correzione necessaria sarà di $\frac{1}{300} \frac{1}{750} u_0$ ↄ per grado e per millim., e p. es. se $u_0 = 10$ cm³ essa sarà di $\frac{4}{90}$ ↄ mm³, e se il liquido è acqua tale correzione sarà mgr. 0,044.

Non occorre che il volume v_0 sia di vetro compatto, anzi ciò sarebbe dannoso perchè l'interno del vetro potrebbe conservare una temperatura diversa da quella della superficie e del liquido, un bulbo o tubo chiuso come è noto si dilatano come il vetro compatto. L'uguaglianza di temperatura di tutte le parti del ludione e del liquido è molto importante; qualora esistesse una differenza di temperatura, questa differenza non sarebbe compensata, e produrrebbe un errore come in un ludione non compensato.

Un'altra proprietà utile di questi modi di misurare la pressione consiste nella grande sensibilità di cui essi sono suscettibili; il peso apparente del ludione varia di 1,33 ↄ mgr. per cm³ d'aria quando la pressione varia di 1 mm.; quindi facendo uso d'un liquido molto denso, come p. es. il bromuro o l'ioduro di metilene o anche il mercurio, ed aumentando il volume dell'aria, la sensibilità si può aumentare pressochè senza limiti, e siccome usando come bilancia l'areometro a riflessione non solo si evita l'errore di capillarità attorno al filo di sospensione, ma altresì la precisione delle pesate può raggiungere e superare il centesimo di milligrammo, ne risulta che la sensibilità può divenire eccezionale [1].

A questo proposito è da notare che la sensibilità di qualsiasi bilancia viene aumentata quando ad essa si appende il ludione, perchè quando un eccesso di

[1] Il calcolo dell'attrazione che la luna esercita sui corpi terrestri m'induce a credere che coi suddetti barometri dovrebbe esser possibile di constatare tale attrazione, e misurare le variazioni che subisce la pressione esercitata da una colonna liquida per effetto dello spostamento della luna, e dedurne la massa e la densità di questa.

peso produce l'affondamento del ludione, ad esso peso s' aggiunge la diminuzione della spinta che ne consegue e che agisce nello stesso senso. Se ε è l'abbassamento che l'aggiunta di 1 mgr. produce in un piatto della bilancia priva di ludione, ed $x > \varepsilon$ l'abbassamento prodotto da 1 mgr. quando al piatto è appeso il ludione, l'aumento totale di peso sarà 1 mgr. $+ \, xu \dfrac{\delta}{13{,}6.\mathrm{H}}$, il quale dovrà anche essere uguale ad $x : \varepsilon$ poichè occorre 1 mgr. per deviare il giogo tanto che il piatto si abbassi di ε, s'avrà quindi:

$$1 + \frac{u\delta x}{13{,}6.\mathrm{H}} = \frac{x}{\varepsilon}$$

$$x = \frac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon} - \dfrac{u\delta}{13{,}6.\mathrm{H}}}\,.$$

Perchè x sia positivo e finito e quindi l'equilibrio sia stabile, occorrerà che sia:

$$u < \frac{13{,}6.\mathrm{H}}{\varepsilon\delta} \qquad \text{oppure} \qquad \varepsilon < \frac{13{,}6.\mathrm{H}}{u\delta}$$

dove 13,6.H è approssimativamente uguale a 10000; così per $\varepsilon = 1$ mm. $\delta = 1$ dovrà essere $u < 10$ cm³, e se $u = 100$ cm³, dovrà essere $\varepsilon < 0{,}1$ mm. La sensibilità sarà tanto maggiore quanto minore è la disuguaglianza fra i due termini; se la densità fosse doppia o tripla, il volume limite dell'aria pel quale la bilancia divien folle, diviene metà o un terzo.

La stessa formula vale per gli areometri quando s' indichi con ε il tratto di cui si affondano per l' aggiunta di 1 mgr. sul piatello, e siccome l' aumento della spinta deve essere di 1 mgr. sarà $\pi r^2 \varepsilon \delta = 1$ mgr., essendo r il raggio del tubo graduato, e le condizioni d' equilibrio stabile sono:

$$\pi r^2 > \frac{u}{10000} \qquad u < 10.000.\,\pi r^2\,.$$

Così per $u = 10000$ mm² dovrà essere $\pi r^2 > 1$ mm². Dalla formula generale che dà il valore d' x si può dedurre la sensibilità che s' ottiene con un dato ludione appeso alla bilancia o galleggiante a modo d' areometro, oppure calcolare i dati occorrenti per ottenere una voluta sensibilità.

A proposito di questi areometri conviene rammentare che l' errore notevole derivante dal menisco che si forma attorno al tubo graduato, può essere facilmente evitato mediante un dischetto forato scorrevole lungo il tubo, che si abbassa fino a schiacciare esattamente il menisco, come ho indicato in altra Nota (Rendiconti dell' Acc. dei Lincei, 1900, 1).

Quando invece di pesare il ludione si determina col manometro ad acqua la rarefazione o compressione necessaria per l' esatto affioramento, le varia-

zioni della pressione si hanno in mm. d'acqua colla sensibilità 13,6 volte maggiore di quella del barometro a mercurio.

In quanto alla tensione superficiale nell'interno del ludione non pare che essa abbia influenza sensibile sul suo peso apparente, purchè il suo diametro interno non sia inferiore a 2 cm. Sebbene ciò sia pressochè evidente, volli assicurarmene coll'esperienza, disponendo nell'interno del ludione una lamina sottile d'alluminio, secondo un piano diametrale e spingendo questa lamina all'insù in modo che sporgesse un poco dal liquido e questo formasse sulle sue faccie due menischi, oppure ritirandola ingiù in modo che essa rimanesse completamente sotto il livello del liquido; in entrambi i casi il peso apparente del ludione fu lo stesso. Inoltre cercai di modificare la forma della superficie del liquido nell'interno del ludione, esercitando leggiere rarefazioni o compressioni nel recipiente che lo conteneva, ma il peso apparente del ludione rimase immutato. Se invece il ludione avesse un piccolo diametro interno e la superficie del liquido vi assumesse una forma sensibilmente curva, essa comprimerebbe l'aria contenuta e ne farebbe diminuire il volume e quindi la spinta, e questa diminuzione potrebbe variare quando variasse la curvatura della superficie liquida.

Una causa d'errore non lieve ma che può essere evitata in tutto o in gran parte nei modi sottoindicati, consiste nelle variazioni della quantità d'aria del ludione, causate sia da azione chimiche, sia da variazioni della solubilità dell'aria nel liquido alle diverse temperature dell'ambiente. Inoltre siccome il ludione trovasi necessariamente nell'interno del liquido, la pressione dell'aria che esso contiene è un po' maggiore di quella atmosferica, la solubilità di quest'aria è, per la legge di Henry, un po' maggiore di quella dell'aria esterna, quindi essa si scioglie e si diffonde lentamente ma continuamente verso l'esterno e diminuisce continuamente.

Così in un ludione di 9 mm. di diametro interno e 70 mm. di altezza, immerso nell'acqua, il 12 febbraio si trovava una bolla d'aria, di circa 0,25 cm^3, introdotta molti giorni prima, la quale alla pressione di 745 mm. e alla temperatura di 17° faceva venire a galla il ludione. Sei mesi dopo cioè il 12 agosto per far venire a galla il ludione essendo la temperatura 27° occorreva che la pressione fosse ridotta a 654 mm. Erano quindi sfuggiti circa 0,030 cm^3 d'aria attraverso uno strato d'acqua che ridotto alla sezione $\pi . 0,9^2 cm^2 : 4$ era spesso circa 6 cm. essendo la differenza di pressione fra l'aria del ludione e l'aria esterna uguale a circa 65 mm. d'acqua. Risultati numericamente poco diversi ottenni coll'aria nello Xilolo, mentre invece una bolla d'aria nell'acido acetico, forse per qualche causa accidentale, apparve pressochè invariata. Queste esperienze sono ancora in corso e potranno essere oggetto d'una Nota speciale ove sarebbero riferite con maggiori particolari e con dati più precisi.

Più rapide e più nocive sono le variazioni del volume dell'aria dovute ad azioni chimiche. In varî ludioni immersi nel petrolio d'origine apparentemente americana, tali variazioni erano sensibili in pochi minuti, in pochi giorni era assorbito tutto l'ossigeno (a giudicarne dalla diminuzione di volume) e poscia spariva lentamente anche l'azoto, probabilmente per diffusione verso l'esterno, per effetto della sua maggior densità rispetto a quello atmosferico. Questi assorbimenti si produssero anche con petrolio lungamente e fortemente sciacquato entro una bottiglia in modo che potesse assorbire l'aria con cui veniva molto intimamente mescolato; si produssero altresì con petrolio privo delle parti più volatili e bollente a 220°.

Si possono evitare entrambe le cause d'errore ora indicate, interponendo fra l'aria ed il liquido del recipiente una colonna di mercurio, usando a tale scopo un ludione avente la forma d'un minuscolo barometro Gay-Lusac, alto pochi centimetri, ma formato di tubi larghi almeno 2 cm. riuniti al solito con un tubo quasi capillare. Versando nel ramo aperto un po' di mercurio ed esercitandovi una leggera aspirazione per far uscire un po' d'aria dal ramo chiuso, si ottiene che il mercurio penetri in parte nel ramo chiuso e termini nella parte larga di entrambi i rami. Se il tubo di comunicazione è capillare ed ha nel mezzo un rubinetto col quale s'interrompe la comunicazione, ed inoltre si chiude con un tappo il ramo aperto, per non perdere niente mercurio, il ludione potrà essere trasportato in viaggio e le sue indicazioni saranno sempre paragonabili. Esso così in congiunzione con un manometro ad acqua costituisce un barometro assai più facilmente trasportabile e assai meno fragile degli ordinarî barometri a mercurio.

Un altro modo di evitare il lento assorbimento dell'aria del ludione, non così efficace e sicuro come il precedente, ma che non richiede l'uso del mercurio, consiste nell'affilare l'estremità inferiore ed aperta della campanella che funziona da ludione e farla terminare con un tubo capillare piuttosto lungo (ma ricurvo ad elica per economia di spazio e di liquido) il quale rallenta pressochè indefinitamente la diffusione per sè lentissima dell'aria verso l'esterno, e questo scopo sarà raggiunto anche meglio se, allorquando non si adopera il ludione lo si tiene sollevato in modo che il livello del liquido nel suo interno coincida con quello nel recipiente. Inoltre, per diminuire la quantità d'aria che può sciogliersi nel liquido, allorchè la temperatura decresce, e svilupparsi se la temperatura cresce, gioverà che la quantità di liquido nel bulbo, al disopra del tubo capillare suddetto, sia tanto piccola quanto è possibile senza che la sua superficie libera giunga al tubo capillare. Così se il bulbo fosse cilindrico, colla base inferiore, ove è saldato il tubo capillare, quasi piana, se l'altezza della colonna d'aria ivi contenuta fosse di 30 mm., e se lo spessore dello stato liquido fosse invece di 1 mm., tutta l'aria in esso contenuta sviluppandosi non produrrebbe che un aumento di circa $\frac{2}{100}\,\frac{1}{30}$ del volume iniziale dell'aria, ossia una variazione di

6,7 mgr. per 10 cm³ d'aria, e quindi si può ammettere che le variazioni possibili dovute alla causa suddetta siano abbastanza piccole.

Se il tubo capillare è sufficientemente lungo ed a pareti alquanto spesse, il volume di queste può servire per compensare, nel modo sopra indicato, gli effetti delle variazioni di temperatura; per economia di spazio e di liquido, e perchè si stabilisca rapidamente e sicuramente l'uniformità di temperatura dell'aria, del vetro e del liquido, è utile che esso tubo sia ripiegato ad elica che circondi la campanella, quasi a contatto con essa, e colle spire pure vicine ma che non si tocchino.

Una forma di ludione meno soddisfacente ma di facile costruzione e che ho usato spesso, consiste in una campanella, o tubo d'assaggio capovolto, munito alla sommità di un uncino per legarvi il filo di sospensione, nella quale è introdotto e ne occupa la parte inferiore un tubo zavorrato, chiuso alle due estremità, lungo circa $^3/_4$ della campanella e di diametro tale che vi penetri facilmente, ma lasciando poco intervallo fra le pareti. S'impedisce a questo tubo di cadere, per mezzo di laminette di mica introdotte nell'intervallo suddetto, le quali fanno da molla e sono alla lor volta trattenute dall'orlo della campanella piegato verso l'interno; oppure si può usare un filo di seta legato diametralmente all'orlo stesso, che in questo caso deve essere piegato verso l'esterno. Questo tubo avente un volume circa triplo di quello dell'aria che occupa la sommità della campanella, serve per la compensazione termica, ma presenta l'inconveniente che trovandosi nel liquido ad una profondità maggiore di quella dell'aria, la sua temperatura può essere un po' minore, non si può essere del tutto sicuri che l'agitazione del liquido abbia annullato tale differenza di temperatura, ed inoltre questa tende continuamente a riprodursi.

Per rimediare in gran parte a questo inconveniente ho fatto uso di campanelle che avevo strozzato e chiuso al terzo superiore della loro lunghezza e contenenti alla parte inferiore un tubo che occupava circa la metà dello spazio residuo; in tal modo il volume del vetro per la compensazione trovavasi parte al di sopra dell'aria del ludione e parte al disotto, ed era probabile che la temperatura dell'aria fosse uguale a quella media del vetro e del liquido.

Credo però che il modo migliore per ottenere la compensazione termica sia quello di usare parecchi tubi di vetro sottile chiusi ad entrambe le estremità, aventi la sezione complessiva circa tripla di quella della campanella, legati attorno e parallellamente a questa; così il vetro e l'aria trovandosi alla stessa profondità e adiacenti, avranno certamente la stessa temperatura; questa disposizione serve anche pei ludioni con mercurio.

Per ottenere esattamente la compensazione termica non mi pare conveniente servirsi della formula, determinando esattamente le varie costanti che ne fanno parte; ritenni invece preferibile servirmene con dati approssi-

mativi per calcolare quale fosse all'incirca il rapporto fra i volumi del vetro e dell'aria, e poscia costruito il ludione secondo questi dati, determinai la variazione del suo peso apparente prodotto da una nota variazione della temperatura, collocando a tal uopo il recipiente col ludione nel ghiaccio ed in un bagno alla temperatura ambiente. Dedottane la lieve correzione per la temperatura, si può servirsi di essa lasciando il ludione immutato, o modificare il volume dell'aria o quello del vetro in modo da ottenere una compensazione più esatta. Se il ludione è senza mercurio e terminante con un tubo capillare, è più comodo a tal uopo diminuire progressivamente il volume dell'aria diminuendo la pressione nel recipiente e facendo uscire dal ludione un numero conveniente di bolle (1), altrimenti sarà più comodo modificare il volume del vetro aggiungendo qualche tubetto o accorciando quelli che già vi sono.

Per dedurre le variazioni della pressione atmosferica dalle variazioni del peso apparente del ludione, si può determinare il peso apparente del ludione senz'aria, oppure equilibrarlo con tara; introdotta poi l'aria, il peso occorrente per ristabilire l'equilibrio sarà uguale al peso del liquido da essa spostato e potrà misurarne il volume e se P, P' sono questi pesi alle pressioni H ed H' avremo $PH = P'H'$, $H' = \frac{P}{P'} H$, $H' - H = \frac{P - P'}{P'} H$.

Però, e specialmente se il ludione contiene mercurio, torna più comodo graduare lo strumento pesando il ludione a due o più diverse profondità h ed h' ecc.; in tal modo avremo le variazioni di peso corrispondenti alle variazioni di pressione $h\delta$, $h'\delta'$. Si potranno costruire due cavalieri da collocarsi sui due bracci della bilancia secondo che la pressione è maggiore o minore della media, ed osservando la posizione del cavaliere necessaria per l'equilibrio, si potrà leggere direttamente il valore della pressione atmosferica, sul braccio della bilancia, opportunamente diviso col processo ora indicato. Se il ludione ha la forma d'areometro, si potranno produrre rarefazioni o compressioni misurate con un manometro ad acqua, ed osservare di

(1) Il volume delle bolle gazose che si svolgono in seno ad un liquido da uno stretto orifizio segue una legge identica alla legge di Tate che dà il peso ed il volume delle goccie che cadono da uno stretto orifizio; quando la bolla sta per istaccarsi, la spinta che subisce quella parte di essa che sta al disopra della linea di strozzamento è uguale alla tensione superficiale lungo essa linea e se v è il volume, $2\pi r$ il perimetro, φ la tensione superficiale, δ la densità del liquido, sarà $v\delta = 2\pi r\varphi$, v ed r sono poco diversi dal volume della bolla dopo staccata e dal raggio dell'orifizio, e quindi noto φ potremo calcolare v e determinare quante bolle occorrono per avere un volume desiderato.

Ho tentato in tal modo, usando orifizi in parete sottile, di determinare la tensione superficiale dei liquidi; come col metodo delle goccie cadenti se l'efflusso è, come dovrebbe essere, lentissimo i valori di φ riescono minori del vero valore, se l'efflusso è moderato la bolla continua a gonfiarsi mentre si stacca e si hanno valori più prossimi al vero, se l'efflusso è rapido si hanno valori maggiori del vero.

quanto l'areometro emerge o s' immerge e così graduare il tubo o verificarne la graduazione.

I liquidi più convenienti per immergervi il ludione sono quelli che non hanno tensione di vapore sensibile, come p. es. la nitrobenzina e la chinolina, ed è utile altresì che il loro coefficiente di dilatazione sia grande perchè così occorre un minor volume di vetro per ottenere la compensazione termica. Sarebbe possibile costruire un ludione di platino immerso nel mercurio, ma per l'equilibrio per ogni cm^3 d'aria occorrerebbero 36 gr. di platino ed inoltre occorrerebbe una bolla di vetro sottile di circa 20 cm^3 ripiena di mercurio per ottenere la compensazione termica.

Lo spazio concesso alla presente Nota non mi consente di descrivere le esperienze eseguite con questi barometri, le quali d'altronde non sono ultimate. Le esperienze più antiche che durano da parecchi mesi furono eseguite coi liquidi che avevo prima a mia disposizione, acqua, petrolio, xilolo ecc., che presentano molti inconvenienti, e con apparecchi imperfetti. Le esperienze eseguite con apparecchi più perfezionati e colla chinolina, durarono solo 15 giorni durante i quali la massa dell'aria del ludione rimase invariata.

Questi barometri saranno osservati dopo un intervallo di molti mesi, a temperatura costantemente molto diversa, e sarà possibile constatare se la variazione della quantità d'aria è sensibile.

Tuttavia una prova dell'esattezza del metodo risulta dalle determinazioni del valore assoluto della pressione eseguite determinando il peso apparente del ludione a due diverse profondità e che saranno descritte in una prossima Nota.

Patologia. — *L'azione dei farmaci antiperiodici sul parassita della malaria. Contributo allo studio delle perniciose* (1). V. Nota dei dott. D. Lo Monaco e L. Panichi, presentata dal Socio Luciani.

I trattatisti della malaria ammettono nell'uomo per lo meno tre specie di parassiti. Le prime due (quelle della terzana e quartana comune o primaverile) non danno mai forme d'infezione gravi, mentre la terza è straordinariamente virulenta, e può con abbastanza frequenza produrre il così detto « stato di perniciosità », Per febbri perniciose infatti s'intendono quei casi d'infezione in cui un sintoma della più alta gravità domina tutti gli altri sintomi, e mette in pericolo la vita del paziente. Conseguentemente la classificazione delle febbri perniciose si basa in special modo sul sintoma culminante che si presenta nel decorso della malattia. Negli ospedali di Roma le perniciose più frequenti che si osservano sono quelle comatose, ma non di

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di fisiologia di Roma.

rado capitano anche casi di perniciose deliranti, convulsivanti, emiplegiche, algide, coleriformi, emorragiche, ecc.

La temperatura ora si mantiene sempre alta con scarse e piccole remittenze, ora è normale o inferiore alla normale, mentre contemporaneamente i sintomi della perniciosità, che si rendono evidenti sempre dopo uno o più accessi febbrili, continuano o si aggravano. In quanto poi all'esito dobbiamo notare che esso non sempre è letale; spesso infatti il coma o gli altri sintomi culminanti scompaiono, e l'ammalato s'avvia alla guarigione, sempre coadiuvata dalla somministrazione del rimedio specifico.

Particolarità degne di nota offre il modo col quale sono distribuiti nell'organismo i parassiti nei casi di perniciosa. Se il preparato microscopico è stato fatto con sangue tratto dal dito, si riscontrano forme parassitarie della 1ª e della 2ª fase di sviluppo e quasi mai forme della 3ª fase o di segmentazione, e allora il reperto parassitario qualche volta è scarso o anche negativo, ma per lo più è straordinariamente abbondante. Risultati diversi si hanno invece quando il sangue proviene o dalla puntura della milza praticata in vivo, o *post mortem* dagli organi (milza, midolla delle ossa, cervello). In questi preparati sorprende il numero grandissimo di globuli parassitiferi che si rinvengono, contenenti forme di tutte le fasi di sviluppo, ma specialmente della terza fase o di segmentazione.

Con l'esame del sangue negli organi, scompare quindi la contradizione trovata spesso in vita tra il numero delle forme parassitarie e la gravità della malattia (Bignami). Da tutti, oramai, infatti, è ammesso che nei morti di perniciosa il numero complessivo dei pasassiti nell'organismo è straordinariamente più grande di quello che si può calcolare nei malati di terzana estiva con decorrenza benigna. Pare quindi che mentre nei casi lievi esistono nell'organismo degli ostacoli contro la proliferazione e l'aumento del numero dei parassiti, nelle perniciose invece questi si moltiplicano e si ammassano negli organi, producendo anche lesioni meccaniche.

Se dal lato clinico gli studi sulle febbri gravi sono molto progrediti, perchè basati su fatti ed osservazioni esattamente controllati, una grande disparità di opinioni regna sul modo con cui si cerca di interpretare la patogenesi del così detto « stato di perniciosità ».

Baccelli ritiene « che a Roma le febbri in estate assumono maggior gravità forse perchè i parassiti malarici in determinate condizioni autoctone anche d'inverno e di primavera possono assumere maggior virulenza, la quale può essere additata, ma non provata dal solo argomento morfologico del parassita. Egli nota che il parassita malarico produce un'emodiscrasia morfologica, che consiste nella distruzione degli eritrociti per la presenza del parassita che vive a spese di essi e che porta all'ipoglobulia e all'anemia; e un'emodiscrasia chimica causata dallo spandersi nel plasma delle spore e dei loro prodotti tossici e che colpisce il sistema nervoso ».

Golgi ammette con Baccelli che la nosogenia della malaria è essenzialmente e unicamente di natura chimica, ma dal fatto che spesso nei perniciosi la chinina non riesce nè ad impedire l'accesso, nè a far argine alla nuova invasione di parassiti giovani, egli inclina ad ammettere una possibile esistenza di altre speciali condizioni, forse in parte anatomiche (sviluppo dei parassiti nei leucociti e negli elementi dei tessuti), che finora si sono sottratte alle nostre indagini, e per le quali i parassiti delle febbri estive per avventura si trovino più o meno al coperto dall'azione dello specifico farmaco antimalarico.

Marchiafava e Bignami spiegano il carattere pernicioso con le proprietà biologiche dei parassiti delle febbri estive, e tra queste proprietà mettono in prima linea la maggiore attività di proliferazione e la grande tossicità di essi. La prima proprietà si può dedurre dall'enorme numero di globuli rossi parassitiferi che si trovano nei capillari di alcuni organi, la seconda del modo come gli eritrociti vengono nelle febbri estive rapidamente alterati. Anche questi autori ammettono una tossina che si mette in circolo nell'atto della segmentazione dei parassiti e che causa la febbre e le alterazioni nei tessuti degli organi. Il coma però che così frequentemente si presenta nelle perniciose è, secondo loro, dipendente dalla maggiore resistenza alla circolazione che presentano i globuli rossi parassitiferi invece di quelli normali, per la qual ragione, rallentandosi il circolo nei vasi capillari, essi sono origine di stasi la quale produrrebbe aumento nella tensione cerebrale, iperemia della sostanza grigia, apoplessie capillari, ecc. ecc. Sostengono così per la spiegazione dei sintomi nervosi una teoria meccanica respingendo quella tossica, pur non negando nei parassiti la proprietà della produzione di sostanze virulenti.

Anche noi abbiamo voluto affrontare quest'ardua questione, usufruendo del fenomeno che presentano in vitro i parassiti malarici: quello cioè di distaccarsi dal globulo rosso quando vengono in contatto con soluzioni di chinina di concentrazione idonea allo scopo.

Nella terza e quarta nota dimostrammo che, qualora si voglia assistere al fenomeno su descritto, adoperando i parassiti delle febbri estivo-autunnali, occorre concentrare o diluire le soluzioni di chinina a seconda che si agisca su quelli della prima o della seconda fase di sviluppo, e a seconda del periodo del ciclo febbrile in cui essi vengono presi in esame. Mentre il grado di resistenza alla chinina dei parassiti appartenenti alla prima fase di sviluppo è altissimo in tutto il decorso dell' infezione, e corrisponde, secondo i nostri calcoli approssimativi, all'azione che eserciterebbero gr. 12-15 di chinina circolanti nel sangue; le altre forme parassitarie dentro le quali si osservano granuli di pigmento riuniti delle volte in piccole masse alla periferia e talora al centro (2ª fase di sviluppo) hanno una resistenza alla chinina variabile: alta cioè durante l' apiressia, e talmente bassa du-

rante l'accesso febbrile da potere essere combattuta con dosi medicinali di chinina.

Questi fenomeni vanno d'accordo con le leggi cliniche le quali ci insegnano che mai si riesce con una sola dose di chinina a troncare le febbri estivo-autunnali. Occorre sempre che l'alcaloide venga generosamente per più giorni continui somministrato, perchè se ne abbiano dei vantaggi. Con la prima dose infatti, secondo le nostre ricerche, si mettono fuori combattimento le forme della seconda fase, impedendo così che passino alla terza fase o fase di segmentazione; e con il ripetere della dose nei giorni susseguenti si uccidono le altre che, a causa della loro grande resistenza, avevano potuto eludere l'azione dell'agente specifico. Notammo poi in fine della pubblicazione sopra citata che in un caso nel quale si era ritardata la somministrazione della chinina, in coincidenza con il sopravvenire dei sintomi perniciosi, durante il quale stadio la temperatura rimase sempre alta, le forme parassitarie della seconda fase di sviluppo non si staccavano dal globulo rosso se non adoperando soluzioni di bisolfato di chinina all'1 per 200.

Questo medesimo fenomeno abbiamo riscontrato nei parassiti di perniciosi che nella passata stagione estiva si sono presentati in non lieve numero nell'Ospedale di S. Spirito di Roma. Questi ammalati gravi di malaria da noi presi in esame, in base ai risultati che abbiamo ottenuto, seguendo in essi a brevi intervalli la resistenza dei parassiti alla chinina, si possono dividere in due classi. Nella prima comprendiamo quei casi in cui l'esito fu letale, quantunque gli ammalati abbiano ricevuto dosi considerevoli di chinina. In essi si osservava costantemente che i parassiti sia della 1ª che della 2ª fase di sviluppo, sino al sopravvenire della morte, presentavano il grado massimo, già notato, di resistenza alla chinina. Negli altri perniciosi invece la resistenza dei parassiti alla chinina rimaneva alta solamente finchè i sintomi gravi non sparivano; si abbassava cioè appena lo stato generale dell'ammalato migliorava. Delle volte anzi il grado di resistenza dei parassiti alla chinina cominciava a dare valori più bassi, molte ore prima che i sintomi gravi si affievolissero. Siamo così talora riusciti a fare una prognosi fausta, quando ancora nessun sintoma clinico permetteva di farla.

Nei casi di perniciosa i medici non risparmiano la chinina. Questa buona norma clinica da noi è stata sempre rispettata; rammentiamo anzi che in un caso di perniciosa gravissimo finito poi con la guarigione, abbiamo somministrato in 48 ore 12 grammi di chinina quasi tutti per iniezione sottocutanea, senza riscontrare in quell'ammalato alcun sintomo di avvelenamento. Può darsi che nei perniciosi esista una maggiore tolleranza alla chinina che non negli altri malarici con infezione più lieve o negli individui normali; ma dall'unica esperienza riportata non ci crediamo autorizzati a consigliare in casi gravi simili dosi di alcaloide. Certamente se queste si potessero spingere impunemente sino a 10-12 gr. al giorno, noi dovremmo sempre

ottenere la guarigione dei malarici, anche nei casi in cui i parassiti non cambiano mai la loro virulenza. Si avrebbe così la conferma di quanto abbiamo già osservato nella terzana primaverile, dove si riesce a produrre la guarigione dando la chinina quando i parassiti hanno la massima virulenza, e della teoria la quale sostiene che l'azione della chinina si esplica direttamente sui parassiti, impedendo il loro ulteriore sviluppo; sia uccidendoli, secondo le nostre ricerche, mentre sono attaccati al globulo rosso (quando la quantità di alcaloide che agisce è forte), sia liberandoli dall'eritrocito e facendoli cadere nel plasma dove pare finiscono con l'essere inglobati dai fagociti (quando la quantità di alcaloide è meno forte).

Come, quando trattammo delle febbri estivo-autunnali e delle febbri primaverili, si ammise che il diminuire della resistenza dei parassiti all'azione della chinina durante lo stato piretico, ci rivelava la produzione e la presenza nell'organismo di sostanze antiparassitarie, così l'aver trovata sempre alta la resistenza dei parassiti alla chinina nei perniciosi, c'induce a ritenere che in questi, cioè nel grado più grave dell'infezione malarica, le sostanze antiparassitarie o sono scarse e quindi non dimostrabili col nostro metodo di ricerca, o la loro produzione si è arrestata.

Dai risultati ottenuti con queste e con le antecedenti ricerche, l'interpretazione delle particolarità del decorso evolutivo della malaria e delle malattie d'infezione in genere riceve nuova luce?

Le leggi che governano le reazioni morbose nelle malattie infettive oscurano sempre e notevolmente la semplicità apparente delle leggi etiologiche, poichè le cause che intervengono per imprimere alla malattia d'infezione una fisonomia tanto variabile, sono molteplici. *Accrescimento*, *diminuzione*, *modificazione della virulenza:* ecco la formola usuale che si applica per spiegare il diverso andamento negli ammalati di una stessa malattia infettiva, quando in essi non possono mettersi in considerazione altri fattori, come p. es. l'influenza dell'età, delle malattie precedenti, dell'alimentazione ecc. Come non tutti gl'individui che prendono una medesima infezione sono condannati a morire, così pure avviene sperimentalmente quando a una gran quantità di animali s'inietta una cultura di batteri patogeni. Si osserverà in questo caso che qualcuno di essi, senza alcuna causa apprezzabile, supera l'infezione o addirittura non mostra di essere stato danneggiato.

Siamo così ancora in presenza di una serie di problemi che non sono vicini ad essere risoluti. Pur nondimeno, quantunque in un individuo che ha contratta un'infezione, non si possa in alcun modo seguire passo per passo la lotta che il bacillo ingaggia con l'organismo che ha attaccato, dallo studio delle malattie prodotte sperimentalmente negli animali e dall'osservazione del modo con cui si sviluppano le culture degli agenti patogeni, è stata costruita la dottrina colla quale s'interpretano i fenomeni dei vari periodi dell'infezione.

Si ammette che se il virus è scarso in quantità, se i microbi sono poco numerosi, essi periscono nella lotta che devono sostenere per attecchire nell'organismo invaso. Lo stesso accade se gli umori normali dell'organismo hanno proprietà virulenti contro la specie di microbi che sono riusciti ad entrare nei tessuti dell' individuo. Si ammette che se invece questo potere virulento è moderato, i parassiti lottano ma spariscono in parte, mentre gli altri sopravvissuti possono continuare a svilupparsi e a produrre disordini morbosi, quando il numero di essi è diventato sufficiente. Si ammette che in questo periodo latente o d' incubazione, corrisponde, come Massart e Bordet credono, un combattimento tra i microbi e i fagociti. Si ammette in fine che continuando e la loro pullulazione e il loro funzionamento, i microbi rendono l' intossicazione o l' infezione progressivamente più intensa, fino all' ora in cui la morte sopravviene a dispetto degli sforzi tentati dall' organismo per evitare questo disastro.

A questo quadro legato insieme in molte sue parti da semplici ipotesi e ragionamenti e mai da osservazioni direttamente eseguite sugli agenti morbigeni degli ammalati, noi ne faremo seguire un altro costruito sull'osservazione che giorno per giorno, ora per ora, mercè il nostro metodo di ricerca, ci mostra in tutte le sue fasi la lotta che i parassiti della malaria (agenti patogeni di questa malattia i quali pur non appartenendo alla classe dei batteri delle comuni malattie infettive, hanno con essi molti punti di contatto), ingaggiano con l'organismo umano.

Nella malaria l'agente patogeno è un emosporidio (sottordine della classe dei protozoi), il quale entra, secondo le nuove ricerche sull'etiologia di questa malattia, nell'organismo umano per mezzo delle punture di speciali zanzare dette anofeli.

Ciò è stato in modo evidente provato con esperienze eseguite da Grassi, Bignami e Bastianelli, i quali facendo pungere uomini sani, che mai avevano sofferto di malaria, da anofeli infetti, hanno osservato in questi individui, dopo 12-19 giorni in media, l'elevazione febbrile e la presenza dei parassiti nel sangue. Da queste esperienze si deduce che nella malaria, come in tutte le malattie infettive, vi ha uno stadio d'incubazione di una durata quasi eguale a quella che si osserva negli altri casi di malaria artificiale, ottenuta con iniezione di sangue preso da un individuo affetto da infezione palustre a un altro individuo sano. Però durante l' incubazione, cioè durante il periodo che va dall' iniezione del sangue malarico o dalla puntura degli anofeli infetti alla seconda o terza elevazione febbrile, non si rinvengono nel sangue dell' individuo infettato i parassiti. L'unico sintoma, che ci dà indizio dello svolgersi dell' infezione, è la *nuova proprietà* che acquista il siero dell' individuo, che ha ricevuto l' iniezione di sangue malarico, di *agglutinare* i globuli rossi dell' uomo normale. Questo nuovo fenomeno, da noi descritto in un' altra Nota, si ottiene sempre in modo evidente, sia facendo

i preparati microscopici per schiacciamento, sia facendoli in goccia pendente. Esso comincia dopo pochi giorni dall'iniezione del sangue malarico, e la capacità agglutinante aumenta mano mano, finchè raggiunge un massimo con lo scoppiare della febbre e con la comparsa dei parassiti. L'assenza però dei parassiti nel sangue c'impedisce di dimostrare in che modo e dove, durante l'incubazione, essi trovano il terreno adatto alla loro moltiplicazione, se e come l'organismo li combatte. Certo si è, che in questa lotta vince sempre il parassita, poichè mai finora sono stati notati casi in cui l'inoculazione artificiale del virus malarico non abbia prodotta l'infezione. D'altra parte sono state raccolte da Celli le storie di individui assolutamente immuni dalla malaria, ad onta che essi vivano da anni in siti fortemente infetti senza riguardi, fatichino enormemente, mangino male, dormano spesso in palude all'aperto e in modo da essere punti continuamente dalle zanzare. Se però questi fortunati individui possano superare impunemente l'iniezione di sangue malarico, ciò che dimostrerebbe in modo evidente la loro immunità naturale, noi non sappiamo.

Appena in un caso di malaria artificiale il reperto parassitario del sangue diventa positivo, saggiando la resistenza degli emosporidi alla chinina, noi ne deduciamo il loro grado di virulenza, e possiamo seguire le fasi di questa durante il decorso della malattia. Osserveremo allora che la virulenza dei parassiti non aumenta coll'inoltrarsi dell'infezione; essa invece si trova già alla sua massima altezza, la quale può essere mantenuta a quel livello per parecchio tempo, ma mai superata. Se poi la virulenza dei parassiti si mette in rapporto con i vari tipi febbrili della malaria a cui corrispondono differenti specie di parassiti, dobbiamo dedurre la seguente legge che la virulenza di questi è relativamente bassa nella terzana primaverile, più alta nella quartana primaverile e più alta ancora nelle febbri estivo-autunnali.

L'organismo durante l'infezione non resta inerte, ma lotta energicamente contro i parassiti, e di questa lotta abbiamo la prova evidente nella variabile virulenza che essi presentano durante il ciclo febbrile. Sono le sostanze antiparassitarie le quali, messe in circolo dall'organismo durante l'accesso febbrile, che riescono ad attenuare la virulenza degli agenti patogeni, e con molta probabilità ne impediscono in parte la prolificazione.

Difficile sarebbe per ora poter dare la spiegazione del meccanismo d'azione delle sostanze antiparassitarie. Agiscono esse solo contro i parassiti, o contro questi e contro sostanze di azione opposta contemporaneamente circolanti nel sangue?

Modificando convenientemente il nostro metodo di ricerca, noi istituiremo delle esperienze allo scopo di dimostrare se, oltre alle sostanze antiparassitarie nella infezione malarica, avvenga anche produzione di sostanze tossiche. Solo nel caso che queste esperienze riuscissero affermative, si potrebbe ammettere che le sostanze antiparassitarie si rendono evidenti durante

l'accesso febbrile, perchè in quel periodo ne circolano in maggiore quantità, mentre nell'apiressia sarebbero in prevalenza le sostanze di azione opposta.

I malarici con o senza l'aiuto del rimedio specifico possono guarire. In questi casi la virulenza dei parassiti tanto nell'accesso febbrile che nello stato apirettico va mano mano diminuendo; la qual cosa indica una maggiore produzione di sostanze antiparassitarie che porta come conseguenza una maggiore attenuazione dei parassiti. Non si riesce però a seguire le ultimissime fasi della virulenza dei parassiti; perchè questi negli ultimi accessi febbrili diminuiscono in tal misura, che riesce difficile trovarne nei preparati microscopici.

Ci resta ora ad esaminare il caso in cui l'infezione, pur essendo combattuta dal rimedio specifico, finisce con la morte dell'individuo. Come abbiamo detto, ciò si avvera nei perniciosi dove insieme all'insorgere dei sintomi gravi, si osserva che la virulenza dei parassiti si mantiene sempre alta, senza presentare le oscillazioni già notate nei casi benigni, a causa dell'assenza di produzione di sostanze antiparassitarie che alla loro volta portano come conseguenza la libera proliferazione degli agenti patogeni. Pare quindi che l'organismo in questo caso più non reagisca; esso è rimasto vinto nella lotta che sosteneva contro i parassiti.

Dobbiamo però ritenerlo in quel periodo assolutamente passivo, e spiegare il suo annientamento con le azioni meccaniche che i numerosi parassiti possono produrre nei vari organi, od oltre a queste cause deleterie dobbiamo aggiungere l'influenza di sostanze tossiche che nello stadio pernicioso si trovano in prevalenza? Come si è detto, su questa quistione non possediamo dati sperimentali; ma, dal fatto osservato che i sintomi perniciosi dopo un periodo più o meno lungo possono scomparire, e i parassiti diminuire di numero e di virulenza, ci pare più verosimile l'ammettere che la presenza e la produzione di sostanze antiparassitarie sia continua, e che solo in date circostanze esse non si trovino in tale quantità da neutralizzare quelle di azione opposta. È in base ai vari accidenti della lotta tra sostanze tossiche e antitossiche che il variabile decorso della malaria, e crediamo anche di tutte le altre infezioni microbiche, può trovare la sua spiegazione. Riteniamo infatti che le remittenze febbrili più o meno accentuate che si notano quasi sempre nelle infezioni microbiche, siano indice della lotta continua che avviene tra l'agente patogeno e l'organismo o, per meglio dire, tra le sostanze prodotte dal primo e quelle prodotte dall'altro. Ulteriori studi sulle sostanze antiparassitarie ci permetteranno forse di ritornare su questo argomento.

Parassitologia. — *Sulla infezione micetozoica della cornea comparata colla infezione vaccinica della stessa.* Seconda Nota preventiva del dott. C. GORINI, presentata dal Socio CREMONA.

Gli studî comparativi fra i focolai vaccinici e plasmodioforici corneali (1) mi hanno suggerito un'ipotesi sulla struttura delle inclusioni vacciniche, che credo opportuno di svolgere in questa Nota, avvertendo che, delle necessarie figure illustrative, alcune si trovano già comprese nelle tavole che stanno annesse ad una mia precedente memoria (2) e le altre saranno allegate al prossimo lavoro in esteso.

In alcuni dei miei preparati di focolaj vaccinici corneali la periferia della zona chiara (cosidetto « alone ») circondante i citoryctes, si presenta distintamente limitata da un anello colorato vuoi in totalità vuoi con qualche interruzione (Tav. II della citata memoria, fig. 5, corpi *c, h, g, 1* ed altri). Partendo dal concetto che la zona chiara rappresenti la nicchia scavata dal parassita in seno al citoplasma (Guarnieri), oppure, talora, in seno al nucleo epiteliale (3), è mestieri ammettere che la colorazione periferica di detta zona sia da attribuire ad un addensamento del citoplasma o a residui di nucleo epiteliale attorno alla nicchia. Ora invece, in base all'osservazione dei preparati micetozoici, mi sembra lecito supporre che il presumibile parassita del vaccino possa essere, almeno in qualche stadio del suo sviluppo, rappresentato non dal citoryctes per sè solo, ma dal citoryctes + la zona chiara che lo attornia. In altre parole, la zona chiara non sarebbe una nicchia scavata dal citoryctes, ma apparterrebbe al citoryctes stesso, come parte integrante del parassita.

In base a ciò, l'anello colorato perizonale starebbe ad indicare la parete esterna del parassita. Questa supposizione è avvalorata dalla circostanza che nei miei preparati la colorazione periferica della zona apparisce anche quando il citoryctes si trova entro uno spazio chiaro perinucleare (vedi i corpi suindicati della tav. II); in tal caso non parmi possibile interpretare la zona chiara pericitorictica come una nicchia citoplasmatica, poichè di

(1) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Vol. IX, 2° sem., serie 5ª, fasc. 10°. Seduta del 18 novembre 1900.

(2) *Sulle inclusioni cellulari nei focolaj vaccinici corneali. — Rapporti fra corpi extranucleari* (*citoryctes*) *e corpi endonucleari.* — Seconda nota preventiva, presentata alla R. Accademia dei Lincei il 1° luglio 1900 (Vol. IX, 2° sem., serie 5ª, fasc. 7° dei Rendiconti dell'Accademia) e ripubblicata separatamente con due tavole litografiche (Pavia, tip. Cooperativa, 1900).

(3) Ibidem.

citoplasma all' intorno non se ne vede, e neppure come una nicchia nucleare, poichè l'anello colorato perizonale appare distinto dal nucleo epiteliale; ma si è guidati invece a ritenere che e l'anello colorato periferico e il citoryctes appartengano, insieme colla zona chiara, ad un medesimo corpo.

In favore di questa ipotesi parlerebbero anche i seguenti due fatti: la sproporzione che bene spesso osservasi fra il volume del citoryctes e l'ampiezza della zona chiara circostante (citoryctes grandi circondati da una zona chiara molto stretta; citoryctes puntiformi in mezzo ad una zona chiara assai larga), e la corrispondenza che per lo più esiste fra la forma della nicchia e quella del citoryctes, perfino quando questo si presenta foggiato a biscotto, ad albero, a pera, a battocchio, etc. Entrambi questi fatti si spiegano meglio ammettendo che la zona chiara sia qualcosa di annesso e connesso col citoryctes, anzichè una nicchia scavata dal citoryctes stesso.

Inoltre, data la suddetta ipotesi, io ho trovato di poter rispondere ad una serie di quesiti che, nel corso delle mie numerose ricerche sui focolaj vaccinici corneali, ebbi occasione di rivolgermi, e che per me costituiscono altrettante obbiezioni alla natura parassitaria dei citoryctes, intesi nel senso indicato primamente da Guarnieri, che cioè essi siano parassiti i quali si scavano una nicchia nel citoplasma delle cellule epiteliali, deformando e sospingendo il nucleo delle stesse.

Ecco alcuni dei quesiti propostimi:

1. Perchè in generale la depressione del nucleo epiteliale non è proporzionata al volume del citoryctes corrispondente, ma è maggiore di questo ed è invece proporzionata all'alone del citoryctes?

2. Perchè in alcusi casi in cui la zona chiara ha una forma alquanto diversa da quella del citoryctes, la forma della nicchia presentata dal nucleo epiteliale corrisponde piuttosto alla forma della zona anzichè a quella del citoryctes?

3. Come va che la depressione del nucleo epiteliale sussiste anche quando il citoryctes si trova non contiguo al nucleo, ma allontanato e talora molto allontanato dal medesimo, coll' intermezzo della zona chiara? (1)

4. Come si spiega che nuclei epiteliali, pur mostrandosi profondamente infossati da uno, due, e talvolta più citoryctes, non presentino nè addensamento della loro sostanza (la quale si mostra di struttura normale e manda tramezze talora esilissime fra un citoryctes e l'altro), nè spostamento nè altra deformazione oltre quella legata alla presenza delle nicchie, cosicchè i nuclei sembrano piuttosto erosi, scavati, mancanti in corrispondenza delle nicchie anzichè depressi, compressi e sospinti dai citoryctes?

Orbene, tutti questi fatti nonchè altri di indole meno generale che, a mia veduta, condurrebbero piuttosto a ravvisare nei citoryctes la manifesta-

(1) Gorini. *Sulle inclusioni cellulari nell' innesto vaccinico della cornea e sui loro rapporti colle inclusioni cellulari nei tumori maligni.* — Rendiconti della R. Accademia dei Lincei. Vol. IX, 1° sem., serie 5ª, fasc. 7°. Seduta del 1° aprile 1900.

zione di un'alterazione nucleare, potrebbero invece spiegarsi anche colla teoria parassitaria, qualora si ammettesse l'ipotesi suesposta, che i citoryctes non rappresentino di per sè soli il parassita, ma questo, in una fase del suo sviluppo, sia costituito dal citoryctes + la zona chiara che lo circonda. In tal caso, infatti, sarebbe ovvio comprendere: *a*) come alcune nicchie dei nuclei epiteliali possano essere semplicemente apparenti, causate cioè dalla sovrapposizione dei parassiti parzialmente incolori ai nuclei stessi, i quali pertanto non devono apparire nè spostati, nè alterati, nè deformati nella porzione scoperta visibile; *b*) come le nicchie stesse, siano esse apparenti o reali, debbano corrispondere necessariamente per forma e per volume al supposto alone del citoryctes; *c*) come esse possano comparire anche quando il citoryctes trovasi lontano dal nucleo epiteliale.

Infine, la suddetta ipotesi renderebbe più agevole di interpretare come forme parassitarie, e di collegare fra loro e coi citoryctes alonati, molte altre inclusioni cellulari che si incontrano nei focolaj vaccinici, quali ad esempio:

a) citoryctes circondati da un mantello colorato al posto della zona chiara;

b) citoryctes ad astro, muniti cioè di raggi colorati che raggiungono la periferia della zona chiara;

c) corpi rotondeggianti, completamente incolori, fuorchè talora lungo la periferia; questi corpi, stando al concetto di Guarnieri, potrebbero interpretarsi come nicchie abbandonate dai rispettivi citoryctes (v. tav. II, fig. 5, corpi *a*);

d) corpi rotondeggianti, debolmente colorati, ora privi di qualunque granulazione, ora contenenti parecchie granulazioni disposte in modo vario; e parecchie altre forme a cui ho già accennato in una Nota precedente, rilevandone la grande somiglianza colle inclusioni riscontrate nei tumori maligni (1).

Riassumendo: a mio credere, l'ipotesi che la zona chiara circondante i citoryctes Guarnieri non sia una nicchia citoplasmatica o nucleare, ma faccia corpo col citoryctes stesso, mentre è sostenuta da alcuni dati di fatto, offre la chiave per spiegarne altri, anche colla teoria parassitaria, i quali altrimenti rimarrebbero oscuri e condurrebbero ad assegnare ai citoryctes una diversa interpretazione.

Debbo però subito soggiungere che la suddetta ipotesi non esclude nemmeno la teoria nucleare, nel senso da me indicato in una Nota precedente (2), che cioè i citoryctes siano il prodotto di un'alterazione nucleare, la quale sarebbe caratterizzata essenzialmente dalla tendenza di una porzione di nucleo ad isolarsi sotto forma di corpiccioli endo- e poi extranucleari, capaci di accrescersi e di diventare il centro di forme similcellulari.

(1) Ibidem.

(2) V. la succitata seconda Nota preventiva.

Il Socio Luigi Luzzatti fa una lettura avente per soggetto: *Le idee filosofiche e religiose di Carlo Darwin, sotto l'influenza delle sue dottrine naturali.*

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Paternò, relatore, a nome anche del Socio Cannizzaro, legge una Relazione sulla Memoria del prof. G. Oddo, intitolata: *Eterificazione per mezzo dei sali inorganici,* proponendo l'inserzione del lavoro negli Atti accademici.

Il Socio Todaro, a nome anche del Socio Golgi, (relatore), legge una Relazione sulla Memoria del dott. G. Marenghi, avente per titolo: *Contributo alle conoscenze sulla fina organizzazione della Retina*, proponendo l'inserzione del lavoro negli Atti accademici.

Le conclusioni delle due Commissioni esaminatrici, poste partitamente ai voti dal Presidente, risultano approvate dalla Classe, salve le consuete riserve.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente comunica alla Classe una lettera colla quale il prof. S. Schwendener ringrazia l'Accademia per la sua nomina a Socio straniero.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Cerruti presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci Righi, Millosevich, Schwendener.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Cerruti comunica alla Classe gli elenchi dei lavori presentati per prender parte ai concorsi al premio Reale ed ai premi Ministeriali, scaduti col 31 dicembre del 1900.

Elenco dei lavori presentati per concorrere al premio di S. M. il Re per la *Fisica.*

(Premio L. 10,000 — Scadenza 31 dicembre 1900)

1. Arnò Riccardo. 1) *Campo elettrico rotante e rotazioni dovute all'isteresi elettrostatica* (st.). — 2) *Sulla dissipazione di energia in un*

campo elettrico rotante e sulla isteresi elettrostatica (st.). — 3) *Ricerche quantitative sulla dissipazione di energia nei corpi dielettrici in un campo elettrico rotante* (st.). — 4) *Esperienze con un sistema di condensatori a coibente mobile* (st.). — 5) *Sulla legge della dissipazione di energia nei dielettrici sotto l'azione di campi elettrici di debole intensità* (st.). — 6) *Sul ritardo della polarizzazione nei dielettrici* (st.). — 7) *Sulla isteresi dielettrica viscosa* (st.). — 8) *Wattometro elettrostatico per correnti alternative ad alta tensione* (st.). — 9) *Rotazioni elettrostatiche prodotte per mezzo di differenze di potenziale alternative* (st.). — 10) *Rotazioni elettrostatiche nei gas rarefatti* (st.). — 11) *Apparecchi di misura e di controllo a campo elettrico rotante.* Nota I (st.). — 12) *Id.* Nota II. *(Apparecchio di sicurezza per sistemi trifasi)* (st.). — 13) *Id.* Nota III. *(Apparecchio di sicurezza per sistemi a corrente alternata semplice)* (st.). — 14) *Id.* Nota IV. *(Voltometro a campo elettrico rotante per sistemi a corrente alternata semplice)* (ms.). — 15) *Sulla trasparenza della ebanite* (st.). — 16) *La radiazione di Röntgen con tubi di Hittorf ad idrogeno rarefatto* (st.). — 17) *Metodi e strumenti di misura per sistemi trifasi basati sopra speciali proprietà dei sistemi stessi:* Nota I, II (st.), III (ms.). — 18) *Fasometro delle tangenti* (st.). — 19) *Sulla taratura del fasometro delle tangenti* (st.). — 20) *Di una pratica disposizione del fasometro delle tangenti* (st.). — 21) *Metodo basato sulla descrizione del triangolo dei flussi magnetici* (st.). — 22) *Fasometro* (st.). — 23) *Fasoscopio elettrostatico* (st.). — 24) *Sull'impiego dell'elettrometro a quadranti come strumento differenziale* (st.). — 25) *Una modificazione al metodo di Mascart per l'uso dell'elettrometro a quadranti* (st.). — 26) *Un metodo per annullare gli effetti dell'induttanza nei circuiti percorsi da correnti alternative* (st.). — 27) *Taratura dei voltometri per correnti alternative* (st.). — 28) *Metodo di misura delle capacità elettrostatiche* (st.). — 29) *Metodo di misura delle induttanze* (st.) — 30) *Metodo di misura della frequenza di una corrente alternativa sinusoidale* (st.). — 31) *Un metodo semplice di avviamento dei motori elettrici a corrente alternata asincroni monofasi.* Nota I, II (st.). — 32) *Una modificazione al metodo dell'autore per l'avviamento dei motori asincroni a corrente alternata semplice* (st.). — 33) *Sulla resistenza critica per l'avviamento dei motori asincroni a corrente alternata semplice* (st.). — 34) *Un metodo per la determinazione sperimentale della resistenza dei motori asincroni a campo Ferraris ed a corrente alternata semplice* (st.). — 35) *Un metodo semplice per la determinazione della resistenza di avviamento nei motori a campo Ferraris* (st.). — 36) *Un motore a corrente alternata funzionante per il principio delle ripulsioni elettrodinamiche* (st.). — 37) *Alcune considerazioni sulla trasformazione dei sistemi bifasi in trifasi* (st.). — 38) *Lavori che ebbero origine da pubblicazioni del* prof. R. Arnò (st.). — 40) *Album di fotografie di apparecchi ideati dal* prof. R. Arnò (st.).

2. BATTELLI ANGELO. 1) *Misure assolute degli elementi del magnetismo terrestre nella Svizzera* (st.). — 2) *Misure per la costruzione della Carta magnetica della Svizzera.* Note I, II, III (st.). — 3) *Carta magnetica della Svizzera* (st.). — 4) *Sullo stato della materia nel punto critico* (st.). — 5) *Densità dell'etere, del solfuro di carbonio e dell'alcool liquidi sotto le pressioni dei propri vapori saturi* (st.). — 6) *Sulle scariche oscillatorie.* (in collab. con L. MAGRI) (ms.). — 7) *Sulla legge di Boyle a basse pressioni* (ms.).

3. CANOVETTI COSIMO. *Determinazione della resistenza nell' aerostazione e nell' aviazione* (ms.).

4. CANTONE MICHELE. 1) *Sulla variazione di resistenza del ferro e del nichel nel campo magnetico* (st.). — 2) *Contributo allo studio delle variazioni di resistenza del nichel nel campo magnetico* (st.). — 3) *Influenza del magnetismo trasversale sulle variazioni di resistenza del ferro e del nichel magnetizzati longitudinalmente* (st.). — 4) *Influenza dei processi di deformazione sulle proprietà elastiche dei corpi. Flessione dell'ottone* (st.). — 5) *Sull'attrito interno del nichel* (st.). — 6) *Sull'attrito interno dei metalli* (st.). — 7) *Sulle aree d'isteresi elastica* (st.). — 8) *Studio delle proprietà elastiche dei corpi fondato sull'uso contemporaneo dei metodi statico e dinamico* (st.). — 9) *Studî complementari sulla isteresi elastica dei metalli* (st.). — 10) *Nuovi studî sulle proprietà elastiche dei metalli* (st.). — 11) *Sulle proprietà elastiche dei metalli a diverse temperature* (st.). — 12) *Influenza della torsione sul magnetismo del nichel* (st.) — 13) *Sulle variazioni di resistenza prodotte dalla trazione nell'argentana e nel nichel crudo* (st.). — 14) *Influenza della trazione sulla torsione.* (in collabor. col dott. E. MICHELUCCI) (st.). — 15) *Sulla trazione del caucciù* (st.) — 16) *Sulla torsione del caucciù.* (in collab. col dott. G. CONTINO) (st.). — 17) *Sulla dilatazione termica del caucciù.* (in collab. col dott. G. CONTINO) (st.). — 18) *Nuove ricerche intorno alla deformazione dei condensatori.* (in collab. col dott. F. SOZZANI) (st.).

5. CHISTONI CIRO. 1) *Sulle cause della formazione della rugiada* (st.) — 2) *Di una memoria del v. Roosbroek sulla formazione della rugiada* (st.). — 3) *Sulla temperatura della neve a diverse profondità e sulla temperatura degli strati di aria prossimi alla neve* (st.). — 4) *Risultati udometrici ottenuti al R. Osservatorio meteorologico di Modena dal 1830 al 1895* (st.). — 5) *Sulla pioggia raccolta nell'udometro del R. Osservatorio meteorologico di Modena nel 1896* (st.). — 6) *Ricerche sperimentali sul coefficiente magnetometrico* (st.). — 7) *Sulla determinazione del coefficiente di induzione dei magneti col metodo di Lamont* (st.). — 8) *Ricerche sperimentali sul coefficiente di induzione dei magneti* (st.). — 9) *Contributo allo studio dei magneti permanenti.* (in collab. col dott. DE-VECCHI) (st.).

6. Garbasso Antonio. 1) *Sulla riflessione dei raggi di forza elettrica* (st.). — 2) *Sull' assorbimento dei raggi di forza elettrica nei conduttori* (st.). — 3) *Sulla doppia rifrazione dei raggi di forza elettrica* (st.). — 4) *Sulla luce polarizzata circolare* (st.). — 5) *Un' esperienza di corso sulla costante dielettrica* (st.). — 6) *Di alcune azioni che esercitano i gas prodotti dalla combustione sulla lunghezza della carica esplosiva nell'aria* (st.). — 7) *Sopra alcuni fenomeni luminosi presentati dalle scaglie di certi insetti* (st.). — 8) *Quindici lezioni sperimentali sulla luce* (st.). — 9) *Alcune esperienze su la scarica dei condensatori* (st.). — 10) *Come si faccia la scarica di un condensatore, quando ad essa si offrono due vie, e come si rappresenti meccanicamente* (st.). — 11) *Sopra un sistema diciclico imperfetto* (st.). — 12) *Sopra alcuni modelli di fenomeni elettro-magnetici* (st.). — 13) *Sul problema delle onde piane nella teoria elettro-magnetica della luce* (st.). — 14) *Sulla luce bianca* (st.). — 15) *Sopra un punto della teoria dei raggi catodici* (st.).

7. Piergiovanni Ferdinando. 1) *Fonografia musicale* (ms.). — 2) *Gravipendolo* (ms.).

8. Rabitti Paolo. *Conflitto elettro-magnetico* (ms.).

9. Santelia Eugenio. *Principi di Astronomia razionale popolare* (st. e ms.).

Elenco dei lavori presentati per concorrere ai premî del Ministero della P. I. per le *Scienze naturali.*

(Due premî del valore complessivo di L. 3400 – Scadenza 31 dicembre 1900).

1. Cacciamali G. B. 1) *In memoria di Giuseppe Ragazzoni* (st.). — 2) *Camiti ed Ariani in Europa* (st.). — 3) *Giudizi sul mio studio di Castenedolo* (st.). — 4) *Appennino umbro-marchigiano e prealpe bresciana* (st.). — 5) *Per un rifugio nelle prealpi bresciane* (st.). — 6) *Filogenesi degli esapodi* (st.). — 7) *Rilievo geologico tra Brescia e M. Maddalena* (st.). — 8) *L'Homo mongolus* (st.) — 9) *Esplorazioni del Circolo Speleologico Bresciano* (st.).

2. Fantappiè Liberto. *Su i proietti minerali vulcanici trovati nell'altipiano tufaceo occidentale dei Vulsini da Farnese a S. Quirico e Pitigliano* (st.).

3. Neviani Antonio. 1) *Appunti sui Briozoi del Mediterraneo.* Nota I (st.). — 2) *Briozoi neozoici di alcune località di Italia.* Parti IV, V e VI. (st.). — 3) *Briozoi delle formazioni plioceniche e postplioceniche di Palo, Anzio e Nettuno* (st.). — 4) *Revisione generale dei briozoi fossili italiani.* 1° *Idmonee* (st.). — 5) *Briozoi terziari e posterziari della Toscana* (st.). — 6) *Monografia del genere Idmonea.* Parte I e II. — 7) *Materiali per una bibliografia italiana degli studi sui briozoi viventi e fossili, dal 1800 al 1900* (st.). — 8) *Briozoi neogenici delle Calabrie* (st.). —

9) *Supplemento alla fauna a Radiolari delle roccie mesozoiche del Bolognese.* — 10) *Nozioni elementari di Storia naturale ad uso delle Scuole secondarie* (st.) — 11) *I boschi nell' equilibrio generale della Natura e specialmente in rapporto con i fenomeni atmosferici* (st.).

4. Trabucco Giacomo. 1) *Relazione sui mezzi più adatti a trasformare la viticoltura per la difesa contro la peronospera* (st.). — 2) *Carta geologica-geognostica-agricola dell' alto Monferrato, alla scala di* 1:75000 (st.).— 3) *L' isola di Linosa* (st.). — 4) *Fossili, stratigrafia ed età dei terreni del Casentino* (*Toscana*) (st.).

5. Virgilio Francesco. *Geomorfogenia della provincia di Bari* (st.).

6. Anonimo. — (Omnia exquirite et meliora deligite). *Il « Libro de' semplici » di Benedetto Rinio* (ms.).

CORRISPONDENZA

Il Segretario Cerruti dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze e lettere di Copenaghen; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società geologica di Manchester; la Società di scienze naturali di Emden; la Società geologica di Sydney; il Museo di zoologia comparata di Cambridge Mass.; l' Università di Albany.

Annunciano l' invio delle loro pubblicazioni:

L'Accademia delle scienze di Cracovia; l' Accademia di scienze e lettere di Christiania; la Società delle scienze di Finlandia; la Società geodetica di Washington.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 6 gennaio 1901.

Alessi C. — Rapporti somatici nella scala zoologica. Avola, 1900. 8°.

Birkenmajer L. A. — Mikolaj Kopernik. T. I. w Krakowie, MCM. 4°.

Bonci E. — Ombre lineari nei disegni geometrici. P. II, con atlante. Camerino, 1900. 8°.

Chantre E. — Les Bicharieh et les Ababdeh. Esquisse ethnographique et anthropometrique. Lyon, 1900. 8°.

Choffat P. — Recueil de Monographies stratigraphiques sur le système crétacique du Portugal. 2e Étude. — Le crétacique supérieur au nord du Tage. Lisbonne, 1900. 4°.

Correspondence in the Matter of the Society of Arts and Henry Wilde, on the award to him of the Albert Medal 1900 and on the Invention of the Dynamo-electric Machine. Manchester, 1900. 4°.

De Angelis d'Ossat G. — La geologia agricola e la provincia di Roma. Roma, 1900. 8°

Flores E. — L'Elephas antiquus Falc. e il Rhinoceros Mercki Jaeg. in provincia di Reggio di Calabria. Roma, 1900. 8°.

Koch A. — Die Tertiärbildungen des Beckens der Siebenbürgischen Landestheile. II. Neogene Abtheilung. Budapest, 1900. 8°.

Millosewich E. — Leopardi in Cielo. Conferenza letta il 14 maggio 1898 nell' Aula Magna del Collegio Romano. Perugia, 1900. 8°

Processo verbale delle sedute della Commissione geodetica italiana, tenute in Milano nei giorni 5 e 6 settembre 1895 e nei giorni 26, 27 e 28 giugno 1900. Firenze, 1900. 4°.

Reina V — Gli strumenti di ottica e di meccanica di precisione all'Esposizione universale del 1900. Torino, 1900. 8°.

Reports to the Malaria Committee. 3d Series. London, 1900. 8°.

Righi A. — Les Ondes Hertziennes. Paris, 1900. 8°.

Sars G. O. — An account of the Crustacea of Norway. Vol. III. Cumacea, Part IX-X. Bergen, 1900. 8°.

Schwendener S. — Die Divergenzänderungen an den Blüthenköpfen der Sonnenblumen im Verlaufe ihrer Entwicklung. Berlin, 1900. 8°.

Id. — Gesammelte Botanische Mittheilungen. Bd. I. II. Berlin, 1898. 8°.

Thós y Codina. — Reconocimiento físico-geológico-minero de los Valles de Andorra. 2ª edición. Barcelona, 1885. 8°.

Toni G. — Spedizione del Principe Luigi di Savoia Duca degli Abruzzi al Polo Nord. Firenze, 1900. 8°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 20 gennaio 1901.

P. Blaserna Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Meccanica. — *Sulla determinazione di soluzioni particolari di un sistema canonico, quando se ne conosce qualche integrale o relazione invariante.* Nota II [1] di T. Levi-Civita.

3. *Comportamento stazionario delle soluzioni* Σ. — Per maggior comodo, userò d'ora innanzi linguaggio dinamico, interpretando le (C) come equazioni del moto di un sistema, la cui energia totale sia rappresentata dalla funzione H.

Mi propongo di stabilire che *le soluzioni* Σ *corrispondono a moti stazionari del sistema.*

Per dimostrarlo, prenderò le mosse dalla circostanza che le m funzioni

$$P_r = p_r - f_r \quad (r = 1, 2, \ldots, m)$$

sono in involuzione, talchè ne esistono altre $n - m$ indipendenti $P_i = F_i$ $(i = m + 1, \ldots, n)$, che costituiscono assieme ad esse un'ennupla involutoria [2]. Esiste allora eziandio una funzione S dei $2n$ argomenti x e P, tale che le equazioni

$$p_k = \frac{\partial S}{\partial x_k} \quad (k = 1, 2, \ldots, n) \tag{8}$$

[1] V. pag. 3.

[2] Cfr. per es. Goursat, *Leçons sur l'intégration des équations aux dérives partielles du premier ordre,* § 61.

definiscono precisamente le n funzioni $P_r = p_r - f_r$, $P_i = F_i$ delle x e delle p (¹).

Ponendo poi

$$X_k = \frac{\partial S}{\partial P_k} \quad (k = 1, 2, \dots, n), \tag{9}$$

si ha nelle (8), (9) una trasformazione fra le due coppie di serie di variabili x, p; X, P, che, per una nota proposizione di Jacobi, conserva i sistemi canonici.

Le (C) si cambiano pertanto in

$$\frac{dP_i}{dt} = -\frac{\partial H'}{\partial X_i}, \quad \frac{dX_i}{dt} = \frac{\partial H'}{\partial P_i}, \tag{C'}$$

designandosi per maggior chiarezza con H' la espressione di H nelle nuove variabili X, P.

Le (A_1) assumono la forma più semplice

$$P_r = 0 \quad (r = 1, 2, \dots, m). \tag{A'_1}$$

Riferendoci ormai a queste variabili X, P, poniamo, secondo il procedimento indicato a § 1, $P_r = 0$ in H', e poi, detto $\mathbf{H}'$ il risultato di questa sostituzione,

$$\frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial P_i} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial X_i} = 0 \quad (i = m + 1, \dots, n). \tag{B'}$$

Le (5), applicate al caso presente, ci dicono che $\mathbf{H}'$ è indipendente da $X_1, X_2, \dots, X_m$. Ne viene che le funzioni X_i, P_i $(i = m + 1, \dots, n)$, definite dalle (B') (²), si riducono a pure costanti.

Ciò posto, ricordiamo che, secondo il sig. Routh, *un determinato movimento si dice stazionario o permanente, quando è possibile scegliere delle variabili* X, P *in modo che* (essendo, rispetto a queste variabili,

$$P_i = \varphi_i(t), \quad X_i = \psi_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

(¹) Ibidem, § 111; od anche Lie-Engel, *Theorie der Transformationsgruppen*, B. II, pag. 123. La funzione, quì chiamata S, corrisponde alla $\Omega + \sum_1^n {}_k P_k X_k$ dei citati autori.

(²) Le (B') sono effettivamente atte a definire le X_i, P_i, poichè non è nullo il determinante funzionale dei loro primi membri rapporto a queste variabili. Qualora infatti ciò fosse, lo stesso dovrebbe accadere per il determinante funzionale dei primi membri delle (B) rapporto alle p_i, x_i (come segue immediatamente dal teorema di moltiplicazione dei determinanti, tenendo conto delle (B') e delle $\frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial X_1} \equiv 0, \dots, \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial X_m} \equiv 0$). Ora, in principio del paragrafo 2, noi abbiamo precisamente introdotta l'ipotesi che il detto determinante sia diverso da zero, supponendo le (B) risolubili rapporto alle p_i, x_i $(i = m + 1, \dots, n)$.

le equazioni, che definiscono il movimento) *la espressione della energia* H′ *rimane indipendente da* t, *in seguito alla trasformazione lineare*

$$(10)\qquad P_i = \varphi_i(t) + \pi_i\,,\ X_i = \psi_i(t) + \xi_i \quad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Supponendo di circoscrivere la classe dei movimenti del dato sistema, col considerare soltanto quelli, che soddisfanno alle relazioni invarianti (A'_1), vien naturale di estendere la definizione di *stazionarietà* al modo stesso che ciò si suol fare per la *stabilità*. *Stazionari in senso relativo sono dunque a dirsi quei movimenti, per cui la condizione, testè dichiarata, rimane soddisfatta, in virtù delle relazioni invarianti.*

Data la forma speciale delle (A'_1), la caratteristica della stazionarietà relativa si può manifestamente enunciare come segue:

La funzione H′ deve conservarsi indipendente da t, anche dopo la sostituzione

$$(11)\qquad \begin{cases} P_i = \varphi_i(t) + \pi_i & (i = m+1, \ldots, n), \\ X_i = \psi_i(t) + \xi_i & (i = 1, 2, \ldots, n). \end{cases}$$

È chiaro adesso che le nostre soluzioni Σ corrispondono tutte a moti permanenti.

Infatti, adottando le variabili X e P, le funzioni $\varphi_i(t)$, $\psi_i(t)$ $(i = m+1, \ldots, n)$ sono, per ogni Σ, delle costanti α_i, β_i, come abbiam visto. Da t dipenderanno in generale $X_1, X_2, \ldots, X_m$, le quali però non entrano in H′. Eseguire la sostituzione (11) in H′ equivale dunque a scambiarvi P_i, X_i $(i = m+1, \ldots, n)$ in $\alpha_i + \pi_i$, $\beta_i + \xi_i$, operazione che evidentemente non introduce t.

Merita di essere notato che, quando le (A) sono veri e propri integrali, vi ha stazionarietà, anche in senso assoluto.

Infatti, in questo caso, le funzioni F_r + cost sono in involuzione (mentre in generale si può soltanto asserire che le parentesi (F_r, F_s) si annullano, *tenendo conto delle* (A_1)); e tutte le considerazioni, istituite finora, stanno, anche prendendo inizialmente $P_r = F_r + \pi_r$ (dove le π_r sono costanti indeterminate), anzichè $P_r = p_r - f_r$. L'unica differenza consisterà in questo che si avranno, al posto delle (A'_1), le

$$(A')\qquad P_r = \pi_r \quad (r = 1, 2, \ldots, m),$$

e, al posto di

$$H' = (H')_{P_1 = \ldots = P_m = 0}\,,$$

una

$$\overline{H}' = (H')_{P_1 = \pi_1, \ldots, P_m = \pi_m}.$$

Del resto, potremo, come sopra, asserire che, per una qualunque soluzione Σ, la sostituzione (11) non introduce il tempo in $\overline{H}'$. Ora ciò equivale a dire

che la sostituzione (10), corrispondente ad una Σ (e per cui quindi si ha $\varphi_1(t) = \varphi_2(t) = \cdots = \varphi_m(t) = 0$) non introduce t in H′.

Di quà si conclude la assoluta stazionarietà di tutti i movimenti, definiti dalle Σ.

4. *Criterio energetico di stabilità.* — Consideriamo, come sopra, la categoria dei movimenti del proposto sistema, conciliabili colle (A′). Le equazioni, che definiscono P_i, X_i $(i = m + 1, \dots, n)$ in termini del tempo, si otterranno senz'altro dalle (C′), ponendo nei secondi membri $P_1 = P_2 = \cdots = P_m = 0$. Avremo così le equazioni

$$\frac{dP_i}{dt} = -\frac{\partial H'}{\partial X_i}, \quad \frac{dX_i}{dt} = \frac{\partial H'}{\partial P_i} \quad (i = m + 1, \dots, n).$$

Per i teoremi ben noti di Dirichlet e di Liapounoff, la soluzione particolare $P_i = \alpha_i$, $X_i = \beta_i$ di queste equazioni è stabile allora e solo allora che la funzione H′ possiede, per i detti valori α_i, β_i, un minimo effettivo; ossia allora e solo allora che la forma quadratica d^2H' è definita. Ecco dunque la condizione necessaria e sufficiente per la stabilità *relativa* di una generica Σ. Tale condizione presenta però l'inconveniente di essere espressa in variabili X, P. È affatto indifferente adottare queste o quelle variabili, per dimostrare delle proprietà; anzi è preferibile riferirsi a quelle, per cui la dimostrazione si fa nel modo più semplice. Ma, se si devono fare dei calcoli, le trasformazioni disturbano; ed è indispensabile di evitarle, quando, come nel caso presente, si tratta di un cambiamento di variabili, la cui effettiva determinazione dipende da una questione, eventualmente più elevata di quella che si studia.

Per la costruzione delle soluzioni Σ abbiamo una regola generale, che si applica a qualsiasi sistema di variabili (e che richiede al più un'operazione differenziale d'ordine $m - 1$). Anche la questione della stabilità deve potersi decidere senza la trasformazione (8), (9) (che implica in generale $n - m$ operazioni successive degli ordini $2(n - m)$, $2(n - m - 1), \dots, 2$, rispettivamente).

Osserviamo a tale scopo che, sostituendo in **H′** le P_i, X_i $(i = m + 1, \dots, n)$ coi loro valori (8), (9), e ritenendo in questi le $p_1, p_2, \dots, p_m$ definite dalle (A_1), si deve ritrovare la funzione **H**. Si avrà dunque

$$d^2H = d^2H',$$

e le derivate seconde di **H** si esprimeranno in funzione delle derivate seconde di **H′** mediante formule, che (per essere nulle tutte le derivate prime di **H′**, per i valori considerati $P_i = \alpha_i$, $X_i = \beta_i$) hanno carattere covariante. Ne viene che la forma quadratica d^2H (nelle $2(n - m) + m$ variabili $dp_{m+1}, \dots, dp_m$; $dx_1, dx_2, \dots, dx_n$) è riducibile, poichè appunto con una op-

portuna trasformazione lineare (i cui coefficienti saranno in generale funzioni di $x_1, x_2, \dots, x_m$) si cambia in $d^2\mathrm{H}'$.

Constatata così la riducibilità della forma $d^2\mathrm{H}$ ([1]), supponiamo (il che non implica integrazioni, ma solo un'opportuna sostituzione lineare) di trasformarla effettivamente in una forma quadratica Q a $2(n-m)$ argomenti. Questa Q sarà equivalente a $d^2\mathrm{H}'$ e quindi il criterio di stabilità si potrà direttamente desumere dalla forma Q. Concludiamo pertanto: *Le Σ sono stabili allora e solo allora che* Q (forma ridotta di $d^2\mathrm{H}$) *è una quadrica definita.*

5. *Esempi.* — *a*) Consideriamo il moto di un corpo rigido pesante, fissato per un punto Ω. Nel caso generale, quando cioè i tre momenti principali di inerzia, relativi ad Ω, sono distinti e il baricentro O comunque situato nel corpo, si ha il solo integrale delle aree per i piani orizzontali

$$\mathrm{G}_3 = \text{cost.}$$

Da questo integrale si traggono, nel modo suesposto, ∞^2 moti stazionari. Un calcolo semplicissimo mostra che corrispondono alle rotazioni uniformi del corpo attorno alla verticale di Ω, che coincide nel corpo con una ([2]) delle sei direzioni, definite, per ogni valore della velocità angolare ω, dalle equazioni $-(\mathrm{B}-\mathrm{C})\,\omega^2\gamma_2\gamma_3 = \mathrm{P}(y_0\gamma_3 - z_0\gamma_2)$, $-(\mathrm{C}-\mathrm{A})\,\omega^2\gamma_3\gamma_1 = \mathrm{P}(z_0\gamma_1 - x_0\gamma_3)$, $-(\mathrm{A}-\mathrm{B})\,\omega^2\gamma_1\gamma_2 = \mathrm{P}(x_0\gamma_2 - y_0\gamma_1)$, in cui è manifesto il significato delle lettere.

Per il caso di Lagrange e Poisson (ellissoide di inerzia di rivoluzione attorno alla ΩO), c'è un secondo integrale ($r=$ cost, colle notazioni abituali) in involuzione col primo. Dobbiamo dunque aspettarci ∞^4 moti permanenti. Ed infatti siamo condotti alle così dette *precessioni regolari*, troppo bene studiate ([3]), perchè valga la pena di soffermarvisi un solo istante.

Se si suppone che non agiscano forze (o più generalmente che sia nullo il loro momento risultante rispetto ad Ω), si hanno i tre integrali delle aree

$$\mathrm{G}_1 = \text{cost}, \quad \mathrm{G}_2 = \text{cost}, \quad \mathrm{G}_3 = \text{cost}.$$

([1]) Ciò si poteva del resto desumere direttamente dalle (5). Derivandole e tenendo conto delle (B), si hanno le (7′) e le

$$\frac{\partial^2 \mathrm{H}}{\partial x_r \partial x_s} + \left\{ \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial x_s},\, f_r \right\} = 0 \quad (r, s = 1, 2, \dots, m).$$

Date queste relazioni lineari ed omogenee fra i coefficienti della forma $d^2\mathrm{H}$, la caratteristica del suo discriminante non può superare $2(n-m)$.

([2]) Queste sei direzioni sono tutte reali, per valori abbastanza grandi di ω. In ogni caso due almeno sono reali. Esse appartengono tutte al cono quadrico $(\mathrm{B}-\mathrm{C})\,x_0\gamma_2\gamma_3 + (\mathrm{C}-\mathrm{A})\,y_0\gamma_3\gamma_1 + (\mathrm{A}-\mathrm{B})\,z_0\gamma_1\gamma_2 = 0$. Cfr. in proposito: Staude, *Ueber permanente Rotationsaxen*, Crelle's Journal, B. 113, 1894.

([3]) Cfr. in particolare la *Theorie des Kreisels* dei sigg. Klein e Sommerfeld; cap. I, § 6; III, § 6.

Essi non sono in involuzione, come è ben noto, ma ognuna delle tre coppie

$$G_1 = \text{cost}, \quad G_1^2 + G_2^2 + G_3^2 = \text{cost};$$
$$G_2 = \text{cost}, \quad G_1^2 + G_2^2 + G_3^2 = \text{cost};$$
$$G_3 = \text{cost}, \quad G_1^2 + G_2^2 + G_3^2 = \text{cost}$$

è involutoria, e le devono far riscontro ∞^4 moti stazionari. Queste tre classi di movimenti non sono altro che le rotazioni attorno ai tre assi di inerzia. La verifica diretta non presenterebbe alcuna difficoltà. Limitiamoci ad osservare che le accennate rotazioni dipendono bene da 4 costanti; due per fissare la posizione nello spazio dell'asse di inerzia, attorno a cui la rotazione si compie, e le altre due per fissare la posizione e la velocità iniziale del corpo rispetto allo stesso asse,

b) Nel problema piano dei tre corpi, supposto fisso il baricentro, le equazioni, che definiscono il moto relativo di due di essi, P_1 e P_2, rispetto al terzo P_3, si possono presentare in forma canonica con quattro gradi di libertà, le due serie di variabili coniugate essendo costituite dalle coordinate relative x_i, y_i $(i = 1, 2)$ di P_1 e P_2 (rispetto a P_3) e dalle componenti p_i, q_i $(i = 1, 2)$ delle loro quantità di moto assolute (1).

Si ha l'integrale delle aree

$$\sum_1^2 {}_i (x_i q_i - y_i p_i) = \text{cost}.$$

Quali sono i movimenti stazionari, che corrispondono a questo integrale?

Si trova un risultato ben noto, talchè stimo superfluo riportare il calcôlo per disteso. I tre corpi costituiscono un triangolo equilatero di grandezza costante e ruotano uniformemente attorno al comune centro di gravità. È il caso più semplice delle soluzioni particolari scoperte da Laplace (2).

c) Il moto di un solido non soggetto a forze, in un fluido incompressibile, indefinito, comporta, qualunque sia la forma del corpo e la distribuzione delle masse, i sei integrali fondamentali, che esprimono la conservazione del moto del baricentro e del momento risultante delle quantità di moto:

$$F_1 = \text{cost}, \quad F_2 = \text{cost}, \quad F_3 = \text{cost};$$
$$G_1 = \text{cost}, \quad G_2 = \text{cost}, \quad G_3 = \text{cost}.$$

Le sei funzioni F_i, G_i $(i = 1, 2, 3)$ costituiscono un gruppo, il quale comprende un sottogruppo involutorio di quattro elementi al più, per es. $F_1, F_2, F_3, F_4 = \sum_1^3 {}_i F_i G_i$.

(1) Cfr. Poincaré, *Sur une forme nouvelle des équations du problème des trois corps.* Acta Mathematica, T. 21, 1897.

(2) *Mécanique Céleste,* libro X, cap. VI.

Agli integrali

$$F_1 = \text{cost}\,, \quad F_2 = \text{cost}\,, \quad F_3 = \text{cost}\,, \quad F_4 = \text{cost}$$

dovrà pertanto far riscontro una classe ∞^8 di moti permanenti del corpo.

Sono questi i moti elicoidali, studiati dal sig. Craig [1], partendo dalle equazioni del Kirchhoff e proponendosi di assegnare la più generale soluzione, compatibile colla ipotesi che le caratteristiche $u, v, w; p, q, r$ del moto rigido sieno tutte costanti. Lascio anche quì di trascrivere il calcolo, limitandomi ad avvertire che esso si fa in modo semplice e non privo di eleganza, se fin da principio si scelgono gli assi in modo opportuno. E precisamente, dacchè sono costanti la risultante e il momento risultante delle quantità di moto, giova far coincidere uno degli assi coordinati coll'asse centrale di questo sistema di vettori.

Fisica. — *Sulla misura assoluta della pressione atmosferica mediante il ludione.* Nota di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

Se un ludione, avente la forma di campanella alta pochi centimetri, larga due o tre, è immerso completamente in un liquido, ed essendo zavorrato in modo che vada a fondo, lo si appende mediante un filo sottile al piatto d'una bilancia, siccome il volume dell'aria in esso contenuto ed il peso del liquido da esso spostato dipendono dalla pressione atmosferica e dalla profondità alla quale si trova il ludione, ne segue che se determiniamo i pesi diversi occorrenti per l'equilibrio a due profondità diverse e determinate, potremo dedurre il valore della pressione atmosferica. È utile equilibrare il ludione privo d'aria con tara o con pesi, che non occorre conoscere, ed allora introdotta l'aria nel ludione, il peso che bisognerà aggiungere nel piatto al quale esso è appeso, per ristabilire l'equilibrio, sarà uguale al peso del liquido spostato dall'aria e ne misurerà il volume con una unità il cui valore in centimetri cubi è $1:\delta$, essendo δ la densità del liquido.

Se P e P′ sono questi pesi quando il livello del liquido nel ludione trovasi alle profondità h ed $h+h'$ sotto il livello nel recipiente e H ed H′ sono le pressioni corrispondenti dell'aria del ludione, la legge di Boyle ci dà:

$$PH = P'H' \quad \text{ossia} \quad H = \frac{P'}{P-P'}(H'-H)$$

e siccome $H'-H = h'\delta : 13{,}6$ ed H la pressione dell'aria priva di vapore

[1] *The motion of a solid in a fluid.* American Journal, vol. II, 1879.

alla minor profondità è uguale alla pressione atmosferica x aumentata della pressione $h\,\delta : 13{,}6$ esercitata dal liquido e diminuita della tensione del vapore ε, sarà:

$$x = \frac{P'}{P - P'}\,\frac{\delta}{13{,}6}\,h' - \frac{\delta}{13{,}6}\,h + \varepsilon$$

Sarà utile, specialmente se la determinazione deve ripetersi di frequente, di regolare l'apparecchio in modo da diminuire il numero delle operazioni necessarie e semplificare il calcolo in modo da avere il più direttamente possibile il valore della pressione cercata. Così sarà utile sotto ogni rapporto di usare un liquido che abbia una tensione di vapore trascurabile, p. es. la nitrobenzina, il nitrotoluene o la chinolina. Inoltre sarà utile che la scala, sulla quale si legge la posizione del livello alla profondità minore, abbia per unità $\delta : 13{,}6$ e sia quindi $h\,\delta : 13{,}6 = h$, e finalmente sarà utile evitare la determinazione ripetuta dei pesi o quella delle altezze h ed h'. Si potrà p. es., con una disposizione facile ad effettuarsi, ottenere che h ed h' siano costanti e determinati una volta per tutte, ed allora in ciascuna determinazione della pressione basterà trovare i valori di P e P'; oppure si potranno prendere i pesi P e P — P' costanti formati ciascuno da un solo pezzo e tali p. es. che $\frac{P'}{P - P'}\,\frac{\delta}{13{,}6} = 1$, dimodochè il valore del 1° termine della formula suddetta possa leggersi direttamente sulla scala, dopo aver fatto variare il livello in modo da ottenere l'equilibrio prima col peso P, poi col P' (o viceversa) sul piatto della bilancia.

Determinato una volta nel modo ora descritto e con sufficiente cura il valore assoluto della pressione atmosferica, si potrà in seguito ottenere questa pressione con una sola pesata a profondità costante h; difatti se la temperatura si mantiene costante, o se gli effetti delle sue variazioni sono compensati, ed il peso occorrente per l'equilibrio diviene P'', la pressione corrispondente dell'aria del ludione sarà $H'' = HP : P''$ e la pressione atmosferica sarà $x = \frac{HP}{P''} - \frac{h\,\delta}{13{,}6} + \varepsilon$. Oppure mantenendo P costante, si potrà far variare la profondità del ludione fino ad un valore $h'' \lesseqgtr h$ tale da produrre l'equilibrio, ed $(h''-h)\,\delta : 13{,}6$ rappresenta la variazione avvenuta della pressione atmosferica.

Perchè le formule e quindi il metodo suddetto siano applicabili occorre: 1° che la massa dell'aria nel ludione non varî, in seguito ad azioni chimiche o per effetto della solubilità dell'aria; 2° che la temperatura sia costante; 3° che sia costante la pressione che si vuol misurare. La 1ª condizione è soddisfatta facilmente e per molto tempo, con una conveniente scelta del liquido ed avendo cura che esso sia saturo d'aria; giova anche usare un ludione terminato inferiormente con un tubo capillare e contenente poca

quantità di liquido. Alla 2ª condizione si soddisfa facilmente per il breve tempo che richiede una singola determinazione, o anche una sola serie di determinazioni, prendendo il liquido alla temperatura dell'ambiente, e qualora essa sia molto variabile, immergendo il recipiente in un bagno pure alla temperatura ambiente. Se però si vogliono paragonare dati ottenuti in epoche diverse come avviene colla formula (2), converrà che il ludione sia costruito in modo che l'effetto delle variazioni di temperatura sul suo peso apparente sia nullo, ciò che si ottiene dando al vetro un volume conveniente, all'incirca triplo di quello dell'aria quando il liquido è molto dilatabile, come ho indicato in altra Nota.

Le variazioni della pressione, le quali si producono indipendentemente dalla volontà dell'operatore, sono perniciosissime perchè l'errore che ne risulta è uguale alla variazione avvenuta nell'intervallo fra le due pesate successive, moltiplicata per un coefficiente che cresce quando decresce h' e che difficilmente potrà essere inferiore a 10; però, siccome la determinazione con due pesate può essere eseguita di rado, si potrà scegliere un periodo di tempo nel quale la pressione sia costante.

Tuttavia è possibile di evitare questa grave causa d'errore, anche quando la pressione sia molto variabile, eseguendo simultaneamente le due pesate dalle quali si deduce il valore assoluto cercato. A tal uopo bisognerà far uso di due ludioni, che per semplicità è bene che siano identici ed abbiano la stessa quantità d'aria, e che uno di essi sia appeso ad un piatto della bilancia e si trovi immerso alla profondità h, e l'altro sia appeso all'altro piatto e si trovi immerso alla profondità h'; il peso occorrente per l'equilibrio è appunto il peso $P - P'$ della formula, che è ottenuto così con una sola pesata e che ci dà il valore della pressione nell'istante in cui essa ha avuto luogo. Il valore di P o di P' deve essere determinato precedentemente e le sue variazioni che hanno poca influenza possono dedursi dal valore approssimativo della pressione o dal valore di $P - P'$. Invertendo le profondità dei due ludioni, il peso occorrente per l'equilibrio dovrebbe rimanere immutato ma cambiare piatto, e se invece il suo valore cambia, si potrà o correggere l'apparecchio, o calcolare la correzione opportuna, oppure per piccole variazioni prendere la media dei due valori.

Un altro modo per determinare il valore assoluto della pressione, fondato sullo stesso principio ma che non richiede l'uso della bilancia, è il seguente. Si regola la quantità d'aria del ludione in modo che esso stia per venire a galla, quindi si esercita nel recipiente che lo contiene una rarefazione progressiva finchè esso viene a galla, cercando di determinare esattamente la rarefazione minima che basta a tale scopo e che è misurata da un apposito manometro, ad acqua o col liquido dell'esperienza. Indi si colloca sul ludione un conveniente peso addizionale e si ripete l'operazione. Se P è il peso apparente del ludione senz'aria e p quello del peso addizio-

nale, il peso del liquido spostato dall'aria sarà P nella prima operazione e $P + p$ nella seconda; e se H ed H' sono le pressioni corrispondenti di essa aria, sarà:

$$PH = (P + p)\,H' \quad \text{ossia} \quad H = \frac{P + p}{p}(H - H')$$

e si potrà ottenere il valore x della pressione atmosferica, portando ad H le correzioni già indicate.

Si può anche procedere per mezzo di compressioni, cioè regolare la quantità d'aria del ludione in modo che esso, essendo carico del peso addizionale, galleggi ma stia per andare a fondo. Si esercita allora nel recipiente una pressione sufficiente perchè il ludione sfiori esattamente la superficie del liquido colla sua estremità superiore e si osserva la pressione esercitata, quindi si toglie il peso addizionale e si ripete l'operazione. In questo caso sarà:

$$(P + p)\,H = P\,H' \quad \text{ossia} \quad H = \frac{P}{p}(H' - H).$$

Anche in questi casi si può semplificare il calcolo della formula che dà H con una scelta conveniente dei valori di P e p; e così tornerà comodo nel caso della rarefazione che sia $\frac{P+p}{P}\,\frac{\delta}{13{,}596} = 1$, e che invece nel caso della compressione sia $\frac{P}{p}\,\frac{\delta}{13{,}596} = 1$. Usando due ludioni uguali e con uguali quantità d'aria, si potrebbe anche in questo caso determinare simultaneamente le pressioni che occorrono per il galleggiamento o per l'affioramento esatto col peso addizionale e senza, ed evitare così gli errori derivanti dalla variazione della pressione che si vuol misurare mentre dura la determinazione. Così pure anche con questo metodo, usando un solo ludione ed osservando una sol volta la pressione occorrente per il galleggiamento o per l'affioramento, si potrà ottenere direttamente la variazione avvenuta della pressione atmosferica e quindi il valore assoluto di questa, purchè il ludione sia compensato per le variazioni di temperatura.

Non può esser dubbio che con questi modi di determinare la pressione, sia con la bilancia che col manometro, si possano ottenere valori così esatti come quelli dati dal barometro a mercurio, purchè rimanga invariata la massa del gaz e sia costante la temperatura e la pressione che si vuol misurare, oppure si ricorra a quelle disposizioni che servono ad evitare queste cause d'errore, perchè la legge di Boyle sulla quale si fondano questi metodi non è, colle note deviazioni, meno immutabile delle leggi dell'idrostatica.

Tuttavia era necessario determinare coll'esperienza quali fossero le cause d'errore che si presentano in pratica e come si potessero evitare. Operai

prima nel modo il più semplice pesando una campanella corta e larga immersa in un cilindro di vetro con piede alto 50 cm. e pieno d'acqua; la campanella era sospesa mediante un lungo filo sottilissimo d'argento, era immersa completamente ma a poca distanza dalla superficie dell'acqua e veniva pesata o equilibrata prima senz'aria, poi con 10 a 15 cm^3 d'aria nel suo interno, e finalmente sollevavo il cilindro in modo che la campanella si trovasse presso al fondo e determinavo nuovamente il peso di essa. Sul cilindro avevo incollata una striscia di carta millimetrata sulla quale osservavo le due posizioni del livello del ludione, determinando poi la loro vera distanza con una scala d'ottone più esatta, e così osservata la temperatura dell'acqua dalla quale dipende il valore s della tensione di vapore, avevo gli elementi per calcolare la pressione.

I valori così ottenuti risultarono inferiori di circa 2 cm. a quelli dati dal barometro a mercurio, e supponendo che ciò potesse esser causato dalla presenza del vapore (che però tenderebbe a produrre un errore in senso contrario) ripetei le determinazioni usando invece di acqua, petrolio comune e petrolio privo della parte più volatile e bollente a 220°; ma questi petrolî assorbivano rapidamente l'ossigeno dell'aria della campanella il cui peso apparente variava in pochi minuti di qualche centigrammo, laonde le due pesate a diversa profondità non erano paragonabili e non potevano dare risultati esatti.

M'accorsi in seguito che la tensione del vapore non poteva esser causa dell'errore nelle determinazioni coll'acqua e che questo proveniva invece dalla differenza di temperatura dell'acqua alle due diverse profondità, differenza che non era completamente eliminata coll'agitazione e che inoltre si riproduceva rapidamente.

Per evitare questa causa d'errore pesai prima la campanella, immersa fin presso al fondo del cilindro pieno d'acqua, e poscia con un sifone, fissato in precedenza, tolsi con precauzione l'acqua del cilindro finchè il livello giungesse a poca distanza dalla sommità della campanella, ed in tal modo potei pesare questa a una profondità molto diversa della precedente senza cambiare nè perturbare il liquido che la circondava, e senza che la temperatura variasse sensibilmente. Per maggior precauzione, al disotto dell'estremità interna del sifone, la quale era ripiegata orizzontalmente, avevo collocato un disco di lamina d'ottone, con un foro centrale di 1 cm. di diametro per il quale passava il filo di sospensione, allo scopo di impedire che il movimento prodotto dall'aspirazione dell'acqua si propagasse allo scompartimento inferiore ove si trovava la campanella: ed inoltre, per determinare la pressione mi servivo delle due pesate eseguite immediatamente prima e dopo questa aspirazione, e non di quelle eseguite prima o dopo la nuova introduzione dell'acqua che può facilmente produrre una variazione di temperatura, nello scompartimento inferiore. Per facilitare l'aspirazione e specialmente la riin-

troduzione dell'acqua, il ramo esterno del sifone comunicava mediante un tubo di gomma colla tubulatura alla base d' una bottiglia piena per metà d'acqua, e così collocando questa su uno o l'altro di due sostegni ad altezza conveniente, portavo il livello alla sommità o alla parte inferiore del cilindro suddetto. Ottenni così valori che differivano meno di 1 mm. da quello ottenuto col barometro Fortin.

In seguito mi parve opportuno che la differenza h' delle due profondità, dalla quale dipende essenzialmente il valore che si ottiene per la pressione, fosse uguale o poco minore dell' altezza della colonna barometrica; inoltre desideravo diminuire la quantità di liquido che occorre togliere o aggiungere per far variare il livello, e ciò sia per risparmio di liquido, per il caso che questo fosse costoso, sia per diminuire la perturbazione che produce la sua riintroduzione e potere quindi utilizzare per il calcolo della pressione anche le due pesate eseguite immediatamente prima e dopo di essa. A tal uopo la campanella era immersa in una boccetta a collo largo nella quale mediante un buon tappo era adattato un tubo di vetro, verticale, alto circa 85 cm., largo 2 cm., ed avente presso l'estremità inferiore un tubo saldato lateralmente che comunicava per mezzo d' un tubo di gomma colla tubulatura alla base d' una bottiglia piena per metà d' acqua, e collocando questa su due sostegni ad altezza conveniente si poteva portare il livello nel tubo suddetto alla parte inferiore o superiore. Sarebbe stato possibile di usare un tubo di minor diametro, p. es. 1 cm., senza pericolo che il filo di sospensione andasse ad urtare contro le pareti, ma questo tubo avrebbe dovuto avere due rigonfiamenti cilindrici di circa 2 cm. di diametro alle estremità ove deve trovarsi il livello, per evitare errori di capillarità.

La campanella di vetro sottile, di 2 cm. di diametro interno, era zavorrata con una striscia di piombo adattata internamente contro la parete, trattenuta dall'orlo rientrante di questa, e collocata mezzo centimetro sotto il livello del liquido; essa campanella non poteva penetrare dentro il tubo verticale suddetto, e perciò veniva collocata nella boccetta piena d'acqua ed ivi appesa al filo d' argento che scendeva dentro esso tubo e sporgeva dall' estremità inferiore. Rovesciando la campanella, tanto da farne uscire tutta l' aria e adattato il tubo verticale sulla boccetta, determinavo il peso o la tara occorrente per far equilibrio al vetro e alla zavorra ed inoltre, fatto variare il livello dalla base alla sommità del tubo verticale, determinavo la variazione del peso apparente causata dall' immersione del filo d' argento, la qual variazione risultò di 3,5 mgr. per 808 mm. di filo immerso. Poi staccai il tubo verticale dalla boccetta, introdussi l'aria nella campanella mediante una pipetta a becco ricurvo, riadattai il tubo che resi ben verticale, e l' apparecchio fu pronto per le determinazioni.

Credo necessario di notare che l'apparecchio era messo su provvisoriamente per uno dei molti tentativi di vario genere, e perciò era soggetto a

molte peripezie, come p. es. imperfetta visione della scala d'ottone, appesa dietro e accanto al tubo verticale, indeterminatezza del livello, spostamenti della scala ecc. che potevano influire sull'esattezza delle determinazioni. Riusciva specialmente incomoda l'osservazione dei livelli nel ludione ed alla base del tubo verticale, i quali necessariamente si trovavano a poca distanza dal suolo, sebbene la bilancia fosse collocata tanto in alto quanto era possibile per poter pesare comodamente stando in piedi. La posizione del livello nel ludione può essere determinata senza grandissima precisione, perchè il valore di h che ne dipende va diviso per 13,6 ed anche il possibile errore sarebbe diviso per questo numero, mentre la posizione inferiore del livello nel tubo verticale determina h' e deve essere osservato colla massima precisione. Però se il sostegno con due piani sui quali va collocata la bottiglia tubulata alla base è ben stabile, e se i due piani suddetti sono ben piani e orizzontali ed anche il fondo della bottiglia è spianato perchè vi si adatti bene, non solo la determinazione del livello inferiore ma altresì quella del livello superiore possono esser determinate una volta per sempre, anche innalzando il sostegno e portandolo ad una altezza più comoda per l'osservazione, staccando provvisoriamente il filo d'argento dalla bilancia; la quantità dell'acqua contenuta nella bottiglia può variare senza che varî il valore di h', perchè entrambe le posizioni del livello variano ugualmente, purchè la bottiglia tubulata ed il tubo verticale siano cilindrici. Un errore può invece causare la variazione della capacità del tubo di gomma, che perciò dovrà avere piccola sezione e pareti spesse. È, anche da notare che per avere h', la differenza d'altezza delle due posizioni del livello nel tubo verticale deve essere diminuita dello spostamento del livello del ludione, che si osserva facilmente una volta per sempre, e si può anche, calcolare facilmente, se sono noti il diametro interno del ludione ed il volume dell'aria.

Un'altra condizione sfavorevole delle seguenti determinazioni fu la variabilità della temperatura ambiente, causata dalla stagione estiva e dalla posizione dei locali dove vennero eseguite, molto soleggiati, molto vicini al tetto fortemente riscaldato dai raggi solari. Ciononostante, tenendo la boccetta col ludione immersa in un grosso bicchiere da pile, pieno d'acqua che riducevo alla temperatura ambiente coll'aggiunta d'acqua calda, potei ridurre abbastanza la velocità di riscaldamento, durante il tempo non lungo che durava una serie di molte determinazioni. A tale proposito è da notare che non utilizzavo la pesata del ludione immediatamente dopo avvenuta la variazione del livello, ma bensì quella eseguita dopo circa 5 minuti affinchè fosse sparito l'aumento o diminuzione di temperatura causato dalla variazione del volume dell'aria; ma mi parve che facendo variare il livello sempre colla stessa velocità, si potrebbe usare la pesata eseguita p. es. un minuto dopo compiuta questa variazione, facendovi poi la correzione molto piccola (nelle mie determinazioni era di circa 1,5 mgr.) per l'effetto termico che basta determinare una volta per sempre.

Nella seguente tabella trovansi i risultati di una serie di determinazioni; nella 1ª colonna trovansi i pesi P′ dell'acqua spostata dall'aria, quando il ludione si trovava alla maggior profondità, ossia proporzionalmente i volumi di essa aria; nella 2ª colonna trovansi le differenze dei pesi P — P′ dell'acqua spostata alle due profondità; nella 3ª colonna la differenza h' delle profondità a cui si trovava il livello del ludione; nella 4ª colonna il valore H che ne risulta per la pressione dell'aria del ludione, priva di vapore, e nella 5ª colonna il valore x della pressione atmosferica.

P′	P — P	h'	H	x
12,880	1,0122	792,9	740,0	756.3
12,880	1,0120	792,8	740,0	756,3
12,882	1,0124	793,1	740,2	756,5
12,882	1,0129	792,8	739,5	755,8
12,885	1,0124	792,9	740,1	756,4
12,855	1,0140	793,0	739,0	755,3
12,8885	1,0126	793,2	740,4	756,7
12,8885	1,2129	793,1	740,1	756,4

Dai valori successivi di P′ apparisce che il volume dell'aria è andato lentamente crescendo, ed ha variato di 8,5 mgr. nell'intervallo fra la prima e l'ultima determinazione di P′, che fu di 70′, quindi la variazione media fu di mgr. 0,12 per minuto, della quale mi son servito per correggere i valori di P — P′ riducendo il valore di P a quello che sarebbe stato se fosse stato determinato contemporaneamente a P′; nel calcolo di P′ e di P — P′ è altresì da notare che P′ risulta maggiore della spinta dovuta all'aria, per effetto della spinta subìta dal filo d'argento che va quindi dedotta da P′. Una qualche incertezza si ha nel valore della tensione del vapore, perchè mentre la temperatura del bagno variò durante l'intera serie da 24°,8 a 25°,1, la temperatura dell'aria nel ludione, come risulta dai valori di P′ e come era naturale perchè più difesa, non variò che di qualche centesimo di grado, e perciò io supposi che fosse uguale alla temperatura iniziale.

La pressione misurata col barometro Fortin era di 756,3 mm., cioè quasi esattamente concordante colla massima parte dei valori di x riportati nella 5ª colonna; le differenze non grandi che si osservano in qualche caso sono certamente dovute a circostanze fortuite ed evitabili, così per il 6° valore che maggiormente si discosta, trovo nel registro delle esperienze che la bilancia oscillando male, volli rinnovare la superficie dell'acqua e perciò serrai il tubo di gomma e versai acqua nel tubo verticale finch'essa traboccasse, ciò

che ebbe per conseguenza che il tubo e la scala si bagnarono, e dovetti asciugarli causando perturbazioni non determinabili. Ne è da credersi che la coincidenza dei valori della tabella precedente con quello del Fortin sia casuale, perchè all'incirca lo stesso accordo risulta da altre determinazioni che credo inutile riferire e nelle quali la variazione media per minuto di P' fu alquanto maggiore.

Mi pare dunque che con un apparecchio ben disposto, usando un liquido senza tensione di vapore, ciò che rende quasi superflua la determinazione della temperatura, si possa con tutta esattezza e con due o tre pesate ottenere il valore assoluto della pressione.

Questa determinazione riesce pure più facile, ed anche l'apparecchio è più facile da disporre e facilmente trasportabile, quando invece della bilancia si usi il manometro ad acqua, cioè si misuri con questo la rarefazione o compressione necessaria per far galleggiare, o affondare il ludione nel modo precedentemente indicato. Feci uso a tale scopo d'una campanella corta e larga sormontata da un'astina affilata di cui potevo osservare l'esatto affioramento e contenute in una boccetta a collo largo quasi piena del liquido opportuno che fu talora acqua, talora, ma con cattivo esito, petrolio, e talora anilina; la boccetta era chiusa da un tappo di gomma attraversato dal ramo medio di un tubo a T che mediante tubi di gomma comunicava da un lato col manometro ad acqua, dall'altro con una pompetta di gomma o d'altra specie capace di produrre lentamente e gradatamente piccole rarefazioni o compressioni. Il manometro ad acqua può avere la forma solita di un tubo ad U alto circa 80 cm. ed allora può servire per misurare sia le rarefazioni che le compressioni; ma può servire anche un solo tubo alto 80 cm. e diviso in millimetri, che bisogna però disporre diversamente per le rarefazioni e per le compressioni. Nel primo caso questo tubo deve pescare in un largo recipiente con acqua, e la sua estremità superiore deve comunicare col tubo a T suddetto; nel 2° caso esso tubo, aperto superiormente, deve essere adattato in un pozzetto chiuso (p. es. una bottiglia di Bunsen con tubulatura laterale) contenente acqua e comunicante col tubo a T.

Nelle prime esperienze usavo un peso addizionale in forma di cavaliere messo a cavalcioni sul ludione, e per collocarlo e per toglierlo occorreva stappare e ritappare ognivolta la boccetta ove trovavasi il ludione, ciò che era incomodo e causava variazioni nella temperatura del liquido. In seguito usai una campanella avente internamente e alla sommità un uncino, ed un peso addizionale sormontato da un uncino, ed appendevo questo a quello mediante un filo di bozzolo munito a ciascuna estremità di un anelletto di filo metallico; siccome questo filo di bozzolo è soggetto a rompersi, è bene averne pronti parecchi per sostituirli quando occorre, ciò che, facendo uso delle pinzette, non presenta difficoltà. La lunghezza del filo di bozzolo era tale che il peso addizionale appesovi sporgeva alquanto dall'orlo inferiore della campa-

nella. Regolavo la quantità d'aria in modo che il ludione stesse nel fondo, ma fosse per venire a galla, determinavo senza stappare il recipiente le due rarefazioni occorrenti per far staccare dal fondo prima la campanella e poi anche il peso addizionale, i cui pesi erano tali da evitare i calcoli.

Sebbene abbia eseguito parecchie esperienze con buon esito, l'apparecchio trovasi ancora sotto forma provvisoria, e non potendo esservi luogo a dubbio sulla sua esattezza, spero di poterlo in seguito disporre in modo da rendere la determinazione di poco più lunga e complicata di quella col barometro a mercurio.

Geologia. — *Il miocene inferiore di Monte Promina in Dalmazia.* Nota di G. Dainelli, presentata dal Corrisp. De Stefani.

Nel settembre 1899 con aiuto della Società geografica, mi recavo a scopo scientifico nella Penisola Balcanica, ed in quella occasione mi fermai a Siverich, presso Dernis (linea Sebenico-Knin), onde visitare il vicino Monte Promina.

Generalmente, dietro a C. Ettingshausen, che dallo studio della ricca flora fossile del Promina, ne determinò l'età come eocenica, per tale fino adesso eran reputati, non solo le filliti numerose, ma anche le ligniti sottostanti, contenenti avanzi di *Anthracotherium* e resti anche di *Anphitragalus*, che Teller studiò e descrisse, e i superiori piani con la loro fauna malacologica, da molti citata incidentalmente, ma che nessuno fin ad ora aveva preso a soggetto di studio. Solo lo Stache, sebbene alquanto incertamente, ritenne quei terreni essere di età oligocenica. — Nelle escursioni da me fatte al Monte Promina, potei raccogliere abbondanti esemplari di Molluschi, Lamellibranchi e Gasteropodi in massima parte, i quali, uniti ad altri già numerosi portati dal prof. De Stefani, e che questi gentilmente mi cedè in istudio, formano una fauna ricca e interessante.

Ho potuto distinguere dal basso all'alto, a partire dalle formazioni lignitifere di Siverich, fino alla più alta vetta del monte (Promina velika 1148 m.) i seguenti piani, con i seguenti fossili, le cui determinazioni, salvo forse leggieri cambiamenti, posso dare per definitive:

In basso, alla base del monte, si trovano dei sottili strati di marna, che, visti in sezione sottile, non mostrano alcun resto organico microscopico, e contengono invece numerosi individui delle specie:

Limnaeus elongatus De Serres;
Planorbis cornu Brongniart;
Glandina inflata Reuss;
Helix Haveri Michelotti;
Helix coquandiana Mathéron.

Queste marne ad *Helix* non formano un piano continuo, ma si ritrovano più volte in piccoli sedimenti intercalati a breccie ad elementi minuti; sono

// RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 febbraio 1901.
P. Blaserna Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — *Macchie e facole solari osservate al R. Osservatorio del Collegio Romano durante l'anno 1900.* Nota del Socio P. Tacchini.

Durante l'intiero anno si poterono osservare le macchie e le facole solari in 280 giornate, abbastanza bene ripartite nei diversi mesi, come risulta dalle seguenti tabelle trimestrali:

1900	Frequenza relativa delle macchie	Frequenza dei fori	Frequenza delle M+F	Frequenza dei giorni senza M+F	Frequenza dei giorni con soli fori	Frequenza dei gruppi di macchie	Media estensione delle macchie	Media estensione delle facole
Gennaio. . . .	0,96	2,08	3,04	0,42	0,08	0,83	7,13	51,87
Febbraio . . .	1,00	3,05	4,05	0,63	0,05	0,68	7,42	71,58
Marzo	0,92	0,96	1,88	0,50	0,00	0,62	14,00	66,54
1° Trimestre .	0,96	1,93	2,89	0,51	0,04	0,71	9,80	62,83
Aprile	2,04	4,00	6,04	0,17	0,00	1,46	17,04	83,57
Maggio	1,96	4,13	6,09	0,35	0,00	1,26	18,61	85,48
Giugno	1,75	2,43	4,18	0,43	0,04	0,86	13,03	77,00
2° Trimestre .	1,91	3,45	5,36	0,32	0,01	1,17	16,03	81,50
Luglio	1,10	1,97	3,07	0,52	0,00	0,66	7,58	89,76
Agosto	0,61	0,35	0,96	0,81	0,00	0,35	3,30	108,08
Settembre. . .	1,04	1,26	2,30	0,57	0,00	0,70	6,70	103,70
3° Trimestre .	0,92	1,22	2,14	0,63	0,00	0,55	5,92	100,07
Ottobre	2,27	2,91	5,18	0,82	0,00	0,73	14,37	92,73
Novembre. . .	0,60	0,40	1,00	0,67	0,00	0,33	3,07	77,14
Dicembre. . .	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	76,50
4° Trimestre .	1,02	1,21	2,28	0,66	0,00	0,36	6,25	83,04

Nel 1° trimestre ebbe luogo una diminuzione nel fenomeno delle macchie solari in confronto dell'ultimo trimestre del 1899, ed in corrispondenza di ciò più grande fu la frequenza dei giorni senza macchie e senza fori. Nelle facole invece si rileva una maggiore frequenza in confronto dello stesso trimestre ultimo dell'anno precedente.

Nel 2° trimestre si manifestò un'aumento nell'attività solare, risultando il numero delle macchie come l'estensione delle macchie e delle facole, maggiori in paragone del primo trimestre. Un massimo secondario di attività ebbe luogo nel mese di Maggio, e coll'aumentarsi di detta attività diminuì il numero dei giorni senza macchie e senza fori.

Nel 3° trimestre si verificò una notevole diminuzione nel fenomeno delle macchie, tanto rispetto al numero e loro estensione, come rispetto al numero dei gruppi delle macchie stesse. In corrispondenza di ciò fu rilevante il numero delle giornate senza macchie e senza fori. Le facole invece furono più numerose ed estese, ciò che altre volte si è rimarcato in occasione di minimi secondarii delle macchie.

Nel 4° trimestre, come nel precedente, fu scarso il numero delle macchie e si ebbe una diminuzione nel numero dei gruppi delle macchie stesse in confronto dei precedenti trimestri dell'annata e maggiore frequenza dei giorni senza macchie. Si è dunque nel vero periodo di *minimo* di attività solare a distanza già di anni undici dal precedente, che secondo le nostre osservazioni ebbe luogo negli ultimi mesi del 1889 e primi del 1890.

Le osservazioni furono fatte in 183 giornate dell'assistente sig. Tringali, in 89 da me, in 6 dal prof. Millosevich e in 2 dal prof. Palazzo.

Astronomia. — *Osservazioni del nuovo pianetino FX 1901.* Nota del Corrispondente E. MILLOSEVICH.

Il pianetino FX 1901 fu scoperto fotograficamente, come di metodo, a Koenigstuhl (Heidelberga) da Wolf, assistito dall'astronomo italiano Carnera, assistente in quell' Osservatorio.

Ho potuto osservare due volte soltanto il nuovo astro nel modo seguente:

1901 gennaio 19 $9^h 20^m 43^s$ R. C. R.
$\Delta\alpha = + 0^m 12^s.22$ (20)
$\Delta\delta = - 5' 31''.5$ (3)

α apparente pianeta $8^h 2^m 44^s.72$ ($9^n.481$)
δ » » $+ 16° 36' 21''.8$ (0. 625)
La ✱ di riferimento è A. G. Berlin A 3203.

1901 gennaio 22 $9^h 22^m 5^s$ R. C. R.
$\Delta\alpha = - 0^m 36^s.14$ (12)
$\Delta\delta = - 9' 49''.5$ (2)

α apparente pianeta $7^h 59^m 57^s.62$ ($9^n.451$)
δ » » $+ 16° 30' 3''.6$ (0. 619)
La ✱ di riferimento è A. G. Berlin A 3191.

Matematica. — *Sulle superficie di discontinuità nella teoria della elasticità dei corpi solidi.* Nota del Socio GIULIO WEINGARTEN.

Nella teoria dell'equilibrio dei solidi elastici si è considerato fino ad ora, mi sembra, soltanto il caso di un corpo le cui particelle subiscono degli spostamenti della loro posizione naturale, i quali variano da punto a punto con continuità in tutto lo spazio occupato dal corpo stesso. In tale ipotesi, se non agisce nessuna forza esterna nè sul contorno nè entro lo spazio interno, il corpo non è soggetto a tensioni interne.

Non pertanto esistono certamente corpi soggetti a tensioni interne i quali non sono sottoposti a forze esterne nè al contorno nè all'interno. Per averne un esempio basta immaginare un anello, non del tutto chiuso, di cui si avvicinino le due sezioni libere e piane attaccandole l'una all'altra con uno strato infinitamente sottile che le saldi insieme.

Un corpo teso internamente e che non sia soggetto a sforzi esterni deve necessariamente contenere una o più superficie lungo le quali gli spostamenti sono discontinui. Se le tensioni che si hanno nell'interno sono continue in tutto lo spazio occupato dal corpo, esso avrà il carattere d'un solo ed unico corpo: ma, se le tensioni fossero discontinue ove gli spostamenti sono discontinui, il corpo dovrebbe ritenersi come avente il carattere di un insieme di più corpi distinti. In quest'ultimo caso la discontinuità non dà luogo ad alcun nuovo teorema generale sulle proprietà interne del corpo; al contrario se non sussiste alcun cambiamento brusco delle tensioni interne, le discontinuità degli spostamenti lungo le superficie sopra ricordate sono soggette a leggi semplici e notevoli che io mi propongo di sviluppare in questa Nota.

Abbiasi un solido in istato di tensione che non sia soggetto ad azioni esterne e riferiamoci a tre assi coordinati ortogonali x, y, z. Denotiamo con u, v, w le componenti, secondo questi assi, dello spostamento di un punto P della sua posizione naturale e consideriamo queste componenti come funzioni delle coordinate del punto stesso.

Le tensioni che si sviluppano nell'interno del corpo sono funzioni lineari delle sei quantità

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}, \quad \frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}$$

le quali sono i coefficienti delle variazioni arbitrarie δx, δy, δz, nella forma quadratica

$$\delta x\, \delta u + \delta y\, \delta v + \delta z\, \delta w.$$

Poichè supponiamo che le tensioni interne siano funzioni continue in tutto lo spazio occupato dal corpo, così ne viene che questi sei coefficienti godono pure della stessa proprietà.

Sia ora S una superficie interna di discontinuità degli spostamenti. Distinguiamo i due lati di essa mediante gl' indici a e i, designando con u_a, v_a, w_a e con u_i, v_i, w_i rispettivamente le componenti degli spostamenti dei due punti materiali che concorrono nel punto x, y, z della superficie S. Siano inoltre α, β, γ i valori delle discontinuità che subiscono i valori delle quantità u, v, w traversando la superficie S dall' uno all' altro lato. Potremo considerare α, β, γ come funzioni delle coordinate x, y, z, sebbene queste coordinate siano legate fra loro dall' equazione della superficie. Lungo di essa saranno dunque soddisfatte le tre equazioni seguenti:

$$u_a - u_i = \alpha,\ v_a - v_i = \beta,\ w_a - w_i = \gamma$$

e riferendosi al punto infinitamente vicino $(x + dx,\ y + dy,\ z + dz)$ della superficie S, si avrà

$$du_a - du_i = d\alpha,\ dv_a - dv_i = d\beta,\ dw_a - dw_i = d\gamma.$$

Se esaminiamo ora le differenze

$$(dx\, du_a + dy\, dv_a + dz\, dw_a) - (dx\, du_i + dy\, dv_i + dz\, dw_i)$$

si osserverà che nelle due forme quadratiche di cui essa è costituita, i coefficienti di dx, dy, dz coincidono, in virtù della continuità che abbiamo supposta, onde la differenza stessa si annullerà.

Potremo dunque scrivere per ogni punto della superficie S, l' equazione

$$dx\, d\alpha + dy\, d\beta + dz\, d\gamma = 0$$

da cui segue il teorema:

Se si considerano le tre discontinuità α, β, γ in ogni punto di S come le coordinate rettangolari dei punti di una nuova superficie, questa corrisponderà ad S per ortogonalità di elementi lineari.

In altri termini, facendo subire ai punti $(x,\ y,\ z)$ della superficie di discontinuità, degli spostamenti geometrici aventi per componenti α, β, γ, otterremo una superficie infinitamente vicina applicabile sopra S.

Questa nuova forma del teorema precedente vale nell' ipotesi che si trascurino le potenze superiori alla prima di u, v, w e delle loro derivate, ciò che ha sempre luogo nella teoria della elasticità dei solidi.

Le due particelle diverse che coincidono nel punto (x, y, z) della superficie dai due lati di essa, avevano, nello stato naturale del corpo, rispettivamente le coordinate x_a, y_a, z_a e x_i, y_i, z_i le quali verificano le equazioni

$$x_a = x - u_a, \quad y_a = y - v_a, \quad z_a = z - w_a,$$
$$x_i = x - u_i, \quad y_i = y - v_i, \quad z_i = z - w_i,$$

quindi gli elementi lineari ds_a e ds_i delle due superficie che vengono a coincidere fra loro dopo la deformazione del corpo dal suo stato naturale, avranno rispettivamente per quadrati

$$ds_a^2 = ds^2 - 2\,(dx\, du_a + dy\, dv_a + dz\, dw_a)\,,$$
$$ds_i^2 = ds^2 - 2\,(dx\, du_i + dy\, dv_i + dz\, dw_i)\,.$$

Poichè la differenza $ds_a^2 - ds_i^2$ si annulla, così ne viene che queste due superficie sono applicabili l'una sull'altra.

È noto il teorema sulla deformazione delle superficie il quale dice che non possono esistere due superficie applicabili distinte, aventi una linea corrispondente comune, a meno che questa non sia una linea assintotica comune delle due superficie. In virtù di esso sussiste una differenza essenziale fra le superficie di discontinuità dei corpi che occupano uno spazio più volte connesso e quelle dei corpi che riempiono uno spazio semplicemente connesso. Nel primo caso queste superficie possono costituire dei tagli di una forma arbitraria, e interrompendo la connessione materiale lungo queste superficie si può rendere al corpo il suo stato naturale neutro. Le fenditure che così nasceranno saranno costituite da due superficie *separate* applicabili l'una sull'altra. Invece, le superficie di discontinuità dei corpi semplicemente connessi, non potendo costituire dei tagli, giacchè in tal caso spezzerebbero il corpo, debbono dar luogo a delle fenditure formate da due superficie applicabili l'una sull'altra e aventi una linea corrispondente comune, condizione questa che in generale non può verificarsi, se si eccettua il caso particolare che abbiamo ricordato precedentemente.

Ma, anche in questo caso eccezionale, non ci si può figurare abbastanza distintamente come influirebbe dal lato meccanico una linea di saldatura infinitamente sottile, per far coincidere gli elementi superficiali adiacenti allo spigolo formato dalla linea assintotica. Sussisterà o meno una lacuna, per quanto piccola essa sia, lungo questo spigolo?

Qualunque cosa possa dirsi a questo riguardo, le considerazioni che seguono sono indipendenti dai dubbî precedenti.

Se si taglia un corpo più volte connesso con dei tagli che non coincidano colle superficie primitive di discontinuità, e si mette in un nuovo stato neutro, esso verrà ad avere delle fenditure limitate da superficie separate applicabili l'una sull'altra. Se ora, mediante una piccola deformazione elastica del corpo, chiudiamo queste fenditure riattaccando i loro lati l'uno all'altro

con un sottile strato di saldatura, il corpo riprenderà in generale un nuovo stato di tensione.

Per la coincidenza di questo stato con quello primitivo distrutto, sono necessarie le seguenti condizioni. Bisogna cioè che, lungo le primitive superficie di discontinuità del corpo, le discontinuità α, β, γ abbiano nel punto x, y, z di una di esse i valori

$$\alpha = a + qz - ry\,, \quad \beta = b + rx - pz\,, \quad \gamma = c + py - qx$$

ove a, b, c; p, q, r sono costanti.

Le tre analoghe quantità per le superficie di discontinuità che provengono dalla nuova saldatura possiederanno la stessa forma. Questo enunciato si dimostra facilmente.

Filosofia. — *Sulle idee filosofiche e religiose di Darwin, sotto l'influenza delle sue dottrine naturali.* Discorso [1] del Socio Luigi Luzzatti.

Sotto gli auspicî e l'incoraggiamento del nostro eminente collega Blaserna, ho chiesto l'ospitalità alla classe delle scienze fisiche, dovendo oggi parlarvi, e ne esporrò in appresso la cagione, delle opinioni filosofiche di Darwin, quali si svolsero per l'influenza delle sue dottrine naturali.

La mente di un sommo scienziato è un *poliedro mirabile*, le cui faccie si corrispondono con ritmici accordi, segnatamente quelle che riflettono le dottrine sulla natura e sulla divinità.

Nè è lecito meravigliarsi se variino insieme per effetto di una evidente colleganza, come si è avverato nella grande anima, della quale vorrei oggi ricercare i più riposti e sacri penetrali.

Al mio discorso accademico: *Scienza e Fede* [2] che ebbe la fortuna di mettere a romore il campo dei credenti intolleranti e quello degli scienziati esclusivi, fu mosso, fra gli altri, l'appunto di aver cresciuto artificialmente, nelle coscienze e nelle istituzioni, il cómpito della religione. Avevo detto che Darwin era un credente e che troppo strane negazioni si erano derivate dalle sue dottrine. Avrei dovuto dire, secondo alcuni critici, che Darwin era un *ateo*, secondo altri un *agnostico*, e mi si soggiunse che nelle ultime edizioni del suo libro, l'*opus magnum*, sull'origine delle specie, aveva tolto la invocazione al Creatore, sonante come la strofa alata di un inno.

[1] Letto nella seduta del 6 gennaio 1901.

[2] Questo discorso venne in luce negli Atti dell'Accademia dei Lincei, Rendiconto della Seduta solenne del 4 giugno 1899, tradotto in francese da Eugène Rostand, fu pubblicato nella *Reforme sociale*, nella *Revue chrétienne* ecc. ecc.

Allora, com' era il dover mio verso questa insigne Accademia, mi prese il desiderio di esaminare a fondo la *evoluzione* dell' *anima filosofica* del grande naturalista, colla maggior diligenza e serenità, con quella venerazione con cui si esplora il mistero delle coscienze superiori, le quali, per adoperare le parole di Goethe, meglio fecero manifesta l' essenza divina immanente nell' umanità.

Avrei colto nel segno se le mie affermazioni si soffermassero all' esame dell' opera principale, a cui mi ero affidato. Infatti l' *Origine delle specie* fu curata da Darwin in sei edizioni: la prima è del 24 novembre 1859, l' ultima, la sesta, del gennaio 1872. Ora in tutte e sei, in fronte al libro stanno le citazioni filosofiche e religiose del Whewell, del Butler e di Bacone.

Il passo di Whewell, nel *Bridgewater Treatise*, così suona:

« Rispetto al mondo materiale noi possiamo avanzarci almeno sino a « concludere che gli avvenimenti non sieno l' effetto dell' intervento insolito « della potenza divina, la quale si eserciti all' occasione di ogni fatto par- « ticolare, ma di leggi generali e stabilite ».

Butler nell' *Analogia della religione rivelata* sentenzia:

« Il solo significato veramente preciso del termine *naturale* è quello « di determinato, fisso, stabile; quindi ciò che è naturale richiede e presup- « pone una potenza intellettiva per renderlo tale, cioè, per produrre conti- « nuamente o a periodi, mentre ciò che è sevrannaturale o miracoloso è « prodotto una sola volta ».

Infine Bacone nell' *Avanzamento del sapere* fornisce a Darwin la terza epigrafe:

« Che nessuno si fondi sull' idea non bene compresa di una temperanza « o di una moderazione male adoperate, per pensare o sostenere che si possa « andar troppo lungi e divenir troppo sapienti nello studio del libro della « parola di Dio o del libro delle opere di Dio, cioè, in religione e in filo- « sofia; ma che ciascheduno si adoperi a progredire senza fine nell' una e « nell' altra e a trarre profitto da entrambe ».

In tutte queste citazioni, *mai tolte dal grande volume*, splende l' idea di un ordine che opera sulla natura per leggi fisse, costanti, splende il desiderio di meditare infinitamente sulla parola e sulle opere di Dio, alimento perenne della vera sapienza!

Qui la mente di Darwin si ricollega con il magistero supremo di un fattore cosciente e intellettivo. E in tutte le edizioni della sua opera, contemplando in un *finale* stupendo le scoverte sulla origine e sulle variazioni delle specie, concludeva, uscendo dal rigore delle misurate parole:

« È così che dalla guerra naturale, dalla fame e dalla morte deriva « il più ammirevole effetto che si possa concepire: la formazione lenta degli « esseri superiori. Vi è della grandezza in siffatta maniera di considerare « la vita e le sue moltiplicate potenze, animando dall' origine alcune poche « forme o una forma sola per un soffio del Creatore.

« E mentre il nostro pianeta ha continuato a descrivere i suoi cicli « perpetui secondo le leggi fisse della gravitazione, da un sì piccolo inizio, « delle forme senza numero, sempre più belle, sempre più maravigliose, si sono « sviluppate e si svilupperanno per evoluzioni senza fine ».

Questo si legge anche nella sesta edizione e il testo inglese appare persino più ortodosso, se così potrebbe dirsi, perchè parla della vita che *have been originally breathed by the Creator into a few forms or into one.*

Pare di udire la voce del Salmista, e nelle parole di Darwin una creazione così mirabile narra le glorie del Creatore!

Persino nell'opera sulla *Origine dell' uomo*, pubblicata nel 1871, quando era consunta la fiaccola del teista e spuntava l'agnostico, ammette che « l'idea di un benefico e universale Creatore dell'universo non sembra crescere nella mente dell'uomo sinchè questa non siasi elevata per una lunga e continua cultura ». Egli si adopera a difendere le sue conclusioni così ardite e umili, secondo le quali noi possiamo riconoscere nella fosca oscurità del passato, in un animale acquatico, fornito di branchie, coi due sessi riuniti nello stesso individuo, il nostro lontanissimo e primiero progenitore, il che per la bellezza ideale della specie umana non è ancora provato, nè queste conclusioni gli paiono *irreligiose*. « Perchè, egli domanda, sarebbe più irreligioso spiegare l'origine dell'uomo come una specie distinta, la quale discenda da qualche forma più bassa, mercè la legge di variazione e la cernita naturale, che spiegare la nascita dell'individuo mercè le leggi della riproduzione ordinaria? La nascita della specie e quella dell'individuo sono parimenti parte di quella grande catena di avvenimenti che le nostre menti rifiutano di accettare come l'effetto del cieco caso ». Ottimamente, diciamo noi, per queste ultime considerazioni essenziali; dunque al cieco caso la mente umana contrappone un ordine naturale, una filosofia naturale, una mente ordinatrice!

Ma oggidì si cerca nelle lettere private, nelle confidenze intime, nei colloqui espansivi, l'essenza dell'anima dei grandi uomini; la si scruta fibra per fibra, se ne vuol cogliere la radice della radice, il temperamento naturale.

Ora dalla autobiografia e dalle corrispondenze di Darwin pubblicate in tre parti da suo figlio Francesco [1], nel quale anche la virtù scientifica discende per i rami, dall'epilogo ristretto in un volume, da molte altre fonti, pure o interessate, si possono meglio conoscere le idee filosofiche del grande naturalista. Nè deve recar meraviglia se i narratori, collocandosi da un punto di vista religioso o irreligioso, si adoperino a trarlo nella loro orbita. Ognuno desidera confortarsi coll'autorità di un sì famoso saggio!

[1] *The Life and Letters of Charles Darwin including an autobiographical Chapter.* Edited by His Son., Francis Darwin (III volumes), London, 1887 (John Murray). Questa opera è ridotta in un volume dallo stesso suo figlio (Murray), 1892.

Giova darne qualche prova non inutile e strettamente collegata col nostro tema.

La risposta di Darwin, contenuta in una lettera del 5 giugno 1879, a un giovine studente di Jena che gli aveva chiesto le sue idee sull'ordine divino e sul modo con il quale esso si collegava colle nuove dottrine della genesi della specie, commosse l'Inghilterra credente, cioè, quasi tutta intera quella nazione, che vuole i suoi grandi uomini ligi al Dio paterno. Ingleby nell'*Academy* dichiarò fallace la traduzione tedesca di quella lettera pubblicata da Haeckel, interpretando così il pensiero di Darwin: « *Non credo che vi sia mai stata una rivelazione per ciò che riguarda la vita futura* ». Ma Haeckel fu felice, s'intende, di poter mandare il testo esatto inglese che diceva in modo chiaro: « *La scienza non ha nulla a fare con Cristo; in quanto a me io non credo che siavi mai stata una rivelazione. Riguardo alla vita futura ognuno può giudicare da sè fra il conflitto delle vaghe probabilità* ». I giornali inglesi, tranne due, ben si guardarono di rettificare, lo spirito anglicano con lo sue angustie giungendo anch'esso più volte, traverso la libertà, a una specie di *Indice di idee proibite*. Così se i credenti tiravano ad attenuare la sua infedeltà verso il Cristianesimo, o almeno verso il puro Teismo, i materialisti, i panteisti, i Democriti che il mondo pongono a caso si adoperavano a crescerle. Büchner e Aveling si recano a visitare il romito di Down nella sua pacifica residenza campestre. Aveling intimamente legato con Carlo Marx e inteso ad applicare alla storia la lotta per la vita che il Darwin aveva scoverta nella natura, ne pubblicò la conversazione, dopo la morte di Darwin, nel 1883, in un opuscolo intitolato: *The religious Views of Charles Darwin.*

Aveling ateo esulta nel dimostrare che l'*agnosticismo* di Darwin era nella pratica equivalente al suo *ateismo*. Ma Francesco Darwin, che certo non ha pregiudizî di qualsiasi specie, dichiara esagerate le deduzioni e le argomentazioni di Aveling. Aveling e Büchner insorgevano a pugnare contro Dio, mentre Darwin, che nella sua giovinezza si affermò quale un ardente propagatore del Cristianesimo, mai si fece a bandire con gioia crudele le idee irreligiose.

I sapienti che obbedendo alle loro intime convinzioni cessano di credere, abbbandonando il Dio dei padri, sono mesti, sospirano la fede ingenua dei primi anni, non hanno le balde iattanze degli Aveling e dei Büchner.

Il vero è che Darwin oscillava nei momenti nei quali, non per elezione spontanea, ma costretto dalle altrui indiscrezioni, ragionava sulla divinità. Mai, e potrei provarlo, egli prese l'iniziativa di siffatti discorsi. Se Aveling lo colse in un'attitudine agnostica così risoluta, il duca di Argyll ne fa una ben diversa narrazione.

Parlando con Darwin *sulla fertilizzazione delle orchidee. sui lombrici* e su alcuni altri studî, che rivelatori di meravigliosi adattamenti e disegni nella

natura, osservò che non era possibile pensare a tutto questo senza riconoscervi gli effetti e la espressione di una mente superna. L'Argyll, uno scienziato incapace, pel suo candore, di torcere il vero, dichiarava che non avrebbe mai dimenticato la risposta di Darwin. Fissando severamente il Duca ei rispose: *Sì, sì, questo pensiero spesso mi assale con una forza onnipotente; ma altre volte*, e piegò la sua testa ondeggiandola, *questo pensiero si dilegua.*

Così rispondendo a miss Wedgwood allegava la sua incompetenza nella metafisica per seguirla nei ragionamenti filosofici e religiosi, concludendo che la mente si rifiuta a considerare questo nostro universo, qual è, senza un ordine, senza un disegno, ma più ci pensava e meno poteva raccoglierne le prove.

Fluttuava, fluttuava nel grande mare dell'essere; ora traeva il mondo dal caso, ora da un disegno creativo. Il che accade, e non di raro, alle menti sovrane. Göthe, così epilogandone le idee, rispose all'alunno prediletto, che lo interrogava sulla sua fede religiosa:

« Quando penso all'arte sono pagano; di fronte al problema della na-
« tura mi sento panteista e meditando sul principio morale torno al vecchio
« Iddio dei padri nostri ».

E aveva bisogno di tutte queste note variamente sublimi per esprimere ciò che si agitava nella sua mente olimpica.

Infatti, chi può vantarsi coerente nella soluzione di questi terribili problemi per tutte le ore della sua terrestre giornata, traverso le varie fasi della vita scientifica e morale?

I dubbî eccelsi di Göthe, di Darwin e di somiglianti spiriti eletti devono valere anche al cospetto di Dio più delle fedi supine di quei volghi che accettano, senza beneficio d'inventario, la religione avita.

Ma per tornare a Darwin, dal quale non mi sono allontanato con gli episodî che a lui conducono, parmi si possano epilogare a grandi tratti nella seguente maniera le fasi attraversate dal suo pensiero filosofico e religioso.

Giovane, all'Università di Cambridge, incitato dal padre, stava per indossare l'abito ecclesiastico, per divenire un *clergyman*. Chiese tempo per pensarci su, perchè sincero sempre non aveva la certezza di credere a tutti i dogmi della Chiesa d' Inghilterra.

Leggeva con delizia i libri religiosi di Pearson e di Paley, i volumi di questo ultimo sulle prove del cristianesimo, sul disegno divino del mondo, gli procuravano lo stesso diletto dello studio della geometria di Euclide.

A bordo del *Beagle*, quando parte a ventidue anni per le sue grandi esplorazioni scientifiche, era ancora ortodosso; parecchi ufficiali, pur credenti anch'essi, lo deridevano per il suo fervore invocante la Bibbia quale autorità infallibile nella morale. A poco a poco abbandona l'antico Testamento, la

fede nei miracoli; l'ultimo libro da cui si distacca è il Vangelo... Rimaneva ancora un teista; ma quanto diverso da quello che, in mezzo alla grandezza delle foreste brasiliane, adorava silenzioso la maestà di Dio!

Più tardi, l'inesorabile investigatore, oserà far l'analisi di questo sentimento pieno di misteri celestiali e si persuaderà che somiglia al senso del sublime, agli effetti di una grande musica...

Gli è intollerabile il pensiero che la specie umana, la quale nell'avvenire sarà ancora più perfetta, debba annichilarsi come tutti gli altri esseri viventi, nè può essere figlio del caso l'universo meraviglioso, nè l'uomo colla sua facoltà creatrice e accumulatrice di guardar innanzi e indietro...

Pensando a tutto ciò è sospinto a considerare la necessità della esistenza di una causa prima, cosciente, e merita di essere chiamato un teista.

Tale era ancora quando scriveva la *Origine della specie*. Poi lo assalirono i tragici dubbî! Lo spirito stesso dell'uomo emanava da esseri inferiori muniti di anime inferiori... E il mistero dell'inizio delle cose, il travaglio della mente tormentata da ricerche così ponderose, invece di agitarlo, gli restituivano una specie di serenità filosofica che si acquetava in un agnosticismo benevolo, dubbioso anch'esso, non aggressivo, e il suo abito intellettuale lo distoglieva dalla metafisica. *Ignoramus* e forse *Ignorabimus!* E tornava a esaminare la natura con cui viveva nelle più intime confidenze.

Ma a illuminare sempre più la mente di questo grande naturalista una nuova fonte di ricerche si è sprigionata dopo la sua morte, degna della più profonda meditazione. La moglie pietosa e intellettuale di Romanes ha scritto e pubblicato, pochi anni sono, un volume notevolissimo sulla vita e sulle lettere di suo marito (1). Trattasi di una di quelle donne ideali, così frequenti in Inghilterra, che abbellano la casa di un sapiente di luce intellettuale, di luce di amore.

Il Romanes, che fu un insigne naturalista esso pure, quantunque meno sommo di Darwin, lo supera negli studî filosofici e religiosi, che il Darwin aveva abbandonati quando si profondò nelle ricerche immortali.

Romanes, pieno di fede negli anni giovanili, come Darwin, la vede a poco a poco scolorire sotto il peso delle nuove dottrine, ma negli ultimi tempi della vita ritorna al Cristianesimo con un ardore che lo infiamma e lo inalza. L'anima sua si poteva somigliare alla rosa del nostro poeta, che flette la cima sotto il turbine delle nuove dottrine, e poi si eleva per l'intima virtù che la sublima.

Narrerò un'altra volta e fra voi, se me lo concederete, la evoluzione religiosa di questo altissimo intelletto in accordo colla sua evoluzione scientifica, seguitando una serie di ricerche che ho intrapreso sull'*anima filosofica e religiosa dei maggiori naturalisti e astronomi*.

(1) *The Life and Letters of George John Romanes*, Written and Edited by His Wife. New Edition. Longmans, 1898.

Ma intanto ci preme di assistere, coll' aiuto del libro della signora Romanes, uno dei più belli e profondi che abbia letti, alla conversazione di questi due spiriti magni, che a udirli ci esaltano.

Darwin, sempre sincero e possente, come le forze della natura alle quali si era abbandonato, così si congratula con Romanes pel suo libro uscito anonimo nel 1876 e intitolato: *Un candido esame del teismo,* una carica a fondo contro il principio divino, la critica più inesorabile e più formidabile che io conosca, da lui disdetta e confutata negli ultimi anni della sua vita. Darwin si dichiara innamorato di questo lavoro (1), alcune parti del quale ha letto più volte, ma non ha potuto sempre seguirlo nella comprensione dei termini metafisici.

« Per gli estranei a questi studî, in una nuova edizione, dovreste chiarire », ei dice all' amico, « la differenza nel trattare un argomento da un punto di vista scientifico, logico, simbolico e formale ».

Ma poichè anche gli ingegni candidi, quando si chiamano Darwin, hanno la loro fine malizia, soggiungeva:

« Rispetto alla vostra grande idea fondamentale, desidero sapere da voi « che cosa sapreste dire a un teologo, che vi argomentasse contro, nella se- « guente maniera. Io vi consento l' attrazione della gravità, la persistenza « della forza (o la conservazione dell' energia) e una sola forma di materia, « benchè quest' ultima sia una grande concessione; tuttavia sostegno che « Dio può aver dati tali attributi a questa forza, indipendentemente dalla sua « persistenza, che sotto certe condizioni essa si svolga o si tramuti in luce, « colore, elettricità, galvanismo, forse anche nella vita.

« Voi non potete provare che questa forza (la quale i fisici definiscono « come causa del moto) dovrebbe inevitabilmente mutare il suo carattere sotto « le condizioni accennate sopra. E ancora io sostengo che questa materia, « benchè possa essere eterna nel futuro, siasi creata da Dio colle più mera- « vigliose affinità, che la conducono ad alcune agglomerazioni ben definite e « con popolarità idonee ad adagiarsi in bei cristalli, ecc. ecc. Voi non potete « provare che questa materia possegga necessariamente siffatti attributi. Perciò « a voi manca il diritto di dire di aver data la dimostrazione che tutte le « leggi naturali discendano necessariamente dalla gravità, dalla conservazione « della energia, della esistenza della materia. Se mi asserite che una materia « nebulosa esisteva fin dall' origine e dall' eternità coi suoi poteri complessi « attuali in uno stato potenziale, mi pare allora che cadete in una petizione « di principio.

« Vi prego di osservare che non io, ma un teologo vi argomenterebbe « così, nè io potrei rispondergli. Nello attuale vostro stato *idiotico* di spi-

(1) *A Candid Examination of Theism.* By Physicus. Third Edition, 1892 (Kegan).

« rito (*stava per prender moglie*) mi manderete al diavolo siffatti miei « discorsi ».

Romanes gli risponde:

« Il vero punto è se io sia felicemente riuscito nel rendere evidente che « *tutti* i casi naturali debbano ragionevolmente supporsi di derivare dalla con- « servazione dell' energia. Se così è, quali le tramutazioni di energia dal calore « nell' elettricità, ecc., tutto prendendo il suo posto in accordo colla legge « generale, quali i fenomeni di polarità nei cristalli, ecc., ne segue che nè « questi, nè alcuna altra classe di fenomeni possono recare una miglior prova « della divinità di qualsiasi altra manifestazione della natura. Pertanto se « tutte le leggi derivano dalla persistenza della forza, la ricerca se Dio è o « non è, si ridurebbe semplicemente alla quistione se la forza ha bisogno di « essere creata o può esistere da sè.

« E se noi diciamo ch' essa è creata, il fatto della esistenza autonoma « della forza si deve allora spiegare nel Creatore ».

Quantunque si tratti di sovrani intelletti e davvero privilegiati, verrebbe voglia di sorridere di fronte a queste dimostrazioni così potenti e argute, giudicate irrefutabili dai loro autori. Qui si pensi soltanto che nel 1873 Giorgio Romanes guadagnava il premio Burney a Cambridge per un suo lavoro: *Sulla preghiera cristiana in relazione alla credenza che l' Onnipossente governi il mondo con leggi generali,* pubblicata a 25 anni ed esuberante di fede. Due anni dopo, egli scrive il suo lavoro contro il teismo pubblicato nel 1876; nel 1885 nelle sue letture sulla *Mente e sul Moto* (1), insigni e dischiudenti nuove vie alla psicologia fisiologica, è contrario alla dottrina materialista, e ricerca l' unità, il *monismo*, nella ipotesi che lo spirito e il moto sieno « coordinati e probabilmente collegati aspetti dello stesso fatto universale ». E infine, nel 1889 (2), ei critica la sua stessa confutazione del teismo, per finire poi con un pietoso e libero ritorno alla fede cristiana.

Quando ha errato questo intelletto sovrano? Quando era nel vero?

Certo è che dopo aver tutto investigato, tutto saputo, e di ogni dottrina dubitato, nessun labbro umano ha con maggior fervore cantate queste grandi parole:

Fecisti nos ad te, Domine, et inquietum est cor nostrum donec requiescat in te.

Ma il ritorno a Dio non avvenne pel Darwin!

Io mi sono domandato che cosa gli sarebbe accaduto se invece di morire nel trionfo avesse assistito alla discussione e al declinamento di alcune ipotesi e dottrine che gli erano più care? Fra il 1860 e il 1880, sotto la influenza preponderante delle teorie di quel grande, gl' intelletti umani furono

(1) *Mind and Motion and Monism* by G. Romanes. Longmans, 1895.
(2) Thoughts on Religion by The Late George Romanes, fifth edition. Longmans, 1895.

assaliti dalle angoscie di dubbi tormentosi. Oggi si distingue la evoluzione dal Darwinismo ([1]); ma al primo apparire del lavoro di Darwin insino alla sua morte le due questioni tendevano a confondersi insieme ([2]). Darwin aveva esonerato Iddio dalle fatiche cotidiane della creazione; Spencer aveva costrutto un sistema capace di spiegare naturalmente la materia e la mente umana; e la filosofia critica tedesca col martello della erudizione compiva l'opera negativa e distruttiva. Era come uno stato di ebbrezza della ragione, il rinnovato assalto dei Titani contro il cielo ([3])!

Se era vero, secondo le asserzioni del Darwin, che la evoluzione fosse l'effetto di una serie di arbitrî e di piccoli accidenti, i quali col concorso del tempo infinito, a cui tutte le combinazioni sono possibili, operano le grandi mutazioni, creano persino l'uomo e la sua mente, per effetto di rotazioni infinite della materia, allora col soprannaturale cessava anche il supremo ordinatore dei mondi. E che valeva per gl'intelletti infatuati di tanto orgoglio se lo stesso Darwin consigliava la prudenza, dichiarandosi spaventato delle conclusioni dei suoi discepoli più rumorosi, sul tipo dell'Haeckel, quando i saggi, quali il Du Boys Reymond, il Virchow raccomandanti la cautela non erano più ascoltati?

([1]) Intorno alla differenza sostanziale fra *Darwinismo* ed *Evoluzione*, si possono utilmente consultare i seguenti lavori: Un articolo di Herbert Spencer nel *Nineteenth Century* del 1895, pag. 752, contro il celebre discorso, a tendenze spiritualistiche, di lord Salisbury al congresso di Oxford dell'Associazione britannica (1894); due stupendi articoli del duca di Argyll, intitolati: *M. Herbert Spencer* e *Lord Salisbury on Evolution* (marzo e aprile 1897) pubblicati nel *Nineteenth Century*; una risposta nella stessa Rivista (maggio 1897) di Herbert Spencer: *The Duke of Argyll's Criticisms.*

([2]) *Per Darwin furono più generosi gli uomini che i fatti*, affermava lo stesso Moleschott nella commemorazione di Darwin pronunciata nell'aula del Collegio Romano.

([3]) Era il periodo nel quale anche gli intelletti più potenti si compiacevano ad accusare la natura delle maggiori imperfezioni, indirettamente combattendo l'idea di un ordinatore di essa; quelli che credevano alla sua esistenza facevano a Lui risalire, senz'avvedersene, i rimproveri dei viziosi disegni degli organismi. Il grande Helmholtz diceva nel 1868 a Heidelberg in una celebre conferenza, ragionando dell'adattamento dell'occhio alla visione:

Di fronte a un ottico che volesse consegnarmi uno strumento macchiato di somiglianti difetti, mi sentirei perfettamente autorizzato a rifiutare il suo lavoro e ad accompare il mio rifiuto dalle più dure espressioni.

Ma Helmholtz, correggendo i difetti naturali dell'occhio, poteva risparmiarsi questa *boutade*, come fu giustamente chiamata, perchè la sua stessa mente aristotelica era la genuina espressione, e fra le più alte, di quella *idealità intellettuale*, che appare un pallido riflesso della divina sapienza e ce ne consente una fievole comprensione.

Rousseau diceva per contro che tutto è perfetto nella natura, tutto si guasta nella mano dell'uomo... stranamente esagerando dall'altra parte.

E lo stesso Helmholtz, nella sua qualità di fisiologo, desiderava di conservare a lungo il suo occhio, il quale coi pretesi difetti è davvero mirabile nella struttura.

Poi le dottrine e le esperienze del Mivart, del Nägeli, del Köllicher, del Driesch, del Bütschli, dell'Hertwig, del Weismann [1], del Blanchard ecc. ecc., gli scritti del Roux, del Naudin, del Haacke, del Gaudry, del Delage, delle Dantec, del duca di Argyll, dello Stoppani, le stesse eccezioni del Wallace, del Huxley, dello Spencer ecc., hanno rettificato, corretto molte parti delle teorie di Darwin e tendono segnatamente a restituire alla materia alcune sue proprietà specifiche che si svolgono, ma non si creano nella lotta esteriore della vita, negli accidenti fortuiti dell'ambiente.

Il Nägeli, l'insigne botanico, pubblicò nel 1884 la sua opera intitolata *Mechanisch-physiologische Theorie der Abstamungslehre*. Alla influenza delle condizioni esterne e alla lotta per l'esistenza che non hanno, a suo avviso, un'azione decisiva sullo sviluppo degli organismi, si contrappone una sostanza detta da lui *idioplasma*, che per cause interne si esplica e contiene in sè la forza di variazione e il principio di perfezionamento.

Il Weismann nei suoi *Essais sur l'hérédité et la selection naturelle* (1892) e nel *Das Kleimplasma* (1893) spiega la formazione delle specie con un plasma germinativo, da cui discendono tutti i fenomeni di variazione e di eredità, distinguendo le cellule somatiche dalle germinali.

Guglielmo Roux nella biomeccanica trasferisce la lotta per la vita e la selezione naturale dal campo esterno di Darwin nell'interno di ogni essere colla lotta fra le parti di uno stesso organismo e coll'azione morfogenica degli stimoli funzionali.

Così il Naudin osserva che la natura per formare la specie non ha proceduto in modo diverso da quello impiegato dagli uomini per creare le varietà, o meglio è il processo della natura che noi abbiamo portato nella nostra pratica. L'ipotesi di Naudin esclude la selezione naturale di Darwin, esclude il cambiamento di una forma scimiesca in uomo. Kölliker si oppone alla teoria della elezione naturale poichè non è dimostrato un passaggio graduale da una specie all'altra, la paleontologia non scoverse le forme intermedie fra le varie specie, e non si conoscono varietà che siano durevolmente infeconde fra loro come le specie [2]. E potrei continuare in siffatta esposizione se il tempo me lo consentisse.

Non avrei l'autorità di discutere queste ipotesi, che alcuni nostri eminenti colleghi, fra gli altri il Todaro e il Grassi, hanno esaminate con onore della scienza italiana.

Certo è che senza che si osi dirlo, perchè anche la scienza ha i suoi pregiudizî, specialmente quando sorge il sospetto di concessioni alla religione,

[1] Vedi l'opera insigne del Romanes in confutazione del Weismann; *An Examination of Weismannism* by George John Romanes, Longmans, 1893.

[2] Vedi una chiara recensione riassuntiva nella *Storia della evoluzione* dell'egregio Fenizia. Vedi anche il bel lavoro epilogativo del Cattaneo: *Embriologia e Morfologia generale* (opere edite entrambe dall'Hoepli).

vi è un ritorno a riconoscere il valore delle cause interne sul processo evolutivo, concordandole colle cause esterne, dalle quali, secondo il giusto pensiero del Todaro e del Grassi, non devono mai separarsi.

E pare anche al Grassi non confutabile la posizione logica presa dal Nägeli, il quale non confonde il giardiniere che ottiene, a suo piacimento, dalla potatura di un albero fronde o frutta, colle qualità intrinseche dell'albero, le quali danno, secondo il lavoro, queste fronde o questi frutti, a quella guisa che non si può confondere il calore che trasforma l'uovo della gallina in pulcino colle qualità intrinseche dell'uovo; il calore è la condizione che trasforma l'uovo, ma non gli conferisce l'essenza qualitativa.

Siamo di nuovo nella metafisica, dalla quale non si esce mai. Si allontana il più possibile, ma la si ritrova di nuovo per via!

Insomma quanti dubbî oggidì tratti dalla scienza e non dalla fede intorno a questa teoria darwiniana, secondo la quale non sarebbe più la natura a formare gli organi in ordine alle funzioni vitali e le funzioni vitali in ordine ai bisogni dell'essere vivente, ma sarebbero i bisogni di esso che creerebbero le funzioni e le funzioni che creerebbero gli organi! [1].

E lasciamo da parte gli argomenti contro il darwinismo tratti dalla fisiologia, dall'embriologia, dagli ibridi, dalla geologia, la quale nei fossili, *queste medaglie commemorative della creazione,* non trova le prove delle infinite gradazioni che avrebbero dovuto servire di anelli intermedî per passare di specie in specie.

Se Darwin fosse vissuto tanto da assistere alla confutazione di una parte delle sue dottrine, non avrebbe forse ripigliato gli studi giovanili sul disegno divino della natura? O almeno non l'avrebbe escluso *a priori*, come gli è avvenuto in alcuni momenti?

E l'uomo buono e pio, un santo della scienza, che sino agli ultimi istanti della vita si recava mirabilmente semplice e caritatevole alla chiesa della piccola parrocchia di Down, non per pregarvi, ma per prendere parte

[1] Vedi *I Principî di filosofia* dell'egregio professore Giovanni Rossignoli (San Benigno Canavese, scuola tipografica libraria Salesiana, 1899). Trattasi di un'opera dotta e per molti rispetti notevole, quantunque io dissenta da essa in non pochi punti. Egli combatte risolutamente il darwinismo e l'evoluzione ponendosi contro la tendenza di alcuni insigni scrittori cattolici di concordare la evoluzione non solo col principio teistico, ma anche colla religione rivelata; alludo al Mivart, al Fogazzaro, al padre Zahm, al padre Roes, ecc. Contro questa tendenza protestano, oltre il Rossignoli, il Tuccimei, il Calderoni e altri scrittori rigidamente ortodossi. Mi guarderò bene ora di addentrarmi in questo spinaio, quantunque mi sentirei di poter farlo giudicando con grande imparzialità. Lo farò in un'altra occasione. Von Bäer, il grande embriologo, nega che un vertebrato possa uscire da un artropodo, il quale ha i centri nervosi nella faccia addominale, mentre il vertebrato li ha nella faccia dorsale; così ei combatte l'idea della trasformazione del tipo mollusco, e in generale lo sviluppo di un animale superiore dalla serie delle forme di una specie inferiore.

attiva ai lavori pietosi del Comitato di beneficenza presieduto dal ministro del Culto, non si sarebbe forse piegato, come fece più tardi il Romanes, a riconoscere di nuovo che non vi era incompatibilità assoluta tra la scienza e la fede?

Pensando che la nostra scienza non sa e non fa che derivare da una fonte più alta il mistero della vita, una lagrima segreta provocata dalla contemplazione di un cielo stellato, lo spettacolo di una sventura immeritata, la evocazione di una memoria della sua giovinezza non l'avrebbero forse riconciliato col pensiero di Dio? Non vi si è riconciliato Romanes, la cui confutazione del Teismo pareva oltracotante allo stesso Darwin, tanto era estrema?

Ma se pur si fosse ostinato a negare un disegno divino nella natura, per altra guisa non avrebbe potuto giungere a Dio? Sono così molteplici e varie le vie che a Lui conducono!

Nei giorni dei suoi dubbî più amari, Romanes scrisse questa pagina che rimarrà, tratta dalla sua grande opera: *Darwin and after Darwin* [1].

« Pare a me che vi sieno indizi piuttosto contro che a favore della tesi « secondo la quale se un disegno operi nella animata natura esso si riferisca « al godimento e al benessere animale, distinto dal miglioramento e dalla « evoluzione animale. Che se questo risultato riesca sgradito all'animo reli- « gioso, ed esso senta che non valga la pena di salvare le prove di un disegno « sinchè non servano nello stesso tempo ad attestare che nella natura questo « disegno sia provvido e benefico, io devo allora un'altra volta notare che la « difficoltà sorta per tal modo contro il teismo non è una difficoltà di crea- « zione moderna. Al contrario, ha sempre costituito la difficoltà contro la « quale i teologi naturali hanno dovuto cimentarsi.

« Il mondo esterno appare da questo aspetto in contrasto col nostro « sentimento morale, e quando l'antagonismo si affaccia al senso religioso « deve operare come l'urto di una sorpresa terribile.

« Le sintesi di Darwin ce l'hanno recata di nuovo dinanzi, e il pensiero « religioso della nostra generazione è stato più che mai affaticato dalla « domanda: *Dov' è ora Iddio?* Ma io ho procurato di dimostrare che la « posizione logica di questo caso non si è cangiata e quando questo grido « della ragione colpisce il cuore della fede, rimane alla fede di rispondere « ora, come ha sempre risposto prima, con quella confidenza che è insieme « la sua bellezza e la sua vita: *Veramente tu sei un Dio che ami di na- « scondere te stesso!* ..... »

Così, da qualsiasi parte si mova, esce dalla fisica la metafisica, dal reale il mistico; e la mente umana non può liberarsi dalla ricerca affannosa delle

[1] È l'opera principale di Romanes in tre volumi (Longmans): I. Vol. *The Darwinian Theory* (sceond edition) 1897; II. Vol. *Post-Darwinian Questions. Heredity and Utility*; III. Vol. *Post-Darwinian Questions. Isolation and Phisiological Selection.*

origini e dei fini, nè adagiarsi in una quiete agnostica, contro la quale contrastano cielo e terra, la natura e la storia.

Studiamo e cerchiamo fidenti nella mutua carità della scienza e dell'amore, pigliando l'esempio luminoso da questi grandi intelletti liberalmente dispensieri di tante verità al mondo. Se la scienza conduce al dominio dell'uomo sulla natura, se la religione conduce al dominio dell'uomo su sè stesso per frenare le proprie passioni e per volgersi al bene degli altri, l'una e l'altra furono e rimarranno le luci inestinguibili della civiltà, le guide sicure del genere umano.

E verrà un giorno in cui la scienza sempre più scovrendo, la fede sempre più amando, troveranno il messo pacifico che le colleghi e le rinforzi, con infinite evoluzioni pratiche, nel vero e nel bene.

Intanto se la scienza purifica la religione, la religione purifica la scienza in una vicenda continua di azioni e reazioni mirabili, poco avvertite finora. Chi oserebbe oggi ricollegare al miracolo i fenomeni anche più strani della natura o escludere una verità scientifica perchè contrasti con un testo religioso? Ma chi non avverte il vuoto del sapere di fronte alle inestinguibili angoscie dei dubbi morali e religiosi? E quante integrazioni al sapere non recano questi dubbi?

> Nasce per quello a guisa di rampollo
> A piè del vero il dubbio...

Natura e storia, materia e spirito, non rimangono isolati, si penetrano. si ricercano a vicenda pungendo di nuovi dolori la umana curiosità. Ma quei dolori maturano nelle benedizioni del progresso, nelle glorie più incontestate della nostra civiltà.

Kant altissimamente filosofando notava:

« A che serve di vantare la magnificenza e la saggezza della creazione « nel regno della natura fisica, se la storia della schiatta umana dovesse « rimanere una obiezione eterna contro la provvidenza?

« Se Dio non è nella storia, non è neppure nella natura ».

E io dico alla mia volta sommessamente: ma quale meraviglia che se Dio è scacciato dalla natura, come un fattore superfluo e parassita, si debba eliminare anche dalla storia?

Escluso dal mondo fisico, dovrebbe escludersi anche dal morale, e rimarrebbe soltanto, secondo la opinione di Federico il Grande, (grande non sicuramente, per la *trivialità* di siffatte espressioni), *la sacra Maestà del caso a fornire i tre quarti del còmpito di questo miserabile universo!*

In quel triste giorno scienza e fede si corromperebbero insieme e il nostro mondo freddo e nebbioso somiglierebbe a un pianeta estinto!

Matematica. — *Sui sistemi lineari di grado zero.* Nota del Corrisp. E. Bertini.

Le considerazioni che seguono sono assai semplici. Tuttavia mi è parso opportuno di pubblicarle perchè conducono a risultati utili non ancora osservati; in particolare forniscono una notevole condizione geometrica dell'annullarsi identico del jacobiano di n forme in n variabili.

1. Grado D di un sistema Σ lineare ∞^r di curve piane è il numero delle intersezioni variabili di due curve generiche del sistema. Il grado di un sistema Σ è finito (≥ 0); perchè, se due curve generiche hanno infiniti punti comuni, cioè una componente comune, variando una delle due curve e tenendo fissa l'altra, si vede che la componente comune, dovendo sempre far parte di quest'ultima, non può variare ed è quindi parte fissa di Σ.

Se la parte variabile di un sistema Σ è irriducibile si ha $D \geq r - 1$, e quindi, se $r > 1$, $D > 0$. Il caso $D = 0$ si presenta, oltre che per un fascio, quando la parte variabile di Σ è riducibile, ossia è, per un teorema notissimo, una involuzione in un fascio e soltanto allora.

2. Suppongasi ora che un sistema Σ sia tale che le curve che passano per un punto contengano anche un punto successivo, cioè ivi si tocchino: dico che *Σ è di grado zero.* Infatti, se Σ fosse di grado $D > 0$, presi in esso una curva generica e un fascio generico, ogni curva di questo fascio toccherebbe, per ipotesi, quella curva in punti variabili (almeno uno); cioè la curva dovrebbe far parte dell'inviluppo del fascio, il che è assurdo, tale inviluppo essendo il sistema dei punti base del fascio. Adunque i *soli sistemi lineari, per i quali avviene che le curve che passano per un punto si tocchino, sono quelli dati dalle involuzioni nei fasci.*

Se una rete di curve ha la jacobiana indeterminata, ogni punto del piano è di contatto per le curve della rete passanti per esso e viceversa. Segue quindi immediatamente che *la condizione necessaria e sufficiente affinchè la jacobiana di una rete sia indeterminata è che la rete sia di grado zero, cioè una involuzione di 2ª specie in un fascio*: proprietà dimostrata dal sig. A. Levi [1] per altra via, che non sembra estendibile allo spazio. Ossia, algebricamente, *tre forme ternarie (linearmente indipendenti), di cui è identicamente nullo il determinante jacobiano, sono forme binarie di due forme ternarie dello stesso ordine e viceversa* [2].

[1] *Sulle singolarità della jacobiana di quattro superficie* (Giornale di Matematiche, vol. XXXIV, 1896), n. 2.

[2] È poi notissimo e facile a dimostrare che due forme binarie, di cui il jacobiano è identicamente nullo, non differiscono che per un fattore costante e reciprocamente.

3. Le cose precedenti si possono estendere facilmente. Sia S_n $(n \geq 3)$ uno spazio (lineare) ad n dimensioni e in esso abbiasi un sistema Σ, ∞^r, di ipersuperficie, cioè di varietà V_{n-1}. Si definisce grado D di Σ il numero delle intersezioni variabili di n V_{n-1} generiche del sistema e si dimostra che il numero D è finito (≥ 0). Infatti, se due V_{n-1} generiche hanno una componente comune, questa deve essere, per lo stesso ragionamento del n. 1, parte fissa di Σ: se tre V_{n-1} generiche hanno una V_{n-2} comune, tenendo fisse due di esse e variando la terza, la V_{n-2}, per il caso precedente, non può variare e quindi è varietà base di Σ; e, così continuando, si arriva a stabilire che, se n V_{n-1} generiche hanno una linea comune, questa è linea base di Σ.

4. Un sistema Σ di dimensione $r \leq n-1$ è di grado zero perchè le V_{n-1} di esso che passano per un punto passano di conseguenza per una V_{n-r} (almeno): quindi n V_{n-1} generiche di Σ, per il n. 3, non hanno punti comuni.

È pure di grado zero un sistema Σ di V_{n-1} riducibili, tale sistema essendo, per lo stesso teorema applicato nel n. 1, una involuzione in un fascio (oltre ad una eventuale parte fissa).

Ma vi è un altro caso da considerare. Se Σ è un sistema lineare ∞^r $(r > n-1)$, irriducibile, di grado $D = 0$, devono $n-1$ V_{n-1} generiche di esso avere una linea comune L non incontrata in punti variabili da una n^{esima} V_{n-1} generica: cosicchè, se questa si fa passare per un punto di L (diverso dai punti fissi che essa ha comuni con L), dovrà contenere una parte di L (non tutta per essere $r > n-1$). Ciò significa che le ∞^{r-1} V_{n-1} per un punto generico dello spazio hanno comune una linea. La totalità ∞^{n-1} di queste linee si dice *una congruenza lineare* e il sistema Σ si dice *composto* con tale congruenza. Viceversa un cosifatto sistema è di grado zero, non potendo n sue V_{n-1} generiche avere un punto comune variabile senza avere pure comune la linea della congruenza per quel punto, il che non può essere (n. 3).

Adunque esistono due tipi di sistemi lineari (senza parte fissa) di dimensione $r > n-1$ e di grado zero:

1) quelli (riducibili) dati dalle involuzioni nei fasci;

2) quelli (irriducibili) composti con congruenze lineari.

5. Suppongasi ora di avere un sistema lineare, di dimensione $r > n-1$, tale che le sue V_{n-1} per un punto passino per un punto successivo. Dico *il sistema essere di grado zero*. Infatti, se fosse $D > 0$, considerando la linea L (variabile) d'intersezione di n V_{n-1} generiche e un fascio generico del sistema, per l'ipotesi, ogni V_{r-1} di questo fascio toccherebbe L almeno in un punto, onde L dovrebbe appartenere all'inviluppo del fascio stesso, il che è assurdo. Dunque *i sistemi Σ, di dimensione $r > n-1$, per i quali avviene che le ipersuperficie per un punto abbiano ivi una tangente comune sono soltanto dei due tipi suddetti* (n. 4).

Se il sistema è ∞^n, la V_{r-1} determinata da n direzioni uscenti dal punto (diverse dalla tangente comune) ha nel punto un punto doppio. Reciprocamente, se ciò avviene, le V_{r-1} per il punto hanno ivi una tangente comune. Dunque l'*essere la jacobiana di un sistema lineare* ∞^n (*di ipersuperficie di* S_n) *indeterminata, è condizione necessaria e sufficiente perchè il sistema lineare sia una involuzione di specie n in un fascio ovvero sia composto con una congruenza lineare.*

Nelle proposizioni di questo numero e del n. 2 si prescinde da parti fisse che possono entrare a far parte di ogni sistema lineare.

6. Dei due tipi considerati (n. 4) il primo è algebricamente caratterizzato dall'essere le forme del sistema forme binarie di due altre forme (in $n+1$ variabili) dello stesso ordine.

Quanto al secondo tipo può farsi l'osservazione seguente. Si rappresentino per semplicità le linee della congruenza Γ, con cui è composto il sistema Σ, biunivocamente nei punti di una varietà (ad $n-1$ dimensioni); la quale poi, come è noto [1], si può sempre riferire biunivocamente ai punti di una ipersuperficie W^*_{n-1} di uno spazio (lineare) S^*_n. Sopra W^*_{n-1} le ipersuperficie V_{n-1} di Σ saranno rappresentate da varietà (ad $n-2$ dimensioni) W^*_{n-2} e il sistema Σ, per un noto teorema [2], da una serie lineare di W^*_{n-2} sopra W^*_{n-1}. Viceversa ogni tal serie lineare (semplice) dà un sistema Σ composto con Γ. Dicansi $y_0, y_1 \dots y_n$ le coordinate di un punto di W^*_{n-1} e $x_0, x_1 \dots x_n$ quelle di un punto della linea corrispondente di Γ, onde si avranno le

$$y_0 \equiv u_0(x_i)\,,\; y_1 \equiv u_1(x_i) \dots y_n \equiv u_n(x_i)$$

ove le $u_0, u_1 \dots u_n$ sono forme dello stesso ordine nelle x_i: e la serie lineare imagine di Σ sia data sopra W^*_{n-1} dal sistema lineare

$$\lambda_0 f_0(y_i) + \lambda_1 f_1(y_i) + \cdots + \lambda_n f_n(y_i) = 0.$$

Allora Σ avrà nel proprio spazio S_n (a meno di una parte fissa) una equazione della forma

$$\lambda_0 f_0(u_i) + \lambda_1 f_1(u_i) + \cdots + \lambda_n f_n(u_i) = 0.$$

Sicchè, osservando inoltre che alla serie lineare di W^*_{n-1} data dagli iperpiani di S^*_n corrisponde in S_n un sistema lineare ∞^n composto (semplicemente) colla congruenza Γ e quindi (n. 5) avente la jacobiana identicamente nulla, e notando infine che le considerazioni fatte si possono invertire, si

[1] Cfr. Segre, *Introduzione alla geometria sopra un ente algebrico semplicemente infinito* (Annali di Matematica, serie II, t. 22), n. 4.

[2] Cfr. Segre, l. c., n. 27.

può dire che *il secondo tipo è algebricamente caratterizzato dall'essere le forme del sistema (a meno di un fattore comune) forme* $(n+1)^{arie}$ *di* $n+1$ *forme (in* $n+1$ *variabili) dello stesso ordine, delle quali forme il jacobiano è identicamente zero.*

7. Una maggiore determinazione del 2° tipo dipende essenzialmente dalla natura della congruenza Γ, cioè della W^*_{n-1}.

Se W^*_{n-1} è *razionale*, cioè rappresentabile biunivocamente sopra un S_{n-1}, le stesse considerazioni del numero precedente mostrano che *le forme del 2° tipo sono forme* n^{arie} *(a meno di un fattore comune) di n forme dello stesso ordine (in n variabili) e viceversa.*

Ciò si verifica appunto per $n=3$. Una congruenza lineare qualsiasi di S_3 è razionale per un teorema di Castelnuovo (1), applicato alla involuzione che la congruenza determina sopra un piano. Adunque, in virtù di quel teorema, l'ultima proprietà è sempre vera per $n=3$. In particolare si ha che *la condizione necessaria e sufficiente affinchè quattro forme quaternarie (linearmente indipendenti) abbiano il jacobiano identicamente nullo, è che siano (a meno di un fattor comune) forme binarie di due forme o forme ternarie di tre forme dello stesso ordine (nelle quattro variabili)* (2).

8. Si noti infine che la proprietà del n° 5 non richiede la linearità del sistema: basta l'algebricità.

Anzitutto, con considerazioni simili a quelle del n° 3, si dimostra che il grado D di un sistema algebrico Σ, ∞^n, è finito ed inoltre che ogni ente, variabile, comune ad s $(\leq n)$ V_{n-1} di Σ descrive l'intero spazio S_n. Ciò posto, *se le* V_{n-1} *di* Σ *per un punto passano anche per un punto successivo, deve essere* $D=0$. Vale, supposto $D>0$, la stessa dimostrazione del n° 5, quando si prenda, invece di un fascio, una serie ∞^1 qualsiasi di Σ (o Σ stesso, se $r=1$) e si osservi che L, descrivendo tutto S_n, non può appartenere all' inviluppo della serie.

Un sistema algebrico di grado $D=0$ *è composto (oltre ad una parte fissa) con un sistema di varietà* V_{n-i} $(n-1\geq i\geq 1)$; perchè le V_{n-1} per un punto non possono avere un numero finito (≥ 1) di punti comuni (variabili), altrimenti ciò avverrebbe anche per n V_{n-1} generiche del sistema.

(1) Castelnuovo, *Sulla razionalità delle involuzioni piane* (Math. Ann., t. 44).

(2) Nella Memoria del sig. S. Kantor: *Neue Theorie der eindeutigen periodischen Transformationen in der Ebene* (Acta mathem. t. 19); si enuncia la proposizione (teorema LXXX) che *ogni involuzione in* S_n *è razionale.* Siccome manca ogni dimostrazione, mi limiterò ad avvertire che, se questo teorema è vero, il risultato del presente numero sta in ogni caso.

Geologia. — *Contribuzione alla conoscenza dei capisaldi per la geologia dei dintorni di Roma.* Nota dell'ing. ENRICO CLERICI, presentata dal Socio V. CERRUTI.

In base ad uno studio geologico di dettaglio da me intrapreso nel settore a sud di Roma approssimativamente limitato, per un raggio di 10 km., dalla via Portuense ad ovest e dalla via Appia nuova ad est, ho determinato con certezza l'ordine di successione dei principali tipi di roccie vulcaniche clastiche che vi si rinvengono. Partendo dal materiale più antico, la serie fu da me stabilita come segue: 1. *Tufo granulare* (complesso con variazioni a pallottole pisolitiche, ad arricchimento di pomicine chiare, ad affinamento terroso, ecc.); 2. *Pozzolana rossa*; 3. *Conglomerato giallo*; 4. *Pozzolana nera* e *tufo litoide*; ove i singoli membri della serie, che io ebbi cura di seguire materialmente sul terreno nel connettere le varie sezioni rilevate, sono da tenersi ormai come veri orizzonti.

Un'altra conclusione derivata dal mio studio è che gli accennati tufi e pozzolane si alternano con argille, marne ed altri sedimenti a fossili continentali, principalmente molluschi e diatomee d'acqua dolce. Ne consegue perciò che allorquando nella formazione di questi tufi e pozzolane intervenne anche l'acqua, questa non apparteneva al dominio del mare; e tale ultima conclusione è tanto più importante inquantochè vi fu chi, per osservazioni incomplete o mal dirette, ritenne che alcune località di questo stesso settore fossero le meglio adatte per ravvisarvi l'origine sottomarina dei tufi.

Per l'esatto apprezzamento dei dati di fatto a sostegno delle mie deduzioni gioverà meglio una rappresentazione topografica anzichè una lunga descrizione, che, del resto, lo spazio destinato alla presente Nota non mi consentirebbe.

Nella fig. 1 ho perciò indicato i luoghi [1] ove esistono gli accennati sedimenti a diatomee d'acqua dolce, ed essa può ritenersi come un primo saggio di parte della mia carta diatomeifera dei dintorni di Roma.

[1] Quando mi occorrerà di nominarli, affinchè siano esattamente ritrovati sulla carta, darò, entro parentisi, le rispettive coordinate ortogonali in mm. riferite al lato sinistro e al lato inferiore della fig. 1. Prima delle mie ricerche erano conosciuti due soli giacimenti, a M. delle Piche [22; 35] e a Capo di Bove [113; 44], per gli elenchi di diatomee redatti dal prof. Lanzi. Il numero dei punti notati, già rilevante, può essere ancora aumentato. Quattro punti mi sono noti soltanto per trivellazione: altre trivellazioni mi fecero conoscere, da vario tempo, i giacimenti che poi vennero attraversati pei lavori del

Alcuni dei materiali diatomeiferi sono vere farine fossili come per es.: al M. del Finocchio [60; 38], alla Riserva della Strega [80; 21] (¹), alle cave di casa Ferratella [56; 21], a Mostacciano [49; 6] e [45; 5], a M. delle Piche [22; 35]. Altri sono agille come nella valle delle Tre Fontane [75; 44], o argille a prodotti vulcanici macroscopici più o meno alterati, o tufi più o meno argillosi come sotto le mura urbane presso Porta S. Paolo [77; 85]

Scala 1 a 100.000.
Fig. 1.

e a Mostacciano [49; 4]; o intercalazioni tripolacee, oppure argilloso-sabbioso-tufacee nei travertini come al Torraccio [32; 16], [33; 13], [28; 11], e Valchetta [56; 29]; o intercalazioni nelle sabbie quarzose, in gran parte di duna, sottostanti al tufo granulare a pallottole nella cava di Bravetta [20; 84].

Qualche volta, oltre alle diatomee, vi abbondano i molluschi d'acqua dolce come a S. Paolo basilica [71; 64], Grotta Perfetta [84; 53], Ponte

---

collettore a S. Paolo ed alla galleria di Ponte Fratta. Per due punti, in terreno pascolativo, devo la prima conoscenza alle talpe ed alle arvicole che scavando i loro cunicoli hanno messo a giorno bei frammenti del materiale tripolaceo.

(¹) Quivi la farina fossile bianchissima, inframmezzata da qualche straterello ocraceo, ricopre un affioramento di leucitite melilitica, a leuciti con inclusioni abbondanti, più grandi e più belle di quelle ben note della corrente di Capo di Bove.

Fratta [64; 49] (1), vigna S. Carlo [54; 77], vigna Zacchia [44; 50]. In generale vi sono pure abbondanti le potamospongie (più spesso la *Ephydatia fluviatilis* Johnst).

Per alcuni di tali giacimenti detti già l'elenco dei molluschi (2) e quello delle specie le più abbondanti di diatomee contenutevi e non occorre fare inutili ripetizioni; altri saranno fatti conoscere meglio in seguito. Ma prima conviene aggiungere qualche altra notizia sulla serie delle roccie vulcaniche. Finora nel descrivere i tufi e le pozzolane si impiegarono certe denominazioni usandole ora come aggettivo, ora come sostantivo; il che genera confusione e presta facile argomento a coloro che, per osservazioni non abbastanza estese o ripetute, potrebbero dubitare della reale esistenza della serie da me stabilita. Sarà forse opportuno, in attesa di più felici ed adatte denominazioni, contraddistinguere i membri della serie, o formazioni, con simboli muniti di indici (3), e per es. così:

Tufo granulare $= V_1$, (variazioni V_{1pis}, V_{1a}, ecc.)

Pozzolana rossa $= V_2$

Conglomerato giallo $= V_3$

Pozzolana nera e tufo litoide (t. lit. del Brocchi: tipo Sedia del Diavolo, Rupe Tarpea, Monte Verde) $= V_4$ (V_{4p} e V_{4l}).

Tufo pozzolanico rossastro e conglomerato incoerente (breccia amfigenica del Brocchi) che coronano il tufo litoide $= V_5$ (V_{5p} e V_{5c}).

Numerosi sono i luoghi, nel settore in esame, ove si possono vedere belle sezioni illustranti parte della serie; ne indicherò alcune:

Tre Fontane $= V_1$, V_2

Trincea ferroviaria presso la Porta S. Paolo $= V_1$, V_2, V_3

Grotta Perfetta $= V_1$, V_3, V_{4l}

Acquacetosa, Caffarella $= V_2$, V_3, V_{4l}

Cecchignola, Tor Marancia, Cessati spiriti, Tre Fontane (cave abbandonate) $= V_2$, V_3, V_{4p}

Riserva delle Cavalle, S. Sebastiano $= V_{4l}$, V_{5c}.

(1) Nelle escavazioni in galleria pel collettore. In tali escavazioni, oltre al conglomerato giallo di debole consistenza, si rinvenne pure il tufo granulare, con la variazione compatta e di consistenza litoide, identico a quello esistente al Peperino sulla via Flaminia, ed in esso trovai *Helix nemoralis* Lin., *Cyclostoma elegans* Müll., *Bythinia tentaculata* Lin., *Unio sinuatus* Lamk., *Buxus sempervirens* Lin., *Hedera helix* Lin., *Taxus baccata* Lin., *Nekera crispa* Lin.

(2) Clerici E., *Sopra un giacimento di diatomee al monte del Finocchio o della Creta presso Tor di Valle* (Boll. Soc. Geol. It., vol. XII. 1893).

(3) Con indici numerali pel grado di antichità e letterali per la facies che talvolta può ripetersi a differenti livelli (argillosa $= a$; conglomeratica $= c$; litoide $= l$; pozzolanica $= p$; a pallottole pisolitiche $= pis$; sabbiosa $= s$; ecc.). I materiali per solito tufaceo-argillosi, meno importanti, che si frammettono talvolta fra i membri della serie si possono notare, qualora sia proprio necessario, cogli indici dei termini che li comprendono

La serie quasi completa, riunita in una ristretta località, può constatarsi presso il km. IV della via Laurentina che, se non offre purtroppo [1] attualmente sezioni estese e vistose, ha il vantaggio di mostrare tre diversi livelli diatomeiferi; come è indicato nella fig. 2, semischematica.

Fra tutti i membri della serie da me stabilita, quello che, malgrado le locali ed eventuali variazioni, sembrami il più facilmente riconoscibile è costituito dal materiale granuloso generalmente stratificato che io, dal co-

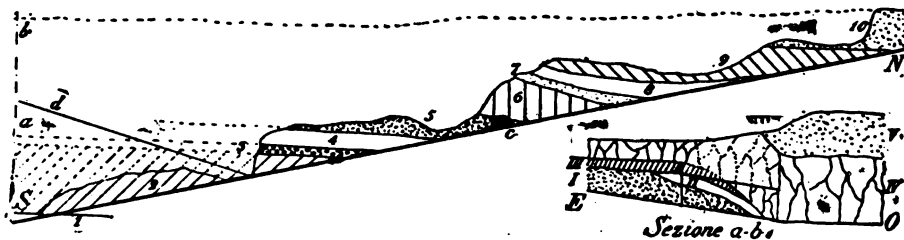



FIG. 2.

1. Argilla marnosa bigio-giallognola, con qualche *Bythinia*, diatomeifera (ora meglio accessibile nella tenuta a sinistra scendendo). — 2. Tufo granulare tipico, con strati a pallottole ed altri, superiormente, ricchi di pomicine chiare. — 3. Piccolo banco di pomici bianche. — 4. Materiale argilloso tripolaceo biancastro, diatomeifero, ricco di calcare alla parte superiore. — 5. Pozzolana rossa. — 6. Conglomerato giallo [2]. — 7. Tufo terroso bruno. — 8. Materiale biancastro diatomeifero (specialmente a sinistra scendendo) con varia quantità di prodotti vulcanici più o meno alterati. — 9. Tufo terroso marrone. — 10. Pozzolana nera (color cinereo allo stato secco). — *c.* accesso ad una piccola cava di pozzolana rossa (abbandonata). — *d.* Carrareccia di accesso ad una cava di tufo (inattiva) il cui ultimo tratto, parzialmente in galleria, è mostrato dalla sezione *a-b*: I. Pozzolana rossa. — II. Materiale tripolaceo diatomeifero di colore, parte giallognolo, parte roseo. — III. Tufo terroso marrone. — IV. Tufo litoide. — V. Pozzolana cinereo-rossastra.

lore d'insieme, chiamai conglomerato giallo. Gli elementi caratteristici e predominanti ne sono i lapilli di color rosso-violaceo, ora vivacissimo, ora cupo, mescolati ad altri gialli, con dose variabile di granuli bianchi di leucite, poi augite, mica, ecc., e blocchetti di lave. Incontro alla basilica di S. Paolo, in corrispondenza evidentemente di una antica e profonda valle da esso riempita, raggiunge la massima potenza conosciuta, non minore di 45 m.

La parte inferiore venne incisa e parzialmente sfondata pei lavori di scavo pel collettore sinistro. La sezione venuta in luce per tali lavori è, secondo le mie osservazioni, compendiata nella fig. 3.

I complessi di strati nn. 4 a 9, modalità di una stessa formazione,

(1) Infatti i fossetti laterali, il cui fondo dilavato mostrava ottimamente i vari strati, vennero sostituiti da cunette selciate.

(2) I nn. 3 a 6 corrispondono ai nn. 31 a 38 (pag. 12-13) del *Catalogo ragionato* del Brocchi. Al n. 30, corrispondente esattamente al mio n. 4, Brocchi fecevi l'annotazione: « Potrebbe forse provenire da pomici disfatte e rimpastate, ma non si scorge vestigio della loro tessitura ».

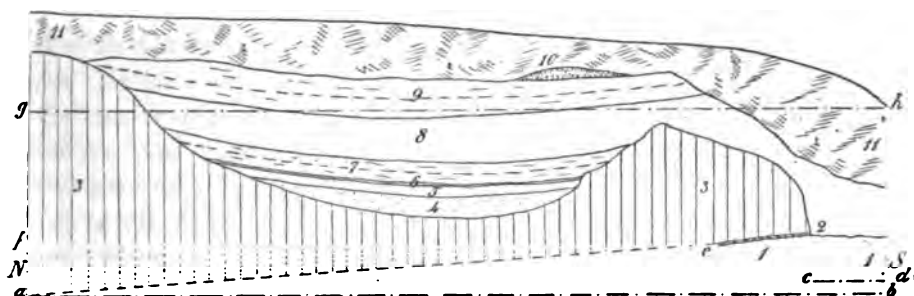
procedono concordantemente adagiandosi in una escavazione preesistente nel n. 3, che poi hanno finito per colmare. In tutti (ma un po' meno nei nn. 4 e 6) sono contenuti molluschi d'acqua dolce: *Bythinia tentaculata* Lin., *Limnaea palustris* Müll., *L. ovata* Drap., *Planorbis albus* Müll., *Valvata piscinalis* Müll., *Pisidium amnicum* Müll., potamospongie e diatomee che nel n. 7 e in qualche straterello del n. 8 giungono a costituire la parte principale della roccia.

Scala: per le lunghezze 1 a 1000; per le altezze 1 a 500.

Fig. 3.

1. Argilla bigia con rari molluschi d'acqua dolce, scavata fino alla quota 1,23 sul mare, in *c-d*, per la fondazione della tomba-sifone per la marana di Grotta Perfetta. — 2. Straterello tufaceo cenerognolo, nettamente distinto dal sottoposto n. 1 e a rigore inseparabile dal n. 3. — 3. Conglomerato giallo, talvolta volgente al bigio-verdiccio, di consistenza litoide (compattissimo e di colore aranciato nella parte più profonda dello scavo un centinaio di metri più a nord) contenente negli strati più bassi qualche pezzo di piccola ghiaia calcarea (la parte sporgente dal piano *g-h* della via Ostiense fornì ossami di *Elephas* e *Cervus*). — 4. Tufo ora granuloso, ora argilloso, rossastro o roseo e grigiastro con scorie e leuciti in disfacimento, impronte di vegetali, denti e ossami di *Elephas*, *Bos*, *Cervus*, *Rhinoceros Mercki*. — 5. Tufo argilloso tripolaceo, color carneo, affinamento del n. 4. — 6. Straterello di argilla grigio-bluastra compatta. — 7. Pila di straterelli marnoso-tripolacei (con molto vario contenuto in calcare) taluni bianchissimi, altri prevalentemente brunastri; con abbondanti impronte di equiseti e foglie monocotiledoni parallelinervie. — 8 Argilla giallognola variegata di bigio, nettamente stratificata, con straterelli tripolacei più chiari ed altri più scuri. — 9. Argilla come la precedente; ma un poco più chiara e con noduli marnolitici. — 10. Sabbia cenerognola grossolana, con quarzo, feldspato, augite, ciottolini di piromache varicolori e piccole concrezioni calcaree. — 10. Terreno vegetale e rimaneggiato, con sepolcreti, ossa umane e avanzi di animali domestici. — *a-b*, livello del mare; — *e-f*, piano locale di fondazione sul conglomerato giallo; — *e-a*, termine approssimativo inferiore del conglomerato giallo (1).

In uno straterello continuo bianchissimo, quasi a metà del n. 7, le più abbondanti diatomee (in prevalenza sinedre) sono rappresentate da: *Cymbella gastroides* Ktz., *C. affinis* Ktz., *C. cistula* Hempr., *C. Ehrenbergii* Ktz., *Navicula oblonga* Ktz., *N. elliptica* Ktz., *Rhoicosphenia curvata* Grun., *Gomphonema augur* Ehr., *G. acuminatum* Ehr., *Epithemia Westermanni* Ktz., *Synedra capitata* Ehr., *S. amphirhynchus* Ehr., *S. ulna* Ehr., *Cymatopleura solea* Bréb., *Nitzschia fonticola* Grun.

(1) A 120 m. verso nord il conglomerato giallo termina a quota — 1,73, come risulta da scandaglio fatto eseguire dal mio amico ing. Luigi Cozza direttore governativo dei lavori.

Negli straterelli a metà del n. 9 trovasi quasi esclusivamente la *Melosira granulata* Ralfs.

Molti resti di vertebrati ho trovato nei nn. 5 e 7; e più ancora, raccolti dagli operai sull'esempio delle mie ricerche, furono accaparrati da altri dilettanti: sono principalmente ossa di uccelli (prevalentemente cigni e anatre) poi mammiferi: *Bos*, *Cervus*, *Lepus*, *Canis*; rettili: *Emys europaea*; e qualche ossicino di batraci.

Nel conglomerato giallo di questa località, il prof. Portis rinvenne nella porzione sottostante alla quota 4,88, una valva di *Pectunculus*, che asseriscesi ben conservata, e ritenne (1) che tale roccia si appoggiasse su « Terreni non veduti.... sospettati rappresentare orizzonti assai elevati, poveri « in fossili, delle sabbie gialle subappennine coi loro più comuni caratteri ». Aggiunse poi che questo conglomerato giallo, da lui detto tufo giallo di S. Paolo « deve considerarsi come l'elemento il più antico di tutta la se- « zione estesa per due chilometri, da questa località N.-N.-O., a quella « S.-S.-W. di Vigna Venerati. Infatti, esso qui si depose e stratificò sovra « un basso lido sabbioso marino, ed incorporò in sè le ghiaiuzze e, le valve « di conchiferi marini che giacevano sovra il fondo » (2).

Questa conclusione potrebbe forse essere ancora sostenuta se già non fosse accertato che il conglomerato giallo, qui a S. Paolo riposa sopra argilla a molluschi continentali; se appena a 200 m. dalla sezione fig. 3, verso Roma, lungo la falda occidentale della collina, che si protende contro la via della Garbatella, non lo si vedesse nettamente riposare a quote gradatamente più elevate su pozzolana; se dirigendosi invece per 300 m. in direzione ovest-est non lo si rivedesse presso la vaccheria Serafini e poi ininterrottamente verso Grotta Perfetta nuovamente sovrastare, e con marcata discordanza, alla stessa pozzolana. Ma troppi punti ho oramai indicato ne' quali è dato constatare le relazioni fra il conglomerato giallo e le altre roccie antecedentemente formatesi, perchè si possa accogliere la conclusione portisiana basata unicamente sopra una supposizione dimostrata dal fatto esser priva di fondamento.

(1) Portis A., *Di una formazione stagnale presso la basilica ostiense di Roma e degli avanzi fossili vertebrati in essa rinvenuti*. Boll. Soc. Geol. It., vol. XIX, 1900, pag. 188.

(2) Op. cit., pag. 231. Il capoverso continua ancora così: « e col creare un rilievo « momentaneo sul fondo, e col procurare momentanea emersione del deposito tufaceo o « di una sua parte, occasionò dall'un lato, colle numerose e svariate condizioni offerte « da punto a punto allo assettamento, alle selezioni ed alle reazioni mutue dei materiali « diversi che lo costituivano, le tanto più numerose gradazioni ed aspetti diversi che a « suo luogo ho ricordato (non esclusa quella chiamata già, da autori ben di me più an- « tichi, tufo a pallottole, o tufo pisolitico grigio-verdiccio ». Avverto però che le osservazioni dirette non suffragano siffatti criteri; ma li contraddicono.

L'inesistenza del mare, nel settore di cui ora mi occupo, data da tempo di gran lunga più remoto che non sia quello in cui si formò il conglomerato giallo. I giacimenti diatomeiferi sono atti a provarlo e l'importanza loro, da questo lato, è tanto maggiore quanto più basso è il posto che occupano nella serie stratigrafica. A Capo di Bove [113; 44] e alle Tre Fontane [75; 44] il tufo granulare V_1 sta su argille diatomeifere; la sua facies d'affinamento V_{1z} è diatomeifera. Alla trincea ferroviaria di S. Paolo [76; 70], a Mostacciano [49; 6], [45; 5], a Casa Ferratella [56; 21], alla Valchetta [58; 34], alla via Laurentina [72; 45] i materiali tripolacei diatomeiferi sopportano la pozzolana rossa V_2. Il conglomerato giallo V_3, che è posteriore alla pozzolana rossa, si affina in materiale tripolaceo diatomeifero a S. Sebastiano [100; 60] e al fosso della Cecchignola [78; 25]. Altro deposito diatomeifero trovasi lungo la via Laurentina [72; 48] fra il conglomerato giallo e la pozzolana nera V_{4p}. A S. Sebastiano [98; 62] ed alla Riserva delle Cavalle [63; 33] il conglomerato V_{5c}, che quivi ricopre l'ordinario tufo litoide V_{4l}, è pur diatomeifero. Superiore al tufo litoide (1) è il giacimento di vigna S. Carlo [54; 77]. Un ricchissimo giacimento sta sulla pozzolana nera al M. del Finocchio [60; 38]. Gli strati marnoso-tufacei inframmezzati al travertino di questa ultima località sono diatomeiferi. Ricchi di diatomee sono le intercalazioni marnose e tufacee nel travertino del Torraccio [32; 16], [34; 13], [28; 11], a tutte le altezze.

In tal modo vengo ad individualizzare *almeno quattro livelli distinti* di sedimenti a diatomee che con la serie tufacea formano la cronologia seguente:

VIII — Sedimenti diatomeiferi	VIII bis — Sedimenti diatomeiferi
VII — Pozzolana nera, V_{4p}	VII bis — Tufo litoide, V_{4l}

VI — Sedimenti diatomeiferi
V — Conglomerato giallo, V_3
IV — Pozzolana rossa, V_2
III — Sedimenti diatomeiferi
II — Tufo granulare tipico, V_1
I — Sedimenti diatomeiferi.

Il Brocchi e gli altri tufo-nettunisti che mi precedettero nello studio dei dintorni di Roma, non sospettarono l'esistenza dei giacimenti diatomeiferi da me scoperti e non impiegarono mai il microscopio nello studio dei tufi e delle roccie che li accompagnano; e con ciò si spiega la loro persistenza in una opinione che ora non potrebbesi ragionevolmente sostenere.

(1) A Spinaceto, località non compresa nella fig. 1., ma situata a poco più di un km. a sud di Mostacciano, il tufo litoide sta immediatamente sopra argilla ricca di molluschi d'acqua dolce, potamospongie e diatomee.

Fisiologia. — *Sulla natura e la genesi delle melanine e di altre sostanze affini.* Nota preventiva del dott. V. Ducceschi, presentata dal Socio Luciani.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Socio Dini legge la seguente *Commemorazione* del Socio straniero Carlo Hermite.

« Sono appena 20 giorni che il decano dei matematici francesi, che da 17 anni apparteneva come Socio straniero alla nostra Accademia, Carlo Hermite, moriva in Parigi improvvisamente, senza sofferenze, la mattina del 14 gennaio.

« Nacque a Dieuze (nel dipartimento della Meurthe-et-Moselle) il 24 dicembre 1822, e fece i suoi primi studî al Liceo Louis-le-Grand, dal quale nel 1842 passò alla Scuola Politecnica; e fino d'allora si rivelò quel matematico insigne che poi doveva essere unanimemente riconosciuto da tutti.

« I suoi primi lavori sono appunto del 1842, e di questi, quello pubblicato nel 1° volume dei Nouvelles Annales de mathém. dal titolo: *Considérations sur la résolution algébrique de l'équation du 5me degré*, nel quale dà una dimostrazione della impossibilità di risolvere per radicali l'equazione generale del 5° grado, presenta già una difficoltà e una importanza che non possono sfuggire ad alcuno. Questi primi studî che poi, 16 anni dopo, doveva coronare col successo di arrivare alla effettiva risoluzione delle equazioni di 5° grado per mezzo delle funzioni ellittiche, furono seguiti immediatamente da altri di importanza anche maggiore, tanto che la loro traccia resta e resterà sempre nella scienza.

« Morto nel 1829, a soli 27 anni, uno dei più grandi genî matematici del secolo XIX, l'Abel, s'intravedeva appena, dopo i lavori di quell'altro genio matematico che fu Jacobi, la importanza che un giorno avrebbero avuto le funzioni di grado superiore alle ellittiche che primi Abel e Jacobi avevano considerato, e che già da Jacobi erano state dette Abeliane, ma che erano allora, si può dire, appena conosciute. Hermite con mano già da maestro, sebbene non anche ventenne, e solo da pochi mesi allievo del 1° anno della Scuola Politecnica, prese a trattare nell'anno 1842 un problema difficilissimo su queste funzioni, e lo risolvè completamente in una Memoria dal titolo « *Sur la division des fonctions Abèliennes ou ultra-elliptiques* » e per questa Memoria da lui comunicata a Jacobi, questo celebre matematico, nel 24 giugno di quell'anno

stesso 1842, gli scriveva da Koenigsberg una lettera estremamente lusinghiera, che fu poi pubblicata, nel luglio dell'anno successivo, nei Comptes Rendus de l'Académie des Sciences; come la Memoria, al seguito di uno splendido rapporto fatto all'Accademia dai commissarî Liouville e Lamé, fu poi pubblicata nel 1848 ne' *Mémoires des Savants étrangers;* e così Hermite, come dice lo stesso Jacobi in quella lettera, aprì un vasto campo di ricerche e di scoperte, che continuate negli anni successivi, e segnatamente in quelle numerose comunicazioni fatte nel 1855 all'Accademia delle Scienze sulla teoria della trasformazione delle funzioni Abeliane che gli valsero appunto il posto di accademico, gettarono, si può dire, la maggior luce su quella parte nuova e difficile della scienza che più tardi, in seguito anche ai lavori di altri matematici, e segnatamente di Rosenhain, di Göpel, di Weierstrass e di Riemann, doveva toccare quell'alto grado cui oggi è giunta.

« Nel tempo poi che a questo ramo sì elevato di studî volgeva la sua attenzione il giovane geometra nei primi anni della sua carriera matematica, altri ne coltivò con ardore, e questi pure di importanza grandissima.

« Le sue numerose Memorie sulle funzioni omogenee di due o più variabili portano l'impronta del genio, e per mezzo di quelle potè anche fare progredire grandemente la teoria delle equazioni, nella quale è particolarmente notevole il teorema dato da lui nel 1857 nel vol. 53 del Giornale di Crelle sul numero limitato d'irrazionalità distinte delle radici di tutte le equazioni a coefficienti interi complessi, per le quali il discriminante ha uno stesso valore; e grandemente ancora fece progredire la teoria dei numeri, riducendola anche, in una Memoria che pubblicò nel 1851 nel vol. 41 del Giorn. di Crelle, a potere essere trattata in certe parti colle variabili continue, il che è ben sorprendente, in quanto i numeri interi sono di lor natura discontinui; mettendo così sempre più in evidenza come le varie parti delle matematiche, anche se in apparenza molto discoste fra loro, si collegano tutte; e mostrando in particolare, come dice egli stesso in quella Memoria, che « la lunga catena delle verità proprie dell'aritmetica trascendente si col-« lega, nell'origine, agli elementi stessi dell'algebra ».

« Non pago però degli splendidi risultati ottenuti in queste ardue parti della scienza, Hermite volse i suoi studî anche a pressochè tutte le altre parti dell'algebra e dell'analisi.

« La teorica delle funzioni ellittiche; quella delle equazioni differenziali lineari, sia nel caso generale, sia nel caso di equazioni speciali, come ad es. quella di Lamé; la teoria generale delle funzioni di una o più variabili; quella delle funzioni sferiche per le quali sono in particolare a notarsi una sua generalizzazione delle funzioni di Legendre X_n e le sue ricerche sulle radici delle funzioni di 2ª specie coll'applicazione del teorema di Cauchy; quella delle funzioni Euleriane; quella della rappresentazione analitica delle funzioni di una variabile reale; quella delle frazioni continue ordinarie e

algebriche, delle quali dette anche ripetute e notevoli estensioni e generalizzazioni; e una massa di altre parti dell'algebra e dell'analisi portano traccie notevoli dell'opera sua.

« Il campo però nel quale più si svolse, e quasi di continuo, la sua attività meravigliosa, è quello delle funzioni ellittiche, e delle loro trasformazioni e applicazioni svariatissime, fra le quali sono da notarsi quelle, in relazione anche alla equazione di Lamé, da lui raccolte in un grosso fascicolo col titolo « *Sur quelques applications des fonctions elliptiques* » pubblicato a parte a Parigi nel 1885, e relative ad alcune delle più ardue questioni di meccanica.

« Sovra a tutto però, in questo campo delle sue ricerche sulle funzioni ellittiche e loro applicazioni, è da rilevare come in una Memoria presentata all'Accademia delle Scienze nel marzo del 1858 pervenne alla effettiva risoluzione delle equazioni generali di 5° grado, col determinare la equazione dalla quale si riduce sempre a dipendere la risoluziono della equazione modulare relativa alla trasformazione del 5° ordine, e coll'osservare che essa concorda pienamente con quella cui si possono ridurre le equazioni generali del 5° grado mediante la trasformazione che è comunemente conosciuta come trasformazione di Jerrard, ma che invece, come Hill mostrò nel 1861, appartiene a Bring che la dette nel 1786, cioè circa 50 anni prima.

« Gli studî che nello stesso tempo e nello stesso campo facevano altri ingegni altissimi, il Kronecker e il Brioschi, avevano portato il primo di questi a potere annunziare sommariamente all'Hermite stesso, in una lettera che egli communicò all'Accademia nella seduta del 14 giugno, un altro processo di risoluzione delle equazioni del 5° grado, come portarono negli stessi giorni e forse prima (maggio e giugno 1858) il Brioschi a fare dipendere la risoluzione di quelle equazioni dalla equazione del moltiplicatore sempre per le trasformazioni del 5° ordine; ma è un fatto che la prima dimostrazione della effettiva risoluzione delle equazioni del 5° grado per mezzo delle funzioni ellittiche che, a buon dritto, fu considerata come una delle più grandi scoperte del secolo nel campo della risoluzione delle equazioni di grado superiore al quarto, si deve ad Hermite.

« Dotato di un acume e di una attività sorprendenti, potè Hermite, in quasi un sessantennio di vita matematica, produrre una immensità di lavori che trovansi sparsi in pressochè tutti i periodici matematici della Francia e di fuori, e in pubblicazioni speciali a parte, o nelle lezioni autografate; ma... il tempo stringe; e impossibile sarebbe ora il parlare con dettaglio di tutte le opere scientifiche di lui, o anche soltanto far risaltare i punti principali della scienza dove con quelle opere Egli ha lasciato la sua impronta.

« Padrone assoluto dei procedimenti del calcolo nel quale è quasi sempre di una chiarezza ed eleganza straordinaria e geniale, egli bene spesso in mezzo a una selva di formole intravedeva risultati semplici e meravigliosi, che altri ben difficilmente avrebbe immaginato che potessero poi scaturire sì

facilmente da quelle formole. Lo provano ad es: i tanti risultati aritmetici da lui ottenuti nello studio delle forme o delle funzioni ellittiche, la dimostrazione del teorema di Lambert sulla irrazionalità di π^2 che in una lettera a Borchardt pubblicata nel vol. 76 del giornale di Crelle egli dedusse in modo semplicissimo da alcune formole che aveva dato precedentemente nello stesso volume sulle espressioni $U \operatorname{sen} x + V \cos x + W$; la dimostrazione della trascendenza del numero e che in varie Memorie, e segnatamente in quelle « *Sur la fonction exponentielle* » da lui in varie volte communicate all'Accademia nel 1873, e poi riunite in una pubblicazione a parte nel 1874, egli deduce da alcune formole alle quali giunge con considerazioni semplicissime relative alla determinazione approssimata delle funzioni, dando così un metodo elegante che doveva poi condurre altri a dimostrare la impossibilità della quadratura del cerchio; e lo provano infine un'altra massa di formole eleganti, e risultati notevoli e di una semplicità estrema, che si riscontrano continuamente nei suoi lavori.

« Ripetitore ed esaminatore nella Scuola Politecnica nel 1848, Professore nel 1862 alla Scuola Normale in una cattedra creata espressamente per lui, e successo poi a Duhamel per l'Analisi nella Scuola Politecnica, e per l'Algebra nella Facoltà di scienze, della sua chiarezza nell'insegnamento, dell'amore che sapeva ispirare per la scienza lascia traccie profonde, come lo provano i tanti valorosi geometri usciti dalla sua scuola, che ora fanno l'onore della Francia; e come splendidamente risulta dalle tante dichiarazioni di stima e di affetto che ebbe da tutto il mondo matematico nel 1892 quando si celebrò il suo 70° anno di età.

« E la bontà sua d'animo, il suo amore alla scienza risultano anche dalle relazioni epistolari che ebbe con studenti e geometri di tutto il mondo civile. È proprio questo degli spiriti superiori! Come Jacobi, già al più alto grado di celebrità, non sdegnò di entrare in corrispondenza con lui non anche ventenne e allievo del 1° anno della Scuola Politecnica, così Hermite non sdegnò mai di essere in relazione epistolare con tutti, studenti e scienziati, dal più umile al più illustre, a tutti rispondendo diffusamente e con tutta bonarietà, senza tacere con nessuno le sue idee, anzi dando sempre a tutti quelle indicazioni, quei germi che tanto possono fruttificare quando vengono sparsi su terreno adattato.

« La lunga ed estesa corrispondenza di lui con Brioschi, ora, a quanto sembra, disgraziatamente perduta, fece sì che, quasi fossero stati insieme, lavorassero per circa un quarantennio nello stesso indirizzo, al progresso dell'Algebra, della teoria dei numeri e dell'Analisi superiore nelle sue varie parti, e segnatamente oltre che alla risoluzione della equazione di 5° grado, alla teoria delle funzioni ellittiche, iperellittiche e Abeliane, ecc. ecc. lasciando in tutte queste parti della scienza che essi trattavano coi metodi classici di Lagrange, Legendre, Jacobi, ecc. orme indelebili. La corrispon-

denza che per oltre un ventennio, e in alcuni periodi anche frequentissima, e sempre amichevole e affettuosa, tenne col Beltrami, corrispondenza che io ho la fortuna di avere avuta in dono dallo stesso Hermite, mostra quanto, oltre che dell'Analisi pura, anche dei progressi della fisica matematica egli sempre s'interessasse; e io spero che questa corrispondenza potrà un giorno servirmi a mettere in luce anche altri progressi che la scienza ha fatto per opera loro.

« Colla scomparsa di Hermite, unita a quelle, fatte in meno di un quadriennio, di altri matematici insigni, come Weierstrass, Brioschi, Lie, Beltrami e Bertrand, l'Accademia ha certo perduto molto di sè. Consoliamoci al pensiero che le opere di questi grandi restano, come resta nel cuore di tutti il ricordo di loro, del loro amore alla scienza, del loro alto sapere; e alle opere loro, come al loro ricordo, tutti sapremo ispirarci ».

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario CERRUTI presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci TARAMELLI, FOÀ, BATTELLI, e dai signori DE GIOVANNI, CLERICI, PIOLTI, DE TONI, FILIPPI, RETZIUS, MARSON, e WEINEK.

Il Socio COLOMBO offre una pubblicazione fatta dall'Istituto Tecnico Superiore di Milano, in occasione della inaugurazione del monumento a FRANCESCO BRIOSCHI.

CORRISPONDENZA

Il Vicepresente BLASERNA annuncia che il Presidente MESSEDAGLIA è stato colpito da una grave sventura domestica, la perdita di un fratello; e la Classe delibera unanime d'inviare al Presidente MESSEDAGLIA un telegramma di condoglianza.

Lo stesso VICEPRESIDENTE comunica una lettera di ringraziamento dell'Accademia delle scienze di Parigi, per le condoglianze inviatele in occasione della morte del Socio HERMITE; aggiunge poi che ai funerali di GIUSEPPE VERDI a Milano, l'Accademia fu rappresentata dal Socio CELORIA.

Il Segretario CERRUTI dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

L'Accademia di scienze naturali di Filadelfia; la Società geologica di Manchester; la Società di scienze naturali di Emden; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società zoologica dl Tokyo; la R. Scuola Navale Superiore di Genova; l'I. R. Osservatorio di Vienna; l'Istituto geodetico di Potsdam; le Università di Cambridge e di Upsala.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

La Società zoologica di Londra e l'Istituto Teyler di Harlem.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 2 febbraio 1901.

Battelli A. e *Stefanini A.* — Sulla velocità dei raggi catodici e sulla conduttività elettrolitica dei gas. Pisa, 1899. 8.

Betocchi A. — L' Isola Tiberina ed i lavori del Tevere. Roma 1900. 8°.

Brunšchmid J. — Vexillatis romana Mitrovicae. Zagreb S. a. (1900). 8°.

Clerici E. — Sulle sabbie di Bravetta presso Roma. Roma, 1900. 8°.

De Toni G. e *Filippi D.* — L' Orto botanico dell' Università di Camerino nel 1900. Camerino, 1900. 8°.

De Giovanni A. — Nevrosi e neurastenia. Milano, 1900. 8°.

Foa P. — Contribuzione anatomica e sperimentale alla fisiologia patologica delle capsule surrenali. Torino, 1901. 4°.

Giampietri L. — A new System of Practical Perspective for Artists and Architects. London 1900. 4°.

Inaugurazione del Monumento a Francesco Brioschi nel R. Istituto Tecnico Superiore di Milano. XIII dicembre 1900. Milàno, 1900. 4°.

Marson L. — Sui ghiacciai italiani del Bernina. Osservazioni del 1899. Roma, 1900. 8°

Piolti G. — Sabbie della Valle della Dora Riparia. Torino, 1897. 8°.

Id. — Sopra una macina romana in leucotefrite, trovata nei dintorni di Rivoli (Piemonte). Torino, 1899. 8°.

Id. — Sulla presenza della jadeite nella Valle di Susa. Torino, 1899. 8°.

Id. — Sull' origine della magnesite di Casellette (Val di Susa). Torino, 1897. 4°.

Retzius G. — Crania suecica antiqua. Eine Darstellung der Schwedischen Menschen-Schädel aus dem Steinzeitalter, dem Bronzezeitalter und dem

Eisenzeitalter sowie ein Blick auf die Forschungen ueber die Rassencharaktere der Europäischen Völker. Stockholm, 1900. 4°.

Taramelli T. — Una gita geologica in Istria. Ricordi. Firenze, 1900. 8°.

Tietze F. — La simmetria del cranio negli alienati. Venezia, 1900. 8°.

Weinek L. — Die Tychonischen Instrumente auf der Prager Sternwarte. Prag, 1901. 8°.

V. C.

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 febbraio 1901.

P. BLASERNA Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — *Sulle protuberanze solari osservate al R. Osservatorio del Collegio Romano durante l'anno 1900.* Nota del Socio P. TACCHINI.

Durante l'annata le condizioni dell'atmosfera non furono molto favorevoli a queste osservazioni, per modo che il numero dei bordi osservati fu molto inferiore a quello delle semplici proiezioni solari. Nella seguente tabella sono riuniti i dati relativi a ciascun trimestre dell'annata.

1900	Numero dei giorni di osservazione	Medio numero delle protuberanze per giorno	Media altezza	Estensione media	Media delle massime altezze	Massima altezza osservata
Gennaio. . . .	12	3,33	30,2″	1,1°	31,3″	40″
Febbraio . . .	11	1,18	19,4	0,6	20,0	40
Marzo	6	3,33	30,0	0,8	30,0	30
1° Trimestre .	29	2,52	26,0	0,9	26,6	40
Aprile	14	2,21	25,1	0,7	26,3	40
Maggio	16	3,00	32,4	0,8	38,9	54
Giugno	18	2,11	30,0	0,8	32,2	52
2° Trimestre .	48	2,44	29,4	0,8	32,7	54
Luglio	25	2,80	34,4	1,0	35,5	60
Agosto	24	2,29	27,8	0,9	29,4	48
Settembre. . .	22	4,14	32,9	1,1	38,0	60
3° Trimestre .	71	3,04	31,7	1,0	34,4	60
Ottobre	9	7,11	34,8	1,3	41,3	48
Novembre. . .	6	3,33	36,7	1,2	39,8	48
Dicembre. . .	16	3,37	34,1	1,1	39,3	72
4° Trimestre .	31	4,45	34,8	1,2	39,9	72

Confrontando i dati del 1° trimestre con quelli dell'ultimo trimestre del 1899, si vede che il fenomeno delle protuberanze solari si è mantenuto stazionario e sempre scarso.

Nel 2° trimestre il fenomeno si mantenne pure debole; nel maggio ci fu un leggero aumento in accordo col massimo secondario osservato per le macchie e per le facole.

Nel 3° trimestre si verificò un aumento nel fenomeno delle protuberanze in confronto dei due precedenti trimestri: le differenze però sono di un ordine tale da poter considerare il fenomeno come stazionario.

Nel 4° trimestre il numero dei giorni di osservazione fu molto scarso, specialmente nei mesi di ottobre e novembre. Sembra però, che il leggero aumento del fenomeno accertato per il mese di settembre, siasi mantenuto anche per gli ultimi tre mesi dell'anno. Le osservazioni furono fatte in 88 giornate da me, in 62 dall'assistente sig. Tringali, in 25 dal prof. Palazzo e in 4 dal prof. Millosevich.

Chimica. — *Azioni chimiche della luce.* Nota I del Socio G. Ciamician e di P. Silber.

Malgrado i grandi progressi della fotografia e gli accurati studî intorno ai problemi ad essa attinenti, non si può dire che la fotochimica sia molto coltivata e sebbene si riscontrino, registrati nella letteratura, molti singoli fatti, sono poche le reazioni studiate sistematicamente. Queste ragioni ci indussero, or sono molti anni (1) a fare delle esperienze per stabilire quali sono i principali processi chimici che vengono determinati o meglio accelerati dai raggi luminosi. Tali ricerche non ebbero seguito allora, perchè altri problemi, che intensamente ci occupavano, richiedevano tutta la nostra attività. Da circa un'anno però abbiamo ripreso quelle nostre vecchie esperienze e nella presente Nota diamo un breve sunto dei fatti da noi fin qui scoperti. La particolareggiata trattazione di questi resta riservata ad una più estesa Memoria, che pubblicheremo altrove.

Il punto di partenza degli studî di cui stiamo parlando, è una reazione da noi notata circa 15 anni or sono; essa si riferisce alla reciproca azione del *chinone* e dell'*alcool.* Per azione della luce, e della luce soltanto, si forma *idrochinone* ed *aldeide.* Noi abbiamo cercato di estendere la ricerca in modo di conoscere il comportamento di tutta una serie di simili coppie di sostanze, onde arrivare a qualche conclusione d' indole generale. Come si

(1) Vedi questi Rendiconti 1886, 3 gennaio e 14 novembre. Anche il Loew, nel suo libro, *Die chemische Energie der lebenden Zelle* (1899), cita queste osservazioni in un breve quadro in cui riassume le principali azioni chimiche della luce.

vedrà, da quanto esporremo, a questo risultato crediamo d'esserci alquanto avvicinati.

Intorno alla parte descrittiva delle nostre esperienze qui non ci dilungheremo, sia detto soltanto che noi ci siamo serviti sempre della luce solare, esponendo le sostanze alla sua azione in tubi o fiaschetti di vetro, chiusi alla lampada. Finora non ci siamo occupati di comparare gli effetti di diverse intensità luminose, nè quelli prodotti da radiazioni di diverso colore. Queste misure saranno oggetto di ulteriori studî; finora ci siamo fermati sulla parte più grossa del fenomeno.

I. Chinone ed alcooli.

Noi abbiamo anzitutto cercato di vedere se la reazione fondamentale da noi trovata, potesse essere estesa ai vari alcooli mono e polivalenti; il problema ci parve interessante anche perchè dagli alcool poliatomici dovevano risultare sostanze zuccherine simili o identiche a quelle che Emilio Fischer, nei suoi celebri studî, ottenne per ossidazione con la soluzione alcalina di bromo o con altri ossidanti. L'esperienza rispose in senso completamente affermativo: il chinone in presenza della luce ossida gli alcool polivalenti alifatici e li converte nelle stesse materie zuccherine descritte dal Fischer.

1. *Alcool etilico.* — Abbiamo voluto ripetere le nostre vecchie esperienze per vedere più esattamente se oltre all'aldeide ed all'idrochinone si formassero altre sostanze. La reazione invece è realmente completa nel senso della uguaglianza:

$$C_6 H_4 O_2 + C_2 H_6 O = C_6 H_6 O_2 + C_2 H_4 O,$$

e non si producono che piccole quantità di materia colorante bruna.

2. *Alcool isopropilico.* — Interessava subito conoscere il contegno d'un alcool secondario ed anche qui la reazione fu quella attesa. Si ottiene senza residuo idrochinone ed acetone:

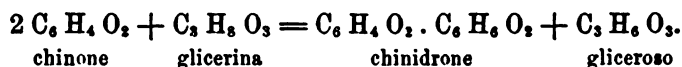
$$C_6 H_4 O_2 + CH_3 CHOH CH_3 = C_6 H_4 (OH)_2 + CH_3 CO CH_3.$$

3. *Alcool butilico terziario.* — Qui la trasformazione è assai lenta, tanto che con luce poco intensa potrebbe sembrare nulla, ma a poco a poco il tubo annerisce ed i cristalli di chinone si trasformano in idrochinone ed in parte in chinidrone. Quale sia la sorte riserbata al trimetilcarbinolo non lo possiamo dire. Su questo modo di agire del chinone avremo occasione di ritornare più avanti.

4. *Glicerina.* — In questo caso l'esperienza è brillante. Sebbene il chinone non si sciolga che in piccola parte nel liquido acquoso contenente

la glicerina, esso annerisce in breve tempo, trasformandosi in gran parte in chinidrone, mentre la soluzione diventa riducente per il *gliceroso* che si va formando. Il prodotto, che venne separato allo stato di composto idrazinico, ha la composizione e la proprietà del *glicerosazone* descritto da E. Fischer e I. Tafel (1); solamente il punto di fusione da noi trovato, 136-137°, è più elevato da quello indicato da questi autori, che danno 131°. Sul gliceroso sono stati fatti in questi ultimi anni molti studî e A. Piloty (2) dimostrò che esso contiene quasi il 60 per cento di biossiacetone. Le più recenti ricerche di A. Wohl e C. Neuberg (3), che furono pubblicate dopo che le nostre esperienze erano già terminate, renderebbero probabile che in essenza di alcali, l'ossidazione della glicerina conducesse oltre che al biossiacetone anche all'aldeide glicerica. Le nostre prove vanno perciò ripetute per decidere se anche nel nostro caso si formano entrambi i prodotti.

L'ossidazione potrebbe compiersi secondo lo schema:

$$\underset{\text{chinone}}{2\,C_6H_4O_2} + \underset{\text{glicerina}}{C_3H_8O_3} = \underset{\text{chinidrone}}{C_6H_4O_2 . C_6H_6O_2} + \underset{\text{gliceroso}}{C_3H_6O_3}.$$

Questo risultato ci incoraggiò a proseguire nello studio degli alcoli poliatomini e l'aspettativa, come già dicemmo, non fu delusa.

5. *Eritrite.* — Anche qui l'azione della luce si manifesta esternamente come nel caso precedente. Il chinone sospeso nella soluzione acquosa dell'alcool annerisce lentamente ed il liquido si colora in bruno. L'operazione in tutti questi casi è poi sempre la stessa; si filtra dal chinidrone, che in parte resta indisciolto, si estrae il liquido acquoso con etere e lo si concentra nel vuoto, dopo averlo scolorato con nero animale. Per lo più la parte dell'alcool rimasta in alterata cristallizza; si può separarla per filtrazione e si ottiene uno sciroppo, che si tratta con una soluzione d'acetato di fenilidrazina. Così dell'eritrite abbiamo potuto separare l'*eritroso*, allo stato di fenilosazone dal punto di fusione 167-168°. Questo prodotto ha la composizione e la proprietà di quello ottenuto da E. Fischer e I. Tafel (4) per ossidazione dell'eritrite con acido nitrico e da E. Fischer e Landsteiner (5) per condensazione dell'aldeide glicolica. Il punto di fusione dell'osazone indicato da questi autori, 166-168°, corrisponde al nostro. Stando ai recenti studî di A. Wohl (6) e di O. Ruff (7) l'eritroso sarebbe la forma racemica dell'aldeide corrispondente all'eritrite inattiva per compensazione interna.

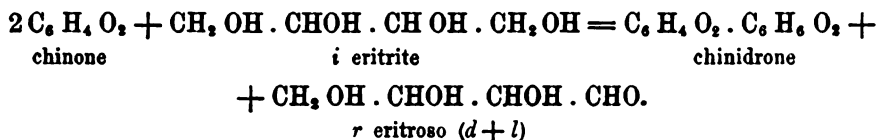
(1) Berichte, 20, 3384.
(2) Ibid., 30, 3163.
(3) Ibid., 33, 3099.
(4) Ibid., 20, 1090.
(5) Ibid., 25, 2554.
(6) Ibid., 32, 3670.
(7) Ibid., 32, 3677.

La reazione dunque avrà luogo anche qui secondo lo schema:

$$2\,C_6H_4O_2 + CH_2OH\,.\,CHOH\,.\,CHOH\,.\,CH_2OH = C_6H_4O_2\,.\,C_6H_6O_2 +$$

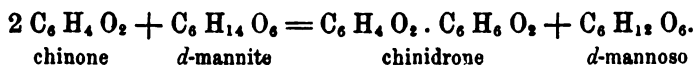
chinone — *i* eritrite — chinidrone

$$+ CH_2OH\,.\,CHOH\,.\,CHOH\,.\,CHO.$$

r eritroso $(d + l)$

6. *Mannite.* — L'ossidazione della mannite ordinaria, presentava uno speciale interesse, perchè riuscendo ad ottenere per azione della luce la corrispondente aldeide, questa doveva essere la materia zuccherina naturale, il *d-mannoso*. Anche in questo caso la trasformazione aspettata ha luogo, accompagnata dai fenomeni già descritti. La separazione del prodotto venne eseguita nel modo citato. Questo è uno sciroppo, che, ottenuto da 6 gr. di mannite, dava una riduzione del liquido di Fehling corrispondente a 3,81 gr. di glucoso. Noi abbiamo preparato ed analizzato l'idrazone, che per il mannoso, come si sa, è caratteristico. Il composto da noi ottenuto aveva il punto di fusione 192°. Secondo gli autori che l'hanno descritto, il fenilidrazone del mannoso non ha un punto di fusione netto; E. Fischer e Hirschberger [1] trovarono 188°, ma anche 195-200°; Reiss [2] dà il punto di fusione 185-186°. Non va dubbio però sulla identità di prodotti.

La reazione ha però luogo secondo l'uguaglianza:

$$2\,C_6H_4O_2 + C_6H_{14}O_6 = C_6H_4O_2\,.\,C_6H_6O_2 + C_6H_{12}O_6.$$

chinone — *d*-mannite — chinidrone — *d*-mannoso

7. *Dulcite.* — Questo alcool resiste maggiormente degli altri all'azione del chinone ed il rendimento di materia zuccherina, in parità di condizioni, è però minore. Noi abbiamo, come sempre, preparato il composto idrazinico. Questo ha la composizione del *dulcosazone* di E. Fischer e I. Tafel [3], che lo ottennero dalla dulcite per ossidazione con bromo in soluzione alcalina. Essi dànno il punto di fusione 205-206°, noi abbiamo trovato 207°.

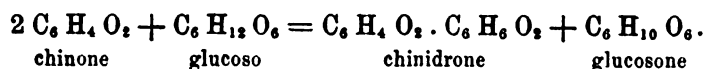
8. *Glucoso.* — Per ultimo ci sembrò interessante vedere se il glucoso venisse ulteriormente ossidato dal chinone per azione della luce, essendo esso sempre un'alcool pentatomico. Era da prevedersi la formazione del glucosone, o di un altro composto aldeido-chetonico oppure della bialdeide. L'esperienza dimostrò che anche qui, come nei precedenti casi, il chinone ossida, in presenza della luce, gli alcooli per dare quei prodotti che si ottengono con gli ordinarî ossidanti. In questo caso il composto è il *glucosone* $(CH_2OH\,.\,CHOH\,.\,CHOH\,.\,CHOH\,.\,CO\,.\,CHO)$.

L'operazione venne eseguita come negli altri esperimenti ed il liquido liberato dal chinidrone e concentrato convenientemente, dette con acetato di

(1) Berichte, 21, 1806 e 22, 1156.
(2) Ibid., 22, 610.
(3) Ibid., 20, 3390.

fenilidrazina, *subito* ed a *freddo*, il *fenilglucosazone*, dal punto di fusione 204-205°. Siccome è noto che il glucoso non dà a freddo coll'acetato di fenilidrazina composti insolubili, si deve ammettere che, nel nostro caso, il glucosone trovavasi gia preformato nel liquido.

Epperò la reazione determinata dalla luce sarà la seguente:

$$\underset{\text{chinone}}{2\,C_6H_4O_2} + \underset{\text{glucoso}}{C_6H_{12}O_6} = \underset{\text{chinidrone}}{C_6H_4O_2 \cdot C_6H_6O_2} + \underset{\text{glucosone}}{C_6H_{10}O_6}.$$

Prima di chiudere questo capitolo vogliamo dire che abbiamo voluto tentare anche alcune reazioni inverse a quelle ora citate, perchè era sempre possibile che i due sistemi

$$\text{chinone} + \text{alcool} \rightleftharpoons \text{idrochinone} + \text{aldeide (o chetone)}$$

conducessero ad uno stato di equilibrio. La cosa invece non sembra essere così, perchè esponendo per lungo tempo (tutta l'estate) due tubi, uno contenente idrochinone ed acetone, e l'altro una soluzione acquosa di glucoso ed idrochinone, non si notò nessun mutamento, all'infuori di un lieve imbrunimento dei liquidi.

Pare dunque che la luce non favorisca che uno solo dei due possibili processi.

II. Altri chinoni ed alcooli.

Qui abbiamo fatto poche esperienze perchè la cosa non presentava molto interesse. Gli altri chinoni studiati furono il timochinone ed il fenantrenchinone, che si comportano come il chinone ordinario.

9. *Timochinone ed alcool.* — Questa coppia doveva dare *idrotimochinone* ed *aldeide*. E così realmente avviene. Il prodotto ottenuto fonde a 143° e si presenta in forma di cristalli bianchi. Secondo Carstanjen il punto di fusione sarebbe 139°,5 [1].

10. *Fenantrenchinone e mannite.* — Malgrado una lunghissima esposizione alla luce, durata tutta l'estate, la trasformazione prevista non si compie che in piccolissima parte forse in seguito alla assai limitata solubilità del chinone nell'acqua. La soluzione acquosa, liberata dal chinone, dà una lieve riduzione col liquore di Fehling e coll'acetato di fenilidrazina, dopo qualche tempo, un lieve precipitato.

III. Chinone ed altre sostanze.

In questo capitolo riuniamo alcune osservazioni che possono considerarsi come non riuscite o per lo meno incomplete, ma che pure devono essere ricordate. Il chinone alla luce si riduce non soltanto per azione degli alcooli

[1] Vedi Beilstein (3ª ediz). II, 971.

ma, si può dire, più o meno facilmente di quasi tutte le sostanze organiche. Solamente in questi casi, come abbiamo già detto a proposito del trimetilcarbinolo, è assai difficile determinare quale sia la trasformazione subìta dall'altro corpo. Sembra poi che il chinone annerisca lentamente alla luce anche senza l'intervento di altre sostanze.

11. *Chinone ed ossiacidi grassi.* — Era da aspettarsi la formazione di acidi chetonici che invece non ha luogo. Noi abbiamo sperimentato con gli acidi *lattico*, *malico* e *tartrico*, ma non abbiamo potuto accertare altro che la formazione d'acido carbonico.

12. *Chinone ed acidi grassi.* — Anche in questo caso il risultato è stato simile al precedente. Coll'*acido formico* la reazione sembra essere abbastanza chiara, perchè il chinone si riduce fino ad idrochinone e si forma anidride carbonica. Cogli *acidi acetico* e *propionico* si ha un lento annerimento del liquido senza potere scoprire quale sia il mutamento subìto dai due acidi.

13. *Chinone ed idrocarburi.* — Lo stesso può ripetersi rispetto a queste coppie di sostanze. Mentre col *benzolo* la riduzione del chinone è lenta, essa diviene rapidissima colle *paraffine* e coll'etere petrolico o meglio coll'esano o ottano, aggiungendoli p. es. alla soluzione benzolica di chinone in modo che questo resti disciolto, si vede già dopo poche ore separarsi in gran copia una sostanza nera, che ben presto ricopre le pareti del tubo in modo da renderlo completamente opaco. Anche in questo caso non siamo riusciti finora a determinare la natura della trasformazione avvenuta.

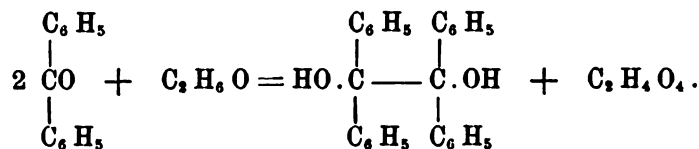
IV. Chetoni ed aldeidi con alcool ordinario.

Le esperienze fin qui descritte fecero nascere in noi il desiderio di sapere se oltre ai chinoni o dichetoni anche le altre sostanze contenenti il radicale carbonile fossero in grado di agire come disidrogenanti e però abbiamo sperimentato alcuni chetoni ed alcune aldeidi. Realmente la supposta azione avviene e mentre l'alcool si ossida ad aldeide, i chetoni e le aldeidi si trasformano nei corrispondenti *composti pinaconici*.

Vogliamo però qui subito far notare alcune interessanti eccezioni che questa regola presenta. Anzi tutto giova sapere che l'accennata reazione ha luogo, a quanto sembra, solamente con chetoni (od aldeidi) aromatici; l'acetone ad. es. dà prodotti che ancora non siamo riusciti ad afferrare (¹), fra i quali pare manchi il pinacone, inoltre poi sembra che la presenza di ossidrili nei chetoni e nelle aldeidi della serie aromatica possa impedire o ritardare la loro azione ossidante.

(¹) Le esperienze saranno continuate.

14. *Benzofenone* [1]. — L'azione di questo chetone sull'alcool può essere paragonata assai bene a quella del chinone. Con la stessa facilità con cui questo dà l'idrochinone, il benzofenone si trasforma in *benzopinacone*, mentre l'alcool diventa aldeide:

$$2\ \begin{array}{c} C_6H_5 \\ | \\ CO \\ | \\ C_6H_5 \end{array} + C_2H_6O = HO.\begin{array}{c} C_6H_5 \\ | \\ C \\ | \\ C_6H_5 \end{array}\!\!-\!\!\!-\!\!\begin{array}{c} C_6H_5 \\ | \\ C \\ | \\ C_6H_5 \end{array}\!.OH + C_2H_4O_4.$$

La reazione è completa; non si formano altri prodotti.

Il punto di fusione del nostro prodotto era a 185°-187°; ora nel Beilstein [2] si trova invece che Zagumenny ebbe il punto di fusione 168°. Questa noiosa differenza ci costrinse a rifare il lavoro di questo autore, riducendo il benzofenone con zinco ed acido acetico, per vedere se si trattava d'un errore. Così è diffatti: il benzopinacone ottenuto fondeva a 186°.

Il benzofenone, come il chinone, è un composto che si riduce per azione della luce con la massima facilità, e non è solamente l'alcool ma molte altre sostanze organiche che lo trasformano in benzopinacone.

15. *Acetofenone.* — Questo composto si altera in soluzione alcoolica per azione della luce assai più lentamente del benzofenone, però se la insolazione viene sufficientemente prolungata, la trasformazione è anche in questo caso completa.

Il prodotto che si ottiene, distillando l'alcool e l'aldeide, che in gran copia si forma, è una massa vischiosa la quale, nel vuoto, a poco a poco cristallizza. Impiegando l'etere petrolico, si riesce facilmente ad ottenere pura una parte del prodotto, che ha tutte le proprietà e la composizione dell'*acetofenonpinacone*, dal punto di fusione 122°, mentre gli autori danno 120° [3]. Oltre a questo però si trova nel solvente, come più solubile, un altro composto, che non abbiamo ancora potuto ottenere allo stato di conveniente purezza, e che fonde fra 80 e 90°. Anche Thörner e Zincke [4], che prepararono l'acetofenonpinacone, parlano di un'altro prodotto, fondente a 107-108°, e però non è impossibile che, assieme al composto che fonde a 122°,

[1] Recentemente Oechsner de Coninck e Devrien (Compt. rend. 130, 1768) fecero per per caso questa stessa esperienza ed ottennero un prodotto dal punto di fusione 182°. Per un'errore d'analisi, che del resto facilmente si spiega perchè il benzopinacone brucia spesso in modo incompleto, essi attribuirono al composto la formola $C_{17}H_{16}O$ invece di $C_{26}H_{22}O_2$ e tratti così in inganno, dettero una interpretazione al fenomeno, che non è la giusta. Questa spiacevole coincidenza ci costrinse a pubblicare nei 'Berichte' (33, 2911) i risultati da noi ottenuti col benzofenone e coll'acetofenone.

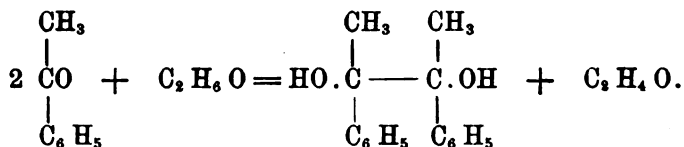
[2] Vol. III, pag. 1105.

[3] Beilstein, 3ª ediz. II, 1103.

[4] Berichte 11, 1992.

si formi l'altro stereoisomero previsto dalla teoria (isoacetofenonpinacone), che dovrebbe fondere a temperatura più bassa. Su ciò faremo delle altre prove.

In ogni modo rimane assodato che l' acetofenone si riduce per azione della luce con l'alcool secondo l'equazione:

$$2\,\begin{matrix} CH_3 \\ | \\ CO \\ | \\ C_6H_5 \end{matrix} + C_2H_6O = HO.\begin{matrix} CH_3 \\ | \\ C \\ | \\ C_6H_5 \end{matrix} - \begin{matrix} CH_3 \\ | \\ C \\ | \\ C_6H_5 \end{matrix}.OH + C_2H_4O.$$

16. *Aldeide benzoica.* — Come s' è detto in principio, l'azione che le aldeidi (aromatiche) esercitano sull' alcool in presenza della luce e del tutto simile a quella causata dai chetoni. L' aldeide benzoica in questo caso è tipica, come lo è il chinone ed il benzofenone. Il prodotto liberato dall' alcool, che è ricchissimo di aldeide, è da principio resinoso e molle, ma in esso si formano cristalli facilmente estraibili col benzolo. Questa prima sostanza, che si purifica assai bene dal benzolo, fonde a 138-139° ed ha la composizione e tutte le proprietà dell' *idrobenzoino.* Il punto di fusione coincide assai bene con quello trovato da Paal [1], 138°; Forst e Zincke invece trovarono 134°. L' idrobenzoino non è però il solo prodotto; dalla resina, che resta indietro, si può con vapore acquoso eliminare delle piccole quantità d' etere benzoico, ma così facendo ed anzi insistendo nella ebollizione con acqua, anche dopo che tutta la parte volatile è passata, si trova nella soluzione acquosa una materia cristallina, che si separa per raffreddamento. Questa seconda sostanza è come, era da attendersi, l' *isoidrobenzoino.* Seccata a 100°, per toglierle l' acqua di cristallizzazione, essa può essere purificata dal benzolo è fonde a 121°, in corrispondenza a quanto trovarono Forst e Zincke [2], che danno il punto di fusione 119-120°. Dopo avere così estratta tutta la parte cristallizzabile, resta in dietro, insolubile nell' acqua, una vera e propria resina, dura, gialla e fragile, che presenta le solite difficoltà, proprie a queste sostanze, ad una esauriente analisi.

Per purificarla la sciogliemmo nel benzolo e la riprecipitammo con etere petrolico. Si ebbe così facendo una polvere bianca, che si rammolliva a 100-101°. Essa ha la stessa composizione dell' idrobenzoino, ma un peso molecolare quadruplo. Se si potesse parlare qui di formula, come si fa per le sostanze cristalline, si dovrebbe attribuirle la seguente

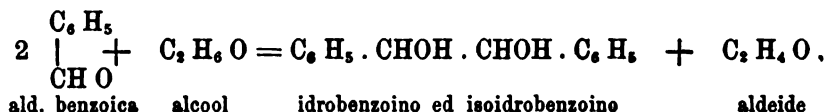
$$4(C_{14}H_{14}O_4).$$

Noi però non osiamo fare ciò e non escludiamo che la coincidenza dei numeri possa essere fortuita, anche perchè non sarebbe agevole spiegare come sia avvenuta la polimerizzazione dell' idrobenzoino.

(1) Beilstein, II, 1100.
(2) Ibid, 1102.

La reazione determinata dalla luce sulla soluzione di aldeide benzoica nell' alcool è dunque da rappresentarsi in parte con lo schema:

$$2 \begin{array}{c} C_6H_5 \\ | \\ CHO \end{array} + C_2H_6O = C_6H_5.CHOH.CHOH.C_6H_5 + C_2H_4O,$$

ald. benzoica — alcool — idrobenzoino ed isoidrobenzoino — aldeide

ma oltre a questa si compie una più complessa metamorfosi che conduce alla resina.

Il risultato descritto in questo capoverso ci sembra degno di nota, non soltanto per l' interesse che esso da per se stesso può avere, ma segnatamente perchè permette, crediamo, una assai larga applicazione.

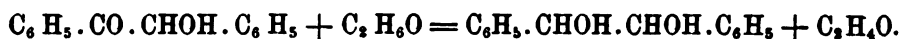
In luogo del chinone, che presenta sotto diversi punti di vista molti inconvenienti, si potrà più vantaggiosamente impiegare l' aldeide benzoica in tutti quei casi dove si vuole ossidare con l' ajuto della luce.

Se tali reazioni, che ora stiamo studiando, possano avere un interesse anche dal punto di vista della fisiologia vegetale non vogliamo discutere, perchè su tale argomento sono state dette tante belle cose senza aver potuto provare mai nulla.

17. *Aldeide anisica.* — La reazione fra l'aldeide anisica e l'alcool avviene come nel caso dell' aldeide benzoica, solamente la trasformazione è più lenta e dà un rendimento assai inferiore, la maggior parte dell' aldeide restando inalterata. Fra i prodotti v' è pure della resina; noi abbiamo potuto poi ottenere l'*idroanisoino* dal punto di fusione 174°, che coincide sufficientemente (1) con quello degli autori (Samosadsky) 172° (2).

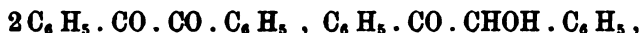
18. *Benzoino.* — Dopo quanto abbiamo esposto fin qui, la reazione che la luce determina in una soluzione alcoolica di benzoino era da prevedersi: dovevano formarsi i due idrobenzoini e l' aldeide acetica. Così realmente avviene. Il prodotto liberato dall' alcool e dall' aldeide è una massa resinosa, da cui l' etre petrolico estrae a caldo la parte cristallina. La resina in questo caso si forma in quantità assai prevalente. La parte cristallina cede al carbonato alcalino piccole quantità di *acido benzoico*; il resto, cristallizzato dal benzolo, può facilmente essere scisso nell' *idrobenzoino*, p. f. 137°, e nell' *isoidrobenzoino*, p. f. 121°, essendo quest' ultimo più solubile nel benzolo.

La reazione dunque avviene, almeno in parte, secondo la uguaglianza:

$$C_6H_5.CO.CHOH.C_6H_5 + C_2H_6O = C_6H_5.CHOH.CHOH.C_6H_5 + C_2H_4O.$$

(1) I nostri punti di fusione sono quasi sempre un po' più elevati di quelli dati dagli autori, perchè, impiegando un termometro di Zincke, la di cui scala incomincia a + 40°, le nostre temperature possono dirsi corrette.

(2) Beilstein II, 1119.

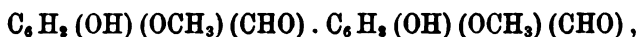
19. *Benzile.* — Sul comportamento di questo corpo in soluzione eterea ha fatto studî importanti il Klinger ([1]), il quale incominciò le sue ricerche contemporaneamente alle nostre prime prove di Roma. Egli trovò che in soluzione eterea il benzile si trasforma nel cosidetto benzilbenzoino, che ha la formola

$$2\,C_6H_5 . CO . CO . C_6H_5 \ , \ C_6H_5 . CO . CHOH . C_6H_5 \ ,$$

mentre si produce aldeide. Sul comportamento in soluzione alcoolica però gli studî di questo autore non ebbero seguito.

Anche le nostre esperienze non sono ancora compiute, ma già ora vogliamo accennare, che esponendo alla luce una soluzione alcoolica di benzile, il precipitato bianco di benzilbenzoino, che da principio si produce, a poco a poco si va sciogliendo e dopo un certo tempo sparisce. La soluzione contiene, a quanto sembra, un complesso miscuglio di diverse sostanze su cui ritorneremo a suo tempo.

20. *Vanillina.* — Il comportamento di questa aldeide è così speciale e, fino ad un certo punto, così strano, che veramente non dovrebbe essere menzionato in questo capitolo. Noi però preferiamo parlarne qui per evitare di fare di queste poche righe un capitolo nuovo.

Esponendo alla luce una soluzione alcoolica, eterea od anche acetonica di aldeide vanillica, dopo poco tempo si separano dei piccoli cristalli i quali altro non sono che la cosidetta *deidrovanillina*, scoperta molti anni or sono dal compianto Tiemann ([2]). Questa sostanza, che è un derivato del difenile, ha la costituzione seguente:

$$C_6H_2(OH)(OCH_3)(CHO) . C_6H_2(OH)(OCH_3)(CHO) \ ,$$

e si forma dalla vanillina per ossidazione con lievi ossidanti come ad es. il cloruro ferrico. Il nostro prodotto fondeva a 305°, mentre Tiemann dette 303-304°.

Quale sia la sorte della molecola d'idrogeno, che si elimina dalla vanillina per azione della luce, non possiamo dirlo per ora.

V. Comportamento delle soluzioni eteree.

Sul comportamento delle soluzioni eteree ha fatto alcune importanti osservazioni il Klinger ([3]), il quale, contemporaneamente alle nostre prime

([1]) Berichte, XIX (1886), pag. 1864.
([2]) Berichte, XVIII, pag. 3493.
([3]) Berichte, XIX, pag. 1870.

esperienze sul chinone in soluzione alcoolica, trovò che il fenantrenchinone ed il benzile, in soluzione eterea, si riducono per azione della luce e danno fenantrenidrochinone ed il già citato benzilbenzoino, mentre si produce aldeide. Egli attribuisce questa azione alla presenza dell'acqua ed operò anzi con etere umido. Noi possiamo confermare queste osservazioni; nella maggior parte dei casi l'etere agisce come l'alcool, ed è probabile assai che la presenza dell'acqua agevoli e qualche volta determini l'azione riducente.

Col *chinone* ordinario la trasformazione è assai elegante, perchè se la luce non è molto intensa si vede da prima formarsi nella soluzione gialla una cristallizzazione di *chinidrone*, che poi, per ulteriore azione della luce, sparisce, dando origine alla formazione di idrochinone. Come il chinone si comportano pure la *benzaldeide*, il *benzofenone* e l'*acetofenone*, i quali danno gli stessi prodotti che si ottengono coll'alcool. In alcuni casi sembra poi che la riduzione in soluzione eterea avvenga più sollecita che in soluzione alcoolica, così l'*aldeide anisica* dà in soluzione eterea un migliore rendimento di *idroanisoino*, che non lo faccia, in parità di condizioni, in soluzione alcoolica e l'*isatina* poi, che in soluzione alcoolica resta inalterata, dà coll'etere un prodotto che fonde a 217° che sembra essere l'*idroisatina* ($C_8 H_7 O_2N$) di Baeyer [1] a cui corrisponderebbe per composizione e proprietà. Forse è possibile che tale diverso comportamento dipenda dalla poca solubilità nell'etere dei prodotti che si vanno formando.

L'azione dell'etere sui corpi contenenti gruppi carbonilici, in presenza della luce, non è però soltanto quella finora esposta. Quasi sempre oltre alle sostanze citate si formano altri prodotti, ed inoltre giova notare che la reazione si può compiere anche con etere assoluto ed evitando, per quanto è possibile, l'accesso all'umidità. In questi casi non si ha produzione di aldeide o solamente in piccole proporzioni, ma la reazione si compie ugualmente. Oltre ai composti ora menzionati si formano sostanze oleose o resinose di difficile separazione e purificazione, nelle quali si può, col metodo di Zeisel, dimostrare la presenza dell'*ossietile*. Questa è la prova che in tali metamorfosi l'etere entra esso stesso a far parte dei nuovi prodotti. Noi però non siamo in nessun caso riusciti finora ad afferrare queste sostanze; ci limiteremo quindi a dire che col *chinone*, coll'*aldeide benzoica*, col *benzofenone* e coll'*acetofenone* in etere assoluto non si hanno che tracce d'aldeide ed in tutti questi casi rispettivamente oltre all'*idrochinone*, all'*idrobenzoino*, al *benzopinacone* ed all'*acetofenonpinacone* si formano materie oleose o resinose, che contengono l'ossietile, ciò che venne dimostrato pel chinone e pell'acetofenone. L'azione avrebbe quindi bisogno di ulteriori studî, ma per far ciò vantaggiosamente gioverebbe trovare un caso nel quale i diversi prodotti fossero tutti cristallini e di facile separazione.

[1] Berichte, XII, pag. 1309.

VI. Riassunto.

In fine crediamo utile riassumere nel seguente specchietto tutte quelle esperienze in cui poterono essere accertati tutti i prodotti che si formano nella reazione. Nella prima colonna sono notati tutti gli alcool finora sperimentati e l'acido formico, nella seconda i chinoni, i chetoni e le aldeidi sotto la denominazione generica di composti carbonilici, nella terza poi i prodotti formatisi per azione della luce per ogni singola coppia.

	Alcoöli ed acido formico (riducenti)	Composti carbonilici (ossidanti)	Prodotti
1	Alcool etilico	Chinone	Aldeide ed idrochinone
2	" "	Timochinone	Aldeide ed idrotimochinone
3	" "	Benzofenone	Aldeide e benzopinacone
4	" "	Acetofenone	Aldeide ed acetofenonpinacone
5	" "	Benzoino	Aldeide, idro- ed isoidrobenzoino e resina (molta)
6	" "	Aldeide benzoica . . .	Aldeide, idro- ed isoidrobenzoino e resina (poca)
7	" "	Aldeide anisica	Aldeide, idroanisoino e resina
8	Alcool isopropilico . .	Chinone	Acetone ed idrochinone
9	Glicerina	"	Chinidrone e gliceroso
10	Eritrite	"	Chinidrone ed eritroso
11	Mannite	"	Chinidrone e mannoso
12	Dulcite	"	Chinidrone e dulcoso
13	Glucoso	"	Chinidrone e glucosone
14	Acido formico	"	Idrochinone ed acido carbonico

Dall' esame dei fatti qui esposti apparisce giustificata la speranza che queste esperienze possano in seguito condurre a qualche conclusione d' indole generale

Meccanica. — *Sulla deformazione delle piastre di grossezza finita.* Nota del prof. O. Tedone, presentata dal Socio Volterra.

Meccanica. — *Sull' equilibrio delle piastre elastiche incastrate.* Nota del dott. Tommaso Boggio, presentata dal Socio Volterra.

Le due Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Risultato di alcune misure di dispersione elettrica.* Nota di A. Pochettino, presentata dal Socio Blaserna.

In una recente pubblicazione dal titolo [1]: « *Messungen der elektrischen Zerstreuung in der freien atmosphärischen Luft an geographisch weit voneinander entfernt liegenden Orten* » il sig. J. Elster, riportando i numeri ottenuti da alcune misure di dispersione elettrica fatte a bordo di un piroscafo durante un viaggio nel Mar Glaciale, rileva come al crescere dell' umidità relativa, anche quando non vi siano nebbie o vapori visibili, il coefficiente di dispersione diminuisca qualunque sia il segno dell' elettricità. Questo fatto, a prima vista strano, riesce affatto spiegabile se si ammette che quando il vapor acqueo contenuto nell' aria è prossimo al suo punto di condensazione, un gran numero degli ioni liberamente esistenti nell' atmosfera subisce una notevole diminuzione di movibilità.

L' evidente importanza che questo fenomeno assume non solo nella teoria della conducibilità elettrica dei gas, ma anche rispetto allo studio dell' elettricità atmosferica, è senza dubbio grandissima; perciò volli vedere se qualche cosa di analogo saltasse fuori dallo spoglio dei risultati delle misure sulla dispersione dell' elettricità nell' aria atmosferica ch' ebbi occasione di compiere durante i mesi di luglio, agosto, settembre ed ottobre dello scorso anno, trovandomi a Conegliano (Treviso) a dirigere la locale Stazione governativa di studio dei fenomeni temporaleschi e di controllo agli esperimenti grandinifughi.

I signori Elster e Geitel in un recente loro studio [2] sull' importante questione se l' aria atmosferica si possa riguardare come leggermente conduttrice dell' elettricità, e se questa sua tenue conduttività sia da ascriversi principalmente ad una parziale ionizzazione, giunsero alla costruzione di un semplicissimo apparecchio destinato a studiare il modo con cui un conduttore caricato a un certo potenziale perde la sua carica quando venga esposto all' aria atmosferica.

Il metodo da essi ideato, e da me con scrupolosa cura seguito, consiste nel misurare mediante un elettrometro di Ener la perdita di carica di un conduttore cilindrico preventivamente caricato ad un determinato potenziale, tenendo conto della perdita dovuta al sostegno isolante. Una determinazione completa richiede dunque due misure distinte: Si carica il sistema formato dall' elettrometro e dal corpo disperdente a un potenziale V_0 e dopo un tempo t si osserva il potenziale V cui il sistema è disceso; si carica quindi il solo elettrometro (che funziona anche da sostegno al corpo disperdente)

(1) Physikalische Zeitschrift, 24 Novembre 1900.

(2) Physikalische Zeitschrift, I, pag. 245, 1900; Terrestial Magnetism, IV, n. 4, pag. 213; Annalen der Physik, 1900, n. 7, pag. 425.

a un potenziale V'_0 e dopo un certo tempo t' si nota il potenziale V' cui l'elettrometro è disceso, allora l'espressione:

$$1) \qquad E = \frac{1}{t} \log \frac{V_0}{V} - \frac{n}{t'} \log \frac{V'_0}{V'} ,$$

dove n è il rapporto fra la capacità dell'elettrometro solo e quella dell'elettrometro insieme col corpo disperdente, servirà di misura per la quantità di eletricità ceduta dal corpo disperdente all'aria durante il tempo t.

Naturalmente il numero così ottenuto è dipendente dalle dimensioni dell'apparecchio, per cui risultati di misure eseguite con apparecchi diversi, sebbene costruiti sullo stesso principio, non sono paragonabili fra loro. Gli stessi Elster e Geitel hanno dato alla quantità E che, chiameremo *coefficiente di dispersione*, una forma tale da renderlo indipendente dalle dimensioni dell'apparecchio; sicoome però in generale per gli scopi che mi prefiggevo, mi servivano solo valori relativi, così, seguendo i signori Elster e Geitel, mi sono limitato all'uso della formola (1) non ridotta, sostituendovi anzi ai logaritmi naturali, quelli decimali, e assumendo come unità di tempo 20′; i risultati vennero poi moltiplicati per 100 e per ulteriore semplificazione si fece infine $t = t' = 20'$.

Grandi cure ho preso affinchè le condizioni dell'isolamento dell'apparecchio fossero sempre le stesse e perciò ho sempre mantenuto nell'interno dell'elettrometro un pezzetto di sodio metallico, che rinnovavo due volte al giorno; di più, affine di rendere i risultati delle misure assolutamente indipendenti dalle influenze elettrostatiche esterne, l'istrumento venne sempre adoperato coll'astuccio metallico di protezione malgrado lo svantaggio che porta seco, aumentando la capacità del sistema, limitando la quantità d'aria esposta all'influenza elettrica del corpo carico e cagionando, quando vi sia debole vento e forte insolazione, un certo stagnamento d'aria.

L'elettrometro venne accuratamente calibrato secondo il metodo di Exner con una batteria di 12 elementi $Zn - Pt - H_2O$ e un condensatore a bilico; i valori intermedi vennero ottenuti mediante interpolazione.

Ogni volta che si doveva disporre l'apparecchio per una misura, si teneva il corpo disperdente in comunicazione continuata con una pila (pila Zamboni, capace di dare in buone condizioni circa 800 Volta) per 10′, affinchè la carica penetrasse nell'isolante che sostiene tutto il sistema; dovendosi fare una successiva esperienza con elettricità di senso contrario, si caricava per 15′ affinchè il suddetto isolante potesse cambiare la sua carica superficiale e neutralizzare il residuo della precedente.

Tranne poche interruzioni, le misure vennero eseguite costantemente quasi ogni giorno, ogni due ore, per la seconda metà di luglio, per tutto agosto e tutto settembre, e per la prima metà di ottobre.

Parallelamente a queste osservazioni, intercalandole con esse, vennero nei giorni di assoluto sereno eseguite delle misure di caduta di potenziale

con un elettrometro ausiliario seguendo il metodo di Exner con collettori a fiamma, mentre, temperatura, pressione, umidità assoluta e relativa venivano continuamente forniti da appositi registratori Richard con cui l' Ufficio Centrale di Meteorologia aveva munito la Stazione.

Ebbi in tal modo occasione di radunare una serie di circa 600 misure di dispersione dell' elettricità nell' atmosfera libera eseguite in ore, posizioni e condizioni meteorologiche disparatissime, ma sempre perfettamente note, e sempre su per giù nella stessa località, cioè a circa due chilometri ad est-nord-est di Conegliano, su una collinetta elevata circa un' ottantina di metri sulla pianura e assolutamente isolata. Facendo lo spoglio di queste osservazioni, si rilevano alcuni fatti abbastanza interessanti in completo accordo coi risultati delle misure cui accennavo in principio.

Anzitutto i coefficienti di dispersione ottenuti con cariche positive e negative sono a parità di condizioni eguali entro i limini degli errori d' osservazione; questo vale in generale, eccettuati i giorni di violenti precipitazioni, nei quali si ebbero a notare certe particolarità di cui dirò appresso.

Di nessuna influenza si manifestarono e la natura del suolo su cui è posato l' apparecchio e l' ambiente in cui la misura è eseguita; misure eseguite posando l' istrumento sull' erba all' aria libera, su un lastricato, o sul nudo terreno pure all' aria libera, o sul davanzale di una finestra nel vano della medesima, non lasciano scorgere alcuna differenza che non sia riferibile ad errori inevitabili in misure di simile genere.

Un' influenza della temperatura, umidità assoluta, forza del vento e stato del cielo non fu parimenti potuta scorgere *almeno nei limiti in cui vennero eseguite le osservazioni corrispondenti*, come si vede dai risultati, scelti a caso fra gli altri, che riporto nella seguente tabella:

Data	Temperatura	Umidità assoluta	Vento	Stato del cielo	Segno	Coefficiente di dispersione
24 luglio. . .	30	16,57	debole	coperto	+	1,78
30 agosto . .	19	8,71	nullo	"	+	1,73
31 luglio. . .	23,5	14,58	"	sereno	—	1,30
3 agosto . .	26	16,31	"	"	+	1,37
14 settembre	16	8,34	"	1/2 coperto	+	1,34
20 "	18	9,48	fortissimo	coperto	—	1,31
2 ottobre . .	18,5	9,87	medio	3/4 coperto	+	1,32
22 luglio. . .	30	13,67	nullo	1/2 coperto	+	2,00
14 agosto . .	24	10,14	fortissimo	coperto	+	1,98
16 "	25	11,30	debole	sereno	+	1,98
4 settembre	17	6,72	nullo	"	+	1,98

Nella seguente tabella riporto alcuni dati relativi all' andamento diurno del coefficiente di dispersione e della caduta di potenziale, scelti qua e là fra le numerosissime serie eseguite in quei giorni in cui in tutto il Veneto non vi fu traccia di attività temporalesca.

Ora	Data	Caduta di potenziale	Coefficiente di dispersione	Umidità relativa	Ora	Data	Caduta di potenziale	Coefficiente di dispersione	Umidità relativa
8	25 agosto	56	1.00	69	8	30 agosto	36	1,62	53
9		124			9		48		
10		48	1,53	56	10		84	1,76	49
11		160			11		54		
12		128	1,37	59	12		90	1,70	51
13		152			13		66		
14		150	1,37	58	14		90	2,32	40
15		120			15		56		
16		160	1,50	57	16		60	1,98	46
17		40			17		78		
18		32	0,75	66	18		24	1,22	65
19		50			19		6		
20			1,17	62	20		10	0,74	72
8	5 settembre	56	1,75	49	8	14 settembre	80	I,75	53
9		64			9		128		
10		90	1,76	49	10		80	I,27	64
11		78			11		128		
12		126	1,75	51	12		40	1,55	57
13		90			13		98		
14		98	2,29	49	14		80	1,98	47
15		80			15		68		
16		64	1,76	49	16		120	1,75	51
17		108			17		78		
18		58	1,75	51	18		72	1,75	55
19		36			19		40		
20					20				
8	25 settembre	78			8	2 ottobre	42	1,30	62
9		120			9		76		
10		80	1,47	58	10		54	1,30	62
11		117			11		60		
12		88	1,57	51	12		48	1,32	60
13		108			13		64		
14		58	1,69	52	14		43	0,97	65
15		100			15		40		
16		166	1,49	57	16		80	2,07	37
17		100			17		58		
18		76	1,49	58	18		60	1,27	64
19		80			19		50		
20		54			20				
8	7 ottobre	40	1,44	57	8	9 ottobre	40	2,30	41
9		78			9		58		
10		56	1,45	57	10		36	1,77	44
11		68			11		50		
12		52	1,52	52	12		40	2,91	40
13		80			13		59		
14		57	1,50	52	14		40	1,70	47
15		62			15		48		
16		104	0,74	72	16		64	1,70	48
17		76			17		36		
18		59	1,41	59	18		32	1,57	55
19		60			19				
20					10				

Da questa tabella risulta immediatamente la nessuna relazione esistente fra le variazioni della caduta di potenziale durante il giorno e i valori del

coefficiente di dispersione nelle stesse ore. Di più si notano nell'andamento della caduta di potenziale due massimi caratteristici, uno alle 11 ore e uno alle 16 che si rilevano in tutte le serie; due massimi secondarî, ma pure sempre abbastanza ben marcati, si hanno alle 9 e alle 13; nulla di simile si ha occasione di notare nei valori del coefficiente di dispersione.

Una certa relazione si nota invece fra i valori del coefficiente di dispersione e quelli dell'umidità relativa, nel senso che ai valori più grandi dell'umidità relativa corrispondono i valori più piccoli del coefficiente di dispersione, fatto precisamente analogo a quello che il sig. J. Elster già notò nelle ricerche di cui ho sopra parlato.

Fatto lo spoglio delle registrazioni ottenute dall'igrografo e dallo psicrografo Richard (quest'ultimo venne durante tutto il mese di luglio e agosto confrontato accuratamente con uno psicrometro a fionda, non essendo il suo comportamento molto soddisfacente), ho potuto constatare che questa relazione fra il coefficiente di dispersione e l'umidità relativa era perfettamente generale e che non dipendeva affatto dal segno della carica del corpo disperdente; riporto qui sotto una tabella dimostrante il fenomeno:

Umidità relativa	Numero delle osservazioni fatte coll'elettricità +	Numero delle osservazioni fatte coll'elettricità —	Numero totale delle osservazioni	Coefficiente medio di dispersione	
				Con elettricità +	Con elettricità —
28-30	2	—	2	3,50	—
31-35	5	1	6	3,50	3,77
36-40	17	15	32	3,20	3,93
41-45	15	16	31	2,10	2,10
51-55	40	52	92	1,60	1,56
56-60	75	51	126	1,44	1,44
61-65	65	40	105	1,19	1,25
66-70	12	14	26	0,87	1,00
71-75	6	9	15	0,80	0,68
76-80	1	3	4	0,76	0,56
81-86	5	2	7	0,36	0,60

Un altro fatto importante e che porta un marcato carattere di polarità, è quello che si nota esaminando la seguente tabella in cui vengono riportati i valori del coefficiente di dispersione durante pioggie temporalesche: nell'ultima colonna riporto il valore del coefficiente di dispersione quale sarebbe stato da attendersi in un giorno normale, dato il valore dell'umidità relativa:

Data	Ora	Segno della carica	Durata e forza della pioggia	Coefficiente di dispersione trovato	Umidità relativa	Coefficiente di dispersione normale
4 agosto	18-20	+	$18^1/_2$-$19^3/_4$, minuta	3,20	61	1,25
5 »	12-14	+	12-$12^1/_2$, discreta	2,09	50	1,90
8 »	16-18	—	16-17, forte	1,79	46	1,86
10 »	18-20	—	19-$19^1/_2$, forte	1,93	45	2,00
18 »	18-20	+	17-$18^3/_4$, minuta	1,56	59	1,45
21 »	16-18	—	$16^1/_2$-8, forte	1,39	58	1,30
21 »	18-20	+	18-20, forte	2,33	66	1,03
21 »	20-22	—	20-22, forte	0,85	72	0,73
23 »	8-10	+	$8^1/_2$-$9^1/_2$, forte	3,80	68	0,90
24 »	14-16	—	$15^1/_2$-16, poca	1,37	57	1,40
27 »	10-12	+	10-12, minuta	2,77	58	1,30
29 »	14-16	—	$14^1/_2$-$15^1/_2$, minuta	0,81	64	1,25
8 sett.	18-20	+	18-20, forte	1,98	67	1,00
12 »	10-12	—	10-12, poca	1,55	57	1,50
18 »	10-12	+	10-$10^1/_4$, poca	1,58	59	1,45
19 »	14-16	—	$14^1/_4$-15, poca	1,41	57	1,40
19 »	*16-18*	+	*17-18, poca*	*1,24*	*62*	*1,25*
20 »	10-12	+	10-11, poca	2,02	62	1,25
27 »	14-16	—	$14^1/_2$-$15^1/_2$, poca	1,25	65	1,25

Come si rileva subito, tranne in quella osservazione, i dati corrispondenti alla quale vennero sottolineati, sempre durante le pioggie temporalesche, il coefficiente di dispersione è cresciuto per cariche positive ed è rimasto assolutamente normale per cariche negative, fatto questo in completa armonia coi risultati delle esperienze fatte dai sigg. Elster e Geitel in vicinanza delle cascate.

Fisica. — *Velocità della luce nei cristalli magnetici.* Nota del dott. G. Scalfaro, presentata dal Socio Blaserna [1].

Nella teoria elettromagnetica della luce, per giungere alle leggi di Fresnel, si suppone che le costanti di permeabilità magnetica siano uguali in tutte le direzioni. Sembra ora interessante ricercare, con misure molto precise, se nei cristalli magnetici si notano delle deviazioni dalle leggi di Fresnel. Le leggi di propagazione della luce nei cristalli magnetici furono sviluppate dal prof. Sella [2], partendo dalle equazioni fondamentali di Hertz.

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto fisico della R. Università di Roma.
[2] A. Sella, Rend. Acc. Lincei, 1895, II semestre, pag. 237.

Il Sella stesso fece alcune misure sopra il solfato di ferro, non riuscendo a constatare una divergenza dalle leggi di Fresnel. Io ho ripreso, per suo consiglio, la ricerca perchè disponevo di uno strumento, con cui poteva spingere molto più avanti la precisione delle misure.

Ora, dato un cristallo, immaginiamo di determinare le velocità di propagazione della luce in tutte le direzioni, parallele ad un piano di data orientazione, e supponiamo condotti da un punto, preso come origine, dei vettori rappresentanti in grandezza e direzione queste velocità. È noto allora che i punti estremi di questi vettori definiscono una curva, che è la sezione della superficie delle velocità normali col piano suddetto. Basta quindi paragonare i raggi vettori della sezione così ottenuta con quelli della sezione che si otterrebbe, segando con lo stesso piano la superficie delle velocità normali, quale risulta dalla legge di Fresnel, per dedurre se esiste o no divergenza.

I cristalli di cui disponevo e sui quali ho fatto le esperienze sono:

1° Seleniato di Nichel ($N_i S_e O^4 + 6H^2 O$ — sistema dimetrico)
2° Solfato di Nichel ($N_i SO^4 + 6H^2 O$ — » »)
3° Solfato di Ferro ($F_e SO^4 + 7H^2 O$ — sistema monoclino)
4° Solfato doppio di Cobalto e Ammonio ($Am^2 SO^4 + Co SO^4 + 6H^2O$ — sistema monoclino).

I sistemi da me studiati sono dunque: dimetrico e monoclino. — L'equazione della superficie delle velocità normali nel caso del sistema dimetrico, in cui gli assi principali elettrici e magnetici coincidono col sistema di assi coordinati, se l'asse z coincide con l'asse principale, è:

$$v^2 - \frac{m^2 + n^2}{\varepsilon_1 \mu_3} - \frac{p^2}{\varepsilon_1 \mu_1} = 0$$
$$v^2 - \frac{m^2 + n^2}{\varepsilon_3 \mu_1} - \frac{p^2}{\varepsilon_1 \mu_1} = 0$$

in cui v è la velocità di propagazione dell'onda; m, n, p i coseni direttori della normale all'onda; $\varepsilon_1\, \varepsilon_3,\, \mu_1\, \mu_3$ le costanti dielettriche e magnetiche del cristallo moltiplicate per il rapporto della quantità di elettricità in misura elettromagnetica a quella in misura elettrostatica.

Nel caso del sistema monoclino, se si suppone che l'asse y coincida con l'asse di simmetria, l'equazione della superficie delle velocità normali è:

$$v^4 - v^2 \big\{ m^2(\varepsilon'_{22}\, \mu'_{33} + \varepsilon'_{33}\, \mu'_{22}) + n^2(\varepsilon'_{33}\, \mu'_{11} + \varepsilon'_{11}\, \mu'_{33} - 2\varepsilon'_{13}\, \mu'_{13}) +$$
$$+ p^2(\varepsilon'_{11}\, \mu'_{22} + \varepsilon'_{22}\, \mu'_{11}) - 2mp(\varepsilon'_{22}\, \mu'_{31} + \varepsilon'_{31}\, \mu'_{22}) \big\} +$$
$$+ [m^2\, \varepsilon'_{22}\, \varepsilon'_{33} + n^2(\varepsilon'_{33}\, \varepsilon'_{11} - \varepsilon'_{31}) + p^2\, \varepsilon'_{11}\, \varepsilon'_{22} - 2mp\, \varepsilon'_{22}\, \varepsilon'_{31}]$$
$$[m^2\, \mu'_{22}\, \mu'_{33} + n^2(\mu'_{33}\, \mu'_{11} - \mu'_{31}) + p^2\, \mu'_{11}\, \mu'_{22} - 2pm\, \mu'_{22}\, \mu'_{31}] = 0$$

dove s' è posto:

$$\varepsilon'_{hk} = \varepsilon'_{kh} = \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varepsilon_{hk}} \qquad \mu'_{hk} = \mu_{kh} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mu}{\partial \mu_{hk}}$$

e

$$\varepsilon = \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{vmatrix} \qquad \mu = \begin{vmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{vmatrix}.$$

Le osservazioni che ho fatto in questi due sistemi sono: 1° nel sistema dimetrico: in un piano normale all'asse ottico ed in un piano contenente l'asse ottico; 2° nel sistema monoclino: nel piano di simmetria cristallografica, in un altro piano di simmetria ottica; in un piano parallelo alla faccia (001). Allora esaminiamo le forme delle sezioni che nascono tagliando la superficie delle velocità normali, quale risulta dalla teoria elettromagnetica, con i piani suaccennati, e confrontiamo quindi le sezioni ottenute con quelle che si otterrebbero tagliando, con i medesimi piani, la superficie delle velocità normali, quale risulta dalla teoria di Fresnel.

Nel sistema dimetrico la superficie delle velocità normali, sia rispetto alla teoria elettromagnetica, sia rispetto alla teoria di Fresnel, è una superficie di rivoluzione intorno all'asse ottico, per cui la sezione con un piano normale a quest'asse si compone sempre di due cerchi concentrici. In una sezione contenente l'asse ottico invece, secondo la teoria elettromagnetica, si dovrebbero avere due ovali:

$$v^2 - \frac{m^2}{\varepsilon_1 \mu_3} - \frac{p^2}{\varepsilon_1 \mu_1} = 0 \qquad v^2 - \frac{m^2}{\varepsilon_3 \mu_1} - \frac{p^2}{\varepsilon_1 \mu_1} = 0$$

mentre secondo la teoria di Fresnel un cerchio ed un ovale:

$$v^2 = a^2 \qquad v^2 - m^2 c^2 - p^2 a^2 = 0$$

Nel sistema monoclino invece: nel piano di simmetria secondo la teoria elettromagnetica la sezione si compone di due ovali:

$$v^2 - \varepsilon'_{22}(m^2\mu'_{33} + n^2\mu'_{11} - 2mp\mu'_{31}) = 0 \qquad v^2 - \mu'_{22}(m^2\varepsilon'_{33} + n^2\varepsilon'_{11} - 2mp\varepsilon'_{31}) = 0$$

secondo la teoria di Fresnel di un cerchio ed un ovale:

$$v^2 = b^2 \qquad v^2 - m^2c^2 - p^2a^2 = 0.$$

Parimenti negli altri due piani di simmetria ottica, la sezione si compone di due ovali nel 1° caso, di un cerchio ed un ovale nel secondo.

Per determinare la velocità di propagazione della luce nei cristalli mi son servito del rifrattometro Abbe. Come è noto, la sostanza da esaminare vien collocata, per mezzo di una goccia di liquido, d'indice più elevato, con

una faccia perfettamente piana, sopra il piano superiore della mezza sfera d'indice noto N; se in un determinato azimuth è φ l'angolo limite della riflessione totale, ed n l'indice di rifrazione della sostanza, sarà allora:

$$n = N \operatorname{sen} \varphi .$$

L'illuminazione dello strumento può farsi sia con luce riflessa, sia con luce rifratta. Io ho preferito di lavorare sempre con la luce riflessa, che mi offriva maggiore precisione nei risultati. All'uopo riporto i risultati di una delle tante serie di osservazioni preliminari fatte, puntando la linea limite del quarzo, ora adoperando la luce riflessa, ora la luce rifratta:

Luce rifratta	Luce riflessa
3′ 20″	3′ 20″
3 30	3 20
3 30	3 25
3 25	3 20
3 35	3 30
3 20	3 20
3 30	3 25

Le letture precedenti furono fatte sulla vite micrometrica.

Per determinare esattamente l'indice di rifrazione è necessario che lo strumento soddisfi ad alcune condizioni.

I. La superficie piana della mezza sfera deve essere perpendicolare all'asse di rotazione del circolo graduato orizzontale. — Possiamo accorgerci se questa condizione è soddisfatta o no, osservando, col canocchiale munito della lente piano-convessa ausiliaria, l'immagine di un oggetto riflesso dalla superficie piana superiore della mezza sfera, mentre si fa ruotare il cerchio orizzontale. Se il piano superiore della mezza sfera non è normale all'asse di rotazione, l'immagine dell'oggetto riflesso si sposterà girando la superficie riflettente intorno al proprio asse di rotazione. Per mezzo delle viti di correzione si può eliminare questo errore. Io diressi il canocchiale sopra un oggetto lontano 200 m. circa ed osservai al reticolo una piccolissima deviazione dell'immagine, che quand'anche fosse stata di 1 mm. poteva dar luogo ad un errore minore di 10″ e perciò affatto trascurabile.

II. L'asse di rotazione della mezza sfera deve coincidere col suo asse di simmetria. Osservando un segnale sullo specchietto, col cannocchiale abbassato, mediante le viti di correzione si può soddisfare benissimo alla suddetta condizione.

III. Il centro della sfera deve giacere sull'asse di rotazione del circolo graduato orizzontale. — Per verificare se ciò avviene basta determinare un indice di rifrazione noto. Ogni qualvolta questo si trova o più grande, o più piccolo del vero, la sfera deve essere innalzata o abbassata, il che può farsi

mediante la vite di correzione, di cui l'apparecchio è munito. Io, servendomi sia del confronto coll'indice di rifrazione del vetro della sfera, sia con quello del quarzo, corressi sufficientemente l'errore, tuttavia il centro della sfera rimase d'una quantità piccolissima più basso, e per avere un'idea dell'errore che poteva produrre, riporto la differenza tra l'indice di rifrazione vero e quello osservato, nel caso p. es., del solfato doppio di ammonio e cobalto:

$$n - n' = 0{,}000021$$

Noto però implicitamente che l'influenza di questo errore era trascurabile per la mia ricerca, intesa non a misurare valori assoluti degli indici, ma differenze in diverse direzioni.

IV. Altra sorgente importante d'errore si deve ritrovare nello strato liquido interposto fra la sostanza ed il piano superiore della mezza sfera; giacchè questo in generale non è a faccie piane parallele, ma a faccie inclinate, e le misure quindi risultano errate a causa della rifrazione in un prisma di liquido. Tenendo conto di ciò, e considerato che l'angolo d'inclinazione delle faccie è piccolo, si ha:

$$n = \mathrm{N}\,\frac{\operatorname{sen}\varphi' + \operatorname{sen}\varphi''}{2} \quad (^1)$$

dove φ' e φ'' sono gli angoli limiti letti a distanza di 180°. Se l'angolo d'inclinazione fra le due faccie è piccolissimo, la precedente può scriversi:

$$n = \mathrm{N}\operatorname{sen}\left(\frac{\varphi' + \varphi''}{2}\right).$$

Quindi, per determinare l'indice di rifrazione, si faranno due letture corrispondenti a due posizioni della mezza sfera a distanza fra loro di 180°, la media aritmetica delle due letture, con grande approssimazione, si può ritenere essere il vero angolo limite della riflessione totale. La massima differenza da me osservata nel caso del solfato di nichel fu di 1° 50″. — Applicando quindi l'ultima formola, nella determinazione dell'indice di rifrazione, l'errore che ne deriva è minore di 0,000001.

Infine ci resta di vedere l'influenza che un errore d'osservazione esercita sulla determinazione di n. Si ha:

$$\delta n = \mathrm{N}\cos\varphi\,\delta\varphi + \operatorname{sen}\varphi\,\delta\mathrm{N}$$

da cui

$$\delta n = n\left(\frac{\delta\varphi}{\operatorname{tg}\varphi} + \frac{\delta\mathrm{N}}{\mathrm{N}}\right)$$

e poichè N è calcolato esattamente fino alla 5ª decimale, l'influenza di δN può essere trascurata. Nelle letture per mezzo della vite micrometrica si può

(1) C. Viola, Zeitsch. für Krys. 1898, XXX p. 437.

avere φ misurato fino ai $10''$, allora per $d\varphi = 10''$, nel caso p. es. del solfato doppio di ammonio e cobalto:

$$n = 1{,}50259$$
$$\varphi = 52^\circ\, 38'\, 30''$$
$$\delta n = 0{,}000057$$

Dunque si ottiene un errore della 5ª decimale di 5 o 6 unità. Da ciò segue che tutti gli errori causati dalla non perfetta correzione dell'apparecchio sono molto più piccoli degli errori di osservazione.

Le superficie dei cristalli furono in parte preparate dalla casa Zeiss, in parte preparate da me. Accennerò il modo come sono riuscito ad avere delle superficie piuttosto buone. Per il solfato di ferro, dopo aver fatto la sezione del cristallo secondo il piano stabilito, la superficie rustica ottenuta veniva trattata sopra un vetro smerigliato con polvere di smeriglio, dapprima n. 0 e successivamente sempre più sottile, arrivando al rosso inglese. Dopo ciò la superficie veniva strofinata leggerissimamente sopra carta da filtro, preparata all'acido fluoridrico, impedendo così che delle tracce di silice facessero dei piccolissimi solchi, e sulla carta veniva messa, come polvere di smeriglio, una piccolissima quantità di carbonato di calcio in polvere, la cui durezza è leggermente superiore a quella del solfato di ferro. Alla fine il lucido si otteneva strofinando la superficie sopra la carta da filtro, ma mettendovi un po' di polvere di $Ca\,SO_4$, la cui durezza è quasi uguale a quella del $Fe\,SO^4$. Per il seleniato di nichel ottenni una buona superficie in questo modo: strofinai dapprima la superficie sopra una pietra da rasoi, poi sopra una pietra litografica ed infine feci acquistare il lucido alla superficie, strofinandola leggerissimamente sopra una pelle di guanto finissima con pochissimo rosso inglese.

Esaminiamo ora le osservazioni fatte. Nel sistema dimetrico la 1ª serie di osservazioni fatta nel piano normale all'asse ottico, fornisce due cerchi concentrici. Per brevità non riporto i risultati. Prendiamo in considerazione la 2ª serie, cioè quella fatta in un piano contenente l'asse ottico. Nel caso del $Ni\,Se\,O^4$ le letture furono fatte di 15° in 15° sul cerchio orizzontale, e dopo esaurito il giro di 360°, furono ben determinate le posizioni dei massimi e minimi, cioè la posizione e grandezza degli assi della curva di sezione. Per la determinazione degli angoli limiti fu adoperato il metodo differenziale, adoperando come termine di paragone l'indice ω del quarzo. — I raggi vettori della sezione furono calcolati in base alla teoria di Fresnel, cioè per mezzo della formola:

$$v = \sqrt{m^2\, c^2 + p^2\, a^2}$$

dove per a e c furono assunti i valori delle velocità principali risultanti dalla esperienza. Nella tabella seguente sono disposti i risultati ottenuti. Da essa

risulta che messi a confronto i raggi vettori calcolati con quelli risultanti dalle esperienze, si trova la coincidenza in generale fino alla 4ª decimale.

$NiSeO^4 + 6H^2O$. — *Sezione contenente l'asse ottico.*

Cerchio oriz-zontale	CURVA ESTERNA			CURVA INTERNA
	raggi vettori osservati	raggi vettori calcolati	differenza	raggi vettori osservati
0	0.659938	0.659817	— 0.000121	0.650107
15	0.657280	0.657207	— 0.000073	0.650097
45	0.651715	0.651680	— 0.000035	0.650120
60	0.650205	0.650270	+ 0.000065	0.650107
66.30	0.650120	0.650120	0.000000	0.650130
90	0.651833	0.651955	+ 0.000122	0.650120
120	0.657556	0.657596	+ 0.000040	0.650130
135	0.660022	0.660115	+ 0.000093	0.650120
150	0.661604	0.661507	— 0.000097	0.650126
156.30	0.661653	0.661653	— 0.000000	0 650126
165	0.661400	0 661403	+ 0.000003	0.650107

$NiSO^4 + 6H^2O$. — *Sezione contenente l'asse ottico.*

Cerchio oriz-zontale	raggi vettori osservati	raggi vettori calcolati	differenza	raggi vettori osservati
0	0.665700	0.665724	+ 0.000024	0.662237
15	0.663462	0.663494	+ 0.000032	0.662269
30	0.662306	0.662340	+ 0.000034	0.662283
35	0.662260	0.662260	0.000000	0.662270
45	0.662625	0.662581	— 0.000044	0.662247
60	0.664102	0.664142	+ 0.000040	0.662240
75	0.666658	0.666606	— 0.000052	0.662268
90	0.669382	0.669302	— 0.000080	0.662247
105	0.671482	0.671515	+ 0.000033	0.962238
120	0.672659	0.672652	— 0.000007	0.662293
125	0.672732	0.672732	0.000000	0.662309
135	0.672393	0.672420	+ 0.000027	0.662293
165	0.668467	0.668425	— 0.000042	0.662222

Ora se nel caso dei cristalli dimetrici in una sezione contenente l'asse ottico, indichiamo con $E_1\,\Omega_1$ i valori degli indici di rifrazione secondo l'asse ottico, e con E_2, Ω_2 quelli corrispondenti al vettore normale all'asse ottico, si avrà evidentemente, indicando con v la velocità della luce nei cristalli, V quella nel vuoto, e con m, n, p i coseni direttori del vettore:

$$\text{per } m=0 \quad n=0 \quad p=1 \qquad v_1=\frac{V}{E_1} \qquad v_2=\frac{V}{\Omega_1}$$

$$\text{per } m=1 \quad n=0 \quad p=0 \qquad v_2=\frac{V_1}{E_2} \qquad v_2=\frac{V}{\Omega_2}$$

Dalla teoria elettromagnetica si deduce invece:

$$\text{per } m=0 \quad n=0 \quad p=1 \qquad v_1^2=\frac{1}{\mu'\,\varepsilon'} \qquad v_2^2=\frac{1}{\mu'\,\varepsilon'}$$

$$\text{per } m=1 \quad n=0 \quad p=0 \qquad v_1^2=\frac{1}{\mu'\,\varepsilon''} \qquad v_2^2=\frac{1}{\mu''\,\varepsilon'}$$

per cui:

$$\frac{V^2}{\Omega_1^2} = \frac{1}{\varepsilon' \mu'} \quad e \quad \frac{V^2}{\Omega_2^2} = \frac{1}{\varepsilon' \mu''}$$

e quindi:

$$\frac{\Omega_2^2}{\Omega_1^2} = \frac{\mu''}{\mu'}$$

Ammettendo una differenza di 5 unità nella 5ª decimale fra i valori di Ω_1 e Ω_2, si trova per il seleniato di nichel e per il solfato di nichel:

$$\frac{\mu''}{\mu'} - 1 < 0,00006 .$$

Passiamo al caso dei cristalli monoclini. Una prima serie di esperienze fu eseguita nel piano di simmetria cristallografica del solfato doppio di ammonio e cobalto. In questo piano cadono gli assi ottici. Le misure furono eseguite di 10° in 10°, ed in vicinanza degli assi ottici di 5° in 5°. — Le curve ottenute rappresentano il cerchio:

$$v^2 = b^2$$

e l'ovale:

$$v^2 - m^2 c^2 - p^2 a^2 = 0 .$$

La coincidenza dei raggi vettori osservati con quelli calcolati si verifica anche qui in generale fino alla quarta decimale compresa.

$Am_2 SO_4 + Co SO_4 + 6H^2O$. — *Piano di simmetria cristallografica.*

Cerchio orizzontale	OVALE			CERCHIO
	raggi vettori osservati	raggi vettori calcolati	differenza	letture fatte sulla vite micrometrica
0	0 665710	0.665783	+ 0.000073	9′ 30″
13	0.665515	0.665515	0.000000	9 30
15	0.665465	0 665522	+ 0.000057	9 35
30	0.665946	0.665968	+ 0.000022	9 35
45	0.666980	0.667005	+ 0.000025	9 30
50	0.667359	0.667439	+ 0.000080	
55	0.667970	0.667892	- 0.000078	
60	0.668408	0.668354	— 0.000054	9 20
65	0.668734	0.668810	+ 0,000076	
70	0.669160	0.669245	+ 0.000085	9 25
90	0.670394	0.670546	+ 0.000152	9 20
103	0.670814	0.670814	0.000000	
105	0.670843	0.670807	— 0.000036	
115	9.670613	0.670585	— 0.000028	9 30
120	0.670280	0.670362	+ 0.000082	9 30
130	0.669701	0.669725	+ 0.000024	
135	0.669310	0.669330	+ 0.000020	9 30
140	0.668858	0.668900	+ 0.000042	
145	0.668337	0.668447	+ 0 000110	9 20
150	0.667885	0.667985	+ 0.000100	
155	0.667445	0.667528	+ 0.000083	9 35
160	0.667027	0,667091	+ 0.000064	
165	0.666614	0.666633	+ 0.000019	9 35
170	0,666220	0.666327	+ 0.000107	

Una seconda serie di osservazioni fu eseguita in un secondo piano di simmetria ottica, ottenendosi come curve di sezioni il cerchio:

$$v^2 = a^2$$

e l'ovale:

$$v^2 - n^2 c^2 - p^2 b^2 = 0 .$$

$Am_2 SO_4 + Co SO_4 + 6H^2O$. — *Piano di simmetria ottica.*

Cerchio oriz-zontale	OVALE			CERCHIO
	raggi vettori osservati	raggi vettori calcolati	differenza	raggi osservati
0	0.666694	0.666625	— 0.000069	0.670806
15	0.665897	0.665941	+ 0.000044	0.670811
30	0.665522	0.665560	+ 0.000038	0.620820
37	0.665515	0.665515	0.000000	0.670800
45	0.665523	0.665574	+ 0 000051	0.670801
60	0.665799	0.665978	+ 0.000179	0.670798
75	0.666614	0.666664	+ 0.000050	0.670801
90	0.667372	0.667450	+ 0.000078	0.670776
105	0.668045	0·668014	— 0.000031	0.670816
120	0.668520	0.668500	— 0.000020	0.670801
127	0.668545	0.668545	0.000000	0.670820
135	0.668489	0.668486	— 0.000003	0.670820
150	0.668056	0.668083	+ 0 000027	0.670801
165	0.667354	0.667397	+ 0.000043	0.670811

Infine la 3ª serie di esperienze fu eseguita in un piano parallelo alla faccia (001) che è normale al piano contenente gli assi ottici. Per i calcoli mi son servito dell'orientazione data da Murmann (¹) che anch' io ho verificato. I raggi vettori furono calcolati per mezzo della formola:

$$v^4 - v^2 \{ m^2(b^2 + c^2) + n^2(c^2 + a^2) + p^2(a^2 + b^2) \} + m^2 b^2 c^2 + n c^2 a^2 + p^2 a^2 b^2 = 0$$

che deducesi dalla equazione della superficie delle velocità normali.

$Am_2 SO_4 + Co SO_4 + 6H_2O$. — *Superficie parallela alla faccia* (001).

Cerchio oriz-zontale	CURVA INTERNA			CURVA ESTERNA		
	raggi vettori osservati	raggi vettori calcolati	differenza	raggi vettori osservati	raggi vettori calcolati	differenza
0	0.667422	0.667370	— 0.000052	0.670682	0.670707	+ 0.000025
30	0.666030	0.665948	— 0.000082	0.670822	0.670779	— 0.000043
52	0.665515	0.665515	0.000000	0.670815	0.670815	0.000000
60	0.665658	0.665574	— 0.000074	0.670814	0.670809	— 0.000005
90	0.666601	0.666642	+ 0.000041	0.670788	0.670764	— 0.000024
120	0.668095	0.668109	+ 0.000014	0.670636	0.670659	+ 0.000023
142	0.668545	0.668566	+ 0.000021	0.670586	0-670608	+ 0.000022
150	0.668495	0.668391	— 0.000104	0.670687	0.670724	+ 0.000037

(¹) Murmann, Sitzber., Wien, Ak. 1859, pag.

Infine resta la serie di osservazioni fatta sul solfato di ferro. Con questo cristallo era estremamente difficile avere una buona superficie riflettente e la percezione delle curve limiti riusciva assai penosa. Nella serie che segue gli errori d'osservazione influiscono qualche volta anche sulla 4ª decimale.

$Fe\,SO_4 + 7H_2O$. — *Faccia parallela al piano di simmetria cristallografica.*

Cerchio oriz-zontale	OVALE			CERCHIO
	raggi vettori osservati	raggi vettori calcolati	differenza	raggi osservati
0	0.674881	0.674900	+ 0.000019	0.677158
10	0.675834	0.675958	+ 0.000124	0 676934
20	0.677119	0.677081	— 0.000038	0.677197
30	0.678246	0.678133	— 0.000113	0.676929
40	0.678990	0.678989	— 0.000001	0.676926
50	0.679432	0.679547	+ 0.000115	0.67 120
60	0.679740	0.679740	0.000000	0.677190
70	0.679500	0.679547	+ 0.000047	0.677101
80	0.678902	0.678989	+ 0.000087	0.677197
100	0.677193	0.677081	— 0.000112	0.677000
110	0.675732	0.675962	+ 0.000230	0 676970
120	0.674975	0.674907	— 0.000068	0.677209
130	0.674157	0.674045	— 0.000112	0 677060
140	0.673267	0.673483	+ 0.000216	0.676979
150	o.673287	0.673287	0.000000	0.677001
180	0.674796	0.674900	+ 0.000104	0.677000

Nel caso dei cristalli monoclini, ammettendo una differenza di 5 unità nella 5ª cifra decimale dei raggi vettori, si trova per il solfato di ferro e per il solfato doppio di ammonio e cobalto

$$\frac{\mu_{22}}{\mu_{11}} - 1 < 0,000065 .$$

Dai risultati ottenuti in tutte le serie di esperienze eseguite in cristalli magnetici, risulta che la velocità di propagazione della luce segue le leggi di Fresnel, nei limiti degli errori derivanti dall'osservazione, e questi errori abbiamo visto che influiscono sulla sola quinta decimale dei raggi vettori. Per cui si può concludere che se, per tali cristalli, si verifica una divergenza dalle leggi di Fresnel, questa è piccolissima e solo con mezzi di osservazione molto più precisi può determinarsi.

Chimica. — *Sopra alcune reazioni del nitrossile.* Nota di ANGELO ANGELI e FRANCESCO ANGELICO, presentata dal Corrisp. CIAMICIAN.

Geologia. — *Scorie trachitiche dell'Averno nei Campi Flegrei.* Nota di L. PAMPALONI, presentata dal Socio C. DE STEFANI.

Le due Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Vicepresidente Blaserna rende conto della presentazione fatta a S. M. la Regina Madre dall'Ufficio di Presidenza, dell'indirizzo di condoglianza e di omaggio votato dall'Accademia; e partecipa che S. M. lo ha incaricato di esprimere a tutti i Soci i sensi della Sua viva gratitudine.

Lo stesso Vicepresidente comunica il telegramma col quale il Presidente Messedaglia ringrazia i Colleghi del telegramma di condoglianza inviatogli in occasione del grave lutto domestico dal quale fu colpito.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Vicepresidente Blaserna presenta, a nome del Socio Cremona, due pubblicazioni, una del prof. C. Guidi, intitolata: *Prove sui materiali da costruzione*, e l'altra del prof. E. Pascal, avente per titolo: *Eugenio Beltrami.*

V. C.

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 marzo 1901.
P. Blaserna Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — *Sulla distribuzione in latitudine delle protuberanze solari osservate al R. Osservatorio del Collegio Romano durante l'anno 1900.* Nota del Socio P. Tacchini.

Dalle latitudini, che calcolai per le 544 protuberanze osservate nell'annata, ricavai le seguenti cifre per la frequenza relativa delle protuberanze medesime nelle diverse zone di 10 in 10 gradi per ciascun trimestre:

1900

Latitudine	1° Trimestre		2° Trimestre		3° Trimestre		4° Trimestre	
90° ÷ 80°	0,014		0,009		0,009		0,008	
80 ÷ 70	0,027		0,009		0,027		0,000	
70 ÷ 60	0,055		0,017		0,032		0,023	
60 ÷ 50	0,041		0,052		0,077		0,075	
50 ÷ 40	0,055	0,356	0,069	0,337	0,064	0,391	0,030	0,254
40 ÷ 30	0,027		0,043		0,027		0,037	
30 ÷ 20	0,041		0,052		0,045		0,000	
20 ÷ 10	0,041		0,034		0,055		0,044	
10 . 0	0,055		0,052		0,055		0,037	
0 — 10	0,041		0,103		0,055		0,060	
10 — 20	0,055		0,095		0,041		0,052	
20 — 30	0,041		0,086		0,045		0,067	
30 — 40	0,124		0,034		0,041		0,067	
40 — 50	0,192	0,644	0,155	0,663	0,145	0,609	0,239	0,746
50 — 60	0,082		0,121		0,136		0,134	
60 — 70	0,027		0,026		0,082		0,060	
70 — 80	0,055		0,034		0,064		0,015	
80 — 90	0,027		0,009		0,000		0,052	

Dalle cifre sopra riferite risulta evidente che durante tutta l'annata l'attività solare, per ciò che riguarda le protuberanze idrogeniche, si mantenne sempre assai maggiore nell'emisfero australe, come risulta ancora che la massima frequenza delle protuberanze avvenne in ogni trimestre nella zona australe (— 40° — 50°).

Astronomia. — « *Nova Persei* ». Nota del Corrisp. E. Millosevich.

Pare che il signor Anderson a Edimburg, già noto per scoperte di stelle variabili e di un' altra temporaria, sia stato il primo ad accorgersi che nella costellazione di Perseo vi era una stella nuova di grandezza 2,7.

La sua osservazione è in data 22 febbraio verso 3^h am. di Edimburgo. La sera del 22 la stella fu veduta da tutti coloro che rivolsero la loro attenzione alla costellazione di Perseo. Sta il fatto che ancora nella sera del 19 l'astro era invisibile, secondo notizie dell'Osservatorio di Cambridge Mass, o per lo meno era al disotto delle esplorate grandezze telescopiche con metodo fotografico (undicesima grandezza). La conflagrazione cosmica sarà avvenuta in quel corpo ad un tempo che difficilmente potrà essere assegnato anche grossolanamente, ma l'energia lucida raggiunse il nostro sistema dopo il 19 febbraio 1901 e prima del 22 nelle prime ore della notte (Edimburgo). Se la stella temporaria o nuova perdurasse per un mezzo anno, i confronti differenziali con A. G. Bonn 2948, che le sta da vicino, potrebbero dirci se sia il caso di parlare di parallasse. L'astro crebbe in isplendore il 23, perchè a Bamberga fu stimato il 23 a 0^h25^m am. lucente come Polluce (1,2); il 23 a 6^h40^m pm. di Utrecht parve luminoso come α Aurigae (0,1); e a Kiel, circa 5 ore dopo, più lucente di quest' ultima stella. Io ho osservato l'astro il 25, ma era già disceso di luce, quantunque un momento più vivo di ε Orionis (2,0); il primo marzo fu da me stimato meno vivo di α di Perseo (1,9 .... 2,0).

Il luogo rigoroso del nuovo astro, secondo le mie misure in confronto della stella A. G. Bonn 2948, è 1901.0

Ascensione retta	$3^h24^m28^s.14 \pm 0^s.02$
Declinazione boreale.	$43°33'53''.9 \pm 0''.2$

Secondo un telegramma di Pickering, trasmesso agli Osservatorî da Kiel, lo spettro il 22 febbraio era vivissimo e continuo con 25 righe nere e alcune righe lucide.

La « Nova Persei » appartiene alla categoria delle stelle temporarie. Non si può assolutamente asserire se non altro che questo a proposito di dette stelle: prima e dopo d'un certo intervallo di tempo, generalmente corto, nel

luogo assegnato all'astro non vedesi alcun punto luminoso fino ad una certa grandezza, che dipende dai mezzi di esplorazione, oppure dopo il periodo di splendore, l'astro perdura in una grandezza costante estremamente diversa da quella raggiunta all'epoca del massimo.

Il colore della « Nova Persei » era il 23 bianco-bleuastro, ma attualmente lo stimai piuttosto bianco-giallognolo, locchè del resto avviene sempre in detta categoria di stelle quando decrescono di luce.

Il fenomeno di stelle nuove visibili ad occhio nudo è ben più raro dell'apparizione di comete visibili ad occhio nudo.

Se, colla guida di Humboldt, contiamo le stelle nuove temporarie dal secondo secolo a. C. fino al 1848 appena si arriva al numero 21, una metà circa delle quali ci sono segnalate dalla raccolta Cinese di Matuan-lin. La più celebre è quella osservata e studiata da Tycho-Brahe, apparsa in Cassiopea nel 1572, la quale si fece invisibile ad occhio nudo 17 mesi dopo la prima e brusca sua apparizione, il tubo d'Olanda essendo stato inventato 37 anni dopo; la prima invece di quelle di cui conosciamo la storia suggerì al grande Ipparco l'idea di formare un catalogo di stelle. Che la stella di Tycho sia oggidì visibile coi nostri grandi mezzi ottici non puossi asserire, poichè la posizione lasciata da Tycho è relativamente grossolana; giaceva la stella al nord di $\varkappa$ di Cassiopea, e vi è una stellina di 11ma grandezza vicino al luogo assegnato da Tycho, niente di più possiamo dire.

Dopo la stella nuova trovata da Hind il 27 aprile 1848, apparsa di 4 ½ grandezza e spentasi, pare del tutto, dopo il 1850, Auwers trovò il 21 maggio 1860 una nuova stella ma soltanto telescopica, la quale raggiunse la settima grandezza e poi scomparve (A.N. 1267-2715).

Col 1866 si apre l'era nuova per le stelle variabili e per le temporarie in ispecie; l'era spettroscopica, e ben cinque stelle temporarie apparvero fino ad oggi, esclusa la recente. Queste cinque stelle nuove sono le seguenti:

A. La nuova nella Corona — 12 maggio 1866 (T. Coronae — Birmingham).

B. La nuova nel Cigno — 24 novembre 1876 (J. F. J. Schmidt).

C. La nuova nella nebula di Andromeda — 17 agosto 1885 (Gully).

D. La nuova presso χ Aurigae — 23 gennaio 1892 (Anderson).

E. La nuova in Norma — 10 luglio 1893 (Fleming).

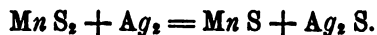
Se si accetta la definizione di stelle temporarie o nuove nei termini prima indicati, con che si escludono le stelle di nuova apparizione che perdurano sotto forma di variabili, come ad es.: la nuova di Gore presso χ' Orionis, il numero delle temporarie non arriva a 30. Una classificazione delle stelle variabili, come quella indicata da Pickering, è utile per regolarizzare gli studî, ma, all'infuori delle variabili del tipo di β Persei, una sostanziale distinzione pare dal punto di vista filosofico ben difficile quando la variabilità dipende da azioni fisico-chimiche, che debbono essere patite in diversa misura da tutte le stelle, compreso il nostro sole.

Mineralogia. — *Azione chimica tra la hauerite e alcuni metalli a temperatura ordinaria e a secco.* Nota preliminare del Socio Giovanni Strüver.

Alcuni anni addietro, non prima del 1891, misi, per caso, nella stessa scatola di cartone una dozzina di cristalli di hauerite, trovati in quel tempo nei lavori intrapresi per rintracciare un giacimento di zolfo presso Raddusa in Sicilia, e un pezzo di argento ottenuto per fusione. Sui primi del mese di dicembre ultimo scorso quella scatola cadde di nuovo sotto i miei occhi, e fui non poco sorpreso al vedere il pezzo di argento, prima bianco e di splendore perfettamente metallico, quasi interamente annerito o, per dir meglio, coperto da una patina cristallina nera. I cristalli di hauerite, i quali si alterano lentamente alla superficie esposti all'aria nelle raccolte, mi parvero assai più cambiati di quelli contemporaneamente ricevuti e posti in collezione, lontani da qualunque metallo. È evidente che era avvenuta, a temperatura ordinaria, una reazione tra il bisolfuro di manganese e l'argento metallico. Faccio notare che non vi era traccia di deposito nero nè sul cartone della scatoletta, nè sopra un grosso cristallo di pirite che era stato messo casualmente assieme a quelli di hauerite e al pezzo di argento. Aggiungo ancora che i cristalli di hauerite potevano bensì in qualche punto esser venuti a contatto coll'argento a superficie tutta curva, ma non mai in tutti i punti, e tanto meno colla parte inferiore di esso, colla quale poggiava sul fondo della scatola, eppure, precisamente su questo lato inferiore del pezzo di argento, osservai il deposito nero più abbondante. Da ciò si deve necessariamente concludere, che se l'azione incomincia nei punti di contatto, si propaga poscia a notevole distanza da questi, sia per il tramite del metallo, sia attraverso l'aria.

L'esigua quantità del deposito nero formatosi non permise di tentare nemmeno una analisi quantitativa, ma le osservazioni fatte al microscopio sulla forma cristallina del deposito e alcune reazioni microchimiche mi pare bastino a ritenere che la sostanza nera è solfuro d'argento. Essa è dotata di splendore metallico e presenta, ad ingrandimento anche debole, la forma caratteristica di dendriti cristallizzate così comuni in alcuni metalli monometrici, nella smaltite, nel sale ammoniaco ecc. ecc.; sono cristallini ottaedrici disposti in serie rettilinee, e le singole serie s'incontrano sotto angolo retto o sotto angoli di 60 e 120 gradi, rivelando il sistema monometrico. La sostanza non è attaccata sensibilmente dall'acido cloridrico, nè a freddo nè a caldo, invece si scompone perfettamente coll'acido nitrico a caldo dando soluzione incolore, dalla quale per evaporazione si ottengono cristallini allun-

gati estinguentisi parallelamente e reticolati a maglie ortogonali che ancor essi si estinguono parallelamente. Questi cristallini incolori si sciogliono nell'acqua, e aggiungendo acido cloridrico si ha un precipitato bianco fioccoso. Essi presentano quindi caratteri che vanno di accordo col nitrato d'argento trimetrico. Volli però fare anche il saggio del manganese col carbonato sodico, ma non ottenni la caratteristica reazione del manganese [1]. Parrebbe quindi assai probabile che si tratti di formazione di solfuro d'argento secondo la formola

$$Mn\,S_2 + Ag_2 = Mn\,S + Ag_2\,S.$$

Era naturale che, appena accortomi del fenomeno, tentassi di riprodurlo, a ragion veduta, non solo tra la hauerite e l'argento, ma anche tra la prima e altri metalli, come anche tra altri solfuri e i metalli medesimi. Sono in corso numerose esperienze che probabilmente richiederanno molto tempo per venire a qualche risultato, e io non mi sarei deciso a parlare sin d'ora di esse, se qualche metallo, contro ogni mia previsione, non mi avesse dato risultati quasi immediati.

Incominciai, e ciò s'intende di leggeri, col mettere dei cristalli di hauerite a contatto con monete di argento. Scelsi una vecchia moneta austriaca prima pulita con carta smerigliata, una lira italiana da tempo in circolazione e una lira italiana nuova. Le due monete vecchie, dopo essere state a contatto colla hauerite per più di due mesi, non mostrano ancora annerimento di sorta, mentre la moneta nuova si annerì distintamente dopo una ventina di giorni. Mi procurai poscia dell'argento purissimo senza lega. Ponendo sopra una lastra di questo un cristallo di hauerite, scelto tra quelli che erano rimasti per parecchi anni nella scatola sopra menzionata e avevano prodotto il fenomeno sopra l'argento fuso, ottenni l'annerimento in meno di un'ora, locchè dimostra la molto maggiore efficacia dei metalli puri di fronte alle leghe. E questo risultato è confermato dalle numerose esperienze eseguite col rame del commercio che contiene tutt'al più minime quantità di ferro. Sopra lamine di rame prima accuratamente pulite e avvivate con carta smerigliata posi e cristalli interi e frammenti di sfaldatura di hauerite. In ambedue i casi ottenni in meno di 24 ore, tutt'al più tardi tra il

[1] Mi sembra non inutile di accennare ad una illusione ottica che mi occorse in questa esperienza come in tante altre prima eseguite in analoghe condizioni, illusione ottica che certo non sarà sfuggita ad altri, benchè non l'abbia trovata menzionata in nessun luogo. Mentre si riscalda la lamina di platino al rosso vivo, il carbonato sodico appare colorato in verde, ma lasciandolo raffreddare, è bianco come prima. È chiaro che qui si tratta del medesimo fatto che si osserva ponendo un pezzo di carta rossa sopra un foglio bianco, ove si vede la carta bianca sui contorni di quella rossa colorata in verde, tinta complementare alla prima.

secondo e il terzo giorno, l'annerimento del metallo, evidentemente per la formazione di solfuro di rame. Ecco come si inizia e procede l'azione.

Ponendo ad es. un cristallo ottaedrico di hauerite sopra una lamina di rame, si osserva il giorno dopo sul metallo una macchia nera, a contorni identici a quelli della faccia di ottaedro colla quale il cristallo poggia sul metallo. La macchia è più intensamente nera nei contorni, meno nell'interno, ma poscia l'annerimento aumenta e si estende anche al di fuori dei contorni triangolari. Ponendo invece un frammento di cristallo di hauerite con una superficie di sfaldatura fresca sul metallo, si scorge, oltre all'annerimento del metallo che procede come prima, l'alterazione della hauerite sul piano di sfaldatura. Anche sulla faccia di sfaldatura l'alterazione incomincia dai contorni e procede verso la parte centrale. L'andamento del fenomeno si segue facilmente per la produzione di colori d'iridescenza provocati dal sottile strato alterato che man mano invade la superficie del piano di sfaldatura.

L'esperienze istituite colla hauerite e altri metalli, come anche quelle fatte con altri solfuri, non mi hanno dato sino ad ora risultati positivi, forse per la brevità del tempo impiegato. Ma dal fin qui detto e da questi risultati stessi fin'ora rimasti negativi, segue ad evidenza che la velocità, colla quale si produce il fenomeno, dipende dalla natura del metallo, dalla sua purezza e dalla superficie sua più o meno ben pulita, *caeteris paribus.* Per mettere ciò ancor meglio in rilievo, posi sopra una lastrina di rame avvivata, un cristallo ottaedrico di hauerite con una superficie di sfaldatura cubica, colla quale era rimasto per due mesi a contatto colla moneta antica austriaca, pulita con carta smerigliata, senza aver prodotto ancora il ben minimo annerimento. In meno di 24 ore il rame fu annerito nel modo sopra descritto.

Volli anche iniziare delle esperienze onde vedere se per produrre il fenomeno, fosse necessario l'immediato contatto tra la hauerite e il metallo. Scelsi naturalmente, come metallo da sperimentarsi di preferenza il rame, il quale fin da principio mi aveva dato i risultati più pronti, e posi in un tubo largo di vetro un ottaedo di hauerite con un piano di sfaltatura cubica nettissimo e una lastrina di rame avvivata con carta smerigliata, impedendo il contatto fra i due corpi con uno strato di bambagia. Dopo circa due mesi il rame non mostra ancora alcun annerimento, ma pure l'esperienza, anche nel periodo in cui si trova, ha il suo interesse per la diversità tra l'alterazione del piano di sfaldatura della hauerite nel caso speciale e quella sopra descritta dei piani di sfaldatura messi a contatto immediato col rame. Di fatti, mentre nell'ultimo caso l'alterazione procede, come innanzi fu detto, dai contorni verso la parte centrale, qui invece si fa assai lenta non solo, ma uniformemente e in pari tempo su tutta la superficie, locchè si rivela in modo evidente dalla perfetta uguaglianza del colore d'iridescenza su tutto il piano di sfaldatura. Insomma, l'alterazione ha luogo come se non fosse presente il metallo.

Tutte le esperienze furono eseguite nei mesi di dicembre, gennaio e febbraio dell' inverno 1900-1901, in un ambiente non riscaldato in cui la temperatura era sempre al disotto dei 12 centigradi, e mi sembra che si possa fin d'ora tirarne la conseguenza che reazioni chimiche avvengono anche tra corpi solidi a temperatura ordinaria e a secco. Non v' è chi non veda l' interesse che questo fatto ha per l'origine o la trasformazione di non poche specie minerali.

Esiste una certa analogia tra i fatti sopra esposti e quelli messi in luce di recente da W. Roberts-Austen (1) sulla diffusione dell'oro nel piombo a temperatura ordinaria, benchè in quest' ultimo caso si tratti di un fenomeno più fisico che chimico.

A chi ricorda i luttuosi fatti avvenuti nel praticare il pozzo di ricerca sopra menzionato, viene spontanea, direi, un' altra idea. Si ebbe, di fatti, a deplorare la morte di alcuni operai per esalazione di gaz deleterî, motivo pel quale l'autorità fece chiudere il pozzo e proibì la continuazione dei lavori. Ora potrebbe darsi che tra questi gaz vi fosse stato anche il solfuro d' idrogeno, e che i cristalli di hauerite fossero imbevuti del gaz tenacemente ritenuto da essi e solo man mano ceduto al metallo. Ma a questa ipotesi, la quale si affacciò anche alla mia mente, io obbietterei anzitutto che nè quando ricevetti nel 1891 i cristalli di hauerite, nè ora, dieci anni dopo la loro estrazione dall'argilla che li racchiudeva, non sentii mai il ben menomo odore di solfuro d' idrogeno. Dall'altra parte, rimarrebbe assai strano il fatto, che una lamina di piombo con ogni cura pulita, sulla quale collocai cristalli interi, grossi solidi di sfaldatura e piccoli frammenti di hauerite, nel corso di due mesi non rivelò il più leggero cambiamento, come anche altri cristalli messi nella biacca di piombo finissimamente polverizzata non hanno provocato alcun annerimento.

Le esperienze sino ad ora eseguite non sono che preliminari e anche piuttosto grossolane, poichè è chiaro che per quanto sia perfetta una faccia di cristallo o di sfaldatura, il contatto tra essa e la lamina di metallo, della quale non fu nemmeno curata la perfetta levigatura, non poteva aver luogo che in alcuni punti. Ora però, seguendo l'esempio dato da W. Roberts-Austen, intendo di sperimentare premendo lastre perfettamente piane e levigate di hauerite e di altri solfuri contro piani perfetti e puliti di lastre e cilindri di varî metalli puri, onde ottenere un intimo contatto del solfuro col metallo sopra una superficie estesa e unita. Essendo prevedibile che tali esperienze richiederanno degli anni per avere dei prodotti da sottoporre all' analisi quantitativa, non avrei naturalmente discaro se altri che hanno a disposizione un laboratorio chimico, e sovrattutto dei giovani, i quali hanno più fondata speranza di vedere la fine delle esperienze intraprese, volessero impossessarsi dell'argomento.

(1) *Proceedings of the Royal Society*, 1900, vol. 67, pag. 101 e *Naturw. Rundschau*, 1901, n. 4, pag. 47.

Fisica. — *Comunicazione telefonica all'Osservatorio Etneo col filo sulla neve.* Nota del Corrispondente A. Riccò.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Geologia. — *La villa puteolana di Cicerone ed un fenomeno precursore all'eruzione del Monte Nuovo.* Nota del Corrisp. Carlo de Stefani.

Alla morte di Cicerone, nella villa che già era stata sua a Pozzuoli, accadde un fatto degno di nota, che io riporterò con le stesse parole di Plinio (*Naturalis historia*, L. XXXI, c. III). « Digna memoratu *villa est ab* « *Averno lacu Puteolos tendentibus imposita litori*, celebrata porticu ac ne- « more, quam et vocabat M. Cicero Academiam, ab exemplo Athenarum, ibi « compositis voluminibus ejusdem nominis, in qua et monumenta sibi instau- « raverat, ceu vero non et in toto terrarum orbe fecisset. *Huius in parte* « *prima*, exiguo post obitum ipsius, Antistio Vetere possidente, *eruperunt* « *fontes calidi*, perquam salubres oculis, celebrati carmine Laureae Tullii, « qui fuit e libertis eius, ut protinus noscantur ministri etiam ex illarum « haustu majestas ingens. Ponam enim ipsum carmen, dignum ubique, et « non ibi tantum legi:

« Quod tua, Romanae vindex clarissime linguae
« Silva loco melius surgere jussa viret:
« Atque Academiae celebratam nomine villam
« Nunc reparat cultu sub potiore vetus:
« *Hic etiam apparent lymphae non ante repertae,*
« Languida quae infuso lumina rore levant.
« Nimirum locus ipse sui Ciceronis honori
« Hoc dedit, hac fontes quum patefecit ope.
« Ut quoniam totum legitur sine fine per orbem,
« Sint plures, oculis quae medeantur, aquae.

Queste acque minerali, verosimilmente termali, come le altre acque della regione, che sorsero d'improvviso nella villa già di Cicerone, poco dopo la morte di lui, circa nell'anno 44 a. C., erano dette le acque Ciceroniane [1], da non confondere con quelle prossime al Bagno di Tritole o sudatorio di Nerone, o Bagni di Nerone, sul littorale fra Baia e il lago di Averno, che in tempi più recenti furono pur chiamate Bagno di Cicerone.

[1] « Oculis (medentur) vero (aquae) Ciceronianae ». (Plinio, l. c.).

Gli autori non furono d'accordo sulla situazione della Villa di Cicerone. Il Loffredo (1), il Mazzella (2), il Sanfelice (3), primi scrittori delle antichità di Pozzuoli, seguiti da moltissimi altri, ritennero le rovine della Villa fossero nel così detto Stadio, sovraincombente alla Starza, al piè delle colline e sulla via Cumana, e quivi tuttora le si indicano sopra una breve galleria traversata dalla ferrovia Cumana. Una carta del 1685, del Bulifon (4) pone la villa a sinistra della via Campana, oltre il Monte Barbaro ed il Lago d'Averno, per chi muova da Pozzuoli. De Jorio la pone sul mare fra il Lucrino e Pozzuoli, ma più a levante assai del Lucrino (5).

Più di recente e con maggior opportunità il Beloch la ritenne situata nella regione, un tempo pianeggiante, oggi occupata dal Monte Nuovo, fra il Monte Barbaro, il lago d'Averno e il Lucrino e il mare, quasi in continuazione della pianura di Pozzuoli (6). Di questa opinione è pure il Deecke (7).

La situazione può essere determinata anche con maggiore precisione, da chi si valga di varî passi delle opere di Cicerone e di qualche altro autore.

La villa era lontana una passeggiata da Pozzuoli e a poca distanza dal tempio delle Ninfe situato lungo mare (8).

Dalla medesima si vedeva la villa Cumana di Catulo situata verosimilmente sopra i colli che separano il piano di Cuma dal lago d'Averno, e si vedevano Pozzuoli ed il portico di Nettuno, le cui rovine diconsi esistere sopra l'anfiteatro, quantunque non si distinguessero le persone che per avventura vi passeggiavano (9). Era la villa, parimente, vicina al lago d'Averno (10), circostanze che non combinano con le opinioni di Loffredo e degli altri.

Che la villa fosse nell' agro Puteolano vicina al Lucrino risulta pure dalle Epistole ad Attico. Nel 710 a. U. C., da Pozzuoli, il *6 Kal. Maias* Cicerone smentisce la voce ch' ei volesse venderla o cederla al fratello

(1) F. Loffredus, *De antiquitatibus puteolanis.*

(2) S. Mazzella, *Sito et antichità della città di Pozzuolo e del suo amenissimo distretto*. Napoli, Salviani, 1591, p. 38.

(3) A. Sanfelicis, *Campania.* Neapoli, 1726.

(4) P. S. Sarnelli, *Guida dei forestieri curiosi di vedere e considerare le cose notabili di Pozzuoli, Baia, Miseno, Cuma ed altri luoghi convicini.* Napoli 1685.

(5) A. De Jorio, *Guida di Pozzuoli e contorni.* Napoli, 1822, p. 48, 52, 87.

(6) Beloch, *Campanien, Topographie, Geschichte und Leben der Umgebung Neapels im Alterthum,* Berlin, 1879, p. 175.

(7) W. Deecke, *Ueber die Gestalt des Lukriner Sees vor dem Ausbrucke des Monte Nuovo* (III Jahresh. d. geogr. Gesellsch. in Greifswald, 1887), p. 12.

(8) Filostrato, L. VII, capo 5, Vita di Apollonio.

(9) « Ego Catuli Cumanum ex hoc loco video... Puteolos videmus: at familiarem « nostrum C. Avianum, fortasse in porticu Neptuni ambulantem, non videmus » (M. Tullii Ciceronis, *Academicorum priorum,* L. II, cap. XXV, 80).

(10) In vicinia nostra Averni lacus (M. T. Ciceronis, *Tusculanarum disputationum,* L. I, cap. XVI, 37).

Quinto; « me, *ad lacum* quod habeo, venditurum, minusculam vero villam « Quinto traditurum... Ego vero de venditione nihil cogito, nisi quid, quod « magis me delectet, invenero » ([1]). E poco dopo, alle calende di Maggio, scrive che: « Piliae nostrae » (sorella di Attico) « villam totam quaeque in « villa sunt trado, in Pompeianum ipse proficiscens » ([2]). Dunque la villa sul lago Lucrino era proprio quella nella quale risiedeva e che egli abbandonava per pochi giorni, per togliersi alle seccature di chi andava a cercarlo. Infatti il *V nonas maias*, nel partire, annunziava che: « conscendens, quum « Piliae nostrae villam *ad Lucrinum*, villicos procuratores tradidissem... Per « paucos dies in Pompeiano; post in haec Puteolana et Cumana regna renavigaro... interpellantium multitudine poene fugienda » ([3]).

E ripete il giorno dopo: « *IV nonas maias;* in Pompeianum veni... « quum pridie, ut antea ad te scripsi, Piliam in Cumano collocavissem » ([4]). Il *XVI Kal. junias* Cicerone partiva dalla sua villa per tornarvi agli idi di giugno, nel qual giorno scriveva ad Attico dalla « villa ad Lucrinum » ([5]).

Altre volte, quando si trovava in quella villa, datava le sue lettere « in Puteolano ». Dalla medesima poi, mentre, come narra Plinio, e come risulta dal testo, scriveva gli *Academici*, vedeva i pesciolini del Lucrino « et ut nos nunc sedemus ad Lucrinum pisciculosque exultantes videmus ([6]).

Da quanto dicono Plinio e Cicerone stesso, risulta dunque che la villa, per chi muoveva da Pozzuoli, era di là dalla via Campana, cioè dalla via da Pozzuoli a Capua pur allora esistente; nè era proprio sull'altra via di Baia rasente al littorale; bensì sulla strada da Pozzuoli al lago d'Averno, e più propriamente sul Lucrino, dove la detta strada deviava dal mare verso l'Averno, circa a ponente di dove è ora il luogo detto la Bambinella.

In quella situazione sorse nel medio evo il paese di Tripergola, con uno stabilimento termale assai accreditato e con varie sorgenti, una delle quali dovea essere quella stessa delle acque Ciceroniane. V'erano la chiesa di Santo Spirito ed uno spedale di 30 letti, con tre osterie ed una spezieria. Vicini erano un casino reale degli Angioini e i canili reali. Ora, come narrarono il Vicerè P. Giacomo da Toledo, F. Del Nero, M. A. Delli Falconi, G. Borgia, Simone Porzio lettore a Napoli, poi a Pisa, ed altri, la mattina del 29 settembre 1538, in quel luogo venne fuori improvvisamente una sorgente d'acqua « freddissima e chiara, secondo alcuni, secondo altri « tiepida e alquanto sulfurea ». Dodici ore dopo, sul far della notte, « eruppe

([1]) M. T. Ciceronis, *Epistolarum ad Atticum*, lib. XIV, Ep. 13.
([2]) Ibidem, Ep. 15.
([3]) Ibidem, Ep. 16.
([4]) Ibidem, Ep. 17.
([5]) Ep. L. XV, Ep. 15.
([6]) M. T. Ciceronis, *Fragmenta Academicorum*, Lib. III, 2; apud Nonium priorum Academicorum, I.

« nel medesimo luogo la terra et eruttò tanta copia di cenere et di sassi » pumicei mischiati con acqua che coperse tutto quel paese » e in una notte si formò il Monte Nuovo che tuttora si vede e che ricoprì e ricopre quella regione per l'innanzi pianeggiante e lieta di case e di piantagioni.

È soverchia temerità la nostra di scrutare e voler indovinare i segreti della natura; ma forse non troppo ci corse che l'eruzione del Monte Nuovo avesse luogo 15 secoli prima, alla morte di Cicerone. Per lo meno la sorgente che d'improvviso si originò nel parco della villa, e che poi probabilmente fu una di quelle appartenenti a Tripergola, può ritenersi prodotta da un fenomeno lontanissimo precursore e quasi preparatore dell'eruzione del Monte Nuovo.

Meccanica. — *Sulla deformazione delle piastre di grossezza finita.* Nota del prof. O. TEDONE, presentata dal Socio VOLTERRA.

1. Il Clebsch, nel suo trattato di elasticità, è condotto, per analogia col problema di Saint-Venant, a proporsi il problema di determinare i possibili stati di equilibrio elastico di corpi cilindrici quando sieno verificate le condizioni:

$$X_z = Y_z = Z_z = 0, \tag{1}$$

dove $X_x, Y_y, \dots, X_x$ sono le componenti delle tensioni. Poichè, però, la soluzione che egli dà del problema non è esente da qualche lacuna, mi lusingo che possa riuscire di qualche interesse l'altra che io do in questa Nota, almeno per la sua maggior semplicità.

Per semplicità, supporremo che il corpo sia isotropo e adotteremo le notazioni di Kirchhoff. Supporremo, inoltre, nulle le forze di massa.

Nella ipotesi (1), le equazioni indefinite dell'equilibrio elastico si riducono a:

$$\frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial X_y}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} = 0. \tag{2}$$

Il potenziale elastico elementare è dato da

$$f = -K[x_x^2 + y_y^2 + z_z^2 + \tfrac{1}{2}y_z^2 + \tfrac{1}{2}z_x^2 + \tfrac{1}{2}x_y^2 + \theta(x_x + y_y + z_z)^2] \tag{3}$$

dove K e θ sono le due costanti che entrano nella sua espressione. Ne viene che:

$$\begin{aligned} X_x &= -2K[x_x + \theta(x_x + y_y + z_z)], & Y_z &= -Ky_z \\ Y_y &= -2K[y_y + \theta(x_x + y_y + z_z)], & Z_x &= -Kz_x \\ Z_z &= -2K[z_z + \theta(x_x + y_y + z_z)], & X_y &= -Kx_y \end{aligned}$$

e quindi, tenendo conto delle (1):

$$
(4)\quad \begin{cases}
x_x = -\dfrac{1}{2K}\left(\dfrac{1+2\theta}{1+3\theta}X_x - \dfrac{\theta}{1+3\theta}Y_y\right), & y_z = 0 \\[2mm]
y_y = -\dfrac{1}{2K}\left(\dfrac{1+2\theta}{1+3\theta}Y_y - \dfrac{\theta}{1+3\theta}X_x\right), & z_x = 0 \\[2mm]
z_z = \dfrac{1}{2K}\,\dfrac{\theta}{1+3\theta}(X_x + Y_y), & x_y = -\dfrac{1}{K}X_y .
\end{cases}
$$

D'altra parte, affinchè $x_x, y_y, \ldots, x_y$ possano considerarsi come componenti di una deformazione elastica pura, devono essere soddisfatte 6 equazioni differenziali del second'ordine di cui le due prime sono:

$$
\frac{\partial^2 x_y}{\partial x\, \partial y} = \frac{\partial^2 x_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 y_y}{\partial x^2}, \quad 2\,\frac{\partial^2 x_x}{\partial y\, \partial z} = \frac{\partial^2 y_x}{\partial z\, \partial x} + \frac{\partial^2 z_x}{\partial y\, \partial x} - \frac{\partial^2 y_z}{\partial x^2}
$$

e le altre quattro si deducono dalle due già scritte con permutazioni circolari delle lettere x, y, z. Sostituendo, in queste equazioni, per $x_x, y_y, \ldots, x_y$ le espressioni (4) troviamo che le componenti delle tensioni da determinarsi: X_x, X_y, Y_y, oltre alle (2), devono soddisfare alle sei equazioni seguenti:

$$
(5)\quad \begin{cases}
(1+3\theta)\dfrac{\partial^2 X_y}{\partial z\, \partial x} - (1+2\theta)\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial y\, \partial z} + \theta\,\dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial y\, \partial z} = 0, \\[2mm]
(1+3\theta)\dfrac{\partial^2 X_y}{\partial z\, \partial y} + \theta\,\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial z\, \partial x} - (1+2\theta)\dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial z\, \partial x} = 0, \\[2mm]
(1+3\theta)\dfrac{\partial^2 X_y}{\partial z^2} - \theta\left(\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial x\, \partial y} + \dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial x\, \partial y}\right) = 0, \\[2mm]
(1+2\theta)\left(\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial x^2}\right) - \theta\left(\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial y^2}\right) - 2(1+3\theta)\dfrac{\partial^2 X_y}{\partial x\, \partial y} = 0, \\[2mm]
\theta\left(\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial z^2}\right) - (1+2\theta)\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial z^2} = 0, \\[2mm]
\theta\left(\dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 X_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 X_x}{\partial z^2}\right) - (1+2\theta)\dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial z^2} = 0.
\end{cases}
$$

Se da queste equazioni, per mezzo delle (2), eliminiamo X_x e Y_y, troviamo subito che X_y deve soddisfare alle tre equazioni seguenti:

$$
(6)\qquad \Delta^2 \frac{\partial X_y}{\partial z} = 0, \quad (1+3\theta)\frac{\partial^2 X_y}{\partial z^2} + \theta \Delta^2 X_y = 0, \quad \Delta^2 \Delta^2 X_y = 0
$$

dove

$$
\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.
$$

Dalle (6) discende anche l'equazione $\frac{\partial^3 X_y}{\partial z^3} = 0$ e quindi

$$X_y = \frac{z^2}{2}\varphi_1 + z\varphi_2 + \varphi_3,$$

dove $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ sono funzioni di x e y che soddisfanno alle equazioni

$$\Delta^2\varphi_1 = 0, \quad \Delta^2\varphi_2 = 0, \quad \Delta^2\varphi_3 + \frac{1+3\theta}{\theta}\varphi_1 = 0.$$

Poniamo, per comodità:

$$\varphi_1 = \frac{\partial^2\psi_1}{\partial x\,\partial y}, \quad \varphi_2 = \frac{\partial^2\psi_2}{\partial x\,\partial y}, \quad \varphi_3 = \frac{\partial^2\psi_3}{\partial x\,\partial y},$$

onde ψ_1, ψ_2, ψ_3 soddisferanno alle equazioni:

$$(7)\qquad \begin{cases} \Delta^2\psi_1 = f_1(x) + f_1'(y), \quad \Delta^2\psi_2 = f_2(x) + f_2'(y), \\ \Delta^2\psi_3 + \frac{1+3\theta}{\theta}\psi_1 = f_3(x) + f_3'(y) \end{cases}$$

indicando con le f delle funzioni arbitrarie dei rispettivi argomenti. Allora X_y sarà data da

$$(8)\qquad X_y = \frac{z^2}{2}\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x\,\partial y} + z\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2\psi_3}{\partial x\,\partial y},$$

mentre, dalle (2), si otterrà per X_x e Y_y:

$$(9)\qquad \begin{cases} X_x = -\frac{z^2}{2}\left[\frac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2} + h_1(y)\right] - z\left[\frac{\partial^2\psi_2}{\partial y^2} + h_2(y)\right] - \left[\frac{\partial^2\psi_3}{\partial y^2} + h_3(y)\right], \\ Y_y = -\frac{z^2}{2}\left[\frac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2} + g_1(x)\right] - z\left[\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2} + g_2(x)\right] - \left[\frac{\partial^2\psi_3}{\partial x^2} + g_3(x)\right], \end{cases}$$

dove le h e le g sono funzioni dei rispettivi argomenti, da determinarsi opportunamente. Con la effettiva sostituzione della (8) e delle (9), nelle equazioni (5), si trova che queste ultime equazioni sono soddisfatte quando sono soddisfatte le condizioni:

$$(10)\qquad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}(\Delta^2\psi_1) + \frac{dg_1}{dx} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x}(\Delta^2\psi_2) + \frac{dg_2}{dx} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial y}(\Delta^2\psi_1) + \frac{dh_1}{dy} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y}(\Delta^2\psi_2) + \frac{dh_2}{dy} = 0 \end{cases}$$

$$
(11) \quad \begin{cases} \dfrac{d^2 g_3}{dx^2} = \dfrac{1+2\theta}{\theta}\left(\dfrac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2} + h_1\right) - \dfrac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2} - g_1 - \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}(\Delta^2\psi_3) \\ \dfrac{d^2 h_3}{dy^2} = \dfrac{1+2\theta}{\theta}\left(\dfrac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2} + g_1\right) - \dfrac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2} - h_1 - \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}(\Delta^2\psi_3) \end{cases}
$$

$$
(12) \qquad \Delta^2\Delta^2\psi_3 + \frac{d^2 g_3}{dx^2} + \frac{d^2 h_3}{dy^2} = 0 .
$$

Alle prime quattro equazioni si soddisfa, nel modo più generale, prendendo:

$$
(13) \quad \begin{cases} g_1(x) = -f_1(x) + a_1 , \quad g_2(x) = -f_2(x) + a_2 , \\ h_1(y) = -f_1'(y) + a_1' , \quad h_2(y) = -f_2'(y) + a_2' . \end{cases}
$$

indicando con a_1, a_1', a_2, a_2' delle costanti, per ora, arbitrarie. Le (11), allora, tenendo conto delle (7), diventano:

$$
\frac{d^2 g_3}{dx^2} = \frac{1+3\theta}{\theta} f_1(x) - \frac{d^2 f_3}{dx^2} + \frac{1+2\theta}{\theta} a_1' - a_1 ,
$$

$$
\frac{d^2 h_3}{dy^2} = \frac{1+3\theta}{\theta} f_1'(y) - \frac{d^2 f_3'}{dy^2} + \frac{1+2\theta}{\theta} a_1 - a_1' ,
$$

ed è soddisfatta la (12) se $a_1 + a_1' = 0$. Queste ultime equazioni ci danno poi:

$$
(14) \quad \begin{cases} g_3(x) = \dfrac{1+3\theta}{\theta}\displaystyle\int_0^x dx \int_0^x f_1(x)\,dx - f_3(x) - \dfrac{1+3\theta}{2\theta} a_1 x^2 + bx + c , \\ h_3(y) = \dfrac{1+3\theta}{\theta}\displaystyle\int_0^y dy \int_0^y f_1'(y)\,dy - f_3'(y) + \dfrac{1+3\theta}{2\theta} a_1 y^2 + b'y + c' \end{cases}
$$

b, c, b', c' essendo altre costanti arbitrarie. Possiamo dunque scrivere:

$$
(15) \quad \begin{cases} X_x = -\dfrac{z^2}{2}\left[\dfrac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2} - f_1'(y) - a_1\right] - z\left[\dfrac{\partial^2\psi_2}{\partial y^2} - f_2'(y) + a_2'\right] - \\ \qquad - \left[\dfrac{\partial^2\psi_3}{\partial y^2} + \dfrac{1+3\theta}{\theta}\displaystyle\int_0^y dy \int_0^y f_1'(y)dy - f_3'(y) + \dfrac{1+3\theta}{2\theta} a_1 y^2 + b'y + c'\right] \\ Y_y = -\dfrac{z^2}{2}\left[\dfrac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2} - f_1(x) + a_1\right] - z\left[\dfrac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2} - f_2(x) + a_2\right] - \\ \qquad - \left[\dfrac{\partial^2\psi_3}{\partial x^2} + \dfrac{1+3\theta}{\theta}\displaystyle\int_0^x dx \int_0^x f_1(x)dx - f_3(x) - \dfrac{1+3\theta}{2\theta} a_1 x^2 + by + c\right] \end{cases}
$$

dove, ripetiamo, $f_1, f_1', \ldots, f_3'$ sono funzioni arbitrarie dei corrispondenti argomenti, a_1, a_2, a_2', b, c, b', c' sono costanti arbitrarie e ψ_1, ψ_2, ψ_3 soddisfanno alle (7).

Possiamo ora determinare $\psi_1', \psi_2', \psi_3'$; $\psi_1'', \psi_2'', \psi_3''$; ψ_3''' in modo che sia:

$$\psi_1 = \psi_1' + \psi_1'' , \quad \psi_2 = \psi_2' + \psi_2'' , \quad \psi_3 = \psi_3' + \psi_3'' + \psi_3''' ;$$

$$\Delta^2 \psi_1' = 0 , \quad \Delta^2 \psi_2' = 0 , \quad \Delta^2 \psi_3' + \frac{1+3\theta}{\theta} \psi_1' = 0 ;$$

$$\psi_1'' = \int_0^x dx \int_0^x f_1(x)\, dx + \int_0^y dy \int_0^y f_1'(y)\, dy - \frac{a_1}{2}(x^2 - y^2) +$$
$$+ \frac{\theta}{1+3\theta} [b'y + bx + c + c'] ,$$

$$\psi_2'' = \int_0^x dx \int_0^x f_2(x)\, dx + \int_0^y dy \int_0^y f_2'(y)\, dy + \frac{a_2' - a_2}{4}(x^2 - y^2) ,$$

$$\psi_3'' = \int_0^x dx \int_0^x f_3(x)\, dx + \int_0^y dy \int_0^y f_3'(y)\, dy ;$$

$$\psi_3''' = -\frac{1+3\theta}{\theta} \Big[\int_0^x dx \int_0^x dx \int_0^x dx \int_0^x f_1(x)\, dx +$$
$$+ \int_0^y dy \int_0^y dy \int_0^y dy \int_0^y f_1'(y) dy - \frac{a_1}{24}(x^4 - y^4) \Big] - \frac{1}{6}(b'y^3 + bx^3) - \frac{1}{2}(cx^2 + c'y^2) .$$

Risulta allora anche:

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \psi_1'}{\partial x^2} + f_1(x) - a_1 , \quad \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \psi_1'}{\partial y^2} + f_1'(y) + a_1 , \quad \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x\, \partial y} = \frac{\partial^2 \psi_1'}{\partial x\, \partial y} ;$$

$$\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \psi_2'}{\partial x^2} + f_2(x) + \frac{a_2' - a_2}{2} , \quad \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \psi_2'}{\partial y^2} + f_2'(y) - \frac{a_2' - a_2}{2} , \quad \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \psi_2'}{\partial x \partial y} ;$$

$$\frac{\partial^2 \psi_3}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \psi_3'}{\partial x^2} + f_3(x) - \frac{1+3\theta}{\theta} \int_0^x dx \int_0^x f_1(x)\, dx + \frac{1+3\theta}{2\theta} a_1 x^2 - bx - c ,$$

$$\frac{\partial^2 \psi_3}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \psi_3'}{\partial y^2} + f_3'(y) - \frac{1+3\theta}{\theta} \int_0^y dy \int_0^y f_1'(y)\, dy - \frac{1+3\theta}{2\theta} a_1 y^2 - b'y - c' ,$$

$$\frac{\partial^2 \psi_3}{\partial x\, \partial y} = \frac{\partial^2 \psi_3'}{\partial x\, \partial y} .$$

Se sostituiamo questi valori di ψ_1, ψ_2, ψ_3 nelle espressioni di X_x, Y_y, X_y, poniamo ψ_1, ψ_2, ψ_3 ancora al posto di $\psi_1', \psi_2', \psi_3'$, il che non genera equivoco, e chiamiamo c la costante $-\frac{a_2 + a_2'}{2}$, possiamo scrivere:

$$(16) \quad \begin{cases} X_x = \dfrac{z^2}{2} \dfrac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + z\left(\dfrac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + c\right) + \dfrac{\partial^2 \psi_3}{\partial x^2} + \dfrac{1+3\theta}{\theta} \psi_1 \\ Y_y = \dfrac{z^2}{2} \dfrac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} + z\left(\dfrac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2} + c\right) + \dfrac{\partial^2 \psi_3}{\partial y^2} + \dfrac{1+3\theta}{\theta} \psi_1 \\ X_y = \dfrac{z^2}{2} \dfrac{\partial^2 \psi_1}{\partial x\, \partial y} + z \dfrac{\partial^2 \psi_2}{\partial x\, \partial y} + \dfrac{\partial^2 \psi_3}{\partial x\, \partial y} \end{cases}$$

dove ψ_1, ψ_2, ψ_3 soddisfanno alle equazioni:

$$(17)\qquad \Delta^2\psi_1 = 0\,, \quad \Delta^2\psi_2 = 0\,, \quad \Delta^2\psi_3 + \frac{1+3\theta}{\theta}\psi_1 = 0$$

e c è una costante arbitraria.

2. Supponiamo ora che il nostro corpo elastico sia un corpo cilindrico di cui le generatrici della superficie laterale sieno parallele all'asse z ed abbia, quindi, le due basi parallele perpendicolari allo stesso asse. Affinchè questo corpo elastico sia in equilibrio, nelle ipotesi precedenti, le tensioni applicate alle basi devono esser nulle, mentre le tensioni applicate ai punti della superficie laterale devono esser date dalle espressioni

$$(18)\qquad X = X_x \cos(nx) + X_y \cos(ny)\,, \quad Y = X_y \cos(nx) + Y_y \cos(ny)\,,$$

X_x, Y_y, X_y essendo determinate dalle (17). Ne viene che X e Y devono potersi porre sotto la forma

$$(19)\qquad X = \frac{z^2}{2}X_1 + zX_2 + X_3\,, \quad Y = \frac{z^2}{2}Y_1 + zY_2 + Y_3\,,$$

X_1, X_2, X_3; Y_1, Y_2, Y_3 essendo funzioni di x e y soltanto. Dev'essere, inoltre

$$(20)\quad \left\{\begin{aligned}
X_1 &= \frac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2}\cos(nx) + \frac{\partial^2\psi_1}{\partial x\,\partial y}\cos(ny)\,,\\
Y_1 &= \frac{\partial^2\psi_1}{\partial x\,\partial y}\cos(nx) + \frac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2}\cos(ny)\,;\\
X_2 &= \left[\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2} + c\right]\cos(nx) + \frac{\partial^2\psi_2}{\partial x\,\partial y}\cos(ny)\,,\\
Y_2 &= \frac{\partial^2\psi_2}{\partial x\,\partial y}\cos(nx) + \left[\frac{\partial^2\psi_2}{\partial y^2} + c\right]\cos(ny)\,;\\
X_3 &= \left[\frac{\partial^2\psi_3}{\partial x^2} + \frac{1+3\theta}{\theta}\psi_1\right]\cos(nx) + \frac{\partial^2\psi_3}{\partial x\,\partial y}\cos(ny)\,,\\
Y_3 &= \frac{\partial^2\psi_3}{\partial x\,\partial y}\cos(nx) + \left[\frac{\partial^2\psi_3}{\partial y^2} + \frac{1+3\theta}{\theta}\psi_1\right]\cos(ny)\,.
\end{aligned}\right.$$

Se chiamiamo s il contorno della sezione normale σ del nostro cilindro e supponiamo che n sia la normale ad esso diretta verso l'interno della sezione stessa, troviamo subito che

$$\int_s X_1\,ds = \int_s \frac{d}{dn}\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\,ds = -\int_\sigma \Delta^2\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\,d\sigma = 0$$

e, con processo analogo, si trova che le 6 espressioni $X_1, X_2, \ldots, Y_3$ devono soddisfare alle condizioni:

$$(21)\quad \begin{cases} \int_s X_1\,ds = \int_s Y_1\,ds = \int_s X_2\,ds = \int_s Y_2\,ds = \int_s X_3\,ds = \int_s Y_3\,ds = 0 \\ \int_s (xY_1 - yX_1)\,ds = \int_s (xY_2 - yX_2)\,ds = \int_s (xY_3 - yX_3)\,ds = 0\,. \end{cases}$$

Risulta pure dalle (20) che le tensioni X_1, Y_1 e le altre X_2, Y_2 applicate ad uno stesso punto del contorno s devono avere, rispettivamente, un potenziale V_1 e V_2, mentre X_3 e Y_3 devono potersi porre sotto la forma:

$$X_3 = \frac{1+3\theta}{\theta}\psi_1 + \frac{\partial V_3}{\partial x}\,, \quad Y_3 = \frac{1+3\theta}{\theta}\psi_1 + \frac{\partial V_3}{\partial y}\,.$$

D'altra parte V_1, V_2, V_3 si possono dare arbitrariamente come funzioni dei punti del contorno s. Quando sono date le funzioni V_1, V_2, V_3 le tre funzioni ψ_1, ψ_2, ψ_3 sono determinate, a meno di costanti, dal dover soddisfare alle (17) in ogni punto di σ ed alle condizioni:

$$(22)\qquad \frac{d\psi_1}{dn} = V_1\,, \quad \frac{d\psi_2}{dn} = V_2\,, \quad \frac{d\psi_3}{dn} = V\,.$$

nei punti del contorno s.

Poichè poi V_1, V_2, V_3 sono determinate a meno di costanti, possiamo determinare queste ultime sempre in modo che sieno soddisfatte le condizioni:

$$\int_s V_1\,ds = -\int_\sigma \Delta^2\psi_1\,d\sigma = 0\,, \quad \int_s V_2\,ds = -\int_\sigma \Delta^2\psi_2\,d\sigma = 0\,,$$
$$\int_\sigma V_3\,ds = -\int_\sigma \Delta^2\psi_3\,d\sigma = \frac{1+3\theta}{\theta}\int_\sigma \psi_1\,d\sigma\,.$$

Meccanica. — *Sui moti stazionarî dei sistemi olonomi.* Nota di T. Levi-Civita, presentata dal Socio V. Cerruti.

La regola per la determinazione di moti stazionarî dei sistemi olonomi (a legami indipendenti dal tempo e soggetti a forze conservative), che ho avuto l'onore di comunicare a codesta Accademia poche settimane or sono [1], è enunciata nella ipotesi che le variabili di riferimento sieno canoniche. La stessa regola vale però in generale, comunque si scelgano le variabili. È questo un risultato pressochè ovvio, che mi permetto tuttavia di formulare

[1] Sedute del 6 e 20 gennaio u. s.

esplicitamente, perchè può far comodo nelle applicazioni particolari. Pensiamo per es. alla dinamica dei sistemi rigidi. Si sa bene quanto più perspicue riescono le formule, allorchè si usano direttamente le caratteristiche u, v, w; p, q, r e i coseni direttori. La osservazione accennata permette di profittarne anche per lo studio dei moti stazionarî. Ne darò prossimamente un esempio, esaminando il caso trattato dalla signora Kovalevsky.

Prima di abbandonare il campo generale, mi sembra a proposito un po' di critica del concetto di stazionarietà.

Se si piglia la definizione del sig. Routh ([1]) nel suo aspetto puramente formale, si arriva subito alla conclusione (§ 6) che qualsiasi soluzione particolare delle equazioni del moto si può risguardare come stazionaria, purchè soltanto si fissino le variabili in modo opportuno.

Dovremo inferirne che la nozione di stazionarietà è destituita di ogni fondamento reale? La intuizione fisica ce lo vieta assolutamente. Essa ci mostra che certe forme di movimento, per es. le traslazioni e rotazioni uniformi di un solido, hanno peculiari caratteri di semplicità e di regolarità, che le distinguono in modo netto da altri moti, possibili nelle stesse condizioni. D'altra parte gli esempî tutti addotti dal sig. Routh (e così quelli della Nota precedente) fanno fede che, in certi casi almeno, la sua definizione discrimina veramente i moti stazionarî (nel senso fisico della parola) da quelli, che non lo sono. Quale è la circostanza, che interviene in tali casi ad assicurare la validità di un criterio, per sè stesso insignificante?

Questa semplicemente che gli integrali, o relazioni invarianti, (A), generatrici, per dir così, delle soluzioni stazionarie, senza essere soggette ad alcuna condizione quantitativa, sono però sempre *uniformi*, nel senso di Poincaré.

Cerchiamo di rendercene conto, richiamandoci al contenuto sperimentale del concetto di stazionarietà. Come ha rilevato il sig. Routh, la proprietà fisica, che caratterizza il comportamento stazionario di un determinato movimento Σ, è la seguente:

Modificando egualmente le condizioni del moto in due istanti qualisivogliono t', t'', i moti perturbati, che ne conseguono, Σ', Σ'' diciamo, presentano tali relazioni da potersi, sotto un certo rapporto, considerare come equivalenti ([2]).

Un tale enunciato si può in verità ricavare come conseguenza logica della semplice definizione formale, ma bisogna essenzialmente avvertire che le relazioni, di cui si tratta, hanno interesse, solo allorquando corrispondono

([1]) *Treatise on the dynamics of a system of rigid bodies*, Advanced Part, § 111. Questa definizione trovasi riportata nella seconda delle Note citate, a pag. 36.

([2]) Nel caso tipico della ignorazione di talune coordinate, l'andamento dei due moti Σ', Σ'' è identico, per quanto concerne le velocità tutte e le coordinate *palesi*. In istanti corrispondenti $t'+t$, $t''+t$, possono differire, dall'uno all'altro di essi, soltanto i valori delle coordinate *ignorate*.

a circostanze fisicamente afferrabili. Ora *una condizione analitica non uniforme* (nel senso predetto, e quindi ∞-forme) *non ha alcun valore fisico*, perchè, mentre essa dovrebbe vincolare i valori di un qualche parametro angolare (di un azimut per es.), non dà luogo invece ad alcuna restrizione apparente, in quanto viene soddisfatta da valori del parametro, costituenti un insieme condensato rispetto a tutti i valori possibili.

Sarà pertanto necessario che le relazioni fra due generici moti perturbati Σ', Σ'', *le quali contraddistinguono la stazionarietà, sieno uniformi; e così dovrà intendersi completata la definizione del sig. Routh.*

Tra queste relazioni sono evidentemente comprese quelle espresse dalle (A) (dagli integrali cioè o equazioni invarianti generatrici della soluzione Σ, che si considera). D'altra parte, si potrebbe riconoscere senza difficoltà che le relazioni tutte fra Σ' e Σ'' riescono uniformi, quando ciò avviene per le (A). La condizione che le (A) sieno uniformi è dunque insieme necessaria e sufficiente.

Ciò posto, possiamo domandarci quale sia la portata della regola costruttiva, di cui sopra. Meno grande di quello, che la sua generalità formale potrebbe lasciar supporre. Infatti, volendo conseguire moti assolutamente [1] stazionarî, bisognerà partire da integrali *uniformi*; e i problemi più importanti della meccanica posseggono i soli integrali classici, dotati di tale proprietà [2].

Di quà si ricava per es. il seguente enunciato negativo: Il problema degli n corpi non comporta altre forme di moti assolutamente stazionarî, oltre le soluzioni particolari di Laplace, in cui gli n corpi ruotano uniformemente, mantenendo una configurazione (piana o rettilinea) invariabile.

1. Richiamerò, per maggior chiarezza, il procedimento esposto nella prima delle Note citate.

Sia H $(p_1, p_2, \ldots, p_n;\ x_1, x_2, \ldots, x_n)$ la energia totale di un sistema olonomo, a legami indipendenti dal tempo e soggetto a forze conservative; p_i, x_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ designando variabili canoniche.

Siano

$$\text{(A)} \qquad F_r = 0 \qquad (r = 1, 2, \ldots, m)$$

m relazioni invarianti (ovvero integrali, nel qual caso le costanti si intendono incluse nelle F) pel moto del sistema, indipendenti dal tempo, in involuzione, e risolubili rispetto ad altrettante p; $p_1, p_2, \ldots p_m$ per es.

Rappresentando con **H** ciò che diviene H, quando ogni p_s $(s = 1, 2, \ldots, m)$

[1] Poincaré, *Mécanique céleste*, T. I, Cap. V.

[2] Del pari, per moti stazionarî in senso relativo, converrà ricorrere a relazioni invarianti pure uniformi.

si sostituisce col suo valore (A), per definire le soluzioni particolari Σ, si deve porre

$$\text{(B)} \qquad \frac{\partial H}{\partial p_i} = 0 \,, \quad \frac{\partial H}{\partial x_i} = 0 \quad (i = m+1, \ldots, n);$$

e queste equazioni invarianti traggono le

$$\frac{\partial H}{\partial x_r} = 0 \qquad (r = 1, 2, \ldots, m)$$

come necessaria conseguenza.

Si ha pertanto, sopra ogni Σ, $dH = 0$.

2. Ciò posto, si immagini di sostituire alle variabili p, x un sistema qualunque di $2n$ parametri $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_{2n}$, atti a definire lo stato di moto del sistema, almeno in un intorno Γ di un qualche insieme di valori $p_i^{(0)}, x_i^{(0)}$ delle $p.x$, soddisfacenti alle (A), (B). Intendendo di riferirsi a un tale intorno Γ, si potrà asserire:

1° Le (A), espresse per le ε, sono atte a definirne m, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_m$, poniamo, in funzione delle rimanenti.

2° Tenendo conto delle (A), si ha una trasformazione biunivoca fra i due sistemi di $2(n-m)+m$ variabili $p_{m+1}, \ldots, p_n; x_1, x_2, \ldots, x_n$ e $\varepsilon_{m+1}, \ldots, \varepsilon_{2n}$.

3° La funzione $H^*(\varepsilon_{m+1}, \ldots, \varepsilon_{2n})$, che si ottiene dalla energia totale H^* (espressa per le ε), sostituendo $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_m$ coi valori definiti dalle (A), coincide con H, cioè ne differisce soltanto per la trasformazione suddetta.

Appare di quà che la equazione

$$\text{(B*)} \qquad d\,H^* = 0$$

equivale a $d\,H = 0$, ossia alle (B), e può quindi servire (assieme alle (A), espresse per le ε) a caratterizzare le soluzioni particolari Σ, direttamente in variabili ε.

3. Nella Nota del 20 gennaio ho mostrato come il criterio di stabilità delle Σ si desuma dalla forma quadratica d^2H. Essa è certamente riducibile ad una forma Q in $2(n-m)$ argomenti: Secondochè questa Q è o no definita, le Σ sono stabili od instabili. A vero dire, ho ivi considerato soltanto il caso generale, in cui le (B) si suppongono univocamente risolubili rispetto alle p_i, x_i $(i = m+1, \ldots, n)$, e quindi la forma Q non è ulteriormente riducibile: L'enunciato criterio di stabilità vale però in ogni caso [1] (semprechè, bene inteso, le (B) sieno compatibili e si abbiano

[1] Rimangono soltanto escluse le soluzioni multiple, corrispondenti (con ovvio linguaggio geometrico) a punti non ordinari della varietà definita dalle (B): Per questi casi singolari, non basta evidentemente la forma d^2H a decidere la questione della stabilità, ma bisognerebbe ricorrere ai differenziali d'ordine superiore.

quindi effettivamente soluzioni Σ). Lo si dimostra senza difficoltà, riprendendo per un momento le variabili P, X, adoperate in quella occasione, e la corrispondente espressione H′ di H.

Infatti dire che le (B) (pur essendo compatibili) non sono risolubili rispetto alle p_i, x_i equivale a dire che le equazioni

$$(B') \qquad \frac{\partial H'}{\partial P_i} = 0\,, \quad \frac{\partial H'}{\partial X_i} = 0 \quad (i = m + 1, \dots, n)$$

non sono indipendenti (pur ammettendo soluzioni comuni). Ne viene che il determinante funzionale delle (B′) si annulla per i valori, che verificano le equazioni stesse.

Ma questo determinante funzionale è il discriminante della forma $d^2 H'$; e il suo annullarsi esclude che la forma stessa sia definita. Le soluzioni Σ sono dunque tutte instabili.

Ora la quadrica $d^2 H$ equivale pur sempre alla $d^2 H'$, e si potrà perciò in questo caso far dipendere da meno di $2(n - m)$ argomenti. In altri termini le forme ridotte Q (a $2(n - m)$ argomenti) della $d^2 H$ sono a lor volta riducibili e quindi non definite. c. d. d.

4. Dalle ipotesi del § 2 segue immediatamente che la quadrica $d^2 H^*$ equivale alla $d^2 H$ (si passa dall'una all'altra mediante la trasformazione, di cui sub 2°, estesa ai differenziali dei due sistemi di variabili). Ne viene che $d^2 H^*$ è riducibile e ogni sua ridotta Q^* (in $2(n - m)$ argomenti) serve, al pari di Q, a decidere la questione della stabilità.

I coefficienti della forma $d^2 H^*$ dipenderanno in generale da alcune delle variabili $\varepsilon_{m+1}, \dots, \varepsilon_{2n}$ (quelle — e ve ne ha m almeno — che non rimangono vincolate dalle (B*)). Possiamo per altro star certi che i caratteri algebrici della forma $d^2 H^*$, e quindi anche d'una sua ridotta Q^*, non dipendono dai valori particolari, attribuiti a queste ε.

Due sono infatti i casi possibili: o le (B*) si possono risolvere rispetto a $2(n - m)$ delle ε; o il numero delle (B*) indipendenti è più piccolo di $2(n - m)$. Si vede subito, ritornando anche una volta alle variabili P, X, che ci troveremo nell'uno o nell'altro dei due casi, secondochè le (B′) sono o meno indipendenti. Nella prima ipotesi, ogni Q^* equivale sempre, qualunque sieno i valori delle m ε, che possono apparire nei coefficienti, alla medesima quadrica $d^2 H'$, a coefficienti costanti. Nella seconda ipotesi, ogni Q^* è riducibile, indipendentemente dai valori delle ε.

5. Riassumendo, abbiamo la regola seguente:

La costruzione delle soluzioni particolari Σ si può effettuare direttamente, rispetto a qualisivogliano parametri $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{2n}$, atti a definire lo stato di moto del sistema.

Si eliminano dapprima, a mezzo degli m integrali o relazioni invarianti conosciute (supposte, bene inteso, in involuzione) *altrettante variabili ε dalla espressione della energia totale* H^*.

Detto poi H^* *il risultato della eliminazione, si pone*

$$(B^*) \qquad d\,H^* = 0,$$

il che porta altre relazioni invarianti (in numero di $2(n-m)$ al più) *tra le* ε.

Tenendo conto di tutte queste relazioni, si riducono le equazioni del movimento, e si completa, in base ad esse, la determinazione delle Σ.

Non è però necessaria alcuna integrazione per decidere se le Σ *stesse sono o non sono stabili. Basta ricorrere alla forma* $d^2 H^*$, *intendendo nei coefficienti le* ε *legate dalle* (B^*), *e attribuendo a quelle, che restano indipendenti, valori numerici arbitrari. Questa forma è certamente riducibile ad una* Q^* *con* $2(n-m)$ *argomenti al più. L'essere, o meno,* Q^* *forma definita, in* $2(n-m)$ *argomenti, non dipende dai valori attribuiti alle* ε, *e costituisce appunto il criterio di stabilità, o rispettivamente di instabilità, per le soluzioni* Σ.

6. È sempre lecito, immaginando scelte le variabili in modo opportuno, di supporre che una assegnata soluzione particolare Σ d'un generico sistema canonico

$$(C) \qquad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad \frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

sia definita dalle equazioni

$$p_1 = 0, \quad x_1 = \varphi(t); \quad p_i = x_i = 0 \quad (i = 2, \dots, n),$$

essendo per es. $x_1 = 0$ per $t = 0$, e tutto intendendosi regolare in un intorno, comunque piccolo del resto, dei valori $p_i = x_i = 0$ $(i = 1, 2, \dots, n)$.

Si avrà, sopra Σ, $\frac{\partial H}{\partial x_1} = \frac{\partial H}{\partial x_i} = \frac{\partial H}{\partial p_i} = 0$ $(i = 2, \dots, n)$, $\frac{\partial H}{\partial p_1} \gtrless 0$.

Posto $p_i = \frac{\partial W}{\partial x_i}$, la disuguaglianza $\frac{\partial H}{\partial p_1} \gtrless 0$ ci assicura che esiste un integrale W della equazione $H = P_1$, regolare nell'intorno considerato, il quale, per $x_1 = 0$, si riduce a $x_2 P_2 + \cdots + x_n P_n$, le P avendo ufficio di costanti. Le equazioni

$$(1) \qquad p_i = \frac{\partial W}{\partial x_i}, \quad X_k = \frac{\partial W}{\partial P_k} \quad (i, k = 1, 2, \dots, n)$$

definiscono una trasformazione fra le due coppie di serie di variabili p, x; P, X, biunivoca nel detto intorno, perchè il determinante $\left\| \frac{\partial^2 W}{\partial x_i \, \partial P_k} \right\|$ si riduce, per $p_i = x_i = 0$, a $\frac{1}{\frac{\partial H}{\partial p_i}}$, ed è quindi diverso da zero.

D'altra parte le stesse (1) rappresentano, in base al metodo di integrazione di Jacobi, quando vi si faccia $X_1 = t - t_0$, l'integrale generale del sistema (C); le $P, t_0, X_2, X_3, \dots, X_n$ sono allora le costanti di integrazione.

Ciò posto, eseguendo la trasformazione (1), le equazioni del moto divengono

$$\frac{dH}{dt} = \frac{dP_1}{dt} = 0, \quad \frac{dX_1}{dt} = 1; \quad \frac{dP_i}{dt} = \frac{dX_i}{dt} = 0 \qquad (i = 2, 3, \dots, n).$$

Ogni loro soluzione si potrebbe evidentemente dire stazionaria, prendendo alla lettera la definizione del sig. Routh. In particolare dunque la soluzione Σ, donde abbiam preso le mosse.

Meccanica. — *Sulla determinazione dei moti sismici.* Nota I del dott. M. Contarini, presentata dal Socio V. Cerruti.

Sebbene la parte del presente lavoro che tratta del microsismografo a componenti orizzontali si possa estendere a tutti i pendoli verticali del tipo « Brassart-Agamennone », io però intendo senz'altro di riferirmi ai microsismografi « Vicentini » minutamente illustrati in apposite pubblicazioni dell'Istituto di Fisica dell'Università di Padova, alle quali rimando il lettore per tutto ciò che riguarda la loro costruzione ed il loro funzionamento [1].

In una Nota pubblicata in questi Rendiconti [2] il dott. Burgatti risolve il problema dell'interpretazione dei sismogrammi, determinando gli elementi d'una traslazione pendolare orizzontale del terreno mediante semplici proprietà geometriche del diagramma; però le ipotesi ch'egli fa, mi sembrano troppo restrittive perchè si possano applicare a qualche caso pratico i risultati da lui ottenuti.

In questo lavoro invece, supponendo noto il movimento *relativo* degli strumenti [3], facendo certe ipotesi praticamente giustificate sulle varie resistenze, e considerando tutti i punti di attacco, sia delle masse pendolari che delle leve registratrici, come costituenti un sistema rigido col terreno,

[1] Fra queste cito soltanto le seguenti: G. Pacher, *I microsismografi dell'Istituto di Fisica della R. Università di Padova*, R. Istituto Veneto 1897; G. Vicentini e G. Pacher, *Microsismografo per la componente verticale*, id. id. 1899; T. Gnesotto, *Sull'impiego del microsismografo a due componenti per lo studio dei movimenti lenti del suolo*, id. id. 1899.

[2] *Sul moto di un pendolo verticale* ecc., seduta del 18 novembre 1900.

[3] Vedi a questo proposito le pubblicazioni citate e specialmente la terza, in cui il dott. T. Gnesotto determina il movimento relativo del pendolo verticale partendo dalla considerazione del diagramma.

mi avvio alla soluzione completa del problema, costruendo intanto le equazioni differenziali che reggono il movimento *assoluto* degli strumenti sismici rispetto ad una terna d'assi cartesiani ortogonali trascinata nel movimento generale della terra.

§ 1. *Teoria del microsismografo a due componenti orizzontali (Pendolo sferico).*

Sia (fig. 1) $\Omega(\xi\,\eta\,\zeta)$ questa terna, con l'asse ζ rivolto in basso; sia S(X Y Z) un sistema d'assi fisso nel terreno coll'origine S nel punto di sospensione del pendolo, e infine $S(x, y, z)$ un terzo sistema fisso rigidamente nel pendolo, con l'asse z passante per il baricentro: allo stato di perfetta quiete questi tre sistemi siano sovrapposti.

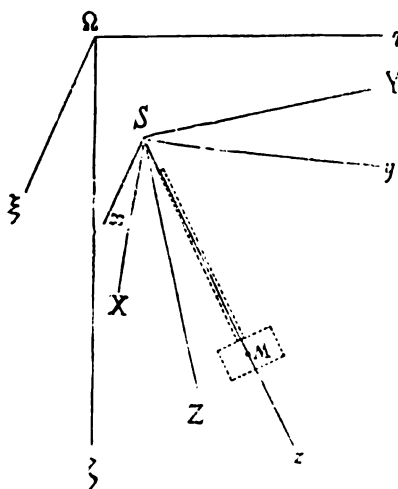



Fig. 1.

Il movimento *relativo* del pendolo consiste in una rotazione intorno ad S, di valore assoluto sempre tanto piccolo da potersi scomporre in tre rotazioni successive λ, μ, ν intorno ai tre assi X, Y, Z; cosicchè, convenendo che il senso positivo di queste rotazioni sia rispettivamente Y Z, Z X, X Y, e supponendo trascurabili i termini di secondo grado in λ, μ, ν, le coordinate rispetto al terreno d'un punto qualunque del pendolo saranno

$$(1)\qquad \begin{cases} X_i = x_i + \mu z_i - \nu y_i \\ Y_i = y_i + \nu x_i - \lambda z_i \\ Z_i = z_i + \lambda y_i - \mu x_i . \end{cases}$$

Per ipotesi il terreno, nella regione prossima allo strumento, costituisce un sistema rigido con gli assi S(X Y Z); quindi il suo movimento più generale consisterà in una traslazione ed una rotazione, con le quali si può

passare dal sistema $\Omega(\xi\,\eta\,\zeta)$ al sistema S(X Y Z). Chiamando ξ, η, ζ le componenti della traslazione (coordinate dell'origine mobile S) e supponendo ancora la rotazione tanto piccola da potersi scomporre in tre rotazioni successive α, β, γ intorno agli assi ξ, η, ζ, la posizione assoluta d'un punto $(X_i\, Y_i\, Z_i)$ del terreno o riferito al terreno sarà allora definita dalle equazioni

$$(2)\qquad \begin{cases} \xi_i = \xi + X_i + \beta Z_i - \gamma Y_i \\ \eta_i = \eta + Y_i + \gamma X_i - \alpha Z_i \\ \zeta_i = \zeta + Z_i + \alpha Y_i - \beta X_i \,. \end{cases}$$

Cioè, ricordando le (1), trascurando sempre i termini di secondo grado nelle variabili, e ponendo per brevità

$$(A)\qquad \alpha + \lambda = \pi\,, \quad \beta + \mu = \chi\,, \quad \gamma + \nu = \varrho\,,$$

il movimento *assoluto* del pendolo è definito dalle equazioni

$$(3)\qquad \begin{cases} \xi_i = \xi + x_i + \chi z_i - \varrho y_i \\ \eta_i = \eta + y_i + \varrho x_i - \pi z_i \\ \zeta_i = \zeta + z_i + \pi y_i - \chi x_i \end{cases}$$

($i = 0, 1, 2 \ldots$ esteso a tutti i punti del pendolo).

Per ottenere gli spostamenti virtuali con l'approssimazione propostaci, conviene prescindere dall'ipotesi che tutte le variabili sono infinitesime: applicando allora le formole generali dei sistemi rigidi, chiamando $\delta\xi, \delta\eta, \delta\zeta, \delta\pi, \delta\chi, \delta\varrho$ le componenti delle traslazioni e delle rotazioni virtuali e conservando a tutte le lettere il significato convenuto, si avrebbe allora

$$\delta\xi_i = \delta\xi + \delta\chi(\zeta_i - \zeta) - \delta\varrho(\eta_i - \eta) \text{ ecc.}$$

Ma nel nostro caso

$$\delta\pi = \delta\alpha + \delta\lambda\,, \quad \delta\chi = \delta\beta + \delta\mu\,, \quad \delta\varrho = \delta\gamma + \delta\nu\,;$$

e siccome $\xi, \eta, \zeta, \alpha, \beta, \gamma$ hanno in ogni istante un valore perfettamente determinato, così le loro variazioni arbitrarie $\delta\xi, \ldots, \delta\gamma$ saranno tutte nulle, e resterà

$$(4)\qquad \begin{cases} \delta\xi_i = \delta\mu(\zeta_i - \zeta) - \delta\nu(\eta_i - \eta) \\ \delta\eta_i = \delta\nu(\xi_i - \xi) - \delta\lambda(\zeta_i - \zeta) \\ \delta\zeta_i = \delta\lambda(\eta_i - \eta) - \delta\mu(\xi_i - \xi)\,. \end{cases}$$

Invece per avere le componenti delle velocità e delle accelerazioni basterà ricorrere alle (3) e derivarle una o due volte rapporto al tempo, ricordando che sono variabili tutte le lettere greche. Quindi:

$$(5)\qquad \begin{aligned} \xi'_i &= \xi' + \chi' z_i - \varrho' y_i \text{ ecc.} \\ \xi''_i &= \xi'' + \chi'' z_i - \varrho'' y_i \text{ ecc.} \end{aligned}$$

(per le altre basta permutare circolarmente tutte le lettere).

Se $\Xi_i\, H_i\, Z_i$ sono le proiezioni sugli assi fissi della risultante di tutte le forze che agiscono sul punto di massa m_i, partendo dall'equazione simbolica dei lavori virtuali

$$\Sigma_i[(\Xi_i - m_i\xi''_i)\,\delta\xi_i + (H_i - m_i\eta''_i)\,\delta\eta_i + (Z_i - m_i\zeta''_i)\,\delta\zeta_i] = 0,$$

sostituendovi per le accelerazioni e gli spostamenti virtuali le espressioni trovate (5) e (4), raccogliendo ed eguagliando a zero i coefficienti delle tre variazioni $\delta\lambda$, $\delta\mu$, $\delta\nu$, avremo le tre equazioni effettive del moto:

$$\Sigma_i((\eta_i - \eta)\, Z_i - (\zeta_i - \zeta)\, H_i) + \eta'' \Sigma m_i(\zeta_i - \zeta) - \zeta'' \Sigma m_i(\eta_i - \eta) -$$
$$- \pi'' \Sigma m_i(z_i(\zeta_i - \zeta) + y_i(\eta_i - \eta)) + \chi'' \Sigma m_i x_i(\eta_i - \eta) + \varrho'' \Sigma m_i x_i(\zeta_i - \zeta) = 0$$

ecc. (basta permutare circolarmente le lettere).
Sostituendo infine ai binomi $(\xi_i - \xi)$, $(\eta_i - \eta)$, $(\zeta_i - \zeta)$ le loro espressioni ricavate dalle (3) ed omettendo tutti i termini di secondo grado rispetto alle variabili o alle loro derivate, avremo

$$\begin{aligned} &\Sigma_i(y_i - \pi z_i + \varrho x_i)\, Z_i - \Sigma(z_i - \chi x_i + \pi y_i)\, H_i + \\ (6) \qquad &+ \eta'' \Sigma m_i z_i - \zeta'' \Sigma m_i y_i - \pi'' \Sigma m_i(z_i^2 + y_i^2) + \chi'' \Sigma m_i x_i y_i + \varrho'' \Sigma m_i x_i z_i = 0 \end{aligned}$$
ecc.

Ora chiamando M la massa del pendolo, l la distanza del punto di sospensione S dal baricentro, e ricordando che questo si trova sull'asse della z abbiamo:

$$(B) \qquad \begin{cases} \Sigma m_i x_i = \Sigma m_i y_i = 0 \\ \Sigma m_i z_i = Ml \end{cases}$$

D'altra parte per la forma del pendolo l'asse della z è un asse principale d'inerzia e gli altri due sono paralleli ad altri due assi principali d'inerzia, cosicchè

$$(B_1) \qquad \Sigma m_i x_i y_i = \Sigma m_i y_i z_i = \Sigma m_i z_i x_i = 0\,;$$

Facendo infine le solite posizioni

$$(B_2) \quad \Sigma_i m_i(y_i^2 + z_i^2) = M_x\,, \quad \Sigma m_i(z_i^2 + x_i^2) = M_y\,, \Sigma m_i(x_i^2 + y_i^2) = M_z$$

le equazioni differenziali del moto diventano

$$(6_1) \begin{cases} \Sigma_i(y_i - \pi z_i + \varrho x_i)\, Z_i - \Sigma_i(z_i - \chi x_i + \pi y_i)\, H_i - \pi'' M_x + \eta'' Ml = 0 \\ \Sigma_i(z_i - \chi x_i + \pi y_i)\, \Xi_i - \Sigma_i(x_i - \varrho y_i + \gamma z_i)\, Z_i - \chi'' M_y - \xi'' Ml = 0 \\ \Sigma_i(x_i - \varrho y_i + \chi z_i)\, H_i - \Sigma_i(y_i - \pi z_i + \varrho x_i)\, \Xi_i - \varrho'' M_z \qquad = 0 \end{cases}$$

Restano a calcolare le componenti delle forze: A tal fine tengo conto:

1°) della *gravità* che si può ritenere applicata al baricentro $(0, 0, l)$ ed ha per componenti secondo gli assi fissi

$$0\,,\ 0\,,\ Mg\,,$$

2°) *dell'attrito delle leve scriventi* che suppongo opposto e proporzionale alla velocità relativa del pendolo: trascurando la resistenza che esso può opporre alle rotazioni intorno all'asse delle z, (la quale resistenza sarebbe nulla se l'estremità superiore della leva amplificatrice fosse esattamente sull'asse z), noi possiamo rappresentarlo con una forza applicata al baricentro: chiamando allora s, s_1, due coefficienti variabili (perchè l'attrito varia nei singoli punti del nastro), le componenti secondo gli assi x, y, z,

e quindi con la voluta approssimazione anche secondo gli assi fissi, saranno

$$-s\mu', \quad +s_1\lambda', \quad 0;$$

3°) della *forza elastica* dovuto alla *flessione* del filo di sospensione (supposto cilindrico ed omogeneo) proporzionale ed opposta alle flessioni μ e λ, e dall'*attrito interno* di flessione, proporzionale ed opposto alle velocità μ' e λ'. — Chiamando f ed f_1 i relativi coefficienti (costanti) e supponendoli calcolati in modo che queste forze si possano ritenere applicate al baricentro, le proiezioni della loro risultante sugli assi x, y, z, e quindi a meno di quantità trascurabili anche sugli assi fissi sono:

$$-(f\mu + f_1\mu'), \quad +(f\lambda + f_1\lambda'), \quad 0;$$

4°) della *resistenza dell'aria* che è applicata effettivamente ai singoli punti della superficie, ma si può sostituire con una forza applicata al baricentro ed una coppia intorno all'asse della z (¹). Ritenendola proporzionale ed opposta alla velocità, ed essendo a, a_1, a_2 tre coefficienti costanti, le componenti della forza saranno

$$-a\xi'_0, \quad -a\eta'_0, \quad -a_1\zeta'_0$$

ed il momento della coppia sarà $-a_2\varrho'$. Ossia, ricavando dalle (5) i valori di ξ'_0, η'_0, ζ'_0 le componenti della forza saranno

$$-a(\xi' + l\chi'), \quad -a(\eta' - l'\pi'), \quad -a_1\zeta';$$

e sostituendo alla coppia una unica forza equivalente applicata nel punto $(0, 1, 0)$ e costantemente normale al piano yz, le sue componenti secondo gli assi mobili e quindi anche secondo gli assi fissi saranno

$$+a_2\varrho', \quad 0, \quad 0;$$

5°) infine del *momento di torsione* del filo e dell'*attrito interno di torsione* proporzionali ed opposti rispettivamente alla rotazione ν ed alla velocità ν'; chiamato τ e τ_1 i coefficienti (costanti) relativi alla forza elastica e allo smorzamento, e sostituendo alla coppia un'unica forza costantemente parallela all'asse x applicata al punto $(0, 1, 0)$ le sue componenti saranno

$$+(\tau\nu + \tau_1\nu'), \quad 0, \quad 0.$$

Riassumendo tutte queste considerazioni tengo conto dunque delle seguenti forze: Nel baricentro $(0, 0, l)$

$$\begin{aligned} \Xi_0 &= -s\mu' - (f\mu + f_1\mu') - a(\xi' + l\chi') \\ H_0 &= s_1\lambda' + (f\lambda + f_1\lambda') - a(\eta' - l\pi') \\ Z_0 &= Mg - a_1\zeta'; \end{aligned}$$

(¹) Ometto per brevità la dimostrazione di una tale asserzione, alla quale si arriva ricordando la forma del pendolo, simmetrica rispetto all'asse delle z: osservo che da quanto precede le costanti a, a_1, a_2 sono proporzionali alla resistenza opposta dall'aria ad un movimento traslatorio orizzontale, traslatorio verticale, rotatorio intorno all'asse delle z, con velocità traslatoria o angolare eguale all'unità.

nel punto (0 , 1 , 0)

$$\Xi_1 = a_2 \varrho' + \tau \nu + \tau_1 \nu'$$
$$H_1 = Z_1 = 0$$

in tutti gli altri punti: $\Xi_i = H_i = Z_i = 0$.

Sostituendo queste espressioni nelle (6_1), le somme dei primi membri prendono rispettivamente la forma seguente

$$\begin{aligned} & -l(\pi g\mathrm{M} + al\pi' - a\eta' + f\lambda + (f_1 + s_1)\lambda') \\ & -l(\chi g\mathrm{M} + al\chi' + a\zeta' + f\mu + (f_1 + s)\mu') \\ & -(a_2\varrho' + \tau\nu + \tau_1\nu'); \end{aligned}$$

cosicchè infine sostituendo alle variabili π χ ϱ e alle loro derivate i valori dati delle (A), dividendo le due prime equazioni per l e raccogliendo in ciascuna delle tre equazioni tutti i termini indipendenti dalle incognite mediante le posizioni

$$\text{(C)} \qquad \begin{cases} \dfrac{\mathrm{M}_x}{l}\lambda'' + (al + f_1 + s_1)\lambda' + (g\mathrm{M} + f)\lambda = \Psi \\ \dfrac{\mathrm{M}_y}{l}\mu'' + (al + f_1 + s)\mu' + (g\mathrm{M} + f)\mu = \Phi \\ \mathrm{M}_z\nu'' + (a_2 + \tau_1)\nu' + \tau\nu = X, \end{cases}$$

le equazioni diventeranno:

$$\text{(7)} \qquad \begin{aligned} & +\mathrm{M}\xi'' + a\xi' + \frac{\mathrm{M}_y}{l}\beta'' + al\beta' + g\mathrm{M}\beta + \Phi = 0 \\ & -\mathrm{M}\eta'' - a\eta' + \frac{\mathrm{M}_x}{l}\alpha'' + al\alpha' + g\mathrm{M}\alpha + \Psi = 0 \\ & \mathrm{M}_z\gamma'' + a_2\gamma' + X = 0. \end{aligned}$$

Da queste apparisce che il moto del terreno si può scomporre in due movimenti piani ortogonali fra loro e all'orizzonte ed in una rotazione intorno alla verticale, tutti e tre fra loro indipendenti: apparisce ancora che le traslazioni verticali del terreno non hanno influenza sensibile sul moto generale del pendolo; cosicchè per determinarle è necessario un apparecchio di natura diversa.

§ 2. *Teoria del microsismografo a componente verticale.*

La ricerca delle equazioni generali analoghe alle (7) sarebbe un problema analiticamente assai complicato, qualora si volesse tener conto del movimento della sbarra elastica: perciò suppongo senz'altro che lo strumento sia ridotto ad un punto materiale (centro della sezione libera della sbarra) di massa m, soggetto alla gravità, alla forza elastica della sbarra e alle varie resistenze. Suppongo ancora: che gli assi fissi nel terreno siano paralleli a quelli omonimi del problema precedente; che l'asse Z passi per il centro della sezione incastrata della sbarra, l'asse Y per il centro della sezione libera quando questa è in quiete *assoluta* e l'asse X sia parallela alla lar-

ghezza della sbarra (fig. 2); che questa sia tanto grande rispetto alla grossezza da rendere trascurabili le oscillazioni parallele all'asse delle X; infine che la tangente all'asse longitudinale della sbarra nel suo estremo libero si conservi sensibilmente parallela all'asse delle Y. Cosicchè, osservando che quando la massa è in quiete *relativa* essa ha rispetto al terreno le coordi-

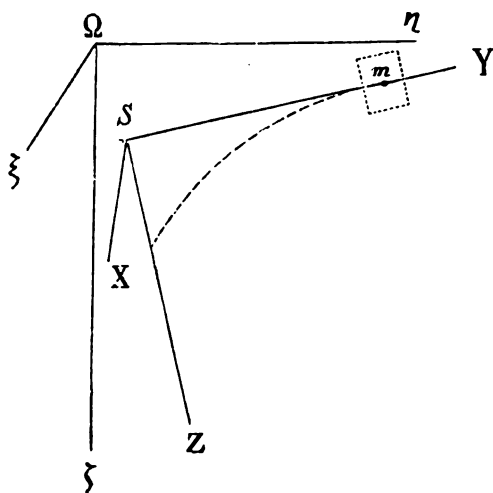



Fig. 2.

nate sensibilmente costanti (¹) $(0, Y_0, 0)$, chiamando z lo spostamento dalla posizione d'equilibrio, il suo movimento relativo è dato dalle equazioni

(8) $$X_1 = 0, \quad Y_1 = Y_0, \quad Z_1 = z$$

Si osservi ora che questo movimento relativo si può considerare come una rotazione intorno ad S le cui componenti sono

$$\lambda = \frac{z}{Y_0}, \quad \mu = \nu = 0;$$

quindi per la trattazione analitica del problema, fino alla deduzione delle equazioni differenziali del moto, potremo senz'altro adoperare i risultati ottenuti nella trattazione del problema precedente. Nel caso attuale è da considerare soltanto la (6), che corrisponde allo spostamento arbitrario $\delta\lambda = \frac{\delta z}{Y_0}$; e questa, dando all'indice i il valore $i = 1$ e ponendo $x_1 = z_1 = 0, y_1 = Y_0$, si ridurrà alla forma:

(9) $$Y_0(Z_1 - \pi H_1) - \zeta'' m Y_0 - \pi'' M_x = 0.$$

(¹) Veramente anche quando m è in quiete relativa la coordinata Z ha un valore variabile con α; ma le sue variazioni sono proporzionali al coseno di α, e quindi trascurabili perchè dell'ordine di α^2. Anche di ciò om tto la dimostrazione per brevità.

Rimangono da calcolare le componenti delle forze attive. Quando m è in quiete relativa, le sue coordinate rispetto agli assi X Y Z corrispondono a certe deformazioni della sbarra, per le quali si sviluppano forze elastiche equilibrate dal peso di m: restano quindi da considerare soltanto:

1°) la *forza elastica* di flessione corrispondente alle oscillazioni z, le cui componenti secondo X Y Z sono

$$0\,,0\,,\,-kz \qquad (k = \text{coeff. cost.})$$

2°) l'*attrito interno* di flessione e *l'attrito delle leve scriventi*, ambedue proporzionali ed opposti alle velocità z': chiamando k_1 il coefficiente (variabile) relativo alla resistenza totale di attrito, le componenti di essa saranno

$$0\,,0\,,\,-k_1 z'\,;$$

3°) la *resistenza dell'aria* proporzionale ed opposta alla velocità assoluta: trascurando la componente secondo l'asse delle ξ, che non comparisce nelle (9), avremo secondo gli altri assi le componenti

$$-a\eta'_1\,,\quad -a_3\zeta'_1 \quad (a\,,a_3 \text{ coeff. costanti})$$

e siccome dalle (5) si ricava

$$\eta'_1 = \eta'\,,\quad \zeta'_1 = \zeta' + \pi' Y_0\,,$$

avremo infine le espressioni

$$-a\eta'\,,\quad -a_3(\zeta' + \pi' Y_0)\,.$$

Ricordando che anche le forze 1° e 2° si possono riguardare come componenti secondo gli assi fissi, sarà dunque

$$H_1 = -a\eta'\,;\quad Z_1 = -kz - k_1 z' - a_3(\zeta' + \pi' Y_0)\,;$$

e sostituendo questi valori nelle (9), trascurando i termini di secondo grado nelle variabili, dividendo l'equazione per Y_0, e raccogliendo i termini noti mediante la posizione

$$mz'' + (k_1 + a_3)\,z' + kz = V \tag{D}$$

questa prenderà infine la forma

$$m(\zeta'' + Y_0\alpha'') + a_3(\zeta' + Y_0\alpha') + V = 0\,. \tag{10}$$

Per un altro strumento simile a questo, ma disposto in modo che il suo movimento relativo sia dato dalle equazioni

$$X_1 = X_0\,,\ Y_1 = 0\,,\ Z_1 = z\,, \tag{8$_1$}$$

l'equazione differenziale del movimento sarebbe invece

$$m_1(\zeta'' - X_0\beta'') + a_4(\zeta' - X_0\beta') + V_1 = 0\,, \tag{10$_1$}$$

avendo i simboli m_1, a_4, V_1 significato analogo ad m, a_3, V del caso precedente.

Geologia. — *Scorie trachitiche dell'Averno nei Campi Flegrei.* Nota di L. Pampaloni, presentata dal Corrisp. C. De Stefani.

Secondo le osservazioni degli autori precedenti e del prof. De Stefani che mi ha comunicato le seguenti roccie perchè le studiassi, il Lago d'Averno nei Campi Flegrei giace entro un cratere d'esplosione costituito dal *tufo trachitico grigio*.

A settentrione del Lago, nel fondo Maglioni, a destra della strada che va a Cuma, nel dirupo del tufo grigio, per la lunghezza di circa 400 metri ed a distanza di pochi metri l'uno dall'altro sono intercalati due o tre banchi assai sottili di trachite, la quale almeno all'aspetto esteriore, pel suo colore chiaro macchiato di nero, si distingue da quasi tutte le altre dei Campi Flegrei.

Questi banchi sono costituiti da masse ellissoidali di trachite, per brevi tratti continue, per lo più alquanto isolate, aventi generalmente dimensioni di varî metri cubi e sfaldabili in strati concentrici come quelli di una cipolla. Più a ponente ed a sinistra della strada stessa, in mezzo al tufo, sono dei banchi alti 8-10 metri, di scorie simili a quelle che già studiai del cratere centrale degli Astroni (1), ma più disgregate. Esse sembrano ripetersi in qualche altro punto nella periferia del lago.

Vari proietti di differente natura furono pure raccolti dal prof. De Stefani isolati in mezzo al tufo, specialmente nella tenuta Maglioni; fra questi ne sono alcuni, di dimensioni assai grandi, di Leucitite, la cui esistenza era stata molte volte ammessa e negata da autori precedenti. Nell'apparenza esterna questa roccia leucitica ha qualche affinità colla trachite sopra indicata, ed è probabile che qualche autore, pure ammettendo l'esistenza della Leucitite, abbia confusa una roccia coll'altra.

Per ora studierò le Scorie trachitiche.

Varî sono i campioni studiati.

Il primo è di color grigio cinereo piuttosto scuro con macchie più chiare là dove la roccia comparisce anche più compatta. All'esterno non è visibile alcun minerale che spicchi per la sua grossezza o per qualche altro carattere speciale, così che la roccia comparisce nella sua massa assai uniforme. In alcune cavità si trovano delle efflorescenze bianche.

Il secondo è poroso e di un colore bruno quasi nero.

Il terzo è di color cinereo chiaro all'esterno, mentre internamente è molto più scuro. Dai frammenti più scuri in esso racchiusi si capisce che questa roccia, allorchè era sempre fluida, ha coinvolto nel suo impasto dei

(1) L. Pampaloni, *Le roccie trachitiche degli Astroni nei Campi Flegrei*. Rend. R. Acc. dei Lincei, vol. VIII, 1° sem., serie 5ª; fasc. 2° e 3°, 1899.

frammenti già precedentemente solidificati. È sempre scoriacea, difficilmente vi si scorgono i grossi cristalli di sanidina o di qualche altro minerale sparso nella massa.

Il quarto finalmente è il più compatto di tutti. Il suo colore è bruno scuro, quasi plumbeo. I cristalli chiari di feldispato, che si scorgono diffusissimi nella massa, variano nella loro lunghezza, passando per gradi da quelli microscopici od appena visibili ad occhio nudo, ad altri che in qualche esemplare arrivano fino anche a 4 mm. di lunghezza. Le macchie brune listiformi degli altri minerali, che fanno parte della roccia, sono ben rare e poco bene discernibili a causa del loro colore scuro, che si confonde con quello pure scuro della roccia. Vero è che per riflessione essi posseggono una certa lucentezza; ma, dato anche che alcuni se ne possano scorgere, è ben difficile poter dire se si tratti di minerali neri quali la Mica, o di minerali verdi quali l'Augite, l'Orneblenda ecc.

La massa fondamentale di tutti e quattro questi campioni è vetrosa, però non così abbondante, come si potrebbe credere, dato l'aspetto pomicioso e poco compatto della roccia. Così la massa vetrosa è relativamente abbondante nella prima e nella seconda, scarsa nella quarta che è la più compatta di tutte.

La struttura fluidale non si presenta così costante come nelle roccie degli Astroni.

Gl'individui cristallini più abbondanti, sparsi nella massa, sono i microliti di sanidina, in forme per lo più aciculari di un solo individuo, altre volte di individui riuniti assieme e variamente raggruppati.

La sanidina presenta i caratteri che sono stati altra volta descritti trattando delle scorie degli Astroni; il suo piccolissimo angolo di estinzione non ha mai superato i 3°; presenta le solite abbondanti inclusioni, specialmente di Magnetite; talora di Augite, nessuna di apatite. I microliti di feldispato triclino sono scarsissimi: ne abbiamo una media che varia dai 10 ai 15 individui per cmq; se mai, il plagioclasio è un poco più abbondante nella parte compatta del secondo campione. Tale carattere costituisce un termine di differenziamento fra questa roccia e quelle degli Astroni, nelle quali per contro ho riscontrata una preponderanza del plagioclasio sulla sanidina.

Inoltre il plagioclasio che ho trovato nelle roccie dell'Averno appartiene tutto alla serie più calcifera, e senza dubbio, va riferito ad *Anortite* per l'angolo di estinzione molto alto (37°, 40°) e per i vivacissimi colori d'interferenza. La serie sodifera non vidi rappresentata da alcun individuo. Frequentissima è la struttura polisintetica di questi plagioclasî. In due di essi, appartenenti al secondo campione ed in uno appartenente al terzo, esistono delle inclusioni gassose; più frequenti sono quelle di Magnetite e di Augite.

La Magnetite sparsa nella massa si presenta sotto un aspetto identico a quello degli Astroni; solo i cristalli sono in generale un poco più piccoli,

quasi tutti a contorni ben netti e riferibili a vere e proprie forme geometriche, pochissimi in forma di globuli smangiati e corrosi.

La quantità di Magnetite è press'a poco uguale in tutti i campioni e più abbondante nella parte scura.

Il contorno di questo minerale apparisce, sotto un forte ingrandimento, colorato in grigio, a causa della solita trasformazione ai bordi in limonite.

Questa è abbondantissima in tutta la massa fondamentale della roccia; frequentemente è inclusa in cristalli di feldispato; nei campioni 3 e 4 poi riveste i bordi interni dei pori della massa fondamentale.

Se si esamina attentamente il colore della limonite all'interno dei pori, si vede che differisce da quello, sempre bruno ma però più chiaro del rimanente della roccia.

Esaminando con un fortissimo ingrandimento quest'ultima colorazione, si vede che è data da una infinità di piccole opaciti brune sparse diffusamente. L'esame ottico, però, non è sufficiente per decidere definitivamente sopra la natura di queste opaciti; l'unico fatto accertabile con tale mezzo d'indagini è la loro isotropia ed il loro amorfismo. Ma per venire ad una sicura conclusione sulla vera natura di queste opaciti, occorrerebbe il sussidio dell'esame chimico ed occorrerebbe prima di tutto separare la massa di queste opaciti in modo da poterla analizzare separatamente. Per tentare ciò mi sono servito dell'apparecchio del Thoulet, a borotungstato di cadmio. Ho fatto l'esame sul primo campione. A tale scopo ho preso nelle diverse parti di esso varî piccoli frammenti, pestandoli in un mortaio in modo da averne una fina polvere, che venne poi passata per setaccio onde eliminarne i granelli più grossi. La polvere, resa in tal modo impalpabile, venne riscaldata per togliere tutta l'aria aderente ai minutissimi granelli, e fu quindi posta nell'apparecchio, in cui precedentemente erano stati versati 25 cc. di borotungstato di cadmio preparato da Merck alla densità 3.28. La polvere rimase tutta a galla. Aggiunsi al borotungstato dell'acqua distillata fino a raggiungere una densità tale per cui alcuni dei granelli potessero scendere a fondo. Infatti alla densità 3.25 alcuni materiali più pesanti cominciarono a cadere.

Le selezioni da me fatte furono *sei*.

La prima alla densità 3.25 in cui caddero, come già ho accennato, i materiali più pesanti, vale a dire l'Augite, la Magnetite, ed una parte del feldispato triclino.

La seconda alla densità 2.9 caddero il feldispato monoclino, l'anfibolo, ed il residuo del feldispato triclino.

La terza alla densità 2.5.
La quarta » » 2.3.
La quinta » » 2.12.
La sesta » » 1.85.

Ciascuna di queste selezioni fu esaminata al microscopio, e vi potei riconoscere, disposti in ordine decrescente di densità, tutti i costituenti della roccia. Alla densità 2.3 scorsi già una piccolissima quantità della polvere bruna in questione, che divenne abbondantissima nella selezione fatta alla densità di 2.12, mentre tornò a scomparire in quella alla densità di 1.85, dove invece abbondavano le particelle di sostanza puramente vetrosa.

Con tale procedimento ho potuto avere, a mia disposizione, una discreta quantità di questa polvere, che sottoposta all'esame chimico doveva rivelarmi la costituzione delle opaciti in essa contenute.

Lavata tale polvere e raccolta su filtro per togliere ogni possibile traccia di borotungstato di cadmio, la esaminai al microscopio, e nuovamente confermò il suo comportamento isotropico.

Le perle di sal borace e di sal di fosforo diedero uno scheletro di silice gelatinosa; per di più la perla di sal borace si colorò in rosso bruno; reazione data dalla presenza di ferro. Sciolsi perciò una parte della sostanza in una tenue quantità di acido cloridrico concentrato, sopra un vetrino porta oggetti, e potei vedere coll'aiuto del microscopio che la sostanza bruna si sciolse tutta, mentre rimasero insolute delle particelle opalescenti di silice gelatinosa.

Operai il medesimo trattamento per il rimanente della sostanza; allungai la soluzione con acqua e quindi col ferro-cianuro di potassio potei ottenere il caratteristico precipitato di Bleu di Prussia.

In quale stato preciso si trovi questo ferro contenuto nella polvere bruna mi fu impossibile di poter conoscere; mi sembra però che non vi si possa trovare se non allo stato di ossido di ferro, e non escluderei che vi sia in taluni casi sotto forma di *protossido*.

Tali opaciti corrispondono in tutto e per tutto a quelle che si trovano pure nella massa vetrosa delle scorie degli Astroni e di tutti i Campi Flegrei.

In alcune delle sezioni di roccie da me esaminate, tali opaciti di ferro sono fra loro riunite in gruppi particolari, e così disposte da prendere l'apparenza come di scheletri di cristalli distinti che si possono benissimo riportare a forme carattestiche del primo sistema, specialmente a sezioni del cubo e dell'ottaedro. Devo avvertire però che in nessuna sezione si è mai palesato il cristallo che dovrebbe contenere tali globuliti, ma che suppongo dovesse essere di sodalite. Questa, a causa di azioni chimiche varie, venne distrutta, non rimanendovi altro che il minerale incluso, di ferro, che in qualche sezione è anche Magnetite.

Ai varî costituenti essenziali della massa fondamentale di queste roccie dell'Averno, tengono dietro altri accessorî; frequenti sono, specialmente nei campioni terzo e quarto i bastoncelli di Apatite, troncati e piccolissimi, poichè misurano appena 2-3 centesimi di millimetro; vi sono, rari bensì, dei pic-

coli cristallini quadratici e ben netti di sodalite, ed infine ho potuto riscontrare un unico cristallo di Zircone. È ben finito, presenta una lunghezza di circa 5 centesimi di millimetro; è prismatico a contorni nettissimi. Il suo colore è giallo pallido, quasi nullo; però, a causa della sua forte birifrazione, spicca notevolmente dal fondo della massa ed ha un contorno d'ombra ben marcato. Il pleocroismo è molto scarso, mentre i colori d' inteferenza sono vivacissimi e passano dal verde al rosso brillante. Esso, come in tutte le roccie eruttive, è contenuto allo stato di cristallo antico di prima consolidazione, anteriore a quella di tutti gli altri elementi della roccia. In questo cristallo si hanno due parti ben distinte: una centrale più scura riprendente la forma del cristallo, ed una laterale, chiara e trasparente. Ciò è dovuto alle numerosissime inclusioni che si trovano nel centro della massa, mentre che non ve ne sono che pochissime alla periferia. Queste inclusioni sono gassose e piccolissime, così che non si possono risolvere che ad un forte ingrandimento (circa 800 diametri); allora si scorgono benissimo i singoli pori gassosi. Altre inclusioni di altri minerali non ne ho vedute. Finalmente poi in tutti questi campioni esiste, dentro la massa, una discreta quantità di Hauyna, che anche qui si presenta sotto forma di cristalli di colore azzurro più o meno chiaro, grossi e quasi tutti smussati ai loro spigoli e ridotti a grani irregolari. Vi si riscontrano le solite inclusini di Magnetite e quelle gassose, le quali appunto spiegano il comportamento in parte anisotropico di questi cristalli.

Nella massa fondamentale, e nei cristalli di prima consolidazione queste scorie di poco si discostano da quelle degli Astroni. Nelle prime vi è una minore abbondanza della massa vetrosa; scarso è l'aspetto fluidale dei microliti di feldispato. Questo carattere unito a quello della poca abbondanza del plagioclasio prevalentemente calcifero, della completa assenza di quello sodifero, della grande diffusione della sanidina, e della presenza dello Zircone, costituiscono i pochi termini di distinzione fra le roccie ora studiate e quelle degli Astroni.

Passiamo ora a descrivere gli elementi di seconda consolidazione delle roccie dello Averno.

Fra questi, come fra i microliti tiene il primo posto la sanidina, anzi è assai difficile il delimitare gli elementi di prima da quelli di seconda consolidazione, poichè essi variano gradatamente nella loro grandezza. Però grossi cristalli, come nelle roccie degli Astroni, non esistono e la loro maggior grandezza non sorpassa i 12 centesimi di millimetro. Hanno contorni generalmente smangiati; solo pochi sono ben netti. Rara è la struttura zonale che ho trovata solo in pochi cristalli dei campioni *1* e *4*. Mai si presenta intorno al cristallo quel contorno feldispatico, visibile girando di un certo angolo il piattino del microscopio; frequenti le geminazioni secondo la legge di Manebach; rare invece quelle di Carlsbad o di Baveno. Ho trovato alcune sezioni ad estinzione ondulata.

Le linee di sfaldatura secondo la faccia 001 sono pure frequenti, come anche le inclusioni di Magnetite, spesso trasformata in limonite e raggruppata nelle fenditure del cristallo; quelle di ematite di un bel colore giallo aranciato; di aciculi di Augite, verdi, e di qualche bastoncello di Apatite.

I cristalli triclini presentano tutti quanti la struttura polisintetica, ed a nicols incrociati hanno vivacissimi colori d'interferenza. Il loro angolo d'estinzione essendo molto alto, sono tutti riferibili ad Anortite. Però nelle roccie dell'Averno la percentuale loro arriva appena a 2 p. 100 ed a 98 quella della sanidina.

L'Augite è pochissimo abbondante; generalmente i cristalli sono piccoli ed allungati; quelli più grossi, rarissimi, hanno sempre una forma poligonale ben marcata. Con questa forma poligonale si collega il fenomeno delle varie zone concentriche; queste naturalmente compariscono molto visibili nei grossi cristalli e si alternano nei colori ora più chiari ora più scuri, ora d'intensità uguale al nucleo centrale. Nelle zone periferiche mancano o scarseggiano le inclusioni, mentre sono abbondanti al centro, specialmente quelle di Magnetite e di Plagioclasio. Del resto in tutti gli esemplari di Augite da me esaminati nelle varie roccie dell'Averno non ho potuto trovare una grande quantità d'inclusioni di Magnetite, ed una sostituzione di questa al Pirosseno, come già osservai per le roccie degli Astroni.

L'anfibolo anche qui si presenta nella sua varietà *orneblenda*, di colore giallo-verdastro pallido. È molto raro in tutte le roccie dell'Averno, e si distingue assai facilmente dall'Augite, prima di tutto pel suo colore molto più chiaro, poi per la completa assenza di zone periferiche di differenti colori, e finalmente per l'angolo di estinzione che è sempre molto più basso di quello dell'Augite. È molto più abbondante nelle roccie degli Astroni che non in quelle dell'Averno.

Tali i minerali di seconda consolidazione nelle scorie dell'Averno.

Che se una piccola differenza esiste fra queste roccie e quelle degli Astroni negli elementi di prima consolidazione, questa si fa ancora meno manifesta per quelli di seconda consolidazione.

Infatti i caratteri di differenziamento sono pochissimi e di secondaria importanza, basandosi essi esclusivamente sulla predominanza di un minerale piuttosto che di un altro, sulle sue dimensioni e infine su caratteri mineralogici specifici, che possono essere variabili anche in una medesima sostanza di composizione chimica uniforme.

Perciò io credo di poter concludere che tanto le scorie trachite degli Astroni, quanto quelle dell'Averno sono d'identica costituzione, e possono riferirsi al medesimo tipo di *vetrofiro trachitico*, appartenente alla *Trachite augitica sodalitica*, il quale può stare di mezzo alle vere e proprie sanidiniti per la ricchezza di sanidina, ed alle andesiti por la ricchezza di plagioclasio; avvicinandosi quelle degli Astroni al tipo andesitico, quelle dell'Averno al tipo sanidinitico.

Fisica. — *Di un nuovo istrumento per la misura della frequenza delle correnti alternate.* Nota di R. MANZETTI, presentata dal Socio BLASERNA [1].

I metodi finora adottati per la misura della frequenza si fondano sui fenomeni più svariati. Molti determinano una velocità angolare: contagiri o tachimetri applicati o direttamente alla macchina generatrice, o ad un motore che si riduce alla stessa velocità di quella. Altri contano le alternazioni

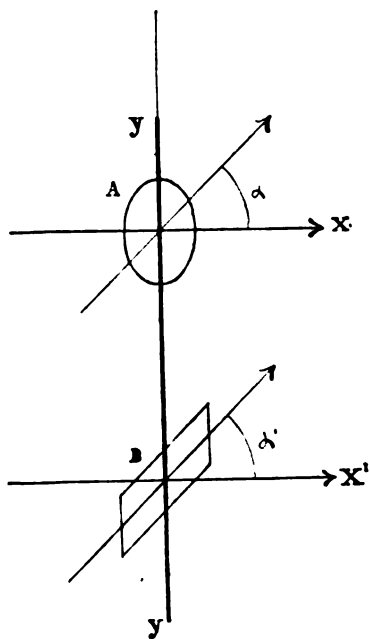



FIG. 1.

avvenute in un determinato tempo, fissando sopra una superficie mobile un fenomeno qualunque che si ripete insieme ad un determinato valore dell' intensità, come indice del numero delle alternazioni, e misurando il tempo dal quoziente di una lunghezza per una velocità. Altri infine determinano l' altezza del suono prodotto dalla corrente, ottenendo il sincronismo ad un apparecchio di numero di vibrazioni noto, con metodi ottici o di risuonanza acustica.

L' apparecchio che ho fatto costruire si fonda sulle proprietà elettromagnetiche dei circuiti percorsi da correnti alternate, e permette, a differenza

(1) Lavoro eseguito nel gabinetto di Fisica tecnica della R. Scuola Ingegneri di Roma.

degli altri, la misura della frequenza con un metodo di riduzione a zero, da un semplice rapporto di resistenze.

Supponiamo di avere due campi magnetici alternativi e indipendenti, diretti secondo le X e X_1. In un bastoncino di alluminio siano fissi, un disco di rame A, secondo un diametro, ed un piccolo parallelepipedo di ferro B. Il diametro del disco e la lunghezza del parallelepipedo, formino colla direzione dei campi in cui sono rispettivamente posti, degli angoli α, α_1.

È chiaro allora che se i due campi sono generati da correnti alternate, ognuno di questi due corpi subirà un certo momento torcente in una certa direzione, uno per effetto delle correnti di Foucault, l'altro per azione semplicemente magnetica, e se il sistema è rigido ed attaccato ad un filo di sospensione, questo sarà soggetto ad un momento uguale alla somma algebrica dei due.

Si capisce come si possan dare direzioni tali agli assi dei due corpi per rispetto a quelle dei campi magnetici, che il filo sia sottoposto alla differenza dei due momenti, e come si possano far variare in modo tale le due intensità da annullare la deviazione del sistema, per quanto non nulli i momenti torcenti delle parti superiore ed inferiore di esso.

Supponiamo allora che i due campi sieno generati da due sistemi indipendenti di rocchetti percorsi da correnti alternate. Si vede subito come questa posizione di zero si abbia solo per una determinata frequenza, poichè mentre il momento torcente che subisce il ferro del sistema, è indipendente dalla frequenza, quello dovuto alle correnti di Foucault nel rame è funzione di essa.

Esaminiamo analiticamente il problema, e determiniamo i due momenti esercitati dai rocchetti rispettivamente sul rame e sul ferro. Vogliamo supporci a tale scopo che il rame sia equivalente ad un circuito circolare semplice di area S di resistenza R e di coeff. di autoinduzione L, percorso da una corrente indotta $y = Y \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$, se $i = I \operatorname{sen} \omega t$ è la corrente che circola nel rocchetto inducente e φ è la differenza di fase esistente fra y ed i.

Il momento istantaneo che allora si esercita nel circuito secondario per effetto del campo H generato da i sarà

$$M = H S y \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

Il momento medio

$$\overline{M} = \frac{1}{T}\int_0^T HSy \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha \, dt = \gamma\delta$$

se γ è una costante di proporzionalità, e δ è la deviazione angolare che si dovrebbe dare al filo per ricondurre il sistema nella stessa posizione ed essendo

$$H = \beta I \operatorname{sen} \omega t ; \quad y = \frac{\beta \omega I}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) .$$

Si trova sostituendo integrando e raggruppando le costanti

$$\varepsilon \frac{\omega I^2 \cos\varphi}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \delta .$$

Questa deviazione adunque dipende non solo dalla frequenza per l'aumento di f. e. m. nel secondario, ma anche dalla differenza di fase φ.

Noi non abbiamo un' idea del valore di questa differenza di fase, poichè non abbiamo un' idea del valore delle costanti R ed L del rame percorso da correnti di Foucault.

Ora si può porre $\varphi = \frac{\pi}{2} + \Phi$ essendo Φ lo spostamento di fase fra f. e. m. e corrente nel rame il sistema, e cioè

$$\cos\varphi = -\operatorname{sen}\Phi = -\frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

da cui infine

$$\delta = \frac{K I^2 \omega^2}{R^2 + \omega^2 L^2} .$$

Il circuito agente sul ferro produrrà un momento tale che la deviazione sarà data da

$$\delta_1 = K_1 I_1^2$$

Ed ammettendo $\delta = \delta_1$ cioè l' equipaggio in posizione di zero,

$$K_1 I_1^2 = K I^2 \frac{\omega^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

od anche

$$\frac{I_1^2}{I^2} = \chi \frac{\omega^2}{\mu + \omega^2} .$$

Siano ora i due circuiti in derivazione, il rapporto delle due intensità sarà in prima approssimazione l' inverso delle impedenze dei circuiti derivati, se ammettiamo che l' induzione mutua fra circuito mobile e circuito fisso non faccia variare le impedenze, ciò che è ammissibile essendo molto piccoli i coefficienti di autoinduzione, avremo cioè

$$\frac{r^2 + \omega^2 l^2}{r_1^2 + \omega^2 l_1^2} = \chi \frac{\omega^2}{\mu + \omega^2} \tag{1}$$

Si vede dunque come per valori di ω sufficientemente piccoli, ω sia data dalla

$$\frac{r_1^2}{r^2} = \frac{\mu + \omega^2}{\chi \omega^2} \tag{1$_a$}$$

Ma le correnti di Foucault agiscono anche nel circuito del ferro, cosicchè la deviazione del sistema per questa parte dovrà essere espressa da

$$\delta_1 = K_1 I_1^2 + K^2 I_1^2 \frac{\omega^2}{\mu_1 + \omega^2}.$$

E tenendo conto di ciò si giungerebbe a dimostrare che la funzione $\left(\frac{r_1}{r}\right)^2$ deve essere del tipo

$$\frac{r_1^2}{r^2} = \frac{a + b\omega^2 + c\omega^4}{\omega^2 + d\omega^4}. \tag{2}$$

La figura annessa dà il disegno dell' apparecchio che fu costruito.

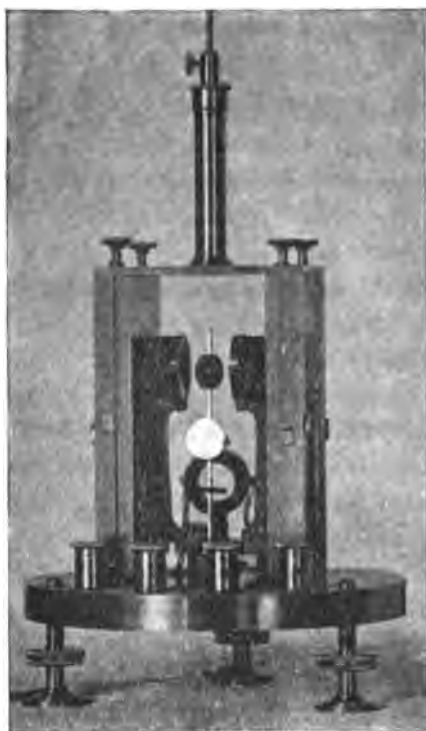



Fig. 2.

Il campo che produce le correnti di Foucault è generato da due rocchetti A A ciascuno contenente 8 strati di filo da $^3/_{10}$ di mm., in tutto circa 600 spire con una resistenza di 11 ohm. Nell' interno di questi vi è un disco di rame di 28 mm. di diametro e 5 mm. di grossezza.

Il rocchetto B agisce sul ferro ed è formato da circa 70 spire di filo anche di $^3/_{10}$. Il diametro interno dei rocchetti è di 30 mm. Il ferro è in forma di un piccolo parallelepipedo di 10 lastrine di lamina di $^1/_{10}$ perfet-

tamente isolate con carta velina e vernice di gommalacca, per non risentire correnti parassite in questa parte dell'equipaggio mobile. Questo poi era sospeso da un filo di quarzo dei più grossi che potei avere per non dare una sensibilità eccessiva all'istrumento.

Era necessario che per le ordinarie frequenze non avessero valori troppo diversi le costanti K e K_1, il che si raggiunse rendendo molto debole il campo che sollecitava il ferro dell'apparecchio, e quindi i rocchetti e le dimensioni del rame e del ferro come pure le direzioni di questi per rispetto ai campi, erano state scelte convenientemente. Lo smorzamento del sistema mobile, dato da una palettina di mica, fu trovato molto più conveniente di quello elettromagnetico. Notiamo infine come tutte i rocchetti poggiavano sopra corsoi per far variare in modo semplice e rapido la sensibilità dell'apparecchio, e per rendere più comodo l'attacco del filo. Così aggiustato l'apparecchio, si disponevano i due circuiti in derivazione ed in ognuno dei rami si inseriva una cassetta di resistenza. Si inviava una corrente di circa $^1/_{10}$ di ampère, corrente che poteva far dare forti deviazioni in ognuno dei rami derivati. Una difficoltà trovai nell'avere la corrente alternata di frequenza nota e variabile in limiti sufficientemente estesi. Mi servì per tale scopo un piccolo alternatore collegato ad un motorino elettrico a corrente continua da circa $^1/_2$ cavallo, ed azionato da accumulatori. L'alternatore aveva due pulegge: una riceveva il movimento dal motorino, l'altra era collegata da un'altra cinghia ad un tachimetro a forza centrifuga, graduato di 200 a 2000 giri al minuto primo, ed in modo da rendere sicura la lettura a meno di qualche giro. Però il tremito della macchina, lo scorrimento delle puleggie, e le variazioni di velocità del motorino stesso, non permettevano di assicurare la lettura della velocità che con una differenza di 10 o 20 giri per velocità elevate, e dai 5 ai 10 per velocità più piccole. Queste variazioni erano sensibili non tanto per l'incostanza del potenziale degli accumulatori, quanto per la variabilità degli attriti delle macchine; poichè essendo il lavoro da queste eseguito quasi esclusivamente quello necessario a vincere gli attriti, la più piccola variazione di questi poteva dare sensibili variazioni di velocità: per questa ragione avevo dovuto ridurre straordinariamente la sensibilità dell'apparecchio. Ottenni frequenze variabili da 70 a 250 cambiando le puleggie all'alternatore.

Riporto una serie di misure eseguite, allorchè il ferro dell'equipaggio mobile era costituito da laminette sottili e ben isolate.

Ebbi i seguenti valori medie di molte misure:

ω	1315	1020	890	773	420
$\frac{r_1}{r}$	0,840	0,970	1,060	1,140	1,590

Giova notare come interessi tenere alti i valori delle resistenze nei due rami derivati, per impedire che le autoinduzioni di questi influiscano sensi-

bilmente nei rapporti, nelle esperienze eseguite variavano da 50 a 100 ohm circa. In questo intervallo la differenza dei rapporti con diverse resistenze inserite era sempre dell' ordine della precisione con cui si poteva misurare la frequenza, vale a dire all' incirca del 2 %. Questi rapporti erano indipendenti anche dai valori assoluti delle intensità nei due rami, come si poteva riconoscere facendo variare la intensità complessiva delle correnti dei due rami.

Con questi valori calcolai dapprima le costanti della prima col metodo dei minimi quadrati, per assicurarmi se le correnti di Foucault agivano anche nel ferro: trovai

$$\mu = 10^5\, 9{,}150 \qquad \chi = 2{,}053$$

Con queste costanti ho ricalcolato i valori di $\frac{r_1^2}{r^2}$ ed ho ottenuto

$\frac{r_1^2}{r^2}$ osservati	0,7056	0,9409	1,236	1,300	2,528
$\frac{r_1^2}{r^2}$ calcolati	0,745	0,9156	1,051	1,233	3,136

Da questi risultati si osserva subito come la concordanza fra valori osservati e valori calcolati sia tutt' altro che soddisfacente, quindi l' effetto Foucault si faceva risentire anche nel ferro già alle frequenze adottate.

Ciò era dimostrato anche da un altro fatto. In altre esperienze il ferro dell' equipaggio mobile era formato da laminette poco isolate fra loro.

Si ottennero i seguenti valori

ω	415	520	750	1300
$\frac{r_1}{r}$	1,78	1,70	1,39	0,685

cioè una decrescenza molto più rapida nel valore di questo rapporto.

Questo fatto si spiega molto facilmente, poichè l' effetto Foucault nel ferro è di senso opposto a quello magnetico, quindi a parità di intensità nell' altro ramo si doveva diminuire la resistenza nel ramo del ferro più del necessario, per ottenere l' equilibrio.

La formula (2) rappresenta perfettamente il fenomeno, nei limiti almeno delle misure fatte, messa sotto questa forma

$$\frac{r_1^2}{r^2} = \frac{a + b\omega - c\omega^4}{\omega^2}$$

Calcolando col solito metodo dei minimi quadrati le costanti, ottenni

$$a = 10^5\, 2{,}858 \quad b = 0{,}9710 \quad c = 10^{-7}\, 2{,}519.$$

Da questi calcolai di nuovo i valori $\frac{r_1^2}{r^2}\omega^2$ ed ottenni

$\frac{r_1^2}{r^2}\omega^2$	calcolati	10^5 12,118	10,105	8,969	7,761	4,418
	osservati	10^5 12,202	9,789	8,900	7,770	4,460

Si può dunque concludere che quest' istrumento permette di misurare la frequenza delle correnti alternative, mediante un semplice rapporto di resistenze, con un metodo di riduzione a zero, indipendentemente dal valore assoluto dell' intensità di corrente circolante nei circuiti.

Esso può essere adoperato in un intervallo molto esteso senza bisogno di variar nulla nell' apparecchio. Esso comincia da poche alternazioni; per $\omega = 0, = \frac{r_1}{r} = \infty$. Il limite superiore è meno ben definito da queste esperienze preliminari. Il rapporto $\frac{r_1}{r}$ tende ad essere costante per $\omega = \infty$ cioè la posizione di zero dell' istrumento è indipendente dalla frequenza. La formula trovata dimostra che l' istrumento può essere certamente adoperato fino a frequenze del valore di circa mille, però in questo caso il problema si complica dovendo tener conto anche delle autoinduzioni dei circuiti derivati; cosicchè bisogna guardarsi dalle estrapolazioni, tanto più che le impedenze variano colla frequenza anche per effetto dell' induzione mutua fra circuiti mobili e circuiti fissi.

La sensibilità dell' istrumento può esser fatta variare ad arbitrio facendo variare il filo di sospensione, e l' intensità di corrente.

Nel mio caso l' istrumento sentiva bene 1 alternazione con una corrente complessiva di $^1/_{10}$ di ampère. In condizioni di massima sensibilità non sarebbe difficile sentire collo stesso apparecchio $^1/_{1000}$ di alternazione.

Dal primo calcolo fatto si deduce ancora un dato.

Il valore di μ è il quadrato del rapporto fra la resistenza e il coeff. di autoinduzione del circuito equivalente al rame percorso da correnti di Foucault. Si può quindi, per quel solido almeno, dedurre l'ordine di quel rapporto, che deve essere intorno al numero 900.

L' istrumento può essere adottato per la misura rapida e facile di coefficienti di autoinduzione, come si vede senz' altro dalla formola

$$\frac{r_1^2 + \omega^2 l_1^2}{r^2 + \omega^2 l^2} = \frac{a + b\omega^2 - c\omega^4}{\omega^2}$$

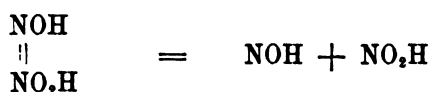
specie quando i due coefficienti dei rocchetti dell' istrumento sieno trascurabili rispetto a quelli che si vogliono misurare.

Infine può essere adoperato come elettrodinamometro sensibilissimo usando solo i rocchetti A A. Con una conveniente scelta dell' equipaggio mobile (un piccolo parallelepipedo di 20 × 5 × 5 di laminette di ferro isolate) l' istrumento può sentire i decimillesimi di ampère con una resistenza interna di 11 ohm.

In una prossima Nota darò lo studio sperimentale più minuzioso di questo istrumento.

Chimica. — *Sopra alcune reazioni del nitrossile.* Nota di Angelo Angeli e Francesco Angelico [1], presentata dal Socio Ciamician.

In alcune precedenti comunicazioni noi abbiamo dimostrato che l'acido nitroidrossilamminico, sotto forma di sali, può facilmente scindersi in acido nitroso e nel residuo (NOH)″, che noi abbiamo chiamato *nitrossile*, nel senso rappresentato dallo schema:

$$\begin{matrix} NOH \\ \| \\ NO_2H \end{matrix} = NOH + NO_2H$$

Il nitrossile, che in tal modo si pone in libertà, può fissarsi direttamente ad altre sostanze che si trovano presenti per fornire composti che si possono riguardare come prodotti di addizione. Così può unirsi alle aldeidi, ai nitrosoderivati, alle ammine ecc. in modo analogo a quanto fa l'ossigeno. In questa Nota riferiremo alcuni esempî che riguardano queste interessanti reazioni, riservandoci di comunicare più tardi i risultati per esteso delle nostre esperienze

Queste reazioni avvengono tutte con la massima facilità e si compiono a temperatura ordinaria; solamente in alcuni casi, quando si tratta di sostanze che nell'acqua sono poco solubili, un lieve riscaldamento accelera la reazione in modo notevole.

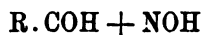
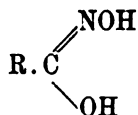
In questa Nota, come ognuno vede, non sono descritte sostanze nuove: nuove sono le reazioni soltanto.

a) Nitrossile ed aldeidi.

Partendo da una aldeide:

$$R.COH$$

si ottiene il prodotto di addizione:

$$R.COH + NOH$$

che è identico all'acido idrossammico.

Questa reazione permette di svelare minime quantità di aldeidi.

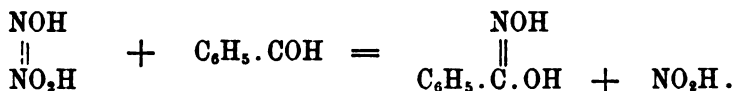
[1] Lavoro eseguito nel Lab. di chimica farmaceutica della R. Università di Palermo.

Aldeide benzoica.

Alla soluzione acquosa di una molecola del sale sodico dell'acido nitroidrossilamminico si aggiunge una molecola di benzaldeide. Il miscuglio viene riscaldato verso 50-60° e si agita fino a che tutta l'aldeide è passata in soluzione. Allora si riscalda per breve tempo a fuoco diretto in modo da decomporre piccole quantità del sale sodico che fossero rimaste inalterate, o di trasportare col vapore le ultime traccie di benzaldeide non ancora decomposta. Per aggiunta di poco alcool la reazione si compie in modo rapido, ma in questo caso si formano anche piccole quantità di prodotti resinosi che diminuiscono il rendimento. Il liquido in tal modo ottenuto viene trattato con un eccesso di cloruro di bario; così rimane in soluzione il nitrito e precipita il sale di bario dell'acido benzidrossammico, il quale viene raccolto su filtro e lavato con acqua. Il rendimento è quasi il teorico. Al precipitato in tal modo ottenuto, stemprato in poca acqua, si aggiunge una piccola quantità di metilorange, e quindi si tratta con acido cloridrico diluito fino a che la soluzione tende ad arrossare (l'acido benzidrossammico non arrossa il metilorange). Allora si estrae ripetutamente con etere il quale esporta l'acido benzidrossamico che, dopo una cristallizzazione dallo stesso solvente, è puro.

Azoto per $C_7H_7NO_2$, calcolato: 10,22, trovato: 10,28.

La reazione procede evidentemente secondo lo schema:

$$\begin{matrix} NOH \\ \| \\ NO_2H \end{matrix} + C_6H_5.COH = \begin{matrix} NOH \\ \| \\ C_6H_5.C.OH \end{matrix} + NO_2H .$$

L'acido benzidrossamico per ebollizione con acido solforico diluito viene scisso in acido benzoico ed idrossilammina. Per raffreddamento si separa l'acido benzoico che si purifica per sublimazione; evaporando il liquido si ottengono grandi cristalli di solfato d' idrossilammina.

Aldeide anisica.

Si opera come per l'aldeide benzoica; in questo caso però dal sale di bario, per trattamento con acido cloridrico diluito, si separa subito l' acido idrossammico, poco solubile nell'acqua fredda. Viene purificato ricristallizzandolo un paio di volte dall'acetone.

Azoto per $C_8H_9NO_3$, calcolato: 8,38, trovato: 8,53.

Aldeide piperonilica.

Si procede come nei casi precedenti; l'aggiunta di poco alcool accelera la reazione. Dal sale di bario, per trattamento con acido cloridrico in presenza di metilorange, si separa subito l'acido piperonilidrossammico che si purifica dall'acetone bollente.

Azoto per $C_8H_7NO_4$, Calcolat: 7.73, Trovato: 7.80.

Aldeide acetica, formica ecc.

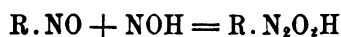
Siccome l'aldeide acetica è solubile nell'acqua, la reazione procede in modo istantaneo ed è accompagnata da notevole sviluppo di calore. Il sale di bario dell'acido acetoidrossamico è solubile nell'acqua e perciò non si può utilizzarlo per la sua purificazione. In questo caso conviene concentrare il liquido e poi riprendere con alcool. Questo scioglie il sale dell'acido acetoidrossammico e lascia indietro il nitrito sodico. Per trattamento con acetato di rame si ha il sale di rame insolubile.

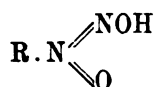
b) Nitrossile e nitrosoderivati.

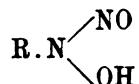
Il nitrossile si addiziona ai nitroderivati.

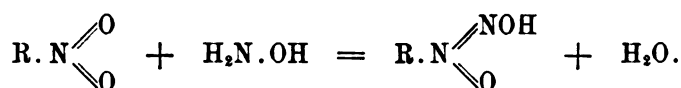
$$R.NO$$

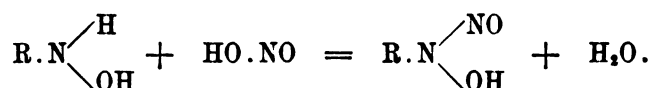
in modo perfettamente analogo a quanto fanno le aldeidi:

$$R.NO + NOH = R.N_2O_2H$$

per dare prodotti che appartengono alla classe delle cosidette nitrosoidrossilammine, alle quali viene attribuita la struttura:

$$R.N\begin{matrix}\nearrow NOH \\ \searrow O\end{matrix}$$

ovvero la forma tautomera:

$$R.N\begin{matrix}\diagup NO \\ \diagdown OH\end{matrix}$$

La prima formola viene giustificata dal fatto che queste sostanze (sotto forma di sali) si formano per azione dell'idrossilammina sopra i nitroderivati (Angeli):

$$R.N\begin{matrix}\nearrow O \\ \searrow O\end{matrix} + H_2N.OH = R.N\begin{matrix}\nearrow NOH \\ \searrow O\end{matrix} + H_2O.$$

Bamberger preferisce la seconda perchè le stesse nitrosoidrossilamine (allo stato libero) si ottengono anche per azione dell'acido nitroso sopra le idrossilammine:

$$R.N\begin{matrix}\diagup H \\ \diagdown OH\end{matrix} + HO.NO = R.N\begin{matrix}\diagup NO \\ \diagdown OH\end{matrix} + H_2O.$$

Nitrosobenzolo.

Anche in questo caso si opera come per l'aldeide benzoica. Quando tutto il nitrosoderivato è passato nella soluzione acquosa del sale sodico dell'acido nitroidrossilamminico, si tratta il liquido ancora caldo con eccesso di cloruro di bario. In tal modo precipita subito il sale baritico della nitrosofenilidrossilammina che si purifica cristallizzandolo dall'acqua bollente.

Azoto per $(C_6H_5N_2O_2)_2$ Ba, H_2O, calcolato 13,82, trovato: 13,68.

Per trattamento con acido cloridrico diluito si mette in libertà la nitrosofenilidrossilammina, identica a quella preparata negli altri modi.

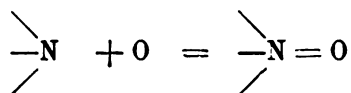
Nitroso- p-toluolo.

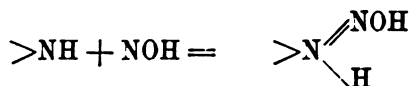
Si procede come per il nitrosobenzolo. Acidificando con acido cloridrico diluito il sale di bario sospeso nell'acqua, si separa la nitroso-p-tolilidrossilammina, identica a quella che si ottiene secondo le altre reazioni.

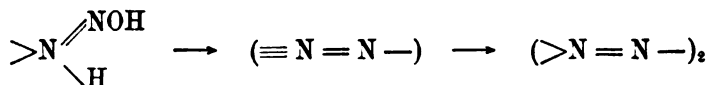
Azoto per $C_7H_8N_2O_2$, calcolato: 18,42, trovato: 18,43.

c) Nitrossile ed ammine secondarie (alifatiche).

Come è noto, l'ossigeno nelle opportune condizioni può addizionarsi alle ammine per dare gli ossidi:

$$\begin{array}{c}\diagdown\\ -N\\ \diagup\end{array} + O = \begin{array}{c}\diagdown\\ -N=O\\ \diagup\end{array}$$

Finora noi ci siamo limitati a studiare l'azione del nitrossile sulle ammine secondarie alifatiche; nel caso delle ammine aromatiche la reazione si complica in causa del nitrito che contemporaneamente si pone in libertà. Con tutta probabilità, come per l'ossigeno, anche in questo caso in una prima fase della reazione il nitrossile si addiziona all'azoto:

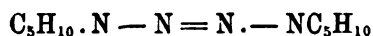
$$>NH + NOH = >N\begin{array}{l}/\!\!/NOH\\ \diagdown H\end{array}$$

Da questo prodotto intermedio si elimina acqua, e due residui si riuniscono per formare i *tetrazoni*:

$$>N\begin{array}{l}/\!\!/NOH\\ \diagdown H\end{array} \longrightarrow (\equiv N = N -) \longrightarrow (>N = N -)_2$$

La facilità con cui questa reazione si compie rende improbabile che essa sia preceduta dalla formazione di iponitrito.

Piperidina.

Alla soluzione acquosa di una molecola del sale sodico dell'acido nitroidrossilamminico si aggiunge una molecola di cloridrato di piperidina. Riscaldando lievemente a b. m. dopo pochi istanti si separa un olio che per raffreddamento non tarda a rapprendersi in grandi cristalli incolori. Si purifica dall'etere petrolico nel quale è molto solubile. La reazione avviene pure operando in soluzioni molto diluite ed anche a temperatura ordinaria, sebbene per compiersi in questo caso sia necessario un tempo maggiore (qualche ora).

Il prodotto

$$C_5H_{10}.N — N = N.— NC_5H_{10}$$

è identico a quello ottenuto da Knorr per ossidazione con ossido di mercurio dell'idrazina (N — amminopiperidina):

$$C_5H_{10}NH.NH_2.$$

Azoto per $(C_5H_{10}N_2)_2$, calcolato: 28,57: trovato 28,77,

Per trattamento con acidi minerali concentrati il prodotto si decompone con grande sviluppo di azoto.

Coniina.

Anche il cloridrato di questa base per trattamento col sale sodico dell'acido nitroidrossilamminico, dà un olio che con acidi minerali sviluppa notevole quantità di azoto. La piccola quantità del prodotto non ci ha permesso di purificarlo e di analizzarlo, ma le sue proprietà non lasciano il menomo dubbio sopra la sua natura.

Appena potremo disporre dei mezzi necessarî, completeremo lo studio di queste interessanti reazioni.

Botanica. — *La mesogamia nella comune Zucca* (*Cucurbita Pepo* Lin.). Nota del dott. B. Longo, presentata dal Corrisp. R. Pirotta.

La bella scoperta della *calazogamia* (*basigamia*), fatta dal Treub un decennio fa, nelle *Casuarina*, diede l'impulso a nuove ricerche sul percorso del tubo pollinico nelle Angiosperme inferiori. Queste ricerche furono coronate da esito fortunato, in quanto che, non solo veniva trovata la basigamia anche nelle *Betulaceae*, nelle *Corylaceae* e nelle *Juglandaceae*, ma veniva perfino trovato, nelle *Ulmaceae* e nelle *Cannabinaceae*, un modo di percorso del tubo pollinico (*mesogamia*), che segnava il passaggio dalla basigamia

all' altro processo, creduto prima assolutamente generale per tutte le Angiosperme, della penetrazione del tubo pollinico attraverso il micropilo ed il canale micropilare (*acrogamia porogama*). Ultimamente poi il prof. R. Pirotta ed io trovammo, nel *Cynomorium coccineum* Lin., che il tubo pollinico penetra per una regione particolare del tegumento localizzata all' apice morfologico dell' ovulo che manca di micropilo e di canale micropilare (*acrogamia aporogama*) (1).

Ora, studiando il processo di fecondazione in alcune Simpetale, che si ritengono le più elevate fra le Dicotiledoni, ho avuto occasione di osservare, nella comune Zucca, un modo di percorso del tubo pollinico che rientra perfettamente nella mesogamia e che è degno di grande interesse, in quanto che esso si riscontra in questa pianta appartenente alla famiglia delle *Cucurbitaceae*, famiglia che si ritiene una delle più elevate tra le Simpetale.

L' ovulo della *Cucurbita Pepo* Lin. è anatropo e fornito di due tegumenti, dei quali l' interno (*i*) è molto meno sviluppato rispetto all' esterno (*e*). L' apice della nucella, al di sopra del sacco embrionale (*s. e*) che è assai piccolo, si prolunga in una specie di collo (*c. n.*) molto ricco di amido e che oltrepassa il tegumento interno, di modo che la forma della nucella (*n*) è, in complesso, paragonabile a quella di un fiasco. Il tegumento esterno, e di questo precisamente soltanto l' estremità (*è*) della parte unita al funicolo ricopre l' apice di tale prolungamento o collo della nucella. Nello stesso tegumento esterno resta talora pervio un micropilo (*m*) ed un breve canale micropilare, privi però, come vedremo, di funzione, ovvero non si osserva affatto soluzione di continuità. Il funicolo (*f*) e quella parte (*è*) del tegumento esterno, che, come ho detto, ricopre l' apice della nucella, sono fusi o, per lo meno, intimamente aderenti alla parete interna dell' ovario, così che l'ovulo non resta che incompletamente libero nella loggia ovarica (*l. o.*) (fig. 1, ingr. 40).

Il tubo pollinico (*t. p.*) percorrendo l' interno del tessuto conduttore, che è rappresentato, in questo caso, dalle suture ovariche, giunge nell' interno dei tessuti periferici del funicolo, tessuti che presentano ancora gli stessi caratteri del tessuto conduttore medesimo e che ne sono la continuazione, vale a dire cellule, in paragone delle circostanti, più piccole e più ricche di contenuto. Quindi attraversa, tortuosamente, quella parte (è) del tegumento esterno che ricopre l' apice della nucella e nella quale si continua ancora il tessuto conduttore; penetra nel collo della nucella o per l' apice o, più fre-

(1) Per maggiori ragguagli e per la bibliografia in proposito cfr.: R. Pirotta e B. Longo, *Osservazioni e ricerche sul Cynomorium coccineum* L. Rend. della R. Acc. Lincei, cl. di sc. fis. mat. e nat., vol. IX, 1° sem. (1900), pag. 150. — Id. id., *Basigamia, Mesogamia, Acrogamia*, ibid., pag. 296. — Id. id., *Osservazioni e ricerche sulle Cynomoriaceae* Eich. *con considerazioni sul percorso del tubo pollinico nelle Angiosperme inferiori*. Annuario del R. Istit. Bot. di Roma, anno IX, fasc. 2° (1900), pag. 97.

quentemente, un po' al di sotto di esso; percorre, in linea retta, il prolungamento della nucella fin quasi alla base di esso: quivi si rigonfia formando una specie di bolla (*b*) di grandezza maggiore del sacco embrionale (*s. e.*) e visibile nelle sezioni anche ad occhio nudo; da questa bolla manda tal-

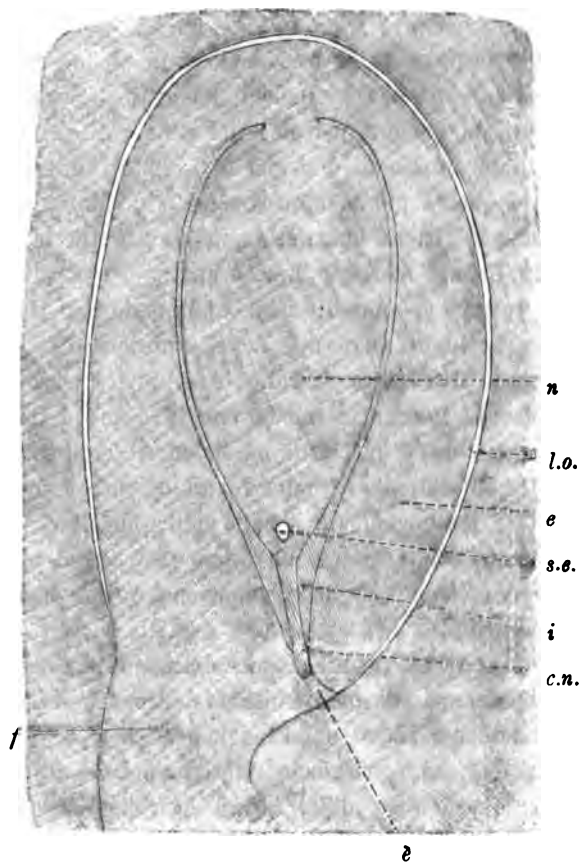



Fig. 1.

volta qualche ramo a fondo cieco, che attraversa il tegumento interno, penetrando anche talora nell'esterno, e, finalmente, per le via diretta, giunge al sacco embrionale (fig. 2, ingr. 40).

Questa osservazione mi ha indotto a ricercare se nelle altre piante, appartenenti alla medesima famiglia, si verificasse qualche cosa di analogo riguardo al percorso del tubo pollinico. Ma in quelle, tra le piante da me finora studiate nelle quali ho potuto osservare il percorso del tubo pollinico (*Ecballion Elaterium* Rich., *Momordica Charantia* Lin., *Trichosanthes Anguina* Lin., T. *cucumerina* Lin., *Bryonia dioica* Jacq.) io non

ho trovato nulla di simile: esse sono acrogame porogame, cioè in esse il tubo pollinico entra nella cavità ovarica e percorre il canale micropilare.

Però ho potuto notare che questa diversità di percorso del tubo pollinico è strettamente legata ad una diversità sia nella struttura dell'ovulo,

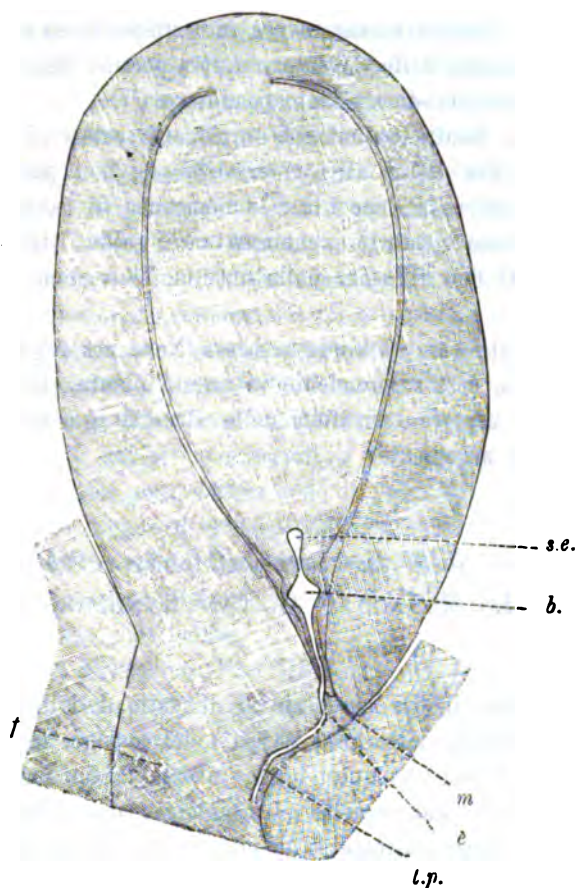



Fig. 2.

sia nei rapporti di esso con la parete interna dell'ovario. Infatti, mentre ho trovato, riguardo a tale struttura ed a tali rapporti, uniformità in tutte le *Cucurbitaceae* da me finora studiate, ho trovato invece notevoli differenze tra queste *Cucurbitaceae* e la *Cucurbita Pepo* Lin.

Ho trovato cioè che in tutti gli ovuli la nucella presenta forma di fiasco, però, mentre nella *Cucurbita Pepo* Lin. l'apice della nucella oltrepassa il tegumento interno ed è ricoperto soltanto da una parte del tegumento esterno, nelle altre *Cucurbitaceae* l'apice resta invece coperto dal tegumento interno ordinariamente più lungo dell'esterno. Di più, mentre nella *Cucur-*

bita Pepo Lin., come abbiamo veduto, il funicolo e parte del tegumento esterno si presentano saldati con la parete della loggia, nelle altre *Cucurbitaceae* invece tale saldatura manca e l'ovulo è quindi completamente libero nella cavità ovarica.

Inoltre farò rilevare che, mentre nella *Cucurbita Pepo* Lin. le suture ovariche (placentari) sono complete e differenziate in uno spesso tessuto conduttore, nelle altre *Cucurbitaceae* invece in corrispondenza ad esse vi è una semplice e lassa adesione delle placente e talora persino delle strette fessure. e manca un così caratteristico tessuto conduttore [1].

Dal su esposto risulta quindi che un percorso ectotropico del tubo pollinico, come si verifica nelle altre *Cucurbitaceae*, non può assolutamente aver luogo nella *Cucurbita Pepo* Lin.: la mancanza di cavità e la presenza di uno speciale tessuto conduttore, che nutrisce e guida il tubo pollinico nell'interno dei tessuti fino all'apice della nucella, lo rendono necessariamente endotropico.

Mi sono limitato per ora a questa breve Nota per rendere di pubblica ragione questo fatto, così sorprendente in questa pianta, riservandomi di ritornarvi sopra per esporre i risultati delle ricerche già intraprese intorno all'importantissimo argomento.

Fisiologia. — *Sulla funzione dell'ipofisi cerebrale* [2]. Nota I dei dottori D. Lo Monaco e G. van Rynberk, presentata dal Socio Grassi.

La posizione dell'ipofisi cerebrale al di sotto dell'infundibulo del 3° ventricolo e in vicinanza delle fosse nasali e del faringe, fece concepire agli antichi osservatori l'idea che quest'organo avesse la funzione di filtrare ed espellere il « muco » dal cervello. L'espulsione del muco del cervello, secondo Galeno, si faceva attraverso le cribrosità dell'etmoide verso il naso e attraverso certi forellini della sella turcica verso il faringe; mentre per Vesalio in questa funzione intervenivano anche le vene e le arterie della base del cervello. Posteriormente altri autori ritennero l'ipofisi come un ganglio simpatico impari, mentre Silvius e dopo Magendie la considerarono come una glandula linfatica che avesse la funzione di raccogliere il liquido

[1] Oltre alle differenze che ho sopra rilevate aggiungerò ancora che mentre il collo della nucella è molto ricco di amido nella *Cucurbita Pepo* Lin., ne è privo nelle altre *Cucurbitaceae* da me studiate, nelle quali però il sacco embrionale è ordinariamente più ricco di amido che nella *Cucurbita Pepo* Lin., talora straordinariamente (*Trichosanthes cucumerina* Lin.), e che, inoltre, quella bolla formata dal tubo pollinico verso la base del collo della nucella nella *Cucurbita Pepo* Lin. manca in tutte le altre.

[2] Lavoro eseguito nell'Istituto di fisiologia della R. Università di Roma.

cerebrale e di metterlo in circolo. In base a questa ultima teoria, l'ipofisi venne dopo compresa tra le glandole sanguigne a secrezione interna. Nessuno però tra gli autori citati fino a Magendie, C. Bernard e Brown Séquard aveva portato in questo argomento alcun contributo sperimentale; e fu solo dopo che la funzione della tiroide cominciò a destare interesse, che per l'analogia anatomica fra tiroide e ipofisi, l'attenzione degli sperimentatori si fissò anche sulla funzione di quest'ultima glandula, e si credette che tra le due glandule ci fosse una vicarianza funzionale. Questa teoria si basa sulle osservazioni di Rogowitsch ([1]) che descrisse alterazioni di struttura nei tessuti dell'ipofisi dopo l'estirpazione della tiroide, confermate poi da Stieda ([2]), da Tizzoni e Centanni ([3]), da Eiselsberg ([4]) e da Hofmeister ([5]).

I primi tentativi di estirpazione dell'ipofisi non ebbero alcun successo. Horsley ([6]), Dastre ([7]), Gley ([8]) e Marinesco ([9]) non riuscirono mai a far sopravvivere gli animali operati. Più fortunati furono Vassale e Sacchi ([10]) i quali descrissero i fenomeni consecutivi all'asportazione dell'ipofisi. Dalle loro esperienze essi dedussero che questa glandula è destinata a produrre speciali sostanze necessarie all'organismo. Rimandando l'esame più accurato dei risultati ottenuti da Vassale e Sacchi a quando passeremo in rassegna i metodi operatori di cui si sono serviti i vari sperimentatori per ledere l'ipofisi, vogliamo qui far notare come dopo la pubblicazione di questi autori, le ricerche su questo organo divennero addirittura numerose. A ciò, secondo noi, influì non poco il rapporto che venne descritto da alcuni neuropatologi, tra acromegalia e alterazioni ipofisarie, i quali studi incoraggiarono le ricerche riguardanti l'opoterapia dell'ipofisi.

Furono Marie e Marinesco ([11]) i primi che nel 1891, dopo aver notato la frequente concomitanza di un tumore ipofisario nei casi di acromegalia, ammisero che la causa interna di questa malattia, si deve ricercare nelle alterazioni funzionali dell'ipofisi.

In seguito molti altri patologi, illustrando casi di acromegalia, hanno sempre cercato di riavvicinare ancora più il nesso patogenico tra questa ma-

(1) Ziegler's Beitr., IV, 1889.
(2) Ziegler's Beitr., VII, 1890.
(3) Arch. Scienze Mediche, 1890.
(4) Vert. der Deut. Gesell. f. Chir., 1893.
(5) Beitr. z. Klin. Chir., XI, 1894.
(6) Brit. Med. Journ. 1885; Proced. of. the roy. Soc. of. London 1885-86.
(7) Comp. Rendus de la Soc. de Biol., 1892.
(8) Arch. de Phys., IV, 1892.
(9) Comp. Rendus de la Soc. de Biol., 1892.
(10) Riv. sper. di fren. 1892.
(11) Arch. de Méd. expér., 1891.

lattia e il tumore ipofisario col quale spesso si accompagna. Tamburini [1] ha anche emesso, dietro un esame accurato di alcuni casi di acromegalia descritti dagli autori un'altra teoria. Egli crede che i caratteri e il decorso della malattia, fanno pensare che il processo patogenico abbia due fasi, una prima di ipertrofia e iperattività funzionale dell'ipofisi che corrisponderebbe al periodo di accrescimento delle ossa, il quale sarebbe prodotto dall'accumulo nell'organismo di sostanze speciali che producono le iperplasie ossee; una seconda di degenerazione ovvero di neoplasia omologa od eterologa dell'ipofisi, che corrisponderebbe alla cessazione dell'accrescimento osseo e alla fase cachettica che sempre sopravviene all'acromegalia e porta più o meno presto alla morte. Tamburini finisce la sua comunicazione annunziando che ha iniziato delle esperienze sull'azione negli animali della prolungata introduzione in abbondanti quantità di succo d'ipofisi.

Su questo argomento molti altri autori hanno già lavorato, ma i risultati sull'azione e sul numero delle sostanze attive contenute nel succo di ipofisi sono fra loro molto disparate.

Così Szymonovicz [2] trovò che il succo dell'ipofisi diminuisce la pressione sanguigna, mentre Schäfer e Vincent [3] la videro nelle medesime condizioni aumentare. Per Mairet e Bosch [4] il succo d'ipofisi eccita il sistema nervoso, per Osborne e Vincent [5] lo deprime, per Collina [6] ha un'azione trofica su esso, per Schiff [7] aumenta la scomposizione dei fosfati. Cyon [8] infine, il quale molto si è occupato della fisiologia dell'ipofisi, e ha emesso nuove teorie, crede che la sostanza contenuta nella glandula pituitaria contenga almeno due principi attivi. Di questi l'uno, che forse non si trova normalmente nel prodotto di essa, ha azione opposta all'altro e ha dato luogo, prevalendo causalmente nei preparati usati, a molte opinioni erronee. Inoltre ritiene che la contradizione dei risultati delle varie ricerche eseguite con l'iniezione di succo d'ipofisi dipenda dal modo di estrarre dall'organo la sostanza attiva. Riservandoci di ritornare sui lavori di Cyon da noi presi in speciale considerazione, qui ci limitiamo a dire che egli viene alla conclusione che l'ipofisi regoli meccanicamente e chimicamente la circolazione endocranica, e che stimolata emetta un succo il quale innalza la pressione sanguigna ed eccita i centri bulbari del vago.

Dopo la pubblicazione di Vassale e Sacchi, è notevole quella di Ca-

(1) Riv. di freniatria, 1894-95-96.
(2) Pflüger's Archiv., 73, 1896.
(3) Journal of Phys., XXV, 1899.
(4) Semaine méd., 1896.
(5) Journal of Phys., XXIV, 1899.
(6) Riv. sperim. di freniatria, 1898.
(7) Zeitsch. f. klin. med., XXXII, 1897.
(8) Pflüger's Arch., vol. 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76 e 77.

selli che ritiene l'ipofisi non vicariante ma sussidiaria della tiroide. Questo piccolissimo organo, per mezzo dei suoi prodotti di secrezione, regolerebbe l'equilibrio di talune sostanze tossiche circolanti nell'organismo. E con ciò non abbiamo finito di riferire tutte le teorie che sono state emesse sulle funzioni dell'ipofisi. Wolf (1) nel 1879 e Pisenti e Viola (2) nel 1890 conclusero che l'ipofisi è un organo emopoietico o secernente una sostanza utile ai corpuscoli rossi.

I diversi tentativi per chiarire le funzioni dell'ipofisi crediamo si possano riunire in tre gruppi.

Nel primo gruppo si possono comprendere i lavori che riguardano lo studio delle alterazioni istologiche riscontrate nell'ipofisi degli animali morti per asportazioni delle tiroidi.

Come abbiamo detto, fu Rogowitsch il primo che descrisse un aumento di volume e alterazioni istologiche di natura ipertrofica nell'ipofisi di conigli operati di tiroidi e sopravvissuti all'asportazione incompleta. Stieda confermò i risultati del Rogowitsch, avendo nei conigli con tiroidi estirpate, insieme ad altre alterazioni nei diversi organi, trovata una notevole ipertrofia della parte glandulare dell'ipofisi.

Tizzoni e Centanni ripresero questo argomento, e notarono che nei cani normali il peso dell'ipofisi varia entro limiti estesi e non è in rapporto con la grandezza dell'animale. Nei due cani poi che erano stati operati di tiroidi, le ipofisi erano in preda ad alterazioni sia morfologiche che chimiche specialmente osservabili nella parte centrale dell'organo ove non si riscontravano più gli elementi normali. Essi in base a questi risultati propendono per un rapporto funzionale tra l'ipofisi e la tiroide, e ammettono che all'ipofisi potrebbe essere affidato l'ufficio di sostituire per un tempo limitato la glandola tiroide estirpata. Schönemann (3), studiando microscopicamente le ipofisi tratte da cadaveri di individui morti per gozzo, le trovò alterate, però le alterazioni furono parimenti trovate in ipofisi di individui morti per altre malattie, mentre in altri che presentavano il gozzo l'ipofisi era normale. Egli non crede del resto che le alterazioni riscontrate indichino una compensazione funzionale della tiroide ammalata, ma che le medesime cause che fanno ammalare la tiroide, sieno pure sufficienti ad alterare l'ipofisi. Hofmeister conferma la teoria di Rogowitsch, mentre Schwarz (4) già precedentemente aveva scritto di avere ritrovato in minima parte le alterazioni descritte da Rogowitsch negli animali stiroidati.

Come si scorge da questa letteratura, pare abbastanza ben confermato che l'ipofisi si alteri dopo la tireoidectomia, ma i dati finora raccolti non

(1) Jahresbericht f. Neurol. u. Psych., 1897.
(2) Istituto Anat-patologico di Perugia, 1890.
(3) Virchow's Archiv, vol. 129, pag. 319.
(4) Lo Sperimentale, 1892.

ci sembrano sufficienti per fondare la dottrina di una funzione vicariante reciproca tra le due glandole. Nè le esperienze eseguite da Caselli [1] allo scopo di studiare i rapporti funzionali fra ipofisi, tiroidi e paratiroidi, osservando l'alterazione che l'ipofisectomia porta nel quadro della cachessia tireopriva e della tetania paratireopriva, recano maggior luce per la soluzione di questa questione. Niente di più facile che dopo un'operazione così grave come è quella dell'ipofisectomia, il quadro morboso della cachessia tireopriva si aggravi o si alteri.

Un secondo gruppo di lavori, comprende gli effetti delle iniezioni di succo ipofisario o di altri prodotti ottenuti con l'ipofisi che tennero dietro alle ricerche fatte da Vassale e Sacchi i quali osservarono col sopradetto trattamento qualche lieve miglioria nei cani operati d'ipofisi. Onde alla teoria ricordata che la distruzione dell'ipofisi favorisce la formazione e l'aumento nell'organismo di speciali sostanze tossiche, aggiunsero che questo organo secerne un succo necessario pel nostro organismo. Queste esperienze furono seguite da molte altre in cui questo argomento, che si riconnette con lo studio dell'acromegalia, è stato trattato da vari punti di vista. I risultati ottenuti da queste ricerche sono molto contradditori e molto dubbi; ciò che pare assodato si è che la pressione dopo l'iniezione di succo ipofisario cambia. Il fatto però che, iniettando succo di sostanza cerebrale, si ha un effetto simile, come è stato visto da Schäfer e Swale Vincent [2], aumenta lo scetticismo per queste esperienze.

Medesimamente l'opinione che l'ipofisi produca un secreto che ha la proprietà di regolare la distribuzione del sangue nel cervello, solo perchè per eccitazione sia meccanica sia elettrica di questo organo si hanno cambiamenti della pressione, è stato confutato da Biedl e Reiner [3] i quali hanno dimostrato che con l'eccitamento di moltissimi punti della corteccia cerebrale si ottiene il medesimo effetto. D'altra parte occorre notare che la pressione risente l'azione del succo di ipofisi, solo quando se ne iniettano dosi rilevanti ottenute con quantità di organi 30-50 volte più grandi del peso dell'ipofisi dell'animale trattato.

A tutte queste obiezioni vogliamo anche aggiungere una breve notizia delle osservazioni cliniche eseguite recentemente da Strümpell [4], e che riguardano la ben nota questione della causa patogenetica della acromegalia. Strümpell nota che non sempre c'è tumore dell'ipofisi, nell'acromegalia, mentre spesso c'è tumore dell'ipofisi senza acromegalia e senza alcun indizio di alterazioni di funzioni generali dell'organismo. Risulta pure dalle sue osservazioni che

(1) Reggio Emilia, tipografia Calderini, 1900.
(2) Journal of Physiology, XXIV, 1899.
(3) Pflüger's Archiv, vol. 73.
(4) Deut. Zeitsch. f. Nervenheilk., XI, 1897.

i fenomeni acromegalici precedono quelli del tumore dell'ipofisi, e che malgrado questo, il cuore e la temperatura si mantengono sempre normali. Cosicchè conclude che il tumore dell'ipofisi è da considerarsi come coordinato all'acromegalia e non in rapporto causale con essa, perchè non è probabile che un organo poco importante per apparenza esterna e per sviluppo, e che per la sua posizione filogenetica appartiene agli organi rudimentali [così lo considera anche Wiedersheim (1)] in via di regresso, sia di tale importanza per l'economia generale dell'organismo, che un disturbo della sua funzione abbia tante e tali conseguenze, quali dà il quadro dell'acromegalia: inversione dello sviluppo organico, arresto di funzioni sessuali, quasi totale cessazione dell'ossidazione degli idrati di carbonio. Anche un altro patologo, lo Schultze (2) crede che il tumore dell'ipofisi nell'acromegalia sia un fenomeno secondario per quanto abbastanza frequente, e in riguardo al vantato vantaggio ottenuto con somministrazione di estratti di ipofisi, l'A. nota che in un suo caso non ha visto alcun risultato dall'uso prolungato per settimane di tavolette di ipofisi, mentre invece spontanei periodi di regresso del male sono frequenti, e, coincidendo con la cura organoterapica, possono far credere a un benefizio portato da essa.

Nessuna luce quindi riceve la funzione dell'ipofisi da tutte queste ricerche. L'utilità dell'opoterapia dell'ipofisi nell'acromegalia e in altre malattie, come pure l'azione fisiologica del succo ipofisario, non sono bene dimostrate, e da questo lato la funzione dell'ipofisi resta sempre enigmatica.

Passiamo ora a considerare il terzo gruppo di lavori che concerne lo studio dei fenomeni consecutivi a lesioni ed estirpazioni dell'organo ipofisario. Horsley fu il primo a tentare questa operazione. Dastre cercò di distruggere la glandula pituitaria per la via della bocca adoperando un trapano speciale; mentre Gley preferì un altro metodo operatorio. Egli apriva il cranio dei conigli con un trapano applicato sul punto mediano di una linea trasversale, che andava da un angolo orbitale posteriore all'altro; quindi con un trequarti che infiggeva nella sostanza cerebrale cercava di giungere nella sella turca, e muovendo l'istrumento, distruggeva l'ipofisi. Dei suoi conigli operati un solo sopravvisse per un anno, ma la sezione mostrò che l'ipofisi non era stata distrutta. Contuttociò l'A. ha creduto che i disturbi che presentò l'animale durante la sopravvivenza fossero dovuti all'alterata funzione dell'ipofisi se non distrutta almeno lesa, che egli con Rogowitsch considerava come organo vicariante della tiroide. In verità dai fenomeni che presentò l'animale dopo l'operazione, è più facile dedurne che il trequarti dell'operatore abbia se mai leso i peduncoli, e non l'ipofisi. D'altra parte Gley fa notare le difficoltà del suo metodo operatorio. Egli dice che servendosi con troppa vio-

(1) Rivista di scienze biologiche 1900, pag. 801.
(2) Deut. Zeitschr. f. Nervenheilk., XI, 1897.

lenza del suo strumento, si rischia di determinare un' emorragia mortale, e se invece si adopera con molta dolcezza, non si lacerano gli elementi cellulari dell' ipofisi. Vedremo, descrivendo il metodo di cui ci siamo serviti, come queste obiezioni non rispondano ai fatti.

Certo si è che dietro i risultati quasi negativi ottenuti da Gley, tutti gli Aa. che si sono dopo di lui occupati di questo argomento, hanno cercato di ledere l' ipofisi attraverso la via boccale. Tra questi il primo per ordine di data fu Marinesco ([1]) il quale, volendo sperimentalmente provare il nesso causale che passa tra alterazione dell' ipofisi e acromegalia da lui sostenuto in una precedente pubblicazione insieme a Marie, mise in pratica un nuovo metodo per riuscire a distruggere l' ipofisi. Egli nella parte posteriore del palato perforata con un termocauterio, applica una corona di trapano tra le due apofisi pterigoidee e distrugge l' ipofisi con un ferro ricurvo arroventato. I tentativi furono fatti sui gatti e due volte sui cani nei quali l' operazione, dice l'A., è più difficile. Di questi animali uno sopravvisse 4 giorni, un secondo 5 giorni e un terzo 18 giorni; gli altri morirono quasi immediatamente di emorragia. I tre gatti sopravvissuti presentarono dimagramento progressivo e abbassamento della temperatura. L'A. però non esclude che la morte avvenisse per infezione; dimodochè neanche queste esperienze portarono a risultati certi, ma solo tracciarono la via, già ideata da Dastre, con la quale si può riuscire a ledere l' ipofisi.

Cosicchè quando Vassale e Sacchi nel 1892 cominciarono ad occuparsi della funzione dell'ipofisi, trovarono l'argomento quasi vergine, poichè nessuno prima di loro era riuscito in seguito alle asportazioni a dimostrare quali funzioni avesse questa glandula; se cioè fosse o no indispensabile per la vita dell' animale. Essi modificarono il metodo adoperato da Marinesco. Inciso il palato, dopo aver fissato nella massima apertura la bocca dell' animale, e tenendo spostata la lingua, legata a un filo, in modo da rendere più libero il campo operatorio, con una sgorbia staccano una scheggia ossea tra le apofisi pterigoidee, e, attraverso questa apertura, distrussero l' ipofisi con il termocauterio o con un po' di acido cromico. Con accurate osservazioni credettero di potere stabilire che l'estirpazione dell' ipofisi è letale in un tempo più o meno breve, tanto nei cani che nei gatti, animali di cui si servirono gli autori per i loro esperimenti. Inoltre descrissero il quadro sintomatico consecutivo all' operazione, e tra i sintomi costanti notano: l'abbattimento psichico, il cambiamento di carattere, i movimenti fibrillari, le scosse muscolari, l'abbassamento della temperatura, la polidipsia, l'anoressia, il dimagramento e la morte; mentre come sintomi frequenti mettono la rigidità del treno posteriore, l' incurvatura del dorso, gli accessi di convulsioni tonicocloniche, la poliuria, il vomito. Dal complesso dei sintomi, essi trassero la

([1]) Comptes Rendus Soc. Biol., 1892.

conseguenza, già da noi riferita, che l' ipofisi elabori uno speciale prodotto necessario all' organismo, e che per l'assenza di tale prodotto si manifestino i fenomeni su descritti che conducono alla morte l' individuo.

Simili risultati furono ottenuti da Gatta (1) nel 1896 e da Kreidl e Biedl nel 1897 (2). Più numerose esperienze fece il Caselli nel 1900. Questo giovane sperimentatore, di cui si deplora l' immatura fine, estirpò l' ipofisi nelle rane, nei conigli, nei gatti e nei cani. Le rane, secondo l'autore, per il loro sistema nervoso troppo eccitabile, non si prestano all' esperienza, perchè lesioni di altre parti del cervello dànno sintomi identici a quelli consecutivi all' ipofisectomia. Come soggetto di esperimento venne anche dall'A. scartato il coniglio, il quale non si presta all' operazione di asportazione dell' ipofisi. Le esperienze quindi molto numerose del Caselli sono state eseguite nei cani e nei gatti. In una prima serie di esperienze questo sperimentatore risecava l' arcata zigomatica e l' apofisi coronoide, e, dopo avere perforata con la sgorbia la scatola cranica, asportava con uno speciale strumento l' ipofisi. Questo metodo però non diede risultati pratici, inquantochè tutti i 19 animali operati morirono di meningite, di emorragia o di schok. Abbandonato questo metodo operatorio, l'A. si servì per le sue ulteriori esperienze di quello di Vassale e Sacchi che modificò in qualche piccola parte. I fenomeni che egli notò negli animali sopravvissuti differiscono alquanto da quelli descritti da Vassale e Sacchi. Caselli registra che i cani operati, presentano depressione delle facoltà psichiche, disturbi del movimento, incurvamento del dorso, andatura spastica, assenza di contrazioni clonico-toniche degli arti e di accessi convulsivi, cachessia progressiva, diminuzione rapida del peso, coma, morte. Inoltre spesso notò polidipsia e polifagia alternata con anorressia. In base a questo quadro sintomatico, Caselli conclude che l' ipofisi è un organo di alta importanza fisiologica, che, per mezzo dei suoi prodotti di secrezione, regola nel circolo l' equilibrio di talune sostanze tossiche.

Se ora esaminiamo minutamente le esperienze, sui risultati delle quali si basano le teorie emesse sia da Vassale e Sacchi che da Caselli, siamo costretti a riconoscere che questi autori ebbero a lottare contro gravi complicanze di natura infettiva, a causa della comunicazione che con il loro metodo operatorio viene a stabilirsi fra il cavo naso-faringeo e la cavità cranica. Vassale e Sacchi operarono 40 animali: 23 cani e 17 gatti. In 15 cani e in 16 gatti l'operazione riuscì, ma tra essi molti morirono d' infezione o di emorragia; gli altri in numero di 18, nei quali fu potuta escludere la causa infettiva, morirono quasi tutti nella prima settimana, ad eccezione di due gatti, dei quali uno sopravvisse otto giorni e l'altro undici giorni, e di un cane che morì dopo quattordici giorni dall'operazione.

(1) Gaz. degli Ospedali, 1896, n. 146.
(2) Wien. klin. Wochenschr., 1897.

Fisiologia. — *Sulla natura delle melanine e di alcune sostanze ad esse affini* (1). Nota preventiva del dott. V. Ducceschi, presentata dal Socio Luciani.

In questa breve Nota saranno esposti i primi risultati di una serie di ricerche che da qualche tempo vado compiendo su quel gruppo di sostanze colorate, molto affini ai pigmenti animali, le quali si ottengono artificialmente dalle proteine o dai prodotti loro di scomposizione. È noto quanto lo studio di quell'insieme di differenti composti conosciuti sotto il nome di melanine, proteinocromi (Bromkörper ecc.) sostanze uminiche, abbia affaticato chimici e fisiologi e come la costituzione di essi sia rimasta sino ad oggi ravvolta nella completa oscurità. Il concetto dominante sulla natura dei pigmenti naturali ed artificiali è che essi rappresentino sostanze di una complessità molto elevata e che provengano forse da speciali aggruppamenti molecolari (cromogeni) che esisterebbero preformati nelle proteine.

Le prime ricerche che io eseguii su questo proposito (nel Laboratorio di Chimica fisiologica di Strassburg) furono dirette ad ottenere dall'acido melanoidico, preparato dall'albumina d'uovo, dei prodotti di scomposizione a mezzo di processi di ossidazione e di riduzione. Ma i risultati furono presso che negativi; solo con una energica scomposizione con potassa caustica io poteva ottenere, in accordo con alcuni precedenti osservatori, odore di scatolo. Più tardi, durante il corso di alcune indagini sui componenti delle sostanze proteiche spettanti alla serie aromatica, eseguite nel Laboratorio di Fisiologia di Roma, mi avvenne di imbattermi in alcuni composti i quali, sia per il modo di preparazione, sia per le proprietà loro, offrivano un interesse non trascurabile per la conoscenza dei corpi pigmentarî artificiali; ciò mi ha indotto a riprendere lo studio di questi ultimi sotto altri punti di vista e sui risultati ottenuti tornerò in altra occasione. Ed ora vengo senz'altro alle ricerche che formano l'oggetto della presente Nota.

A. A due o tre decigrammi di tirosina si aggiunge in una capsulina una diecina di cc. di acido cloridrico concentrato e si riscalda leggermente; si fa cadere quindi nella soluzione, una piccolissima quantità di clorato di potassio in polvere o meglio qualche goccia di una soluzione satura a caldo della stessa sostanza. Si riscalda più fortemente ed il liquido assume dapprima un color rosso vivo che per il continuato riscaldamento e la cauta aggiunta

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto fisiologico di Roma.

di poco clorato potassico si fa più oscuro finchè si ottiene una colorazione nera e talvolta un precipitato dello stesso colore. Se si aggiunge troppo clorato potassico il color rosso primitivo scomparisce ed il liquido resta tinto leggermente in giallo verdastro. Ottenuta la colorazione nera, si diluisce il liquido con una quantità di acqua distillata uguale al volume della soluzione, si procura che il liquido si mantenga caldo e si neutralizza con soda caustica. Il liquido si scolora, ma non del tutto, e si forma un precipitato fioccoso, nerastro, che si raccoglie nel fondo della capsulina. Si filtra e si lava a lungo in acqua distillata; il precipitato raccolto sul filtro si scioglie con una piccola quantità di una soluzione diluita di soda caustica. Il filtrato di color nero si neutralizza con HCl e si ottiene un nuovo precipitato che si raccoglie su di un filtro, si ridiscioglie in soda caustica e si precipita con HCl un paio di volte; si lava a lungo sul filtro con acqua distillata, si distacca con precauzione dal filtro e si fa seccare a 110°. Si ottiene una polvere bruna, amorfa, la quale possiede le seguenti proprietà:

È presso che insolubile in acqua e negli alcool metilico, etilico, amilico, in etere, cloroformio, etere di petrolio, acetone, etere acetico e nei miscugli di questi solventi. È insolubile in acido cloridrico concentrato; nell'acido acetico glaciale si scioglie solo in parte. È solubile in acido solforico concentrato e così pure nell'acido nitrico fumante, con color rosso; dalle soluzioni in questi acidi la sostanza precipita per l'aggiunta di acqua distillata in piccola quantità. La sostanza si scioglie rapidamente e completamente negli idrati di sodio e potassio in soluzione concentrata e diluita ed in ammoniaca, assumendo nelle soluzioni diluite un color rosso cupo ed in quelle concentrate un color nero. Dalle soluzioni alcaline precipita sotto forma di fiocchi nerastri quando si neutralizzi o si acidifichi leggermente con HCl, H_2SO_4 od acido acetico. Se la soluzione alcalina è molto diluita, l'acidificazione produce solo un cambiamento di colore che dal rosso-cupo passa ad un giallo-verdastro. Dalla soluzione alcalina la sostanza precipita per l'aggiunta di alcool assoluto; la soluziono ammoniacale dà il solito precipitato fioccoso, nero, quando si aggiunga cloruro di bario. Il precipitato prodotto si ridiscioglie in carbonato di sodio e da questa soluzione precipita nuovamente nella stessa forma per l'aggiunta di acido acetico. Se si fonde in una provetta una piccola quantità della sostanza con idrato potassico, si avverte un odore distintissimo di scatolo od indolo (1).

Le reazioni che io ho descritte per il composto ottenuto dalla tirosina sono identiche a quelle proprie dell'*acido melanoidico* (Schmiedeberg) (2) derivante dalla sieroalbumina e dal fibrinoso per il trattamento con acidi.

(1) Il prof. F. Hofmeister al quale io comunicava questi risultati, mi faceva gentilmente noto per lettera che nel Laboratorio di Chimica fisiologica di Strassburg, che egli dirige, il dott. Schneider ha già da qualche tempo ottenuto lo stesso odore di scatolo trattando la tirosina con potassa caustica.

(2) *Schmiedeberg*, Arch. f. exper. Path. n. Pharmak. XXXIX. Bd. s. 1. 1897.

Assieme, od in luogo di quel composto, io ne ho ottenuto talvolta un altro del tutto simile per le reazioni eccettuato che esso è solubile in alcool assoluto. Esso si presenta probabilmente quando l'azione dell'acido cloridrico e clorato di potassa fu troppo energica; il difetto di materiale mi ha impedito di determinare con precisione le condizioni in cui esso si forma, ed il perchè spesso questi corpi neri non si presentino affatto ed il liquido resti leggermente colorato in giallo-verdastro.

B. Se ad un grammo di tirosina si aggiungono 25 cc. di HCl concentrato e nel liquido si fanno cadere poche goccie di una soluzione concentrata di nitrito sodico, il miscuglio assume, mentre si sviluppa gas, un color rosso vivo; se si eccede con l'aggiunta del nitrito sodico, il color rosso impallidisce per divenire giallo o verdastro. Se si limita invece la quantità del nitrito sino ad avere il color rosso, si aerea a lungo la soluzione finchè i vapori di acido nitroso sono scomparsi, si diluisce di poco con H_2O e si estrae con etere o con alcool amilico, si osserva che la sostanza colorata trapassa abbastanza bene nell'etere (che assume talvolta transitoriamente un color verde) ed ancor meglio nell'alcool amilico.

Il prodotto di ripetute estrazioni con quest'ultimo solvente, purissimo, si tratta nel modo che segue: si lava ripetutamente con acqua distillata, si raccoglie in una capsula, vi si aggiunge del carbonato di bario finamente polverizzato e si evapora. Il residuo siropposo, di un color rosso oscuro, si scioglie in poco alcool assoluto, la soluzione alcoolica si filtra e si evapora di nuovo, il residuo si riprende con alcool metilico e da questa soluzione si ottiene per l'aggiunta in eccesso di barite sciolta in alcool metilico un precipitato nerastro, voluminoso, che si raccoglie su di un filtro. Questo precipitato si scioglie in poco acido acetico glaciale e da questa soluzione si separa la sostanza sotto forma di fiocchi nerastri per l'aggiunta abbondante di etere. Si filtra e si ridiscioglie nuovamente in poco acido acetico; si precipita con l'aggiunta di H_2O, si raccoglie il precipitato su di un filtro, si lava e si secca a 110°.

La sostanza ottenuta, una polvere scura, opaca, amorfa, offre le seguenti proprietà: è solubile negli alcool metilico, etilico ed amilico ed in acetone ed è difficilmente solubile in acqua, etere, cloroformio, etere di petrolio. La soluzione alcoolica si intorbida per l'aggiunta di acqua; se ora si aggiunge dell'etere e si scuote, la sostanza colorata resta nello strato costituito da alcool ed etere. La soluzione alcoolica non viene precipitata per l'aggiunta di etere etilico od acetico.

Da una soluzione in alcool amilico, in alcool ed etere, in etere ed acetone, la sostanza viene asportata da una soluzione acquosa di idrato sodico o potassico o di ammoniaca. La sostanza è ben solubile in questi alcali as-

sumendo un color rosso; dalle soluzioni alcaline essa precipita per acidificazione con HCl od acido acetico; se la soluzione è molto allungata, si ha solo un cambiamento di colore dal rosso al giallo verdastro. Nella soluzione ammoniacale l'acqua di barite induce un precipitato.

La soluzione alcoolica della sostanza non è precipitata da cloruro mercurico e da cloruro di zinco in soluzione alcoolica. La soluzione in NH_3 diluita dà per l'aggiunta di una soluzione ammoniacale di acetato di piombo un voluminoso precipitato rosso-giallastro. Una soluzione metilalcoolica della sostanza non viene decolorata da cloruro di stagno ed acido cloridrico.

Se una piccola quantità della polvere si fonde in una provetta con idrato di potassa, si ottiene ben distinto l'odore caratteristico dello scatolo.

Una piccola quantità della sostanza bollita a lungo con una soluzione alcoolica di cloruro stannoso dà un prodotto di riduzione che è difficilmente solubile in acqua, nei tre alcool e nell'acetone ed è insolubile in etere, etere di petrolio e cloroformio. Precipita con gli acidi dalle soluzioni alcaline. La soluzione ammoniacale della sostanza dà un precipitato anche per l'aggiunta di soluzioni ammoniacali di cloruro di bario, di acetato di bario e di piombo; non precipita invece per mezzo di soluzioni ammoniacali di solfato di rame o di zinco.

Riferendo così minutamente il metodo di preparazione e le reazioni della sostanza da me ottenuta, io non ho fatto che riprodurre in tutti i suoi particolari il metodo adoperato dal v. Fürth (1) per ottenere la sua *xantomelanina* e ripetere le proprietà che egli descrive nel suo accurato lavoro come caratteristiche di questa sostanza; solo che il materiale da cui partiva il v. Fürth erano la caseina e la raschiatura di corno e su di esso faceva agire l'acido nitrico fumante, mentre io mi son servito della tirosina.

C. Ma passiamo alla terza specie di prodotti che io ho ottenuti dalla tirosina. Ad un mezzo grammo di tirosina si aggiunge tanto di H_2O quanto è necessario per formare una poltiglia non troppo densa; su questa poltiglia si fanno cadere poche goccie di acqua di bromo e si riscalda. Le prime gocce non inducono alcuna colorazione, finchè seguitando con l'aggiunta del bromo il liquido assume un color rosso-violaceo e la tirosina in gran parte si discioglie. Seguitando a riscaldare sino all'ebullizione ed aggiungendo ancora poche altre gocce di acqua di bromo il color rosso del liquido va assumendo una tinta sempre più oscura sino a che diviene nera, nello stesso tempo che si vanno separando numerosi fiocchi nerastri; il liquido resta tinto in rosso.

(1) v. Fürth, *Ueber die Einwirkung von Salpetersäure auf Eiweisstoffe*. Strassburg 1899.

Si raccoglie il precipitato su di un filtro e vi si versa sopra dell'alcool a 95°; una parte del precipitato si discioglie colorando l'alcool in nero od in rosso-rameico se la soluzione è diluita. Quella parte del precipitato che non è sciolta dall'alcool è invece ben solubile in una soluzione di ammoniaca assumendo un colore bleu; questa sostanza si forma solo per una azione protratta del bromo e del riscaldamento. Le due porzioni del precipitato hanno le seguenti proprietà:

a) *Sostanza solubile in alcool a 95°*. — È poco solubile in H_2O, è solubile in NH_3 con color bleu ed in Na OH con un color verdastro e da queste soluzioni vien precipitata con acido acetico. È facilmente solubile in alcool amilico e negli alcool metilico ed etilico a 95°, molto meno nei due alcool a 20°. È poco solubile in etere e cloroformio, insolubile in etere di petrolio. La sostanza è solubile in acido acetico glaciale e precipita se a questa soluzione si aggiunge acqua distillata. Io ne ho ottenuta una piccola quantità per analisi sciogliendola in ammoniaca e precipitandola successivamente, per alcune volte, con acido cloridrico diluito, e lavando sino a scomparsa della reazione del cloro.

b) *Porzione del precipitato insolubile in alcool a 95°*. — È meglio solubile in acqua che non la sostanza precedente; è ben solubile in ammoniaca, con colorito bleu, e nella soda e potassa caustica diluite, con color verdastro o rossastro; da queste soluzioni precipita per l'aggiunta di acidi minerali. Si scioglie poco negli alcool metilico ed etilico a 20°; è insolubile in alcool amilico. È insolubile in acido acetico glaciale, solubile alquanto nello stesso acido diluito.

Questi stessi composti *a*) e *b*) si ottengono anche facendo agire per uno o due giorni il bromo sulla tirosina a freddo.

Ambedue le sostanze fuse con potassa caustica danno un odore ben distinto di indolo o scatolo. Esse corrispondono per il modo di preparazione, di isolamento e per molte loro reazioni ad alcuni composti ottenuti già da molto tempo facendo agire il bromo sui prodotti della digestione pancreatica (*proteinocromi*, *Bromkörper*) e che furono studiati più specialmente dal Neumeister [1], Stadelmann [2], Nencki [3] e dal Kurajeff [4]. Tutti questi autori sono concordi nell'ammettere che tali sostanze rappresentino un miscuglio di più composti il cui contenuto in bromo è variabile ed il colore dei quali oscilla fra il rosso, il bleu, il violetto ed il nero. Anche nelle mie ricerche io mi sono convinto di aver che fare con un miscuglio di corpi dei quali i due descritti sono i più facilmente isolabili; a me però non riuscì di ottenere

[1] Neumeister, Zeitschr. f. Biol. Bd. XXVI. s. 329. 1890.
[2] Stadelmann, Zeitschr. f. Biol. Bd. XXVI. s. 491. 1890.
[3] Nencki, Ber. d. d. chem. Ges. Bd. XXVIII. s. 560. 1895.
[4] Kurajeff, Zeitschr. f. physiol. Ch. Bd. XXVI. s. 501. 1899.

il composto dal colore violetto distinto che sarebbe più specialmente caratteristico della reazione del triptofano.

Il difetto di materiale mi ha permesso di compiere sinora solo poche e non perfette ricerche analitiche sulle sostanze che io ho studiato; per la stessa ragione non ho potuto ancora determinare in modo soddisfacente le condizioni più opportune della loro formazione ed estendere le ricerche sulla natura di esse. Prima di riferire i dati analitici che posseggo, premetto che io mi son servito per le mie indagini di tre campioni di tirosina purissima dei quali uno apparteneva al Laboratorio di Fisiologia di Roma, l'altro mi fu fornito dal Merck ed il terzo me lo sono procurato io stesso scomponendo la raschiatura di corno con acido cloridrico. Da questi tre campioni di tirosina, io ottenni sempre prodotti identici per le loro proprietà; il ricavato, in forma pura, corrispose all'incirca al 10 °/₀ della tirosina adoperata.

L'analisi del C, H ed N (quest'ultima col metodo del Dumas) della sostanza (*A*) ottenuta facendo agire l'acido cloridrico ed il clorato di potassio sulla tirosina, dette i seguenti valori:

C. 52.19 °/₀.
H. 4.75 °/₀.
N. 6.43 °/₀.

L'analisi della sostanza solubile in alcool (*C. a*) ottenuta col bromo dette le seguenti percentuali:

C. 40.83 °/₀.
H. 3.87 °/₀.
N. 5.47 °/₀.

La quantità del materiale di cui io disponeva non fu sufficiente ad una determinazione quantitativa di bromo.

Debbo aggiungere che le sostanze analizzate contenevano una piccola quantità di ceneri. Spero di poter ripetere e completare queste analisi al più presto su materiali che offrano maggiori garanzie di purezza. Questa scarsità di dati analitici mi impedisce di trarre dai miei numeri qualsiasi deduzione sui rapporti che esistono fra la composizione dei miei prodotti e quella delle sostanze simili che si ottengono dai proteici. Ed una difficoltà non indifferente su questo proposito è costituita anche dalle discordanze che si trovano nei valori delle analisi compiute da diversi osservatori sopra melanine artificiali apparentemente identiche.

La conclusione che si può trarre dalle ricerche sopra esposte è che CON SPECIALI TRATTAMENTI DELLA TIROSINA SI OTTENGONO DEI PRODOTTI CHE

HANNO MOLTI PUNTI DI SOMIGLIANZA, SIA PER IL METODO DI ISOLAMENTO, SIA PER LE PROPRIETÀ LORO, CON SOSTANZE CHE SI PRODUCONO CON TRATTAMENTI ANALOGHI DAI PROTEICI.

Ed ora poche parole di commento a questa conclusione; comincierò col dire che il prodursi di sostanze simili a quelle che io ho descritte, per trattamenti analoghi a quelli da me adoperati, era già stato osservato (1); solo per il Bromo la comparsa di tali prodotti è esclusa (2).

Io so bene che nel corso di moltissime reazioni su composti organici, specialmente della serie aromatica, si formano sostanze più o meno nere, picee, resiniformi aventi molte reazioni in comune, di natura presso che ignota e non mi sarei certamente occupato dei corpi analoghi in cui casualmente mi avvenne di imbattermi operando sulla tirosina, se non per considerarli sotto un punto di vista tutto speciale ed estraneo alla costituzione loro, riferendomi invece ai rapporti di origine, di preparazione e di proprietà che essi hanno con le melanine artificiali e composti affini. Ed a questo proposito è necessaria ancora una spiegazione. Ho detto che le mie sostanze erano ottenute con procedimenti analoghi a quelli in uso per produrre dei composti simili dai proteici: ora se ciò è abbastanza evidente per quello che riguarda le sostanze ottenute trattando la tirosina con l'acido nitroso e col bromo, potrebbe sembrarlo meno per quello che riguarda il corpo ottenuto con l'acido cloridrico e piccole quantità di clorato potassico; infatti lo Schmiedeberg trattava le proteine semplicemente con acidi minerali più o meno diluiti. Ma la differenza è forse più apparente che reale; che durante la scomposizione delle proteine con gli acidi si abbia uno sviluppo di energie ossidative e che ad esse sia legata la produzione dell'acido melanoidico, si può dedurre dal fatto ben noto che esso non comparisce quando l'acido cloridrico agisca in presenza di cloruro stannoso.

Ciò che mi ha indotto a prendere in considerazione tali sostanze si è che in tutti i casi in cui le melanine artificiali ed i proteinocromi furono ottenuti dai proteici, nello stesso modo col quale io ottenevo i miei prodotti dalla tirosina, per lo stesso trattamento si metteva in libertà della tirosina (azione degli acidi) o questa si era già precedentemente formata in abbondanza (azione del Bromo sui residui della digestione triptica). È condizione esclusiva per la produzione dei proteinocromi (e su questo punto tutti gli osservatori sono d'accordo) che la scissione dei proteici giunga sino alla formazione della tirosina; per ciò che riguarda le melanine lo Schmiedeberg osserva che la comparsa di esse non sembra possibile senza che si origini insieme anche della tirosina.

(1) Vedansi specialmente: Wiche, *Liebig's Annalen. 101*, s. 314 e Städeler, *Liebig's Annalen. 116*, s. 64.

(2) Beilstein, *Handbuch der organischen Chemie*. 2 Band. s. 1006. Leipzig 1888.

Si noti di più che i proteinocromi si ottengono, oltre che dal residuo della digestione pancreatica, anche per l'azione degli alogeni sul pus, sui prodotti della putrefazione dei proteici e per la scomposizione di questi con idrato di barite, in condizioni cioè in cui vien messa in libertà della tirosina.

È LEGITTIMA QUINDI LA SUPPOSIZIONE CHE ALLA PRODUZIONE DELLE MELANINE ARTIFICIALI E DEI «BROMKÖRPER» POSSA CONCORRERE LA TIROSINA PER UN PROCESSO DI FORMAZIONE ANALOGO A QUELLO COL QUALE IO HO OTTENUTE LE SOSTANZE IN PRECEDENZA DESCRITTE; questa è la conseguenza che si può trarre dalle mie osservazioni, ed il sospetto è tanto più giustificato per ciò che tanto i miei prodotti quanto quelli che si ottengono dalle proteine, richiedono gli stessi mezzi di isolamento e non offrono proprietà che permettano, almeno sino ad ora, di differenziarli.

Ma con ciò io non voglio trarre la conclusione ipotetica che i pigmenti artificiali non siano altro che prodotti di ossidazione o di condensazione della tirosina. Anzi, in conformità con quanto è stato osservato per i proteinocromi è possibile che anche le melanine non rappresentino che un miscuglio di sostanze simili per alcuni loro caratteri e difficilmente isolabili; a favore di questa ipotesi parlerebbe anche la sconcordanza notevole che si osserva tra le analisi dei varî osservatori. Ciò farebbe pensare che in modo simile a quanto avviene per la tirosina anche da altri prodotti di scomposizione avanzata dei proteici, di quelli ben noti e relativamente semplici per costituzione, possano formarsi i corpi pigmentari; ed a questo proposito sarà bene tener presente l'eventuale origine di una parte di essi da altri prodotti di scissione appartenenti alla serie aromatica e, per ciò che riguarda le melanine, anche dal gruppo carboidrato della molecola proteica.

Oltre che per le considerazioni ora esposte il fatto della formazione di composti simili alle melanine dalla tirosina, mi è sembrato degno di interesse sotto un altro punto di vista. Alcune indagini compiute in questi ultimi anni dimostrarono come gli organismi viventi utilizzino talora la tirosina per la produzione di pigmenti normali. Questa facoltà è specialmente propria, almeno per quanto ne sappiamo sino ad ora, dei vegetali e la trasformazione della tirosina avverrebbe per l'attività di uno speciale fermento ossidante, la *tirosinase* del Bertrand (¹). Recentemente il Gonnermann (²) ha riconosciuto che il pigmento normale della barbabietola è l'acido omogensinico, e che questo si può ottenere in vitro facendo agire sulla tirosina il fermento relativo estratto dalla barbabietola.

Per ciò che riguarda l'organismo animale l'unica osservazione in propo-

(¹) Bertrand, C. R. Acad. sc. CXXIII, pag. 463.
(²) Gonnermann, *Pflüger's Arch.* 82, Bd. s. 289. 1900.

sito è il fatto importante trovato da Wolkow e Baumann (1) i quali dimostrarono che il pigmento bruno il quale si riscontra nell'orina degli alcaptonurici è costituito principalmente da acido omogensinico, e che in questa sostanza si trasformano quantità ingenti di tirosina introdotte nell'organismo degli alcaptonurici.

Ciò mi ha indotto a ricercare se nell'organismo animale vi siano fermenti capaci di trasformare la tirosina in composti colorati che offrano qualche analogia con quelli già noti; ma i risultati di queste indagini formeranno l'oggetto di una ulteriore pubblicazione.

Parassitologia. — *Studi sul vaccino.* Nota V preventiva del dott. C. Gorini, presentata dal Socio Cremona.

Nel corso de' miei studî sul vaccino ho osservato i seguenti fatti:

1. Un vaccino attivo, che risulta sterile nei comuni mezzi di cultura, mostra, al microscopio, di contenere forme cocco-batteriche endo ed extracellulari, le quali, all'aspetto ed al comportamento verso le sostanze coloranti, si possono presumere dotate di vitalità.

2. Inoculando un siffatto vaccino nella cornea del coniglio si ottiene, all'osservazione macroscopica, quella reazione vaccinica che nella mia Memoria sul controllo biologico del vaccino (2) ho chiamata *normale*, non accompagnata da fenomeni infiammatorî; e, all'esame microscopico, si osserva, oltre alla comparsa dei *cytoryctes* Guarnieri (reazione vaccinica *positiva*), ed anzi ancor prima di questi, una invasione endocellulare di forme cocco-batteriche simili a quelle riscontrate nel vaccino inoculato, unitamente a quelle molteplici manifestazioni di iperattività nucleare che descrissi nella seconda Nota preventiva (3).

In base a prove di controllo, sono condotto ad escludere che questa invasione batterica sia da attribuirsi ai germi che normalmente si trovano sulla congiuntiva dei conigli, o ad inquinazioni avventizie di piogeni, come lo prova del resto anche la mancanza di fenomeni infiammatorî. Percui tutto mi lascia credere che quelle forme cocco-batteriche siano il prodotto della moltiplicazione endocorneale delle forme analoghe contenute nel vaccino inoculato.

Sebbene io abbia già avuto occasione di verificare i fatti suesposti con diverse qualità di vaccino, tuttavia non possiedo ancora una casistica suf-

(1) Wolkow u. Baumann, *Zeitschr. f. physiol. Ch.*, XV, s. 228, 1891.

(2) *Il controllo del vaccino mediante le inoculazioni corneali.* — Archivio per le Scienze Mediche, Vol. XXIII, 1898, p. 27.

(3) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei — Vol. IX, 2° sem., serie 5ª, fasc. 7°. Questa medesima Nota fu poi ristampata a parte col corredo di due tavole litografiche. Pavia, Tipografia e Legatoria Cooperativa 1900.

ficiente per assegnare loro un valore generale e per entrare in considerazioni circa i probabili rapporti di quelle forme cocco-batteriche sia coi *cytoryctes* sia coll' infezione vaccinica.

Per ora quindi mi limito a dire che per mia esperienza:

a) la sterilità di un vaccino sui comuni mezzi di cultura, che pur si dimostrano favorevoli allo sviluppo dei soliti germi estranei del vaccino (cocchi piogeni, b. pseudodifterici, b. *coli*, ecc.), non autorizza a ritenerlo privo di bacteri capaci di svilupparsi nella cornea del coniglio, ossia nell'organismo animale vivente;

b) le suddette forme cocco-batteriche intracellulari possono essere scambiate per piccoli *cytoryctes*, poichè solamente ad un'osservazione molto minuta e coll'aiuto di forti ingrandimenti si riesce a ravvisare che esse risultano dall'aggregato di cocco-batteri accoppiati per lo più a due o a quattro.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Cerruti presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci D'Ovidio, Tacchini, Righi, Riccò, e il volume I delle *Oeuvres de P. L. Tchebychef* pubblicate per cura dei signori Markoff e Sonin.

Il Socio Koerner fa omaggio del volume pubblicato dal Ministero d'Agricoltura, Industria e Commercio, intitolato: *Notizie, regolamenti e programmi della R. Scuola superiore di Agricoltura di Milano.*

CORRISPONDENZA

Il Vicepresidente Blaserna dà comunicazione degli inviti pervenuti all'Accademia, per la celebrazione del 9° giubileo della Università di Glasgow, e pel prossimo Congresso internazionale di zoologia che si terrà a Berlino. La Classe delibera d'inviare, a suo tempo, una pergamena all'Università di Glasgow, e di farsi rappresentare al Congresso di zoologia.

Il Socio Todaro, a nome anche dei Soci Bizzozero e Grassi, propone, e la proposta è approvata, che l'Accademia si associ alle onoranze che nel maggio venturo saranno tributate in Würzburg, all'illustre istologo Franz Leydig.

Il Segretario Cerruti dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la R. Accademia d'archeologia di Anversa; la R. Accademia delle scienze di Amsterdam; la Società di scienze naturali di Emden; la Società fisico-chimica di Pietroburgo; le Società geologiche di Manchester e di Sydney; le Società zoologiche di Amsterdam e di Tokyo; il Museo Britannico di Londra; l'Osservatorio di Praga; la Biblioteca Reale di Berlino; la Scuola politecnica di Delft.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 3 marzo 1901.

Arcidiacono S. — Principali fenomeni eruttivi avvenuti in Sicilia e nelle isole adiacenti nell'anno 1899. Modena, 1900. 8°.

Barone G. — Les études et les découvertes de géoendodynamique en Italie dans les trente dernières années. Bruxelles, 1900. 8°.

Corfield W. H. — Malattie provenienti dalle condizioni sanitarie difettose delle abitazioni. Trad. di G. Soffiantini. Milano, 1901. 8°.

Crepas E. — L'insegnamento scientifico nelle Scuole Complementari e Normali. Milano, 1900. 8°.

Cruls L. — Methodo para determinar as horas das occultações de estrellas pela lua baseado sobre o conhecimento exacto do instante de conjuneção apparente dos dous astros. Rio de Janeiro, 1899. 4°.

D'Ovidio E. — Carlo Hermite. Commemorazione. Torino, 1900. 8°.

Fritsche H. — Die Elemente des Erdmagnetismus und ihre säcularen Aenderungen während des Zeitraumes 1550 bis 1915. Publ. III. St. Petersburg, 1900. 8°.

Giuffrida-Ruggeri V. — Le origini italiche. Como, 1900. 8°.

Id. — Ricerche morfologiche e craniometriche nella norma laterale e nella norma facciale. Lanciano, 1900. 8°.

Guidi C. — Prove sui materiali da costruzione. Torino, 1901. 4°.

Léon N. — Apuntes para una Bibliografia Antropologica de Mexico (Somatologia). Mexico, 1901. 8°.

Longo B. — Contribuzione alla Flora Calabrese. Roma, 1901. 4°.

Macchiati L. — Intorno alla funzione difensiva degli Afidi. Firenze, 1900. 8°.

Id. — Nota preventiva di biologia sul fiore del castagno indiano. Firenze, 1900. 8°.

Id. — Noterelle di biologia florale. 1ª Serie. Firenze, 1900. 8°.

Mascari A. — Osservazione dell'eclisse parziale di sole del 28 maggio 1900, fatte all'Osservatorio di Catania. Catania, 1901. 4°.

Notizie, regolamenti e programmi della R. Scuola Superiore di Agricoltura in Milano. Milano, 1900. 4°.

Oddone E. — Ricerche strumentali in sismometria con apparati non pendolari. Modena, 1900. 8°.

Pascal E. — Eugenio Beltrami. Milano, 1901. 8°.

Puccini E. — Il concetto delle armonie nello studio delle scienze naturali. Pistoia, 1901. 8°.

Id. — Il concetto dell' infinitesimo nello studio della matematica elementare. Pistoia, 1901. 8°.

Ribaga C. — Osservazioni circa l' anatomia del Trichopsochus Dalii Mc Lachl. Firenze, 1901. 8°.

Riccò A. — Occultazione di Saturno del 13 giugno 1900, osservata nell'Osservatorio di Catania. Catania, 1900. 4°.

Id. e *Franco L.* — Stabilità del suolo all'Osservatorio Etneo. Catania, 1900. 4°.

Righi A. — Sur les ondes électromagnétiques d'un ion vibrant. Harlem, 1900. 8°.

Semmola E. — La fisica terrestre e la geografia fisica fra le scienze naturali. Napoli, 1900. 4°.

Id. — L' attività del Monte Vesuvio e le fasi della luna. Napoli, 1897. 4°.

Id. — La pioggia ed il Vesuvio nel maggio 1900. Napoli, 1900. 8°.

Id. — Le fiamme nel cratere del Vesuvio in aprile 1898. Napoli, 1898, 8°.

Soffiantini G. — Relazione sul IV Congresso internazionale di dermatologia e sifilografia tenutosi in Parigi dal 2 al 9 agosto 1900. Milano, 1901. 8°.

Tacchini P. e *Riccò A.* — Osservazioni della eclisse totale di sole del 28 maggio 1900. Catania, 1900. 4°.

Tchebychef P. L. — Oeuvres publiées par les soins de MM. A. Markoff et N. Sonin. T. I. St. Pétersbourg, 1899. 4°.

Tizzoni G. — Ricerche sperimentali sulla sieroterapia del tetano. Bologna, 1901. 4°.

Verson E. — Beitrag zur Oenocytenlitteratur. Leipzig, 1900. 8°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 marzo 1901.

A. Messedaglia, Presidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Comunicazione telefonica all'Osservatorio Etneo col filo sulla neve.* Nota del Corrispondente A. Riccò.

Nell'estate del 1898, col concorso del Ministero delle Poste e Telegrafi che aveva concesso il materiale telegrafico sospeso, coi sussidî pecuniarî dei Ministeri dell'Istruzione, dell'Agricoltura e dell'Interno, come pure con quelli della Camera di Commercio e della sezione catanese del Club Alpino italiano e della Sede centrale del Club medesimo, si impiantò una linea telefonica la quale, dall'ultimo ufficio telegrafico sull'Etna a Nicolosi, va per gli *Altarelli* e per il *Bosco di Ferrandina*, alla *Cantoniera* meteorico-alpina, e da questa per il lato occidentale della *Montagnola* e per il *Piano del Lago* arriva all'Osservatorio Etneo.

Nel primo tratto Nicolosi-Cantoniera la linea va dall'altitudine 700^m a 1900^m, nel secondo da 1900^m a 2950^m; nel primo tratto i pali sono piantati con distanza decrescente da 70^m a 60^m: nel secondo da prima furono messi, pure a distanza decrescente, da 60^m a 40^m; il filo di ferro zincato era quello comune del diametro $2^{mm},77$ (N°. 12), legato con filo di ferro sottile (N°. 15) agli isolatori, e questi sostenuti da forti bracci di verga di ferro del diametro di 25^{mm}.

In ciascuna delle tre stazioni telefoniche: Nicolosi, Cantoniera, Osservatorio Etneo, fu collocato un telefono sistema *Solder* con avvisatore elettromagnetico, fornito dalla Ditta E. Gerosa di Milano.

Verso la fine di settembre 1898 tutto era in ordine, ed il 26 si inaugurarono felicemente le comunicazioni; i telefoni funzionavano perfettamente: non solo all' Osservatorio Etneo udivasi e riconoscevasi benissimo la voce di chi parlava al telefono della Cantoniera o di Nicolosi, ma altresì il rumore delle vetture ed il suono delle campane del villaggio. Si aveva così una comunicazione quasi immediata dell' Osservatorio di Catania coll' Osservatorio Etneo, colla Cantoniera e colla dimora abituale del Custode a Nicolosi: inutile dire con quanta comodità, vantaggio e sicurezza del servizio sull'Etna.

La linea molto spesso, ed in ogni stato dell' atmosfera, dava forti scariche, che però non disturbavano sensibilmente le comunicazioni e si disperdevano nel suolo per mezzo dei soliti scaricatori; ed anzi mi ero proposto di studiare questo interessante fenomeno, come pure le correnti ascendenti o discendenti che potessero prodursi nella linea, come aveva fatto il compianto prof. Palmieri per la linea telegrafica del Vesuvio.

Ma colle nevicate del seguente inverno i fili si caricarono di manicotti di neve col diametro per fino di $0^m,20$, nella porzione alta della linea; cosicchè parte per il gran peso, parte per la spinta del vento, che vi aveva molta presa, la linea al 10 febbraio 1899 fu trovata dal Custode smontata e sepolta sotto la neve nel *Piano del Lago*, e con cinque interruzioni nel tratto seguente fino a Tacca Albanelli (1 km.); il resto fino alla Cantoniera e fino a Nicolosi funzionava ancora; i robusti bracci di ferro nel tratto superiore della linea erano stati piegati, e taluni rotti: gli isolatori strappati via dai bracci, e parecchi spezzati.

Nell' autunno dell' anno seguente 1899, si è ristabilita la linea, interponendo un altro palo fra due nel *Piano del Lago*, ossia riducendone la distanza a soli 20^m, ed inoltre sostituendo dalla Cantoniera all' Osservatorio Etneo un altro filo più grosso, del diametro di $5^{mm},08$ (N°. 6), generosamente concesso dal Ministro delle Poste e Telegrafi, marchese di S. Giuliano; al 9 novembre 1899 i telefoni funzionavano di nuovo benissimo fra le tre stazioni.

Ma disgraziatamente al 21 dicembre, poco dopo seguente, vi fu sull' Etna una straordinaria bufera di vento e neve: l' anemometro in Catania segnò la più grande velocità da che funzionava, cioè 57 km. dal 1892. La linea di nuovo fu atterrata dall' Osservatorio Etneo a *Tacca Arena* (4 km.), e danneggiata nel resto.

Era così ormai dimostrata l' assoluta insufficenza di una linea aerea in fil di ferro per le comunicazioni fra la Cantoniera e l' Osservatorio Etneo; dovendo pensare ad un altro mezzo, si presentava naturalmente quello di una gòmena o cavo elettrico sotterraneo, ma oltre la difficoltà del rilevante costo, si andava incontro all' altra della manutenzione gravosa e delle riparazioni frequenti in un terreno vulcanico, cioè esposto ai cambiamenti ed ai guasti attendibili dai terremoti e dalle eruzioni.

Parlai di queste mie preoccupazioni con persone specialmente competenti: l'illustre Janssen, direttore dell'Osservatorio di Meudon (Parigi) e del Monte Bianco, mi consigliò di ripetere la prova ben riuscita al Monte Bianco nel ghiacciaio fra il piccolo Osservatorio dei *Grands-Mulets* ed il *Mont de la Côte*, stendendo il filo sulla neve, che è abbastanza isolante. Ma restava il dubbio sull'efficacia della comunicazione della *piastra di terra* col suolo *gelato* e della dispersione elettrica che avrebbe potuto effettuarsi sull'Etna nei luoghi ove il filo, uscendo dalla neve al limite inferiore ove si fonde, viene a trovarsi in contatto con acqua, oppure con neve o terra umida.

Al primo inconveniente si avrebbe potuto ovviare, facendo la linea doppia, ossia con filo di ritorno dall'Osservatorio Etneo alla Cantoniera, ma non si poteva evitare il secondo, perchè non sempre la neve all'inverno giunge fino alla Cantoniera, ove in ogni caso conviene di far cominciare la linea aerea.

Il comm. F. Cardarelli, Capo Divisione al Ministero delle Poste e Telegrafi, mi fece considerare che un filo d'acciaio, più sottile e più resistente di quello di ferro, avrebbe il vantaggio di dare minor presa alla neve, e quindi avrebbe resistito meglio al vento: ma anche qui vi era la difficoltà del costo rilevante del filo d'acciaio, e l'incertezza del risultato.

Per risolvere questi dubbî nel corso di quest'inverno, ed in modo economico, ho pensato di utilizzare il filo vecchio per fare la prova di stenderlo sulla neve, ed inoltre di fare dei piccoli tratti di linea per saggio presso all'Osservatorio Etneo, cioè alla massima altezza, con fili d'acciaio del diametro di 1, 2, 3^{mm}, e di due qualità d'acciaio il cui carico di rottura è rispettivamente 120 e 150 kgr. per mmq.; i quali fili mi sono stati forniti dalla Ditta Redaelli di Lecco.

Al giorno 5 febbraio 1901 le due operazioni erano compiute, e la comunicazione telefonica ristabilita con linea semplice fra le tre stazioni.

Si deve notare che la linea posa sugli isolatori da Nicolosi alla Cantoniera e da questa fino a *Tacca Albanelli*, cioè per un altro chilometro e mezzo, ma da *Tacca Albanelli* al *Piano del Lago* (1 km.), ove in quell'epoca non erano che tratti di neve interrotti, il filo di ferro è stato posato sulla neve dove c'era; dove non c'era, è stato alzato ed attaccato con *chiodi* ai pali, all'altezza di 1^{m},80 sul terreno scoperto.

Nel *Piano del Lago* la linea è tutta stesa sulla neve.

Le cose sono state fatte così, perchè quando il Custode dell'Osservatorio Etneo e gli altri uomini scendendo giunsero al limite del *Piano del Lago*, trovarono che più giù la neve era scomparsa a tratti, e non avendo con loro bracci ed isolatori da collocare ove mancavano, il Custode con ragione pensò esser miglior partito sospendere il filo, come si è detto, anzichè lasciarlo posato a terra.

Dall'esposto sopra si deve concludere che per le correnti telefoniche:

1° La neve è sufficientemente isolante, come fu dimostrato dal Janssen esserlo per le comunicazioni telegrafiche sul Monte Bianco.

2° La comunicazione della piastra di terra col suolo *gelato* è sufficiente. I geotermometri, posti ad una ventina di metri dall'Osservatorio Etneo, al mezzodì del 2 febbraio (ultima osservazione che si potè fare, perchè dopo fu impossibile togliere la neve dell'ultima nevicata) davano alle profondità: $0^m,20$, $0^m,40$, $0^m,60$ le temperature: — 4°,2 — 0°,9 — 0°,3; e la lamina di terra non giunge sotto i $0^m,60$.

3° Anche i pali d'abete sono abbastanza isolanti, perchè di legno resinoso, e perchè lassù, eccetto durante la pioggia, i pali sono mantenuti ben asciutti per la forte ventilazione, e nell'inverno sono anche gelati per essere la temperatura dell'aria sempre di parecchi gradi sotto allo zero, talchè se essi contengono dell'umidità, cioè acqua igroscopica, questa dev'essere gelata, e quindi isolante.

Tali risultati sono interessanti per se stessi; hanno poi una notevole importanza pratica per noi, perchè provano che nell'inverno potremo evitare il danno della rottura della linea nel tratto superiore, smontandola e posandola sulla prima neve; e fors'anche si potrà in ogni epoca risparmiare gli isolatori, il che avrà anche il vantaggio di rendere più facile l'operazione di smontare e rimontare la linea. Ma ciò dovrà verificarsi colla esperienza, come pure dovrà vedersi quale entità avrebbero con tale sistema le interruzioni e perturbazioni delle comunicazioni che sono da aspettarsi per causa della pioggia.

Quanto alle prove dei fili di acciaio, finora posso dire solamente che dopo la forte nevicata del 5 febbraio, accompagnata da vento impetuoso, sui fili attaccati ai pali a $1^m,80$ sulla neve, cioè a $4^m,80$ dal suolo, al 6 febbraio si vedeva formato un sottile manicotto di neve, di non più che $0^m,03$ di diametro attorno al filo di 3^{mm}: più sottile ancora attorno agli altri. Resterà a vedersi se questi fili continueranno a resistere a maggiori nevicate, specialmente se accompagnate o seguite da vento fortissimo.

Nel finire desidero esprimere pubblicamente la mia viva riconoscenza all'illustre Janssen, il quale coi suoi preziosi consigli mi ha sempre confortato ed aiutato a superare le difficoltà, non poche, incontrate all'Osservatorio Etneo, del quale egli apprezza altamente l'importanza e desidera sinceramente la prosperità e l'efficace cooperazione negli studî dell'alta atmosfera che si fanno e si faranno al suo Osservatorio del Monte Bianco, nei nostri, del Monte Cimone, dell'Etna ed in altro che sarebbe desiderabile si istituisse sull'Aurès in Africa [1].

[1] *Comptes Rendus*, 30 juillet 1900 et 11 février 1901.

Meccanica. — *Sull' equilibrio delle piastre elastiche incastrate.* Nota del dott. TOMMASO BOGGIO, presentata dal Socio VOLTERRA.

Il problema di determinare i piccoli spostamenti ζ perpendicolari alle basi di una piastra piana elastica (nel caso che vi sia isotropia nelle direzioni parallele alle sue basi), dà luogo all' integrazione dell' equazione:

$$(1) \qquad \Delta^4\zeta - k'\mathrm{T}\,\Delta^2\zeta = kf(x\,,y)\,, \quad \left(\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\,,\ \Delta^4 = \Delta^2\Delta^2\right),$$

ove $k\,,k'$ sono costanti dipendenti dalla natura della piastra, T indica una trazione normale al contorno della piastra, eguale in tutti i punti, e stimata per unità di superficie, ed f è una funzione finita e continua, dipendente dalle forze esterne che agiscono nei punti dell'interno della piastra (vedasi: Clebsch, *Théorie de l'élasticité des corps solides*, traduite par MM. Barré de Saint-Vénant et Flamant, pag. 688).

Se la piastra è incastrata, hanno luogo le seguenti condizioni limiti, cioè relative ai punti del contorno della piastra:

$$(2) \qquad \zeta = 0\,, \quad \frac{\partial\zeta}{\partial n} = 0$$

ove n è la normale interna al contorno della piastra.

Se $\mathrm{T} = 0$, vale a dire se non si esercita sulla piastra nessuna tensione nel piano della superficie media di essa, l' equazione (1) si riduce a quest' altra:

$$(1') \qquad \Delta^4\zeta = kf(x\,,y)\,.$$

Quest' equazione colle condizioni (2) è stata integrata, nel caso di una piastra circolare, dal Clebsch (op. cit., § 75) e dal Lauricella [1]; però mentre il procedimento del Clebsch, fondato su sviluppi in serie, conduce a calcoli assai laboriosi, quello del Lauricella, invece, è assai semplice: egli ottiene

[1] Lauricella, *Sull' equazione delle vibrazioni delle placche elastiche incastrate* (Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino, serie II, tomo XLVI, a. 1896). Id., *Integrazione dell'equazione* $\Delta^2(\Delta^2 u) = 0$ *in un campo di forma circolare* (Atti id., vol. XXXI, a. 1896).

la funzione cercata espressa mediante un integrale definito nel quale comparisce la seconda funzione di Green.

Se la piastra è ellittica e se $f(x, y)$ è un polinomio si può risolvere il problema in questione in modo abbastanza semplice [1].

Il Clebsch tratta anche il caso particolare (§ 76) in cui la piastra è caricata unicamente da un peso applicato in un punto qualunque di essa; però anche in questo caso le formole definitive che egli ottiene sono assai complicate.

In questa Nota prendo le mosse (§ 1) dalla formola stabilita dal Lauricella e mostro come da essa si possa ottenere facilmente la soluzione del caso particolare trattato dal Clebsch; la formola che ne risulta è assai semplice e si presta bene allo studio della forma della piastra deformata; ne deduco poi una interpretazione meccanica di un mio teorema di reciprocità, la quale vale per una piastra qualunque.

Nel § 2 determino mediante approssimazioni successive l'integrale dell'equazione (1) colle condizioni (2), considero dapprima una piastra circolare, poi passo (§ 3) ad una piastra piana qualunque. Il problema in questione non è che un caso particolare di un altro assai più generale che ho risolto in una mia Memoria di prossima pubblicazione; a causa di ciò ometterò alcune dimostrazioni, rinviando per maggiori ragguagli alla mia Memoria predetta.

1. Sia σ un campo circolare di centro O e raggio R; indichiamo con s il suo contorno.

La *seconda funzione di Green* è quella funzione G, regolare in σ, che soddisfa nei punti di σ all'equazione $\Delta^4 G = 0$, e nei punti di s alle altre:

$$G = r^2 \log r , \quad \frac{\partial G}{\partial n} = \frac{\partial (r^2 \log r)}{\partial n} ,$$

ove r è la distanza di un punto M di σ (polo di G) da un punto qualunque P pure di σ.

Se r' indica la distanza di P dall'*immagine thomsoniana* M' di M rispetto ad s e si pone $r_1 = \frac{\varrho}{R} r'$, ove $\varrho = OM$, è facile verificare che la funzione G è data dalla formola:

$$G = -\frac{1}{2}(r_1^2 - r^2) + r^2 \log r_1 \quad [2] ;$$

[1] Cfr. Boggio, *Sopra alcune funzioni armoniche o biarmoniche in un campo ellittico od ellissoidico* (Atti del R. Istituto Veneto; in corso di stampa).

[2] Questa funzione G è stata ottenuta, sotto una forma leggermente diversa, dal prof. Lauricella nella sua Nota citata.

ponendo:

(3) $$\Gamma = r^2 \log r - G$$

ne segue:

(4) $$\Gamma = \frac{1}{2}(r_1^2 - r^2) - r^2 \log \frac{r_1}{r}.$$

Questa funzione Γ dipende evidentemente dalle coordinate del polo M e dalle coordinate di P; si può però dimostrare che è simmetrica rispetto a queste due coppie di variabili [1].

Ciò posto, l'integrale della (1′), colle condizioni (2), è dato dalla formula (Lauricella, Memoria cit.):

(5) $$\zeta(x', y') = \frac{k}{8\pi}\int_\sigma \Gamma(x', y'; x, y)\ f(x, y)\, d\sigma, \qquad (d\sigma = dx\, dy)$$

e poichè la funzione Γ è conosciuta, essendo data dalla (4), il primo membro risulta completamente noto.

Supponiamo ora che la piastra σ, supposta orizzontale, sia caricata unicamente da un peso P che vi agisce in un punto determinato A, di coordinate x, y; si può, con grande approssimazione, immaginare, col Clebsch, in luogo di un tale peso una forza grandissima C′ che agisca uniformemente su tutto l'elemento cilindrico verticale passante per A, di cui la base è l'elemento $d\sigma$ della superficie media della piastra e l'altezza è eguale alla grossezza della piastra; forza supposta tale che $C' d\sigma$ tenda ad un limite finito eguale al peso dato P; al di fuori di questo elemento, C′ è ovunque zero.

Allora si può mostrare facilmente che il secondo membro della (1) deve esser ridotto a kC'; dimodochè la (5) diventa:

$$\zeta(x', y') = \frac{k}{8\pi}\int_\sigma \Gamma(x', y'; x, y)\, C' d\sigma.$$

Questa formola si può però semplificare notevolmente. Descriviamo perciò una circonferenza di centro A e raggio δ, piccolo in modo che questo cerchio sia tutto contenuto in σ. Chiamando σ_1 questo cerchio, è evidente che la formola precedente si riduce a quest'altra:

$$\zeta(x', y') = \frac{k}{8\pi}\int_{\sigma_1} \Gamma(x', y'; x, y)\, C' d\sigma;$$

facendo tendere il raggio δ a zero e osservando che C′ non differisce da zero

[1] Questo teorema è un caso assai particolare di un altro che ho dimostrato nella mia Nota: *Un teorema di reciprocità sulle funzioni di Green d'ordine qualunque* (Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXXV, a. 1900).

che nel punto $A(x, y)$ ove si trova il peso P, e che, in questo punto, $C' d\sigma$ assume il valore finito P, si ha:

$$\zeta(x', y') = \frac{k}{8\pi} \Gamma(x', y'; x, y) P. \tag{6}$$

Questa formola semplicissima risolve il nostro problema.

Introducendo coordinate polari e sviluppando in serie la funzione Γ si otterrebbero due sviluppi diversi a seconda che il punto (x', y') è più vicino o più lontano dal centro O che il punto A; le formole che così si otterrebbero coinciderebbero con quelle ottenute dal Clebsch [1].

In modo analogo si può procedere se invece di un peso solo si hanno varî pesi applicati in differenti punti della piastra; la formola che si otterrebbe è la seguente:

$$\zeta(x', y') = \frac{k}{8\pi} \sum_i \Gamma(x', y'; x_i, y_i) P_i, \tag{6'}$$

ove (x_i, y_i) indica il punto d'applicazione del peso P_i. Ne segue che lo spostamento prodotto in tal guisa non è altro che la somma di quelli che sarebbero prodotti da quegli stessi pesi, supposti però agire isolatamente.

La formola (5) vale per un'area qualunque σ', Γ essendo sempre data dalla (3), ove G indica la seconda funzione di Green relativa all'area che si considera; ne segue che anche le (6), (6') sono valide per l'area σ'. La funzione G la si sa costruire per varie classi di aree [2].

Vediamo qualche proprietà dedotta dalla (6), relativamente ad una piastra qualunque σ'.

Indicando con M il punto (x', y') potremo scrivere la (6) brevemente così:

$$\zeta(M) = \frac{k}{8\pi} \Gamma(M, A) P; \tag{6_1}$$

togliamo ora il peso P dal punto A ed applichiamolo nel punto M, allora avremo nel punto A:

$$\zeta(A) = \frac{k}{8\pi} \Gamma(A, M) P,$$

[1] Notiamo a questo proposito che nell'espressione delle funzioni Z_1 del Clebsch (pag. 776) vi è una lieve inesattezza, perchè nel trinomio entro la prima parentesi (....) bisogna cambiare di segno l'ultimo termine e scrivere cioè $-r_0$ invece di $+r_0$.

[2] Cfr. ad es. Levi-Civita, *Sull'integrazione dell'equazione* $\Delta_2 \Delta_2 u = 0$ (Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXXIII, a. 1898); Almansi, *Integrazione della doppia equazione di Laplace* (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, serie 5ª, vol. IX. 1° semestre 1900).

ma $\Gamma(M, A) = \Gamma(A, M)$, come risulta dal teorema di reciprocità che ho dimostrato nella mia Nota già citata, onde

$$\zeta(M) = \zeta(A),$$

quindi il teorema: *Lo spostamento (verticale) del punto* M, *prodotto dal peso* P *applicato in* A, *è eguale allo spostamento che si avrebbe nel punto* A, *qualora il peso* P *fosse applicato in* M.

È evidente, dall'interpretazione fisica della (6_1) che gli spostamenti ζ hanno lo stesso segno del peso P che li ha prodotti; ne segue quindi dalla (6_1) stessa: $\Gamma(M, A) > 0$, cioè: *La funzione Γ è positiva in ogni punto dell'area σ'.*

2. Cerchiamo ora l'integrale delle equazioni (1), (2), regolare nel cerchio σ.

Sia v una funzione che soddisfa all'equazione;

$$\Delta^4 v - k'T\,\Delta^2 v = kf(x, y)$$

ed è regolare in σ e su s; è chiaro che esistono infinite di queste funzioni. Poniamo poi nelle (1), (2):

$$\zeta = u + v,$$

se ne trae che la funzione u deve soddisfare alle equazioni:

$$(7)\qquad \begin{cases} \Delta^4 u - k'T\,\Delta^2 u = 0 & \text{in } \sigma \\ u = -v, \quad \dfrac{\partial u}{\partial n} = -\dfrac{\partial v}{\partial n} & \text{su } s; \end{cases}$$

queste due ultime equazioni le scriveremo così:

$$u = \varphi, \quad \frac{\partial u}{\partial n} = \psi.$$

Ciò posto, incominciamo a trovare l'integrale u delle equazioni:

$$(7')\qquad \begin{cases} \Delta^4 u = \xi \Delta^2 u & \text{in } \sigma \\ u = \varphi, \quad \dfrac{\partial u}{\partial n} = \psi & \text{su } s \end{cases}$$

ove ξ è una indeterminata qualunque; ponendo poi $\xi = k'T$ avremo l'integrale delle (7).

Ricordiamo perciò che se $F(x, y)$ è una funzione finita e continua in σ, l'integrale U delle equazioni:

$$\begin{cases} \Delta^4 U = F(x, y) & \text{in } \sigma \\ U = \dfrac{\partial U}{\partial n} = 0 & \text{su } s \end{cases}$$

il quale, come già si vide, è dato dalla formola:

$$U = \frac{1}{8\pi} \int_\sigma \Gamma F \, d\sigma ,$$

soddisfa, nei punti di σ e di s alle diseguaglianze:

$$|D^i U| < \lambda_i R^{4-i} \Phi \qquad (i = 0, 1, 2, 3), \tag{8}$$

ove Φ è il massimo valore assoluto di F in σ, le λ_i sono costanti numeriche positive, e $D^i U$ indica una derivata parziale qualsiasi di ordine i della funzione U.

Ciò premesso, poniamo:

$$u = u_0 + \xi u_1 + \xi^2 u_2 + \ldots. \tag{9}$$

allora dalle (7') otteniamo i seguenti sistemi di equazioni:

$$\begin{array}{lll}
\Delta^4 u_0 = 0 & \text{in } \sigma; & u_0 = \varphi, \ \frac{\partial u_0}{\partial n} = \psi \quad \text{su } s \\
\Delta^4 u_1 = \Delta^2 u_0 & \text{»} & u_1 = \frac{\partial u_1}{\partial n} = 0 \qquad \text{»} \\
\ldots & \ldots & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots \\
\Delta^4 u_j = \Delta^2 u_{j-1} & \text{»} & u_j = \frac{\partial u_j}{\partial n} = 0 \qquad \text{»} \\
\ldots & \ldots & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots
\end{array}$$

La funzione u_0 è data dalla formola di Lauricella (Nota cit.):

$$u_0(\varrho, \theta) = \frac{(R^2 - \varrho^2)^2}{2\pi R} \int_0^{2\pi} \frac{R - \varrho \cos(\alpha - \theta)}{\{R^2 + \varrho^2 - 2R\varrho \cos(\alpha - \theta)\}^2} \varphi \, d\alpha +$$
$$+ \frac{(R^2 - \varrho^2)^2}{4\pi R} \int_0^{2\pi} \frac{\psi \, d\alpha}{R^2 + \varrho^2 - 2R\varrho \cos(\alpha - \theta)},$$

e le altre, dalle seguenti:

$$u_j = \frac{1}{8\pi} \int_\sigma \Gamma \Delta^2 u_{j-1} \, d\sigma, \qquad (j = 1, 2, 3, \ldots).$$

Sotto certe condizioni per le funzioni φ, ψ, la funzione u_0 risulta finita, colle sue derivate parziali dei tre primi ordini, in σ e su s; diciamo Φ

il massimo valore assoluto di $\Delta^2 u_0$, allora ricordando le (8) avremo:

(10) $$|D^i u_1| < \lambda_i R^{4-i} \Phi$$ (1)

onde:

$$|\Delta^2 u_1| < \lambda R^2 \Phi, \qquad (\lambda = 2\lambda_2)$$

quindi:

(10') $$|D^i u_2| < \lambda_i R^{4-i} \lambda R^2 \Phi,$$

da cui:

$$|\Delta^2 u_2| < (\lambda R^2)^2 \Phi,$$

e in generale:

(10'') $$|D^i u_j| < \lambda_i R^{4-i} (\lambda R^2)^{j-1} \Phi$$
$$|\Delta^2 u_j| < (\lambda R^2)^j \Phi.$$

Prendiamo ora le serie:

(11) $$D^i u = D^i u_0 + \xi D^i u_1 + \xi^2 D^i u_2 + \dots$$

e diciamo T il massimo valore assoluto di $D^i u_0$; se ne deducono, in virtù delle (10), (10'), (10''), le disuguaglianze seguenti:

$$|D^i u| < T + \lambda_i R^{4-i} \Phi |\xi| \sum_0^\infty {}_j |\xi \lambda R^2|^j,$$

dalle quali risulta che le serie (11) sono assolutamente ed uniformemente convergenti in σ e su s se è soddisfatta la condizione:

(12) $$|\xi| \lambda R^2 < 1.$$

Dopo ciò si ha dalle (11):

$$\Delta^2 u = \Delta^2 u_0 + \xi \Delta^2 u_1 + \xi^2 \Delta^2 u_2 + \dots$$

onde

$$\frac{1}{8\pi}\int_\sigma \Gamma \Delta^2 u \, d\sigma = \frac{1}{8\pi}\int_\sigma \Gamma \Delta^2 u_0 \, d\sigma + \xi \frac{1}{8\pi}\int_\sigma \Gamma \Delta^2 u_1 \, d\sigma + \dots$$

dalla quale segue facilmente:

$$u = u_0 + \xi \frac{1}{8\pi}\int_\sigma \Gamma \Delta^2 u \, d\sigma.$$

Le derivate di quarto ordine di u esistono e sono finite poichè, come è facile verificare, la funzione $\Delta^2 u$ ammette derivate di primo ordine continue; si trae poi senza difficoltà, dall'equazione precedente:

$$\Delta^4 u = \xi \Delta^2 u,$$

(1) In questa relazione e nelle seguenti è sottinteso che i assume i valori 0, 1, 2, 3.

che è precisamente la prima delle equazioni (7'). Si vede poi agevolmente che sono anche soddisfatte le rimanenti due delle equazioni (7').

Ponendo $\xi = k'T$ otteniamo l'integrale delle equazioni (7), sotto la condizione (12), che attualmente diventa: $\lambda k' T R^2 < 1$; questa è certamente soddisfatta se una delle quantità k', T, R è abbastanza piccola. Dopo ciò si ha la funzione ζ cercata dall'equazione $\zeta = u + v$. Così il nostro problema è risoluto.

3. Consideriamo ora un'area qualunque σ' appartenente al piano $x'y'$. Supponiamo che la rappresentazione conforme di σ' sopra un cerchio σ di raggio R, appartenente al piano xy, si eseguisca colle formole:

$$x' = x'(x, y), \quad y' = y'(x, y);$$

ponendo

$$H^2 = \left(\frac{\partial x'}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial x'}{\partial y}\right)^2,$$

la prima delle equazioni (7) si trasforma nella seguente:

$$\Delta^4 u - 2\frac{\partial \log H^2}{\partial x}\frac{\partial \Delta^2 u}{\partial x} - 2\frac{\partial \log H^2}{\partial y}\frac{\partial \Delta^2 u}{\partial y} + H^2 \Delta^2 \frac{1}{H^2}\Delta^2 u - k' T H^2 \Delta^2 u = 0$$

e sul contorno s di σ conosceremo u e $\frac{\partial u}{\partial n}$; facendo poi la sostituzione:

$$(\alpha) \qquad u = HU$$

le derivate di terzo ordine della funzione incognita spariscono, e l'equazione trasformata della precedente è della forma:

$$\Delta^4 U = F(U),$$

ove F(U) è un'espressione lineare in U e nelle sue derivate parziali dei due primi ordini; su s si conoscono poi i valori assunti da U, $\frac{\partial U}{\partial n}$, che indicheremo rispettivamente con φ e ψ. Indicando con ξ una indeterminata qualsiasi, cercheremo l'integrale delle equazioni:

$$(13) \qquad \begin{cases} \Delta^4 U = \xi F(U) & \text{in } \sigma \\ U = \varphi, \ \frac{\partial U}{\partial n} = \psi & \text{su } s \end{cases}$$

che sono dello stesso tipo delle (7'), salvo che nel secondo membro della prima vi è F(U) in luogo di $\Delta^2 u$.

Si può operare su questo sistema in modo analogo a quanto si fece pel sistema (7'); si troverà così una serie:

$$U = U_0 + \xi U_1 + \xi^2 U_2 + \dots$$

[che è l'analoga della (9)], la quale, sotto una condizione analoga alla (12), esprimerà l'integrale delle equazioni (13).

Ponendo poi $\xi = 1$ avremo la funzione U che risolve la questione proposta. Dalla U si ottiene u mediante la (α), e infine la funzione cercata ζ dalla formola $\zeta = u + v$, colla quale il problema è risoluto.

Matematica — *Sui prodotti infiniti divergenti.* Nota del prof. Ettore Bortolotti, presentata dal Socio V. Cerruti.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Meccanica. — *Sulla determinazione dei moti sismici.* Nota II del dott. M. Contarini, presentata dal Socio V. Cerruti.

In una Nota precedente, pubblicata col medesimo titolo in questi Rendiconti [1], avevo dedotto le equazioni differenziali che reggono il movimento del microsismografo a pendolo verticale e di quello a componente verticale. Ora, valendomi dei risultati ottenuti, risolvo interamente il problema propostomi, determinando in funzione del tempo i sei elementi del moto sismico.

§ 1. *Integrazione delle equazioni.*

Come apparisce dalle equazioni (7) e (10) della Nota citata, il movimento d'un pendolo verticale dipende da cinque incognite (ξ, η, α, β, γ) mentre non può dar luogo che a tre equazioni [2], e quello d'un sismografo a componente verticale dipende da due incognite (ζ, α oppure ζ, β secondo che il suo movimento relativo è dato dalla equazione (8) od (8_1)), mentre dà luogo ad una sola equazione: per determinare completamente il movimento del terreno, bisogna quindi ricorrere ad una opportuna combinazione di strumenti disposti tanto vicini che i loro moti relativi si possano riferire ad un

[1] V. fascicolo precedente, pag. 143. — Per tutto ciò che è necessario all'intelligenza della presente Nota mi riferisco alla Nota citata.

[2] Veramente gli ordinarî pendoli verticali dànno soltanto due tracciati ai quali corrispondono le due prime equazioni (7); in essi la rotazione relativa ν rimane sconosciuta al pari di γ, cosicchè per avere la componente *vorticosa* del movimento bisogna ricorrere ad altri strumenti.

unico sistema S(XYZ) fisso nel terreno e tali che da tutti i diagrammi si possano dedurre le funzioni note del tempo che compariscono in sei equazioni tutte indipendenti e contenenti tutte le incognite. Supponendo per ora che i pendoli verticali possano dare anche un tracciato corrispondente alle rotazioni intorno alla verticale, io esaminerò le due combinazioni seguenti:

a) tre sismografi a componente verticale, non orientati in tre piani paralleli, ed un pendolo a componenti orizzontali.

Il caso più semplice è quello in cui i tre pendoli a componente verticale siano disposti: uno in un piano coordinato (p. e. nel piano ZX) e gli altri due, eguali fra loro, normalmente e simmetricamente rispetto a questo piano: il movimento del primo soddisferà allora all'equazione (10_1) che potremo scrivere così

$$m_1\zeta'' + a_4\zeta' - X_0(m_1\beta'' + a_4\beta') + V_1 = 0$$

e gli altri due alle equazioni

$$\begin{aligned} m\zeta'' + a_3\zeta' + Y_0(m\alpha'' + a_3\alpha') + V = 0 \\ m\zeta'' + a_3\zeta' - Y_0(m\alpha'' + a_3\alpha') + W = 0 . \end{aligned}$$

Da queste due ultime per somma e per differenza avremo rispettivamente

$$\begin{cases} 2m\zeta'' + 2a_3\zeta' + (V + W) = 0 \\ 2Y_0(m\alpha'' + a_3\alpha') + (V - W) = 0 \end{cases}$$

donde con semplici quadrature i valori di ζ e di α in funzione del tempo; se poi nella (10_1) sostituiamo a ζ'' e a ζ' i loro valori che si possono considerare già noti in funzione del tempo, essa darà con quadratura i valori di β. — Noti α e β in funzione del tempo le due prime equazioni (7) relative al pendolo verticale daranno con quadrature ζ ed η; la terza delle (7) infine darà γ, cosicchè il problema propostoci è completamente risoluto.

b) due pendoli a componenti orizzontali ed uno a componente verticale.

Questa combinazione permette ancora di determinare tutte le incognite, purchè si supponga trascurabile rispetto alle masse dei pendoli verticali la resistenza opposta dall'aria ad una loro traslazione con velocità $= 1$.

Infatti le due prime fra le (7) divise per M, trascurando il rapporto $\frac{a}{M}$, e ponendo per brevità

$$\frac{M_x}{lM} = \frac{M_y}{lM} = A , \quad \frac{al}{M} = B , \quad \frac{\Phi}{M} = \varphi , \quad \frac{\Psi}{M} = \psi ,$$

diventano

$$(7_1) \qquad \begin{aligned} \xi'' + A\beta'' + B\beta' + g\beta + \varphi = 0 \\ -\eta'' + A\alpha'' + B\alpha' + g\alpha + \psi = 0 \end{aligned}$$

Il secondo pendolo, *di costanti diverse*, avrà un movimento soddisfacente a due equazioni analoghe

$$(7_2) \qquad \begin{aligned} \xi'' + A_1\beta'' + B_1\beta' + g\beta + \varphi_1 = 0 \\ -\eta'' + A_1\alpha'' + B_1\alpha' + g\alpha + \psi_1 = 0 \end{aligned}$$

Ora dalla prima delle (7_1) e delle (7_2) per differenza avremo

$$(A - A_1)\ \beta'' + (B - B_1)\ \beta' + (\varphi - \varphi_1) = 0$$

donde, con quadrature, β in funzione del tempo; in modo identico dalla seconda delle (7_1) e delle (7_2) avremo il valore di α. In seguito, noti α e β, le (7_1) o le (7_2) daranno ξ ed η, e la (10) o la (10_1), corrispondente al movimento del microsismografo a componente verticale, darà il valore di ζ.

Per calcolare infine il valore di γ, si procederà come nel caso della combinazione precedente, e sarà indifferente ricorrere all' uno o all' altro dei due strumenti perchè i valori della funzione nota X (v. terza delle (7)) o della corrispondente X_1 relativa al secondo pendolo, sono dati dall'esperienza e devono quindi essere appunto tali da soddisfare identicamente alle due equazioni relative alla rotazione dei singoli pendoli intorno alla verticale.

§ 2. *Determinazione del valore dei coefficienti.*

Nei primi membri di tutte le equazioni considerate compariscono costanti che dipendono dalla massa e dalle dimensioni degli strumenti adoperati, il cui valore si può determinare con la massima esattezza, e costanti relative alla resistenza dell'aria, che si possono determinare con esattezza sufficiente, ma che in generale è lecito trascurare affatto. Invece, nelle funzioni Φ, Ψ, X, V, che finora si supposero note, compariscono coefficienti, costanti e variabili, di determinazione diretta quasi impossibile. Qualora però si supponga che per un tempo abbastanza breve anche i coefficienti variabili si conservino sensibilmente costanti, si può in pratica superare facilmente questa ultima difficoltà. Si provochi infatti un movimento oscillatorio negli strumenti quando il terreno è perfettamente immobile, cioè quando le funzioni incognite sono tutte nulle insieme con le loro derivate. Le oscillazioni dovranno allora soddisfare egualmente alle equazioni generali (7) e (10) o (10_1), ossia, per l'immobilità del terreno, alle equazioni

$$\Phi = \Psi = X = V = V_1 = 0:$$

le quali tutte, prescindendo da un fattore costante di agevole determinazione diretta, sono del tipo

$$x'' + Ax' + Bx = 0\,.$$

Siccome in tutti i nostri casi il binomio $A^2 - 4B$ è negativo (come risulta dall'osservazione delle (C) (D) e dal carattere oscillatorio del movimento provocato) questa equazione ammette sempre l'integrale particolare reale

$$x = e^{Ht} \cos Kt,$$

in cui

$$H = -\frac{A}{2}, \quad K = \frac{1}{2}\sqrt{4B - A^2}.$$

Dal quale, com'è noto, si deduce: che le oscillazioni sono isocrone, annullandosi x per tutti i valori di t multipli di $\frac{\pi}{K}$, che i massimi e i minimi si succedono alternativamente ad intervalli di tempo di $\frac{\pi}{2K}$ e che i loro valori assoluti (ampiezze delle oscillazioni) formano una progressione geometrica col rapporto $e^{-\frac{H}{K}\pi}$. Allora misurata la durata T_n di n oscillazioni semplici, avremo

$$T_n = n\frac{\pi}{K} \qquad \text{donde} \qquad K = \frac{T_n}{n\pi}.$$

Chiamando $x_0, x_1, \ldots x_n$ le ampiezze di $(n+1)$ oscillazioni semplici successive e misurando solamente x_0 ed x_n, avremo

$$H = \frac{K}{n\pi}(\log x_n - \log x_0):$$

donde infine

$$A = -2H; \quad B = H^2 + K^2.$$

Ma mentre B è costante, A varia col tempo secondo una legge ignota. Potremo però supporre che A varii con continuità, in modo che conoscendone una successione di valori corrispondenti a certi istanti determinati, si potrà con interpolazione ricavarne il valore per un altro istante qualunque: a tal fine basterà determinare col metodo precedente un valore H_0 di H ed una successione $K_0, K_1, \ldots K_r, \ldots K_m$ di valori per K, perchè avremo sempre nel tempo t_r

$$B = H_0^2 + K_0^2$$

$$A_r = -2\sqrt{B - K_r^2}.$$

In una prossima pubblicazione mi propongo di discutere i risultati ottenuti e dedurre alcune conclusioni relative alle più favorevoli disposizioni sperimentali.

Chimica. — *Sul diverso comportamento crioscopico dei composti fumarici e maleici.* Nota di GIUSEPPE BRUNI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Mineralogia. — *Perowskite di Emarese in Val d'Aosta* (1). Nota di FEDERICO MILLOSEVICH, presentata dal Socio STRÜVER.

La Perowskite in cristalli macroscopici era finora conosciuta in due soli giacimenti italiani, cioè quello del Monte Lagazzolo in Val Malenco per la prima volta menzionato dallo Strüver (2) e quello di S. Ambrogio in Val di Susa, recentemente osservato dal Boeris (3). Descrivo in questa Nota dei cristalli di Perowskite provenienti da un nuovo giacimento pure alpino, cioè dalle cave di amianto di Emarese sopra S. Vincent in Val d'Aosta a circa 1200 m. di altitudine.

Devo il campione che mi accingo a descrivere alla cortesia del prof. E. Martel del Liceo Gioberti di Torino: egli lo ebbe dal prof. L. Vaccari, che lo raccolse sul posto e mi fornì i dati di ubicazione esatta del giacimento. Ad ambedue mi è grato porgere i più vivi ringraziamenti.

La *perowskite* di questo nuovo giacimento è interessante anche perchè si trova in cristalli ben formati e con una relativa ricchezza di forme non ancora constatata in altri giacimenti italiani. Si presenta in cubi di dimensioni assai variabili (alcuni raggiungono i 3 mm. di lato, altri sono molto più piccoli) impiantati sopra una roccia verde cloritica.

L'abito dei cristalli è sempre cubico con tendenza nei più piccoli ad allungamento secondo un asse, il che dà loro un aspetto quasi tetragonale.

Ho osservato le seguenti forme:

a $\{100\}$ $\infty O \infty$.
d $\{110\}$ ∞O.
e $\{210\}$ $\infty O 2$. *g* $\{320\}$ $\infty O \frac{3}{2}$. *k* $\{520\}$ $\infty O \frac{5}{2}$. *λ* $\{540\}$ $\infty O \frac{5}{4}$.
t $\{950\}$ $\infty O \frac{9}{5}$.
p $\{221\}$ $2 O$.
m $\{311\}$ $3 O 3$.

(1) Lavoro eseguito nel Gabinetto di Mineralogia della R. U. di Roma.
(2) G. Strüver, *Sulla Perowskite di val Malenco*. Atti della R. Acc. Lincei, vol. IV, serie 3ª. Trans. 1880.
(3) G. Boeris, *Sopra la Perowskite di S. Ambrogio in valle di Susa*. Ibidem. Rend. Vol. IX, serie 5ª, 1° sem., fasc. 2°, 1900.

La forma }950{ è, per quanto mi è noto, nuova per la Perowskite.

I cristalli più ricchi di facce presentano tutte queste forme combinate insieme: bisogna però notare, fatto del resto già osservato dal Des Cloizeaux (1) dal Kokscharow (2) e da quanti altri si occuparono di questo minerale, che le forme sono molto incomplete e con facce assai irregolarmente distribuite.

Nessun cristallo presenta, corrispondentemente allo stesso spigolo di cubo, tutte due le facce dello stesso tetracisesaedro, ma una soltanto: questo si nota anche nei cristalli degli Urali, e fece supporre al Kokscharow (3) trattarsi in tutti i casi di pentagonododecaedri.

Il rombododecaedro tronca solo alcuni spigoli del cubo; nei cristalli da me osservati si presenta con due facce soltanto. Dei tetracisesaedri si presenta più sviluppato quello di simbolo }320{ comunissimo anche nel giacimento degli Urali; abbastanza estese sono anche le faccette di }210{; tutti gli altri tetracisesaedri sono rappresentati solo da qualche faccetta. Quello di simbolo }950{ che ritengo nuovo fu constatato in un sol cristallo con una sola faccetta: questa forma con l'adiacente faccia di cubo il seguente angolo:

$$100:950 = (\text{misur.})\ 28^\circ\ 51'\ (\text{calcol.})\ 29^\circ\ 3'\tfrac{1}{4}.$$

Nessuno dei cristalli osservati presenta facce di ottaedro, trovandosi in corrispondenza dei vertici del cubo o una sola faccia di triacisottaedro }221{ o una sola di icositetraedro }311{.

Per le forme osservate e per lo sviluppo irregolare delle medesime, i cristalli di questo nuovo giacimento sono molto simili a quelli degli Urali.

I principali angoli misurati sono riportati nella seguente tabella:

Angoli	Numero delle osservazioni	Misurati	Calcolati
100:210	6	26° 36′	26° 34′
100:320	8	33 40	33 41 30″
100:520	2	21 44	21 48
100:540	2	38 50	38 39 30
100:950	1	28 51	29 3 15
100:122	3	70 33	70 31 30
100:311	4	25 15	25 14 15

(1) *Manuel de Minéralogie*, II, 212, 213.

(2) *Materialien für Mineralogie Russlands*, I, 199, VI, 388.

(3) Ibidem, VI, 403.

Anche per le proprietà ottiche i cristalli di questo giacimento somigliano a quelli degli Urali e più precisamente, per il colore giallastro e per la buona trasparenza, a quelli della miniera Nikolaje Maximilianowsk. Il sistema di lamelle birifrangenti che costituiscono il pseudocubo è visibile su due coppie di facce parallele, ma meno distintamente sulla terza: quest'ultime, che sono molto liscie e danno miglior riflesso al goniometro delle altre, non mostrano lamellazione distinta, ma lasciano scorgere l'uscita quasi perpendicolare di un asse ottico con forte dispersione: infatti l'iperbole è bordata ben distintamente da un lato in rosso, dall'altro in verde.

Le altre due coppie di facce presentano in tutti i casi due sistemi di lamine birifrangenti ad angolo retto fra di loro; qualche volta si osserva la faccia divisa secondo la sua diagonale in due metà, ciascuna delle quali con un sol sistema di lamelle: i due sistemi sono ad angolo retto fra di loro, come se le due metà del cristallo fossero geminate secondo una faccia di rombododecaedro; da ciascuna metà esce un asse ottico, e le posizioni in cui le iperboli diventano rettilinee sono incrociate e corrispondono alla direzione della maggior lunghezza delle lamelle.

Per l'esame ottico e per le misure goniometriche ho riserbato i cristalli più piccoli e più perfetti, mentre ho adoperato i più grandi e poco trasparenti per l'analisi chimica.

Ho potuto mettere insieme solo gr. 0,3347 di sostanza pura che fu disgregata con bisolfato di potassio. Dalla soluzione della massa fusa in molta acqua fredda, ho precipitato l'acido titanico con prolungatissima ebollizione. Constatata l'assenza di ferro, precipitai la calce con ossalato ammonico, e così ho ottenuto gr. 0,1964 di TiO_2 e gr. 0,1362 di CaO da cui risulta la seguente composizione centesimale, molto vicina a quella teorica per la formula $CaTiO_3$.

TiO_2	58,67
CaO	40 69
MgO	tracce
	99,36

Ho constatato la presenza di tracce di MgO nel liquido filtrato dopo la precipitazione dell'ossalato di calcio.

I minerali che accompagnano la Perowskite nel campione da me esaminato sono:

clorite in lamelle verdi

magnetite in cristalli }110{.

Fisiologia. — *Sulla funzione dell'ipofisi cerebrale.* Nota II [1] dei dottori D. Lo Monaco e G. van Rynberk, presentata dal Socio Grassi.

La critica del lavoro di Vassale e Sacchi è stata fatta da Caselli. Questi osserva che Vassale e Sacchi col distruggere l'ipofisi con l'acido cromico, il quale facilmente si diffonde per mezzo del liquido cefalo rachidiano, per mezzo dei vasi e per mezzo dei linfatici, nei centri e nelle vie motorie vicine, complicarono assai la fenomenologia degli animali operati. E in vero il metodo della distruzione chimica di parti del sistema cerebro-spinale, consigliato da Beaunis, e praticato da Fournier e da Nothnagel, fu già da parecchio tempo abbandonato dagli sperimentatori, per l'impossibilità di localizzare e regolare la diffusione del liquido iniettato, e per la forte irritazione che da esso viene suscitata immediatamente alle parti vicine. Con l'uso dell'acido cromico quindi, secondo Caselli, vennero descritti dai precedenti autori quali sintomi propri alla mancata funzione dell'ipofisi, dei fenomeni che si osservano egualmente nelle lesioni di altre parti della base del cervello. Inoltre egli ritiene che i *disturbi psichici* e *l'anoressia* sono causati nei primi giorni dal forte dolore che l'animale prova inghiottendo e dal dolore causato dai nervi della dura madre lesi. Similmente per gli altri sintomi che si osservano nei primi giorni dopo l'asportazione dell'ipofisi [operazione della più alta gravità] sorge naturale il dubbio che essi più che all'assenza della funzione dell'ipofisi, sieno da attribuirsi alle conseguenze del trauma, che certamente non possono essere vinte in uno o in due giorni. La teoria di Vassale e Sacchi rimane quindi sostenuta dalle tre esperienze riguardanti i due gatti e il cane che sopravvissero all'operazione per un periodo di 8-14 giorni. Ma anche in queste esperienze, in verità, non si nota quella gravità e uniformità nei sintomi che impongono l'osservatore a fare una diagnosi di intossicazione. Ben altro è il quadro che si presenta nei cani stiroidati o operati di capsule surrenali! In favore però della teoria emessa da Vassale e Sacchi sta il fatto che mentre i cani, nei quali l'asportazione dell'ipofisi non riuscì, sopravvissero all'operazione per molto tempo, finchè furono sacrificati dagli autori; gli altri invece morirono in pochi giorni. Pur nondimeno la teoria sostenuta da Vassale e Sacchi non può ritenersi come dimostrata, nè le esperienze di Caselli riescono a venire in aiuto di essa.

Caselli operò 47 cani e 9 gatti: dei quali animali, tre cani [quelli segnati coi numeri 38, 40, 45], sopravvissero all'operazione per un periodo di tempo maggiore di sette giorni, e senza che fosse sopravvenuta qualche malattia da infezione. Egli però non si servì del metodo operatorio di Vassale

[1] V. pag. 172.

e Sacchi, ma lo modificò alquanto; e la modificazione più importante che egli vi introdusse consisteva nella pratica di asportare l'ipofisi servendosi di due piccole pinze a cucchiaio che egli immetteva nella breccia ossea fatta attraverso il palato, ed evitando così le obiezioni che egli stesso aveva fatto ai su accennati autori, i quali distruggevano l'ipofisi con l'acido cromico. Operando in questo modo egli, pur avendo perduto una gran quantità di animali per infezione, potè constatare che i fenomeni che riscontrava dopo l'ipofisectomia, differivano, come già abbiamo detto, da quelli registrati da Vassale e Sacchi.

Ne venne di conseguenza che la teoria da lui sostenuta sulla funzione della ipofisi, è diversa da quella già emessa dai suoi predecessori; e, cosa molto notevole, mentre questi non videro sopravvivere gli animali operati al di là di 14 giorni, i tre cani di Caselli con operazione riuscita morirono rispettivamente dopo 16, 21, 22 giorni.

Da questa ultima osservazione sorge naturale il dubbio che la prolungata sopravvivenza degli animali operati da Caselli sia dovuta alla migliorata tecnica operatoria. Dimodochè se oltre a tutte queste considerazioni teniamo presente la facilità con cui gli animali, operati d'ipofisi per la via orale, si infettano, e le ultime ricerche di Gaglio (1), il quale, operando rane, rospi e testuggini, riuscì a tenere in vita questi animali per dei mesi, senza che mai presentassero sintomi attribuibili alla deficienza dell'organo in quistione, non sembrerà strano che anche noi abbiamo voluto riprendere questo argomento, cercando di utilizzare un nuovo metodo operatorio, il quale, in paragone agli altri su citati avesse il vantaggio di potere meglio evitare l'infezione settica.

Erano già finite le nostre esperienze quando i dottori Friedmann e Maass (2) pubblicarono la loro nota sulla funzione dell'ipofisi. Questi autori, modificando in qualche particolare il metodo di Vassale e di Caselli, dal risultato ottenuto in un gatto operato di completa ipofisectomia, che uccisero dopo 3 mesi e mezzo dall'operazione, senza aver mai in esso notato alcuna alterazione, concludono che l'ipofisi non è un organo vitale.

Allorchè noi ci decidemmo a studiare la funzione dell'ipofisi, nostra prima idea fu quella di servirci del metodo operatorio che uno di noi aveva utilizzato per lo studio della fisiologia del corpo calloso e dei talami ottici. La dimostrazione data che la legatura del seno longitudinale e il consecutivo taglio di esso e della gran falce del cervello, seguìto alla sua volta da quello del corpo calloso, non produce sugli animali così operati, alcun pericolo per la vita di essi, ci spianava la via. Qualora noi, dopo esser penetrati

(1) *Ricerche di fisiologia e di scienze affini*, dedicate al prof. Luciani. Società Ed. Libraria, Milano, 1900.

(2) Berl. klin. Wochenschr, n. 52, 1900.

nel terzo ventricolo, avremmo, con uno strumento adattato, perforato l'infundibulo e asportata la ipofisi, le alterazioni consecutive che noi avremmo osservato, dovevano naturalmente dipendere dalle lesioni di queste due sole parti cerebrali. Fatti però i primi tentativi, ci accorgemmo che potevamo fare a meno della legatura del seno per poi tagliarlo insieme alla falce, e potevamo semplificare l'operazione, servendoci di punti di ritrovo, nel seguente modo:

Fatta una breccia ossea, sulla superficie cranica, si apriva la dura lateralmente al seno longitudinale, e si introduceva per questo foro, lungo la gran falce del cervello, un piccolo strumento a sottile e lungo manico metallico, avente l'estremità inferiore ricurva e foggiata a cucchiaino con margini ottusi.

Questo piccolo strumento con la sua parte concava rivolta verso la falce, si abbassava perpendicolarmente fino alla base del cervello dopo aver perforato il corpo calloso e l'infundibulo. Avendo cura di far penetrare il cucchiaino nel punto di mezzo di una linea trasversale che dalla parte anteriore del padiglione dell'orecchio va a quello del lato opposto, si era quasi sicuri di cadere sulla scanalatura ossea che porta alla cavità detta sella turcica, o direttamente dentro di essa. Allora non restava altro che imprimere al manico del cucchiaio un movimento eguale a un quarto di giro, in modo che la parte concava dello strumento penetrasse meglio nella cavità della sella turcica, e di manovrarlo in modo da schiacciare e ridurre in poltiglia il tessuto che si trovava dentro di essa. Fatto ciò si faceva riprendere al cucchiaio la posizione primitiva, per tirarlo fuori dalla massa cerebrale. Si faceva dopo un doppio piano di sutura, e, fasciata la ferita, il pericolo d'infezione veniva quasi sempre evitato. La complicanza possibile e abbastanza frequente era l'emorragia dei vasi della base del cranio che facilmente portava l'animale alla morte.

Dalla descrizione del nostro metodo operatorio, facilmente si desume che esso è molto analogo a quello tentato da Gley e di cui abbiamo già brevemente scritto. Gley però penetrava attraverso la massa cerebrale senza servirsi di ritrovi topografici, e ledendo perciò, ogni volta che operava, organi cerebrali più o meno importanti e producendo facilmente delle emorragie letali. Il fatto poi che lo stesso Gley ritenne non idoneo allo scopo il suo metodo operatorio, mostra quanto esso doveva essere disastroso e quanto differente dal nostro, il quale ci ha permesso di potere non solo eseguire bene l'estirpazione completa, ma di potere seguire le alterazioni post-operatorie. All'obiezione se lo spappolamento della glandula equivalga all'asportazione di essa, noi rispondiamo affermativamente, e di tale opinione doveva essere anche il Gley quando operò i suoi conigli. È naturale che l'organo spappolato, giacente come corpo estraneo nella base del cervello, finisce con la necrosi e con il riassorbimento dei suoi elementi, nè, d'altra parte, questo

tessuto riassorbito può, secondo noi, anche in base alle esperienze già citate, produrre un'immunità contro la cachessia da ipofisi. Anche se la producesse, essa immunità dovrebbe essere di ben breve durata.

Per queste ragioni siamo indotti a credere che il nostro metodo sia praticamente e teoreticamente ottimo, e di gran lunga superiore a quello adoperato dagli altri sperimentatori che ci hanno preceduto. I risultati e le osservazioni che abbiamo raccolto dalle nostre esperienze, sono brevemente descritti qui appresso.

Esperienza 1ª. - 14 agosto 1900. — Cane barbone di gr. 6200. L'animale muore durante l'operazione.

Esperienza 2ª. - 16 agosto 1900. — Canetto bigio di gr. 3100. L'operazione si compie senza alcun inconveniente. L'indomani il cane cammina bene, ma rifiuta il cibo.

19 agosto. — Stato generale peggiorato. Il cane è irrequieto, non prende cibo, beve un po' di latte. Temperatura 37,5°. Respira con difficoltà. Pesa 2800 gr.

20 agosto. — Si muove meglio, presenta un lieve movimento di maneggio da sinistra verso destra.

21-23 agosto. — L'animale sta meglio — è però apatico e rimane, a preferenza, a cuccia — pesa 2700 gr.

1° settembre. — Stato generale normale — apatia scomparsa — si medica la ferita cutanea in qualche punto suppurata — mangia con buon appetito — pesa 3350 gr.

6 settembre. — Si è molto ingrassato — pesa 3550 gr., la sensibilità e i sensi specifici sono normali.

20 settembre. — Pesa 3750.

5 ottobre. — L'animale si trova morto — pesa 3000 gr. — La morte è stata preceduta da un breve periodo di dimagramento, prodotto da diarrea e da vomito.

All'autopsia si osservano le meningi anemiche, di colore giallo intenso. Al posto dell'ipofisi si trova un tessuto fibroso, aderente al bordo della sella turcica. Questo tessuto, fissato in alcool e colorato con emallume Meyer ed eosina, mostra una struttura puramente connettivale, con assenza completa di elementi ipofisari.

Esperienza 3ª. — Cagna di gr. 7750.

18 agosto. — Nessun inconveniente durante l'operazione. Temperatura, dopo l'operazione, 40°. Nel corso della giornata l'animale resta comatoso, presentando scosse muscolari e lamentandosi spesso.

19 agosto. — L'animale sta sempre male, beve un po' di latte, ma rifiuta la carne.

20 agosto. — Pesa 6800 gr. — Temperatura 40°. Non mangia, ma beve frequentissimamente acqua e prende il latte.

21 agosto. — L'animale comincia oggi a mangiare, beve sempre molto. Cammina, ma sembra istupidito. Mostra di vedere poco.

6 settembre. — Si mostra più intelligente, cammina con prudenza, causa la sua diminuita potenza visiva, mangia e beve moltissimo. È aumentato di peso (gr. 7800). Esaminando il senso della vista, si constata che a sinistra l'animale è cieco quasi del tutto, mentre a destra mostra una potenza visiva ridotta. La pupilla è dilatata e poco mobile alla luce. Tutti gli altri sensi tanto generali che speciali sono normali.

1° dicembre. — L'animale viene sacrificato (dopo 103 giorni dall'operazione). Pesa 8250 gr.

All'autopsia si trova l'ipofisi perfettamente integra, lo strumento essendo caduto nella parte anteriore dell'infundibulo.

Esperienza 4ª. — Cane del peso di gr. 5950. Operato il 20 agosto, muore di shock il giorno dopo.

All'autopsia si constata che l'ipofisi non era stata lesa.

Esperienza 5ª. — Cane del peso di gr. 3400. Si opera il giorno 22 agosto, e si trova morto dopo 48 ore per forte emorragia basale. L'autopsia rivela pure che l'ipofisi era stata ridotta una poltiglia.

Esperienza 6ª. — Cane del peso di gr. 7700. Morto lo stesso giorno dell'operazione (24 agosto). — L'ipofisi non era stata lesa. — Egualmente di shock morirono i cani operati il giorno 26 e il giorno 28 agosto (Esperienza 7ª e 8ª) dove l'ipofisi era stata quasi completamente schiacciata.

Esperienza 9ª. — Canetto di gr. 3200. Si opera il 30 agosto senza alcuna complicanza. La temperatura prima di operare era di 39°, subito dopo l'operazione si trovò abbassata a 37° e risalì nelle ore pomeridiane dello stesso giorno a 39,5°. — Verso sera il cane è stato visto camminare, strascinando un poco gli arti posteriori.

31 agosto. — Temperatura 39°. Il cane si lamenta, prende il latte, ma rifiuta la carne.

2 settembre. — Si medica la ferita, nella quale si è formato un piccolo accesso. Pesa gr. 3000.

3-5 settembre. — Il cane è vispo, allegro, intelligente, mangia e beve abbastanza. La vista si mostra deficiente. Pesa 3300 gr.

6 settembre. — Si fa l'esame dei sensi specifici, tra i quali il gusto pare deficiente. La sensibilità tattile e dolorifera ci sembra ottusa negli arti anteriori. La vista è quasi abolita, la pupilla, dilatata, è poco sensibile alla luce. Il fondo oculare non presenta alcuna alterazione. Volendo rivedere ancora il fondo oculare, nel rifissare l'animale nell'apparecchio di contenzione, per essere stata troppo stretta la morsa che ferma la bocca, il cane muore.

All'autopsia l'ipofisi è assente, si trova attaccato all'infundibulo un grumo sanguigno piccolissimo in via di organizzarsi.

Esperienza 10ª. — Cagnetta di gr. 4200. Operata il 31 agosto, e morta dopo 24 ore. Operazione riuscita.

Esperienza 11ª. — Canetto di gr. 3150. Operato il 2 settembre è morto, dopo 18 giorni, di meningite siero-purulenta. L'ipofisi non era stata toccata.

Esperienze 12ª-13ª. — Cani morti di shock nella prima giornata dopo l'operazione. In ambedue l'ipofisi si trovò impoltigliata.

Esperienza 14ª. - 5 settembre. — Canetto del peso di gr. 3700. Dopo operato, la temperatura si trova a 37°.

7 settembre. — La guarigione procede bene. Il cane mangia e beve avidamente, pesa gr. 3600. Temperatura 39°. Vede bene, ma pare psichicamente un po' depresso.

19 ottobre. — In tutto questo periodo post-operatorio l'animale non ha presentato nulla di anormale, ad eccezione di un lieve abbattimento psichico. Il peso è rimasto stazionario a 3550 gr. — Viene sacrificato il 30 novembre dopo 80 giorni di sopravvivenza all'operazione.

All'autopsia si constata l'assenza completa dell'ipofisi come nella esperienza N. 2.

Si conserva il cervello in liquido di Müller per essere poi utilizzato per le ricerche istologiche, allo scopo di vedere se e quali degenerazioni sopravvengono per la lesione della parte infundibulare del cervello. Allo stesso scopo sono stati messi a indurire tutti i cervelli di cani e di gatti operati, che sono stati sacrificati dopo più mesi di sopravvivenza all'operazione.

Esperienza 15ª. — Canetto di gr. 2480. Muore dopo tre giorni dall'operazione. All'autopsia si riscontra forte emorragia basale e l'ipofisi spappolata.

Esperienza 16ª. — Cane di gr. 5550. Operato il 9 settembre. Morto dopo 8 giorni per infezione, l'ipofisi era già quasi tutta assorbita.

Esperienza 17ª. — Gatto di gr. 2600. Operato sempre con lo stesso metodo il 12 settembre.

13 settembre. — L'animale sta fermo, prende poco latte colla pipetta.

14 settembre. — Il gatto non mangia, beve appena e non si muove.

18 settembre. — Pesa gr. 2450. Si muove abbastanza, ma rifiuta ancora la carne, contentandosi di bere un poco di latte. La funzione visiva si mostra integra.

21 settembre. — Pesa gr. 2350. Comincia ad accettare la carne, ma è sempre cattivo e rabbioso. Beve molto.

30 novembre. — Non ha ripreso il peso iniziale, pesando 2400 gr. Viene sacrificato. All'autopsia si trova l'ipofisi illesa, lo strumento essendo caduto lateralmente alla sella turcica.

Esperienza 18ª. — Cane di gr. 4500, morto di shock nelle 24 ore. L'operazione era riuscita bene.

Esperienza 19ª. — Cane di gr. 4550. Questo cane ha presentato nel 1° mese di sopravvivenza uno spiccato movimento di maneggio. Viene sacrificato dopo 70 giorni dall'operazione, e l'autopsia mostra che l' ipofisi non era stata toccata, e che la lesione riguardava il peduncolo cerebrale sinistro.

Esperienze 20ª-23ª. — Riguardano tre gatti e un cane morti tutti di shock. In due l' operazione era riuscita, di uno non fu fatta l'autopsia, nell'ultimo l' ipofisi era illesa.

Esperienza 24ª. — Gatto di gr. 3300. Dopo l'operazione non mostra alcun disturbo, ad eccezione della cecità dell'occhio destro. Muore dopo 39 giorni dall'operazione, senza causa apprezzabile. Pesa gr. 3100. L' ipofisi non era stata lesa, lo strumento essendo caduto avanti la sella turcica.

Esperienza 25ª. — Gatto di gr. 3330. Operato il 25 settembre. L'animale dopo l'operazione resta apatico, non mangia, non beve. Muore dopo 4 giorni, e all'autopsia si trova l' ipofisi ridotta in poltiglia in via d' assorbimento.

Esperienza 26ª. — Gatto di gr. 2650. Anche questo gatto morì dopo 6 giorni presentando gli stessi sintomi del precedente. Operazione riuscita.

Esperienza 27ª. — Gatto di gr. 2600. Operato il 26 settembre.

28 settembre. — L'animale sta abbastanza bene, beve molto latte; nei giorni seguenti lo stato generale ritorna del tutto normale. È cieco dell'occhio destro. Muore l' 8 novembre senza causa apprezzabile. All' autopsia si riscontra che l' ipofisi è stata lesa in parte.

Esperienze 28ª-29ª. — Riguardano 2 gatti morti di shock. L' ipofisi si trova in entrambi schiacciata.

Esperienze 30ª-34ª. — Di questi animali (4 gatti e un cane) operati, tre morirono di shock, uno per cloroformio, uno scappò dal canile dopo pochi giorni dall'operazione. In due l'operazione era riuscita, negli altri tre non si fece l'autopsia.

Esperienza 35ª. — Cane di gr. 8400. Operato d' ipofisi il 5 ottobre.

6 ottobre. — L'animale cammina, mangia dei pezzetti di carne di cavallo e beve il latte.

10 ottobre. — L'animale si mostra apatico.

19 ottobre. — Pesa gr. 8150. L'occhio destro è cieco. Stato generale buono.

27 novembre. — Viene sacrificato. Pesa gr. 8200. All'autopsia si trova assente l' ipofisi.

Esperienza 36ª. — Gatto di gr. 2500. Morto di shock dopo l' operazione. Ipofisi spappolata.

Esperienza 37ª. — Canetto di gr. 4000. Operato il 6 ottobre. Si rimette presto dal trauma operatorio; ha forte congiuntivite in ambo gli occhi. Nei giorni seguenti si constata l'opacamento della cornea, e uno stato generale dell'animale molto cattivo. Muore il 17 ottobre. Pesa gr. 3400. L' ipofisi era in gran parte assorbita.

Esperienza 38ª. — Cagna di gr. 4250. Morta dopo 5 giorni dall'operazione. All'autopsia si trovano grossi coaguli alla base del cervello e l'ipofisi in via di riassorbimento.

Esperienze 39ª-41ª. — Riguardano due gatti e un canetto, morti nelle 48 ore successive all'operazione che era riuscita allo scopo prefissoci.

Esperienza 42ª. — Il 12 ottobre si opera un gatto di gr. 2400. L'indomani esso sta bene, miagola chiedendo da mangiare. Viene contentato subito dandogli della carne e del latte.

30 ottobre. — L'animale continua a star bene e non ha perduto in peso. La funzione visiva è normale.

17 novembre. — Viene sacrificato. L'ipofisi più non esiste.

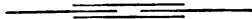
Esperienze 43ª-45ª. — Tre gatti di cui uno morì durante l'operazione. Degli altri due, il primo morì di meningite dopo quattro giorni, il secondo di shock dopo 48 ore. In questi due ultimi l'operazione era riuscita.

Esperienza 46ª. — Gatto di gr. 2750. Operato il 17 ottobre. Muore dopo 8 giorni. L'ipofisi era in via di riassorbimento.

Esperienze 47ª-49ª. — Riguardano tre gatti dei quali il primo morì dopo nove giorni, il secondo dopo tre giorni e il terzo dopo 16 giorni. Il primo e il terzo morirono d'infezione; nel primo l'ipofisi non era stata lesa, nel terzo era quasi tutta riassorbita. L'operazione era riuscita anche nel secondo.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio Blaserna, a nome del Socio Cremona, fa omaggio della pubblicazione del prof. Guidi intitolata: *Le costruzioni in « bèton » armato.*

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 14 aprile 1901.

P. Blaserna, Vicepresidente.

Il Vicepresidente Blaserna, aperta la seduta, pronuncia le seguenti parole:

Egregi Colleghi,

« Dal giorno dell'ultima nostra riunione, l'Accademia ha purtroppo due grandi e dolorose perdite da registrare.

« Il nostro Socio Giulio Bizzozero, dopo breve malattia che non aveva allarmato nessuno, moriva l'8 aprile in un'età, in cui a buon diritto potevano attendersi da lui grandi e importanti lavori.

« Era nato a Varese il 20 marzo 1846 ed occupava da molti anni la cattedra di anatomia patologica nella R. Università di Torino. Fu nominato Socio dalla nostra Accademia il 12 novembre 1883 ed ebbe nel 1890, giovane ancora, la nomina a Senatore del Regno.

« Per il suo funerale pregai i Colleghi Cossa, Foà e d'Ovidio Enrico di voler rappresentare l'Accademia, ed il Collega Foà ha seguito il feretro fino a Varese. In altra seduta sarà letta la sua commemorazione, che il Socio prof. Foà prepara. Permettetemi d'inviare un mesto ricordo al compianto e giovane nostro Collega.

Il Socio Grassi aggiunge quanto segue:

« Con profondo cordoglio prendo la parola per rilevare come la perdita del prof. Bizzozero sia stata per il nostro paese ben più grave iattura di quanto apparve dagli apprezzamenti dei giornali politici che lo commemorarono.

« Il prof. Bizzozero fu un insigne istologo; tutte le sue pubblicazioni sono pregevolissime. La scoperta della funzione del midollo delle ossa, le classiche ricerche sulle piastrine, prima di lui intravedute soltanto e mal interpretate,

gli studî sull' epitelio intestinale, pur tacendo di tante altre geniali osservazioni, gli assicurano una fama imperitura. Ma l' opera del prof. Bizzozero non si limitò soltanto alle ricerche originali; egli fu un impareggiabile maestro; fondò una scuola che tra i suoi allievi conta anche Golgi. Egli fu grande promotore degli studî istologici moderni in Italia.

« Quasi tutte le cattedre di medicina del nostro paese risentirono largamente la benefica influenza, diretta o indiretta, del patologo prima di Pavia e poi di Torino.

« Negli ultimi anni, la debolezza della vista lo trattenne da estese ricerche istologiche; vi si rassegnò con quella calma scientifica che tutti ammiravano profondamente in lui e usufruì del tempo che gli restava libero per giovare ancora al paese nel miglior modo. Così esplicò la sua attività nel campo dell' igiene, facendo pubblicazioni popolari, mirabili per chiarezza ed esattezza scientifica, sopra svariati argomenti e cooperando con molta efficacia alla legislazione sanitaria.

« Con queste poche e disadorne parole, io ho voluto accennare a quella parte dell' opera del compianto Bizzozero, che mi è meglio nota, ma più che sufficiente per comprendere quale vuoto abbia lasciato nella scuola medica italiana la immatura scomparsa del nostro illustre Socio ».

Prende la parola anche il Socio Todaro e si esprime nel seguente modo:

« A rilevare la gravità della perdita fatta dall'Accademia colla repentina ed immatura scomparsa del Socio Bizzozero, basta ricordare per sommi capi, come ha accennato il collega Grassi, l' influenza che egli esercitò coll' opera sua scientifica e didattica nell' Istologia, nella Patologia e nell' Igiene, e la parte attivissima che in questi ultimi tempi prese nel nuovo indirizzo della sanità pubblica.

« Il Bizzozero si rivelò acuto osservatore e profondo critico fino dal suo primo lavoro intorno alle cellule spinose dell' epidermide, pubblicato nel 1864. In questo lavoro dimostrò che i sollevamenti di tali cellule non sono poricanali della parete cellulare come voleva O. Schrön, ma prolungamenti solidi che chiamò ciglia, e Max Schultze, il quale venne contemporaneamente nella stessa conclusione, denominò spine, supponendoli denti d' ingranaggio fra una cellula e l' altra. Più tardi, nel 1870, il Bizzozero, ritornando sopra l' argomento, dimostrò, che erano invece finissimi prolungamenti o ponti protoplasmatici, i quali limitano gli spazi posti fra le cellule; così veniva a scoprire al tempo stesso gli spazi nutritivi del reticolo malpighiano. Questa scoperta è stata confermata dal Leydig, e da coloro che si sono di poi occupati dell' argomento.

« Nel 1868 il Bizzozero scoprì la funzione del midollo delle ossa. Di tale funzione egli ha dato la prova irrefragabile colla sua communicazione all' Istituto Lombardo, fatta il 10 Novembre 1868. Il Neumann aveva fatto conoscere, un mese prima, le cellule sanguigne rosse nucleate del midollo delle

ossa dei mammiferi, simili a quelle che si trovano nell'embrione; ma gli era rimasta sconosciuta la loro provenienza. Il Bizzozero scoprì che queste cellule si moltiplicano nel midollo; e così dimostrò che il midollo è un focolaio di produzione, non solo dei globuli bianchi ma anche dei rossi. Per tali ricerche, sebbene ancor giovanissimo, prese posto onorevole tra gli osservatori più eminenti.

« Pari all'ingegno ebbe grande l'amore per la ricerca e per l'insegnamento. Sono numerosi i lavori da lui pubblicati sugli epiteli, sulle glandole, sul tessuto congiuntivo, sul sangue ecc., ed in ognuno di questi lavori, condotti con criterio e finezza di osservazione, si trovano riportati fatti nuovi ed importanti, tra i quali voglio ora ricordare la scoperta delle piastrine. È vero che queste erano già state vedute molto tempo prima; e G. Hayem le aveva descritte e significate come globuli sanguigni incompletamente sviluppati, ossia germi dei globuli rossi, per cui diede loro il nome di ematoblasti. Ma il Bizzozero dimostrò invece, che i globuli rossi del sangue derivano sempre dalle cellule rosse nucleate, e che le piastrine costituiscono un terzo elemento morfologico autonomo del sangue. Egli le osservò, non solo nel sangue appena estratto dai vasi, ma, quello che più importa per risolvere la questione, anche nel sangue che circola nell'animale vivo. Con ciò diede la prova che questi elementi non sono granulazioni prodotte per disfacimento dei globuli bianchi o di altre parti del sangue, come da alcuni era ritenuto, ma veri elementi morfologici che circolano col sangue nei vasi de' vertebrati, e che chiamò piastrine. Parecchi mesi prima dell'Hayem, il Bizzozero aveva rilevato anche l'importanza che hanno questi elementi morfologici nella coagulazione del sangue e nella formazione del trombo, importanza che di poi sostenne con numerose esperienze; quindi spetta interamente a lui la loro scoperta.

« Qui è bene notare come il Bizzozero fondò sempre le ricerche delle alterazioni patologiche sopra lo studio dell'istologia normale; poichè egli era di coloro i quali riconoscono che la distinzione tra normale e patologico è tutta subbiettiva, e che in natura un fenomeno è sempre governato dalla stessa legge, ed i fatti stanno fra loro concatenati nei rapporti di cause ed effetti.

« Il Bizzozero, sebbene laureato in medicina, non ne esercitò mai la pratica, occupato come era nella ricerca e nell'insegnamento; ma in lui vi era sempre la tendenza ad applicare i risultati della scienza al benessere dell'umanità; quindi pubblicò un trattato di microscopia applicata alla clinica e, seguendo tale inclinazione, negli ultimi tempi si era dato con amore assiduo agli studî di Batteriologia e d'Igiene, nei quali, colla sua opera e con i suoi consigli, si rese benemerito della salute pubblica.

« Egli non fu soltanto indefesso ricercatore del vero, ma amò anche educarvi gli altri; per tal fine non isdegnò di intraprendere lavori in collaborazione coi suoi numerosi scolari.

« Se egli ora è morto, il suo nome rimane scritto negli annali della scienza, e l'opera sua vive nelle nostre università, ove insegnano Patologia, Anatomia Patologica ed Igiene, illustri colleghi e professori preclari, che continuano con tanto successo l'opera del loro insigne Maestro ».

Il Vicepresidente BLASERNA continua:

« Prima ancora, che ci giungesse la notizia della malattia e della morte di Giulio Bizzozero, dopo breve malessere e quasi all'improvviso, nella mattinata del 5 aprile, cessava di vivere l'illustre nostro Presidente, ANGELO MESSEDAGLIA. Era nato a Villafranca di Verona il 2 novembre 1820 ed apparteneva alla nostra Accademia fin dal 2 luglio 1875. Come gli illustri suoi predecessori nella Presidenza, Quintino Sella, Francesco Brioschi, Eugenio Beltrami, anche Angelo Messedaglia è morto sulla breccia, in piena attività dell'elevato suo ministero. Egli ebbe dalla natura il doppio dono, di conservare sino alla fine il pieno uso della sua intelligenza e di morire senza dolore. Vasta e larga era la sua cultura, che prendeva le mosse dalle scienze sue predilette, l'economia politica e la statistica, passava per molte letterature antiche e moderne e si estendeva fino alle nostre scienze: la matematica, l'astronomia, la geografia e la fisica. E di questa larghezza si risentirono felicemente i suoi studî speciali; alla statistica egli diede un indirizzo matematico, all'economia politica il carattere di scienza meccanica; con che gli è assicurato un posto eminente nella storia di quelle due importantissime discipline.

« Seguendo una oramai lunga e dolorosa consuetudine, la vita e le opere di Angelo Messedaglia saranno commemorate nella prossima seduta Reale dall'illustre nostro Collega Luigi Luzzatti, il quale è stato, fino da quaranta anni addietro, l'allievo prediletto e più autorevole del grande Maestro. Ma io vi chiedo il permesso, come compagno suo nell'Ufficio di Presidenza e come amico suo, di dedicargli alcune parole di ricordo.

« Della grande sua cultura, larga, profonda e sicura, noi tutti abbiamo avuto continue prove. Egli sapeva molto, sapeva bene e comunicava volentieri i suoi pensieri agli altri. Aiutato da una meravigliosa memoria, i suoi concetti erano come scolpiti nel bronzo; anche dopo molti anni uscivano dalla sua mente con precisione matematica, ed erano finiti ed arrotondati come lavori d'arte. La conversazione con lui riusciva estremamente piacevole ed istruttiva.

« L'ultimo suo lavoro, *Uranologia omerica*, è una nuova prova dei larghi suoi studî, che abbracciano la letteratura omerica, l'astronomia, la geografia, ed è un lavoro che egli limò con infinita cura. Alcun tempo prima dell'ultima sua malattia, si presentò a lui il direttore della nostra tipografia, pregandolo di sollecitare l'ultima correzione delle bozze. Egli gli rispose, che glie le avrebbe consegnate, ma che lo faceva a malincuore, perchè sentiva di dover morire appena stampato il lavoro.

« Questa previsione, quantunque infondata in quel momento, poche settimane dopo si mostrò purtroppo fatidica. Io allora ero assente da Roma e giunsi solo per rendergli il doloroso tributo di accompagnare il feretro fino alla stazione, d'onde fu condotto a Verona e dove il Collega Lampertico gli rese gli ultimi onori a nome dell'Accademia ».

Il Vicepresidente Blaserna comunica indi la numerosa corrispondenza relativa al lutto dell'Accademia.

La famiglia Messedaglia ringrazia l'Accademia delle dimostrazioni di affetto date all'illustre congiunto.

Inviarono le loro condoglianze all'Accademia per la morte del compianto Presidente:

I Soci: Angeli, Ascoli, von Beneden, Bassani, Bazin, Capellini, Cocchi, Chauveau, Cognetti De Martiis, Colombo, Conti, Cornu, De Lapparent, Del Lungo, F. D'Ovidio, Darboux, Di Giovanni, Faye, Fergola, Ferrero, Fouqué, Gatti, Janssen, Karpinsky, Kronecker, Lasinio, Levasseur, Lipschitz, Maffucci, Marey, Massarani, Mond, Mussafia, Naccari, Nansen, Orsi, Perrot, Poincarè, Rajna, Reye, Ròiti, Scarabelli Gommi Flamini, Schwendener, Targioni-Tozzetti, Tocco.

Trasmisero inoltre le loro condoglianze: l'Accademia delle scienze di Torino, il R. Istituto Lombardo di scienze e lettere di Milano, l'Accademia Gioenia di scienze naturali di Catania; il R. Istituto storico italiano, la R. Società romana di storia patria, la R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Modena, quella degli Agiati di Rovereto, le Accademie di Agram, d'Amsterdam, di Bruxelles, di Montpellier, di Tolosa, di Vienna, il Comitato geologico di Pietroburgo.

Il Vicepresidente Blaserna scioglie poscia l'adunanza in segno di lutto.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia per la seduta del 14 aprile 1901.

Astronomia. — *Sulla distribuzione in latitudine delle facole solari osservate al R. Osservatorio del Collegio Romano durante l'anno 1900.* Nota del Socio P. TACCHINI.

Dalle latitudini, che calcolai per i gruppi di facole osservate nell'annata, ricavai le seguenti cifre per la frequenza relativa delle facole nelle diverse zone di 10 in 10 gradi per ciascun trimestre.

1900

Latitudine	1° Trimestre		2° Trimestre		3° Trimestre		4° Trimestre	
90° + 80°	0,000		0,000		0,000		0,000	
80 + 70	0,000		0,000		0,000		0,000	
70 + 60	0,000		0,000		0,003		0,005	
60 + 50	0,000		0,000		0,003		0,009	
50 + 40	0,005	0,434	0,004	0,444	0,032	0,478	0,023	0,316
40 + 30	0,010		0,004		0,076		0,013	
30 + 20	0,071		0,034		0,095		0,058	
20 + 10	0,174		0,158		0,108		0,077	
10 . 0	0,174		0,244		0,161		0,131	
0 — 10	0,214		0,282		0,152		0,248	
10 — 20	0,209		0,188		0,123		0,198	
20 — 30	0,072		0,064		0,117		0,108	
30 — 40	0,041		0,022		0,086		0,077	
40 — 50	0,015	0,566	0,000	0,556	0,041	0,522	0,031	0,684
50 — 60	0,000		0,000		0,003		0,013	
60 — 70	0,000		0,000		0,000		0,009	
70 — 80	0,010		0,000		0,000		0,000	
80 — 90	0,005		0,000		0,000		0,000	

Dalle cifre sopra riferite risulta che durante l'anno 1900 le facole furono sempre più frequenti nell'emisfero australe, e che la maggiore frequenza si verificò sempre dall'equatore al parallelo di — 20°; inoltre il massimo di frequenza per zona si mantenne al sud fra 0° e — 10°. Il massimo di frequenza delle protuberanze ebbe pure luogo al sud ma a maggiore distanza dall'equatore, cioè nella zona (— 40° — 50°).

Matematica. — *Sopra una classe d'equazioni a derivate parziali del 2° ordine, con un numero qualunque di variabili.* Memoria del Socio U. Dini.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Chimica. — *Azioni chimiche della luce.* Nota II del Socio G. Ciamician e di P. Silber.

Nella precedente comunicazione [1] intorno a questo argomento, abbiamo brevemente descritto alcune esperienze che si riferiscono alle reciproche trasformazioni che la luce determina fra gli alcooli ed i composti carbonilici del tipo aldeidico, chetonico o chinonico.

Nella presente nota tratteremo invece delle metamorfosi chimiche, che, per azione della luce, subiscono alcuni *derivati nitrici*. Anche questa volta le nostre esperienze ebbero per punto di partenza una vecchia osservazione da noi fatta a Roma nel 1886, quella cioè che riguarda l'azione dell'*alcool* sul *nitrobenzolo*, per cui si produce *anilina* ed *aldeide acetica* [2]. In questo caso però la trasformazione rimane sempre incompleta, ed anche le prove fatte recentemente non ci dettero risultati migliori di quelle eseguite a Roma.

Intorno all'azione della luce sui composti organici contenenti il residuo dell'acido nitrico, non abbiamo potuto raccogliere finora un grande numero di osservazioni, ma, quasi a compensarci di molti tentativi infruttuosi, abbiamo trovato una reazione, che può essere messa alla pari con le più brillanti azioni fotochimiche che si conoscono.

Per procedere con ordine diremo anzitutto che l'alcool non esercita sempre, per influenza delle radiazioni luminose, quella azione riducente che noi abbiamo osservato impiegando il nitrobenzolo. L'*acido picrico*, ad esempio, anche dopo una prolungata esposizione alla luce di molti mesi (marzo-gennaio) rimane inalterato quasi del tutto. Non si produce aldeide e si formano piccole quantità di una materia nerastra amorfa.

Comportamento dell'aldeide o- nitrobenzoica.

Il risultato brillante a cui s'è accennato più sopra, l'abbiamo avuto con questa sostanza. Partendo dalla supposizione che l'alcool potesse eserci-

[1] Questi Rendiconti. Vedi vol. X, pag. 92.

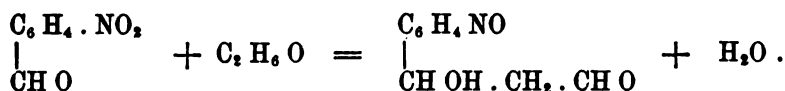
[2] Oltre ad altre sostanze, su cui ritorneremo fra breve. Questi Rendiconti 1886, II, pag. 256.

tare, per influenza della luce, un'azione riducente, abbiamo esposto l'o-nitrobenzaldeide al sole in soluzione alcoolica. Già dopo poche ore di insolazione si osserva che il liquido assume una colorazione verde e dopo due giorni, mentre questa aumenta di intensità, incominciano a deporsi dei cristalli bene sviluppati ma privi di colore. Colla separazione dei cristalli va scemando nuovamente il color verde della soluzione e quando la reazione è completa, il liquido ritorna giallo. I cristalli che fondono a 120-121° hanno la composizione.

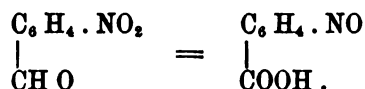
$$C_9 H_9 O_3 N .$$

Essi non hanno colore, ma si sciolgono nei solventi con colorazione verde e fondono dando del pari un liquido verde smeraldo. L'alcool, nel cui seno si sono formati i detti cristalli, non contiene che tracce di aldeide acetica.

Tenendo conto di ciò, della formola e delle proprietà del nuovo composto, che sono quelle dei derivati nitrosilici, doveva sembrare probabile la seguente spiegazione del fenomeno. L'alcool riduce in questo caso il residuo nitrico a nitrolisico, ma l'aldeide che dovrebbe formarsi non resta libera, essa si unisce all'aldeide nitrosobenzoica per dare un composto di natura aldolica.

$$\begin{matrix} C_6 H_4 . NO_2 \\ | \\ CH O \end{matrix} + C_2 H_6 O = \begin{matrix} C_6 H_4 NO \\ | \\ CH OH . CH_2 . CH O \end{matrix} + H_2O .$$

Le ulteriori esperienze ci insegnarono però ben tosto che questa interpretazione non è la vera: l'alcool non agisce per nulla come riducente, ne si forma aldeide acetica; l'aldeide o-nitrobenzoica è una sostanza, che alla luce si trasforma da sè, senza bisogno della presenza d'altri corpi.

La metamorfosi fondamentale è questa: l'o-nitrobenzaldeide, sotto l'influenza della luce, diventa *acido o-nitrosobenzoico*

$$\begin{matrix} C_6 H_4 . NO_2 \\ | \\ CH O \end{matrix} = \begin{matrix} C_6 H_4 . NO \\ | \\ COOH . \end{matrix}$$

La relativa esperienza si può fare nel seguente modo. Con una soluzione satura di aldeide o-nitrobenzoica nel benzolo si bagnano le pareti di un palloncino, che, per svaporamento del solvente, restano ricoperte in modo uniforme dei cristalli della sostanza sensibile. Esponendo il palloncino ben chiuso alla luce, si osserva che i cristalli a poco a poco perdono il loro colore giallo pallido e la loro trasparenza diventando verdastri ed in fine bianchi. Se, quando la trasformazione sembra completa (noi abbiamo esposto il pallone al sole dal 12 al 22 gennaio), si tratta a freddo il prodotto con benzolo, esso rimane quasi del tutto indisciolto, perchè l'acido o-nitrosobenzoico è assai poco solubile in questo solvente.

L'acido o-nitrosobenzoico è stato ottenuto pochi anni or sono da E. Fischer ([1]) per ossidazione del fenilossindolo; come si vedrà più avanti, la sua preparazione della o-nitrobenzaldeide può riuscire ora più vantaggiosa.

La reazione ora accennata ricorda la trasformazione dell'o-nitrobenzilidenacetofenone in azzurro d'indaco ed acido benzoico per azione della luce, osservata da Engler e Dorant ([2]).

o-Nitrobenzaldeide in solventi indifferenti.

La metamorfosi dell'aldeide o-nitrobenzoica in acido o-nitrosobenzoico si compie ugualmente bene, ed è anzi più rapida, impiegando un'opportuno solvente, che non partecipi che reazione.

Benzolo. — La soluzione dell'aldeide in benzolo è così sensibile alla luce, che basta una mezz'ora di esposizione al sole perchè essa si riempia d'una polvere cristallina ([3]). La reazione avviene in modo così rapido è completo che essa può servire quale metodo di preparazione dell'acido o-nitrosobenzoico. Il prodotto, che è già puro per sè stesso, venne fatto cristallizzare dall'alcool. Esso ha la composizione e tutte le proprietà descritte da E. Fischer; anche noi trovammo che l'acido annerisce a 180° e che si scompone fra 205 e 210°. La sua soluzione alcoolica è colorata in verde smeraldo.

Etere ed acetone. — Il contegno dell'aldeide o-nitrobenzoica in questi due solventi è quasi identico. La soluzione, che è debolmente colorata in giallo, prende già dopo poche ore di insolazione un colore verde, il quale va aumentando mentre le pareti si ricoprono d'uno strato di materia cristallina. Col crescere del deposito cristallino sparisce poi la colorazione verde ed il liquido ritorna giallo. Essendo l'acido o-nitrosobenzoico assai poco solubile nell'etere e nell'acetone, tutto il prodotto resta aderente alle pareti del tubo, nel solvente non si trovano che piccole tracce d'una materia bruna.

La ragione perchè nel benzolo la trasformazione sembra avvenire più rapida, risiede probabilmente dal fatto che nell'etere e nell'acetone l'acido o-nitrosobenzoico forma più facilmente delle soluzioni soprasature.

o-Nitrobenzaldeide in alcooli.

Il contegno dell'aldeide o-nitrobenzoica in soluzione alcoolica merita speciale menzione, perchè in questo caso invece dell'acido o-nitrosobenzoico si ottengono i rispettivi eteri composti. Il fatto per sè stesso non sarebbe

([1]) Berichte vol. 29, pag. 2064.

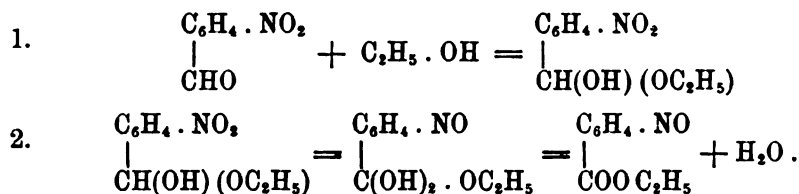
([2]) Ibid. vol. 28, pag. 2497.

([3]) Questa trasformazione è così pronta, che è strano che non sia stata avvertita, tanto più che l'aldeide o-nitrobenzoica è oggetto di preparazione industriale. È probabile che il fatto sia stato osservato, ma non abbia ancora formato argomento di una speciale ricerca.

rimarchevole, ma lo diventa per la circostanza che l'acido o-nitrosobenzoico se viene esposto alla luce in presenza di alcool (etilico) nelle stesse condizioni, non si eterifica, come non lo fa l'acido o-nitrobenzoico. Naturalmente non possiamo escludere che in questi casi avvenga una lenta eterificazione, vogliamo solamente porre in evidenza il fatto che la trasformazione dell'aldeide o-nitrobenzoica in etere o-nitrosobenzoico si compie con una assai maggiore velocità.

La ragione di questo diverso contegno dell'aldeide o-nitrobenzoica, e dell'acido o-nitrosobenzoico, in presenza di alcool potrebbe ricercarsi nella formazione dell'alcoolato da parte della prima, alcoolato che verrebbe poi ossidato a spese dell'ossigeno del residuo nitrico. La reazione potrebbe effettuarsi secondo i seguenti schemi:

$$1. \quad \begin{array}{l} C_6H_4 . NO_2 \\ | \\ CHO \end{array} + C_2H_5 . OH = \begin{array}{l} C_6H_4 . NO_2 \\ | \\ CH(OH)(OC_2H_5) \end{array}$$

$$2. \quad \begin{array}{l} C_6H_4 . NO_2 \\ | \\ CH(OH)(OC_2H_5) \end{array} = \begin{array}{l} C_6H_4 . NO \\ | \\ C(OH)_2 . OC_2H_5 \end{array} = \begin{array}{l} C_6H_4 . NO \\ | \\ COO\,C_2H_5 \end{array} + H_2O .$$

Alcool etilico. — Il comportamento dell'aldeide o-nitrobenzoica alla luce in soluzione alcoolica è già stato descritto più sopra. Vogliamo qui ancora aggiungere che la trasformazione non sembra essere mai completa nel senso che oltre all'etere etilico si produce anche l'acido o-nitrosobenzoico, il quale rimane disciolto nell'alcool. Esponendo in un tubo una soluzione di 1 gr. di aldeide o-nitrobenzoica in 20 c. c. d'alcool assoluto, si ottennero 0,7 gr. di etere. In un'altra esperienza invece con 10 gr. di aldeide in 200 di alcool etilico, esposti in un matraccio chiuso alla lampada, si ebbero soltanto 2,8 gr. di etere ed in questo caso v'era nel liquido oltre all'acido anche dell'aldeide o-nitrobenzoica inalterata. Può darsi però che sulla velocità di reazione abbia influenza anche lo spessore dello strato di soluzione che trovasi esposta alla luce.

Come s'è già accennato, i cristalli, che in questo modo si ottengono, non hanno colore, ma fondono, a 120-121°, in un liquido verde smeraldo. Essi hanno la composizione dell'*etere etilico dell'acido o-nitrosobenzoico*. Siccome questo composto non era ancora stato descritto, lo abbiamo preparato dall'acido o-nitrosobenzoico, passando pel sale argentico. Questo si ottiene agevolmente dalla soluzione ammoniacale, verde, dell'acido per trattamento con nitrato argentico; esso costituisce una polvere d'un colore verde pallido. La scomposizione doppia col joduro etilico, si effettua già a freddo in soluzione alcoolica ed il prodotto, convenientemente purificato, fonde anch'esso a 120-121° ed ha tutte le proprietà del composto ottenuto per azione della luce.

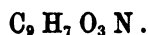
Vogliamo per ultimo aggiungere che se si lascia esposta all'azione della luce per molto tempo, tutta l'estate ad esempio, l'aldeide o-nitrobenzoica in soluzione alcoolica, i cristalli ora descritti si ridisciolgono e si formano altri prodotti, su cui ci riserbiamo di ritornare a suo tempo.

Alcool metilico. — L'andamento esteriore del fenomeno è assai simile a quello che si osserva coll'alcool etilico. Anche in questo caso dal liquido, che va acquistando una colorazione verde, si separano grossi cristalli privi di colore, che possono facilmente, lasciando tranquillo il tubo, raggiungere la lunghezza di 2 cm. Sono tavolette di aspetto rombico. La trasformazione anche coll'alcool metilico non è completa: da 3 gr. di aldeide se ne ebbero, ad es., 2 di prodotto. Cristallizzato dall'alcool metilico il nuovo composto fonde, a 152-153°, in un liquido verde smeraldo. Esso ha la composizione dell'*etere metilico dell' acido o-nitrosobenzoico* e certamente questa deve essere la sua costituzione.

Alcool isopropilico. — Era interessante conoscere l'influenza di un alcool secondario sulla trasformazione dell'aldeide o-nitrobenzoica. Il risultato fu il seguente: l'alcool isopropilico si comporta come un solvente indifferente, si ottiene cioè soltanto *l'acido o-nitrosobenzoico.* Questo fatto non deve recare meraviglia, perchè è noto che gli alcooli secondari sono più tardi nelle loro azioni chimiche di quelli primarî.

o-Nitrobenzaldeide in paraldeide.

Il contegno dell'aldeide o-nitrobenzoica in soluzione di paraldeide è, per la massima parte, quello che si osserva in solventi indifferenti. Il liquido si colora assai presto in verde ed alla comparsa della colorazione fa tosto seguito il deposito di una sostanza cristallina, che rimane attaccata alle pareti del tubo. Alla fine della trasformazione il liquido riprende un colore giallo. La materia solida separatasi è *l'acido o-nitrosobenzoico*; esso costituisce quasi tutto il prodotto, perchè da 4 gr. di aldeide se ne ebbero in due esperienze successive rispettivamente 3,5 e 3,6 gr. Nell'alcool, da cui il detto acido s'è separato, si trova però disciolta un'altra sostanza, ma naturalmente, dopo quanto s'è detto, in assai piccola quantità. Svaporando il solvente, si ottiene un residuo cristallino, che si purifica assai facilmente dell'alcool. Esso forma dei grossi prismi, che non hanno colore e che fondono a 121°. Nè in soluzione, nè allo stato fuso, il detto composto si mostra colorato, esso non contiene dunque il radicale dell'acido nitroso. La sua composizione corrisponde alla formola

$$C_9\,H_7\,O_3\,N\,.$$

È indifferente, riduce la soluzione ammoniacale di nitrato argentico; bollito con gli alcali non si trasforma in azzurro d'indaco. Per la sua composizione ed i suoi caratteri questo corpo potrebbe essere l'aldeide o-nitro-

cinnamica, ma il punto di fusione non corrisponde, perchè quest' ultima fonde a 127° [1].

La piccola quantità di materia da noi avuta finora, non ci ha permesso di fare delle altre prove per determinare la natura di questa interessante sostanza.

Sperammo di ottenere migliori rendimenti di questo corpo impiegando l'aldeide acetica in luogo della paraldeide, ma senza frutto. Non si ottiene che il solito acido o- nitrosobenzoico e piccola quantità di materia resinosa.

Comportamento delle altre due aldeidi nitrobenzoiche.

Il contegno di queste due sostanze in soluzione alcoolica alla luce è totalmente diverso da quello dell'aldeide o- nitrobenzoica; certamente non si producono i rispettivi acidi nitrosobenzoici e le aldeidi restano in parte inalterate.

La *m- nitrobenzaldeide* esposta alla luce in soluzione di alcool assoluto, si trasforma in gran parte in una materia resinosa, da cui l'etere petrolico estrae piccole quantità della sostanza rimasta inalterata. La resina si presta male ad ulteriori ricerche.

La *p- nitrobenzaldeide* si resinifica meno facilmente, ma sembra restare in gran parte inalterata. L'alcool contiene aldeide acetica. È possibile che con una esposizione prolungata si possano avere risultati migliori.

Per ultimo vogliamo qui ricordare la cortesia della Casa Kalle & C°. di Biebrich s. R., la quale ci ha fornito le nitroaldeidi, che hanno servito alle esperienze descritte in questa Nota.

Mineralogia. — *Azione chimica dei solfuri di ferro e del solfo nativo sul rame e sull'argento a temperatura ordinaria e a secco.* Nota del Socio Giovanni Struever.

Facendo seguito alla mia Nota presentata il 3 marzo scorso, stimo opportuno di comunicare ora alcune altre osservazioni che ho potuto fare prima e dopo quella data. Tutte furono ripetute molte volte per evitare ogni possibile illusione.

Era ovvio di provare anzitutto composti analoghi, per composizione chimica, alla hauerite, quali la pirite, la marcassite, la cobaltite, l' arsenopirite. La pirite stenta a produrre l' annerimento, almeno occorre generalmente un tempo non breve per accorgersi dell' effetto. La marcassite invece agisce immediatamente. La differenza si potrebbe forse spiegare per la stabilità in generale meno

[1] Vedi Beilstein 3ª ediz. III, pag. 59.

grande della marcassite di fronte alla pirite. Ambedue non agiscono che sul rame e sull' argento; non osservai mai la ben menoma traccia di alterazione del platino, del piombo, dello zinco, dello stagno, del ferro, del nichelio, dell' antimonio, del bismuto. La cobaltite e l' arsenopirite non agirono su nessuno dei metalli indicati, compreso il rame e l' argento.

Invece un solfuro di ferro meno ricco di solfo della pirite e della marcassite, cioè la pirrotite, agisce rapidissimamente, certo non meno della marcassite, sull' argento e sul rame, ma non sugli altri metalli sperimentati. E questo fatto sorprende alquanto, perchè si sa che riscaldando nel matracciolo il bisolfuro di ferro, si sublima parte del solfo e rimane un residuo di composizione analoga a quella della pirrotite, talchè questa sembrerebbe un composto piuttosto stabile, almeno all' aria asciutta.

Provai, ma con risultati sempre negativi per tutti i metalli adoperati, anche dei sesquisolfuri, l' antimonite cioè e l' orpimento, e parecchi monosolfuri. Pare quindi che per agire sensibilmente, almeno entro breve lasso di tempo, ci vogliano in genere dei solfuri ricchi di solfo. E questa ipotesi è confermata dal fatto che, più energicamente e più prontamente di tutti i solfuri, agisce il solfo nativo, sempre sul rame e sull' argento, non sugli altri metalli sopra menzionati. Basta collocare un cristallo di solfo, od anche un frammento, sopra una lastra di argento o di rame, per vedere immediatamente abbrunirsi il metallo, e dopo poche ore si è formato un deposito nero cristallino uniforme su tutta l' area del metallo venuta a contatto col piano con cui il cristallo poggia sulla lastra, o in tutti i punti di contatto col frammento. Di lì l' annerimento si estende tutto attorno.

Non è inutile notare che i soli metalli che finora mi dettero risultati positivi, sono precisamente quelli che in natura di preferenza formano solfuri della formola generale M_2S e nella tabella degli elementi si trovano uno accanto all' altro. Sarebbe stato quindi indicato di sperimentare anche l' oro, ma non riuscii a procurarmi una lastra d' oro puro, senza lega, e, non conoscendosi in natura alcun solfuro d' oro, non feci l' esperienza.

Interessante è il modo di comportarsi del piombo col solfo. Sopra una lastra del metallo, ben tersa e resa di splendore metallico uniforme, fu collocato un cristallo di solfo nativo con una sua faccia naturale. Dopo pochi giorni l' intera lastra rimase appannata per il contatto coll' aria, salvo laddove era coperta dal solfo. Questa area è ancora splendente al giorno d' oggi, parecchie settimane dopo il principio della semplice esperienza.

I fatti sopra esposti tendono a rendere più interessante il fenomeno per l' origine e la trasformazione dei minerali in natura. Se esso si limitasse alla sola hauerite, trovata sino ad ora in pochissimi luoghi e in non grande quantità, si potrebbe sostenere che, nonostante la grande diffusione del manganese in natura, l' occasione a produrre reazioni chimiche si dovesse presentare assai di rado al bisolfuro di manganese. Ma ora, constatato che anche

i solfuri di ferro agiscono in modo analogo, la questione cambia aspetto per la grande diffusione di questi solfuri in tutte le formazioni, in tutte le regioni della terra.

Visto che il solfo agiva energicamente, volli provare anche l'arsenico, almeno col rame e coll'argento, e posi frammenti di arsenico nativo a superficie fresca argentina sopra lastre dei due metalli. Il risultato però fu sempre negativo, locchè va anche di accordo coi risultati negativi dati dalla cobaltite e dalla arsenopirite.

Per vedere ancora se la presenza dell'aria e dell'umidità di essa influisse notevolmente sul fenomeno o la provocasse, avrei voluto sperimentare in condizioni tali da escludere in modo assoluto l'aria e l'umidità, ma non permettendomi i mezzi di cui dispongo, di ottenere l'esclusione completa dell'atmosfera, collocai in tubicini di vetro ben chiusi con tappo lastrine di rame con cristalli di hauerite e di solfo nativo. Il fenomeno, cioè l'annerimento del metallo, avvenne lo stesso e con velocità non sensibilmente minore che all'aria aperta.

Dissi già nella Nota precedente che una eventuale formazione di solfuro d'idrogeno mi pareva esclusa dal fatto che cristalli di hauerite collocati nella biacca di piombo e a contatto dell'aria non produssero, nemmeno dopo mesi, l'annerimento della biacca.

Volli ripetere più volte l'esperienza, e non solo colla hauerite, ma anche col solfo, collocando cristalli dei due minerali con della biacca finamente polverizzata sul rame e sull'argento, in modo che le tre sostanze venissero a contatto immediato. Orbene, mentre il metallo si annerì subito, la biacca è rimasta perfettamente bianca.

Parrebbe quindi che con qualche fondamento si possa supporre che, nel caso del solfo, questo si combina direttamente col metallo formando un solfuro cristallino o cristallizzato, e che, nel caso dei solfuri, i quali produssero il fenomeno, il metallo provochi una dissociazione del solfuro appropriandosi parte del solfo. Ciò non toglie che il residuo del solfuro, che nel caso della hauerite potrebbe essere monosolfuro di manganese o alabandite, ovvero anche il solfuro che rimane sottoponendo la hauerite nel matracciolo alla distillazione, si scomponga poi all'aria secca o umida dando luogo alla formazione di hausmannite o ossido manganoso-manganico o di qualche ossido idrato di manganese a polvere bruna. Tutto ciò sarebbe in perfetto accordo col rapido abbrunimento superficiale della hauerite a contatto col rame e coll'argento, e coll'abbrunimento molto più lento della stessa hauerite nelle collezioni a contatto dell'aria. Non fu possibile sinora di separare quella sottile patina bruna dalla sottostante hauerite, massime per la polvere rossa che è caratteristica del bisolfuro di manganese.

In ultimo mi sia permesso di richiamare l'attenzione sopra un fatto fisico che mi occorse di constatare tenendo, mediante morsa ma senza forte

pressione, una larga faccia accuratamente pulita di hauerite a contatto con lastre di rame e di argento. Mentre l'annerimento del metallo procede come dissi già nella precedente Nota, con produzione cioè di deposito nero distintamente cristallino sul metallo, minute particelle di questo, di variabili dimensioni, dotate di perfetto splendore metallico e visibili ad occhio nudo, penetrano qua e là nella hauerite, od aderiscono a questa in modo da non poterle togliere strofinando fortemente con un panno la superficie del minerale. Le lastre metalliche erano state rese previamente ben terse. Nemmeno in questo caso si potrebbe pensare alla così detta soluzione solida, quale generalmente s' intende.

Matematica. — *Sui prodotti infiniti divergenti.* Nota del prof. ETTORE BORTOLOTTI, presentata dal Socio V. CERRUTI.

La teoria dei prodotti infiniti, nonostante i lavori di Cauchy, Weierstrass, Stolz, Dini, Pincherle, Pringsheim [1], è delle meno sviluppate: poco o nulla si sa del modo di tendere verso lo zero o verso l'infinito di quelli che non convergono, ed anche nel caso della convergenza, non parve fino ad ora di poter scompagnare lo studio dei prodotti infiniti da quello delle serie.

È innegabile, d' altra parte, l' importanza che quegli algoritmi hanno in analisi, specialmente nello studio delle trascendenti intere; ed ho perciò ritenuto che non fosse senza qualche pratica utilità lo stabilire alcune proprietà generali sul modo con cui essi si comportano nell' intorno dell' infinito.

Mi sono a tal uopo giovato di alcune mie recenti ricerche, *Sulla determinazione dell' ordine di infinito* [2], ed ho potuto trovare, in modo semplice ed elementare, facili e generali criterî di convergenza metodi e regole per l' assegnazione dell' ordine di infinito, nel caso della divergenza; senza bisogno di ricorrere allo studio di determinate serie, ma col semplice esame del carattere infinitesimale della successione dei fattori.

I.

1. *Se la successione* $\left\{ P_n = \prod_1^n (1 + C_r) \right\}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ *ha limite determinato* (*finito, nullo od infinito*), *è sempre possibile, associando i fattori*

[1] Cauchy, Anal. Alg., pag. 562; Weierstrass, Crelle, vol. LI, pag. 18 (1856); Stolz, Vorlesungen Allg. Arithm., Bd. II, pag. 238; Dini, Ann. di mat., 2. ser., II, pag. 35 (1870); Pincherle, Rend. Acc. di Bologna (1883); Pringsheim, Mat. Annalen, XXII, pag. 478; XXXIII, pag. 119 (1889); XLIV, pag. 413 (1894). Per una bibliografia completa in questo argomento si rimanda all'articolo di Pringsheim nella Enciclopedia Matematica.

[2] Atti della Società dei naturalisti e matematici di Modena (1901).

in modo opportuno, dare al prodotto infinito una delle due forme:

$$\begin{cases} \prod_1^\infty (1 - A_n) \\ 0 \leqq A_n < 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \prod_1^\infty (1 + A_n) \\ 0 \leqq A_n \end{cases}$$

delle quali la prima conviene a prodotti che sono infinitesimi, l'altra a quelli che sono infiniti per $n = \infty$.

Supponiamo prima che il prodotto $\prod_1^\infty (1 + C_n)$ sia infinitesimo. Poniamo

$$P_n = \prod_{r=1}^{n} (1 + C_r) \tag{1}$$

e distinguiamo due casi:

α) per ogni n fissato ad arbitrio esiste un numero positivo m tale che $P_{n+m} > 0$.

β) . . . è invece $P_{n+m} < 0$.

Nel caso α) si estragga dalla successione P_n una successione monotòna di numeri positivi tendenti allo zero:

$$P_{\alpha_1}, \; P_{\alpha_2}, \; \ldots \; P_{\alpha_n}, \; \ldots \tag{2}$$

Nel caso β) si costruisca una successione analoga alla (2) coi valori assoluti di una successione monotòna di numeri negativi tendenti allo zero.

In ogni modo, ponendo:

$$\left| \frac{P_{\alpha_{n+1}}}{P_{\alpha_n}} \right| = 1 - A_{n+1} \tag{3}$$

cioè:

$$|(1 + C_{\alpha_n+1})(1 + C_{\alpha_n+2})(1 + C_{\alpha_n+3}) \ldots (1 + C_{\alpha_{n+1}})| = 1 - A_{n+1} \tag{4}$$

avremo:

$$|P_{\alpha_n}| = P_n^1 = (1 - A_1)(1 - A_2) \ldots (1 - A_n) \tag{5}$$

ed il prodotto infinito si trasformerà nell' altro

$$\prod_1^\infty (1 - A_n), \tag{6}$$

dove è:

$$1 > A_n > 0. \tag{7}$$

2. Si osservi che è

$$\alpha_n \geqq n \tag{8}$$

epperò che, se per $n > n_0$ si ha

$$|P_n| < \varepsilon, \tag{9}$$

si ha ancora

$$P_n^1 < \varepsilon. \tag{10}$$

Ciò prova che P_n^1 *non è infinitesimo di ordine minore di* P_n.

Potremo esser certi che P_n e P_n^1 sono infinitesimi dello stesso ordine, se il rapporto

$$\frac{\alpha_n}{n}, \tag{11}$$

non tende all'infinito per $n = \infty$, cioè se α_n è infinito del primo ordine. Se poi α_n è infinito di ordine finito o transfinito, ma determinato: potremo facilmente conoscere l'ordine di infinitesimo di P_n dopo calcolato quello di P_n^1 applicando le regole date al loc. cit. per la determinazione dell'ordine delle funzioni di funzioni.

In particolare, se l'ordine di infinito di α_n è il numero determinato e finito a, quello di P_n^1 è il numero pure determinato e finito b, si avrà quello P_n facendo il quoziente $\frac{b}{a}$.

3. Le considerazioni fatte per prodotti infinitesimi si estendono immediatamente a prodotti divergenti verso l'infinito (determinato di segno). Questi perciò, si potranno sempre trasformare in prodotti della forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \prod_1^\infty (1 + A_n) \\ 0 < A_n, \end{array} \right. \tag{12}$$

e, per la determinazione dell'ordine di infinito del prodotto primitivo in funzione di quello del trasformato varranno le cose dette al numero precedente.

4. Se il prodotto dato $\Pi(1 + C_n)$, converge verso un limite determinato e finito, anche se le C_n non sono, da un certo n in avanti, tutte dello stesso segno, potremo dare a quel prodotto una delle forme (6), (12), ed il limite delle successioni P_n, P_n^1, rimarrà in ogni caso il medesimo.

5. Il limite inferiore delle A_n può essere lo zero od un numero determinato maggiore di zero.

Nel primo caso, se zero non è anche limite, vi sarà una successione

$$A_{\beta_1},\ A_{\beta_2},\ \ldots \tag{13}$$

di valori tutti maggiori di un numero assegnato: $\eta > 0$. Sieno

$$A_{\beta_r}, \; A_{\beta_r+1}, \; A_{\beta_r+2}, \ldots A_{\beta_{r+1}},$$

due dei termini consecutivi della (13) insieme con tutti gli altri termini intermedî della successione totale $\{A_n\}$.

Considerando, per fissare le idee, il caso di prodotti della forma $\Pi(1-A_n)$, avremo dalla (7)

$$(1-A_{\beta_r+1})(1-A_{\beta_r+2})\ldots(1-A_{\beta_{r+1}}) < 1-A_{\beta_{r+1}}.$$

Ponendo dunque

$$(14) \qquad (1-A_{\beta_r+1})(1-A_{\beta_r+2})\ldots(1-A_{\beta_{r+1}}) = 1-B_{\beta_r},$$

avremo:

$$(15) \qquad 1 > B_{\beta_r} > A_{\beta_{r+1}} > \eta,$$

ed il dato prodotto infinito si trasformerà nell'altro:

$$(16) \qquad \begin{cases} \prod\limits_1^{\infty}(1-B_{\beta_r} \\ \eta < B_{\beta_r} < 1. \end{cases}$$

Sempre facendo sulla determinazione dell'ordine di infinito le riserve indicate al n. 2, si può dunque supporre che, *se le* A_n *delle formule* (6), (12), *non tendono al limite zero, abbiano limite inferiore diverso dallo zero.*

6. Le proprietà infinitesimali dei prodotti che sono infinitesimi per $n = \infty$, si desumono facilmente da quelle di prodotti che tendono all'infinito, poichè, se si ha:

$$(17) \qquad P_n = \prod_{r=1}^{n}(1-B_r),$$

ponendo:

$$(18) \qquad B_r = \frac{A_r}{1+A_r},$$

si trova:

$$(19) \qquad P_n = \prod_1^n \frac{1}{(1+A_r)} = \frac{1}{\prod\limits_1^n (1+A_r)}.$$

Segue da ciò che: Se $\lim\limits_{n=\infty} P_n = 0$, deve essere $\lim\limits_{n=\infty} \prod\limits_1^n (1+A_n) = \infty$.

L'ordine di infinitesimo di P_n è conosciuto quando si conosca quello di infinito di $\prod_1^n (1 + A_r)$, e le proprietà delle B_n si ricavano immediatamente da quelle, supposte note, delle A_n.

Nel seguito ci occuperemo perciò solamente di prodotti infiniti della forma $\Pi(1 + A_n)$.

Mineralogia. — *Su un pirosseno sodifero dei dintorni di Oropa, nel Biellese* (1). Nota di Ferruccio Zambonini, presentata dal Socio Struever.

Precisamente nel tempo in cui il Fischer (2) sosteneva con maggior energia che la giadeite dei manufatti preistorici trovati in vari punti della Svizzera, della Stiria, del Piemonte ecc. non proveniva da giacimenti alpini, il Damour (3) pubblicava l'analisi di una roccia, che per la composizione chimica si avvicinava alla giadeite, e che Bertrand de Lome asseriva di aver raccolto in posto a St. Marcel, nella Val d'Aosta. E due anni dopo, nel 1883, A. B. Meyer e A. Arzruni (4) prognosticavano il ritrovamento della giadeite nelle Alpi occidentali. Qualche anno dopo lo stesso Meyer (5) riconosceva che i pezzi grezzi trovati nella Valle d'Aosta, presso St. Marcel, sono di giadeite. Un pirosseno sodifero di St. Marcel è stato analizzato più recentemente da S. L. Penfield (6), che lo ha descritto come giadeite, mentre per la forte percentuale (11,99 %) di ossido ferrico, sembra si tratti piuttosto di cloromelanite, che secondo il Damour (7) è una giadeite con elevato tenore in ferro.

Al Mrazec (8) si deve poi un interessante studio di un ciottolo di gia-

(1) Lavoro eseguito nel Gabinetto di mineralogia della R. Università di Roma.

(2) Il Fischer ha pubblicato in proposito varie Note nel Neues Jahrbuch für Miner. Geol. u. s. w., specialmente negli anni 1879-1884: la questione è poi trattata a fondo nel suo libro: *Nephrit und Jadeit nach ihren mineralogischen Eigenschaften, sowie nach ihrer urgeschichtlichen und ethnographischen und etnographischen Bedeutung*. Stuttgart. 1880.

(3) *Nouvelles analyses sur la jadéite et sur quelques roches sodifères*. Bull. Soc. franç. de minér. 1881, IV, 157.

(4) *Neue Beobachtungen am Nephrit und Jadeit*. Zeitsch. f. Ethnologie XV. Jahrg. 1883, pag. 163.

(5) *Neue Beiträge zur Kenntniss des Nephrit und Jadeit*. Abhandl. und Berichte des k. zool. und anthrop. etnogr. Museums. Dresden 1891.

(6) *Minerals from the Manganese Mines of St. Marcel in Piemont, Italy*. American Journal of sciences and arts, 1893, XLVI, 288.

(7) *Nouveaux essais sur la chloromelanite*. Bull. Soc. franç. de minér. 1893, pag. 57.

(8) *Note sur une jadéite du Piemont*. Bulletin de la Société des sciences de Bukarest, 1898, VII, 187.

deite, ritenuto proveniente dal Piemonte, ed al Piolti [1] la descrizione di un altro ciottolo, trovato nel morenico, presso Rivoli.

È però l'ing. S. Franchi [2] che ha tolto ogni dubbio sulla esistenza di roccie giadeitiche nelle Alpi occidentali. Egli ha descritto numerosi giacimenti, ed ha eseguito una comparazione molto importante tra le roccie da lui trovate ed il materiale della stazione neolitica di Alba. L'egregio autore, che nel suo lavoro ha descritti solo alcuni dei giacimenti scoperti, mi ha invitato, con una cortesia della quale gli sono ben grato, ad eseguire lo studio chimico-mineralogico di un bel pirosseno, che forma la massa principale di un'eclogite da lui raccolta nei dintorni di Oropa. Trattandosi di un giacimento affatto nuovo, ho accettato ben volentieri il gradito incarico, nella speranza di portare un non inutile contributo allo studio delle roccie a pirosseno sodico delle Alpi occidentali, le quali sembrano avere una reale importanza geologica per la loro frequenza e per la varietà di tipi litologici.

Sul giacimento di questa interessante eclogite dei dintorni di Oropa, l'ing. Franchi mi comunica quanto segue:

« Attraverso alle basse valli dell'Orco, della Chiusella e della Dora, è « quindi attraverso alle valli del Biellese ed alla Valle Sesia, a nord-ovest « della zona metafiro-serpentino-dioritica detta di Ivrea, si sviluppa una po- « tentissima formazione di micascisti, nella quale come già notava lo Stella, « e come accennai nel mio lavoro sulle roccie giadeitiche, vi sono dei tipi « di roccie a granato, a glaucofane, a pirosseno sodico e talora con tutti e « tre i minerali anzidetti contemporaneamente, le quali si possono dire veri « micascisti eclogitici. In tale zona di micascisti, oltre ad altri tipi di roccie, « trovano il loro giacimento numerosi noduli, lenticciuole e masse lentico- « lari, più o meno grandi, di roccie costituite essenzialmente da pirosseni « sodici, prossimi alla giadeite o alla cloromelanite, o da questi pirosseni « con più o meno granato, con mica bianca, glaucofane e talora distene, cioè « di roccie eclogitiche di tipi diversi. Una di queste masse lenticolari in- « cluse nei micascisti del versante meridionale della Cima Cucco, ad est di « Oropa, è di una eclogite a grandi elementi, particolarmente interessante « per il singolare sviluppo degli elementi pirossenici. Questi sono talora lunghi « sette ed otto centimetri e grossi uno, di color verdognolo chiaro, e costi- « tuiscono l'elemento più importante della roccia, della quale gli altri ele- « menti essenziali sono granato, anfibolo violetto, e mica bianca in larghe « lamelle. Al microscopio, in lamina sottile, il pirosseno è incoloro, presenta « i clivaggi prismatici marcati solo in alcune plaghe, frequenti fratture tra-

[1] *Sulla presenza della giadeite nella valle di Susa*. Atti della R. Accad. delle scienze di Torino. 1899, XXXIV, disp. 12.

[2] *Sopra alcuni giacimenti di roccie giadeitiche nelle Alpi occidentali e nell'Appennino Ligure*. Bollettino del R. Comitato Geologico, 1900, n. 2, pag. 119.

« sversali riempite di elementi secondari, e numerose inclusioni di pirosseno « con orientazione diversa, di anfibolo e di mica bianca, più rare di rutilo « e spesso di calcite, la quale è in alcuni punti così abbondante, che la « roccia dà cogli acidi effervescenza. Il pirosseno in parola non presenta nes- « suna sensibile dispersione. Il granato in elementi da 3 a 5 mm. presenta « un processo di avanzata metamorfosi in clorite. L'anfibolo sodico, legger- « mente colorato in violetto, presenta sovente un involucro di anfibolo verde, « che sembra uno stato intermediario della sua visibile ulteriore trasforma- « zione in clorite. La mica bianca in larghe lamelle è, nella maggior parte « dei casi, una muscovite biasse; però non mancano lamelle quasi rigoro- « samente uniassi. Altri elementi subordinati sono quarzo, calcite, un pla- « gioclasio acido (Albite?), epidoto, clorite, in parte almeno secondari, e « riempienti le fessure prodotte nei diversi minerali costituenti da una evi- « dente laminazione della roccia ».

L'esame del pirosseno di questa eclogite presentava un particolare interesse, perchè la facilità con la quale si possono ottenere dei prismi di sfaldatura, doveva permettere un facile studio di proprietà ottiche decisive tra il sistema monoclino ed il triclino. Come è noto, Des Cloizeaux [1] che ha eseguito per il primo lo studio ottico della giadeite, la ritenne monoclina, e dello stesso parere fu il Krenner [2], che ripetè le osservazioni su campioni portati dalla Birmania superiore dal conte Széchényi. Anche Cohen [3] concluse per il carattere monoclino di questo minerale. Invece Arzruni [4] osservò che l'estinzione rispetto alle due direzioni di sfaldatura non era la stessa, e quindi ritenne la giadeite triclina. In posteriori lavori [5] pubblicò altre osservazioni in proposito.

Tutti gli altri mineralisti che si occuparono dopo Arzruni delle proprietà ottiche della giadeite, la ritennero monoclina.

Tra essi basti citare Fischer [6], Merill [7], e Max Bauer [8]. Specialmente importanti sono le ricerche dei due ultimi, che eseguirono numerose osservazioni.

(1) In A. Damour, l. c.

(2) *Ueber Jadeit*. Neues Jahrbuch f. Min. Geol. u. w., 1883, II, 173.

(3) *Ueber Jadeit von Thibet*. Ibidem, 1884, I 71.

(4) In A. B. Meyer, *Rohjadeit aus der Schweiz*. « *Antiqua* » *Unterhaltungsblatt für Freunde der Alterthumskunde*. Zurich, 1884.

(5) *Neue Beobachtungen am Nephrit und Jadeit*. Zeitsch. für Ethnologie, 1883, XV Jahrg. pag. 163; *Verschiedene Notizen über Nephrit-u. Jadeitbeile* Verhandl. Berliner Anthrop. Gesellsch., 1884.

(6) *Mikroskopisch-mineralogische Miscellen*. Zeitsch. f. krystall. 1880, IV, 371.

(7) F. W. Clarke and G. P. Merill, *On Nephrite and Jadeite*. Proceedings U. S. National Museum, 1888, pag. 115.

(8) *Der Jadeit und die anderen Gesteine der Jadeitlagerstätte von Tammaw in Ober Birma*. Neues Jahrbuch f. Min. Geol. u s. w. 1896, I, 18.

Nell' eclogite trovata dal Franchi il pirosseno si presenta in individui di varia grandezza, che hanno colore verde molto chiaro. In altri punti della roccia, il pirosseno ha colore molto più scuro: si trovano anche dei pezzi in cui il colore è variabile nei diversi punti. Dai frammenti più omogenei non è difficile ottenere dei prismi di sfaldatura, che, a causa dello scarsissimo splendore delle facce non permettono che delle misure approssimate: i valori trovati sono però assai vicini a 87°. Questi cristalli presentano quasi sempre, nelle sfaldature fresche, uno splendore setaceo ed un aspetto fibroso, che somiglia molto a quello di certe giadeiti, per es. a quelle trovate dal Nötling [1] a Tammaw, che furono descritte dal Bauer (loc. cit.).

Oltre alla muscovite, al granato ed alla gastaldite, quest' ultima piuttosto rara, nei campioni datimi dall' ing. Franchi si osservano anche dei piccoli granuli di pirite, che si rinvengono talvolta anche nell' interno degli individui di pirosseno.

Da due prismi di sfaldatura feci fare sezioni parallele alle due faccie (110) e $(1\bar{1}0)$. In due di queste sezioni, staccate da un prisma piuttosto grande, si ebbe:

su (110) estinzione rispetto all' asse verticale uguale a 34°
su $(1\bar{1}0)$ » » » » » a 34° 1/2

Le altre due sezioni tagliate in un piccolo prisma dettero per l' estinzione dei valori uguali, oscillanti come nelle precedenti, tra 34° e 35°. Senza nessun dubbio quindi il pirosseno dell' eclogite di Cima Cucco appartiene al sistema monoclino.

Per l' analisi chimica si scelsero di frammentini di colore verde chiaro, assai puri, come dimostra il fatto che la polvere trattata cogli acidi, non sviluppava che pochissime bolle di anidride carbonica, in quantità affatto indeterminabili. Lo stato di freschezza del materiale è dimostrato dalla tenuissima perdita per calcinazione osservata. Io non rinvenni, come già il Mrazec ed il Penfield nei campioni da essi esaminati, altro che ossido ferrico.

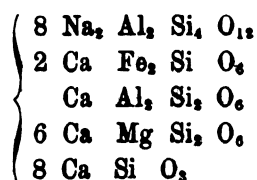
Determinazioni concordanti hanno dato i seguenti risultati: (I).

	I Trovato	II Calcolato
SiO_2	53,54	53,45
Al_2O_3	14,79	14,60
Fe_2O_3	5,14	5,09
CaO	14,83	15,15
MgO	3,59	3,82
Na_2O	7,73	7,89
K_2O	0,27	—
Perdita al fuoco	0,28	—
	100,17	100,00

[1] *Ueber das Vorkommen von Jadeit in Ober-Birma.* Ibidem. pag. 1.

Per la composizione chimica, questo pirosseno si avvicina molto alla roccia sodifera di Nantes, analizzata dal Damour, e che contiene le stesse quantità di silice, allumina e calce del nostro. Anche il pirosseno di St. Marcel, studiato dal Penfield, presenta una grande analogia con quello da me analizzato. Penfield però ha trovato il doppio di ossido ferrico.

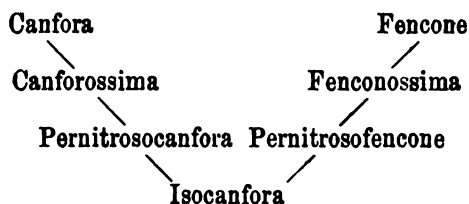
Dalla mia analisi segue la formula

$$\left\{\begin{array}{l} 8\ Na_2\ Al_2\ Si_4\ O_{12} \\ 2\ Ca\ Fe_2\ Si\ O_6 \\ \ \ \ Ca\ Al_2\ Si_2\ O_6 \\ 6\ Ca\ Mg\ Si_2\ O_6 \\ 8\ Ca\ Si\ O_3 \end{array}\right.$$

che richiede i numeri II (v. sopra).

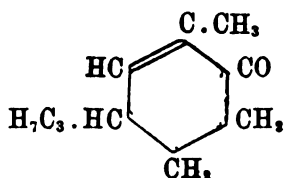
Il pirosseno dell'eclogite di Cima Cucco, contiene dunque, secondo questa formula, 51,4 % di silicato della giadeite $Na_2\ Al_2\ Si_4\ O_{12}$, il 20,6 % di silicato del diopside $Ca\ Mg\ Si_2\ O_6$. Esso appartiene, come quelli studiati dal Penfield, dal Piolti e da altri, non alla tipica giadeite, ma a quel gruppo di pirosseni che per il loro elevato tenore in elementi esavalenti ed in sodio, si possono chiamare pirosseni giadeitoidi.

Chimica fisiologica. — *Ossidazione biologica del fencone.* Nota preliminare del dott. E. Rimini, presentata dal Socio Paternò.

In un mio lavoro pubblicato di recente intorno a ricerche fisiologiche sugli isomeri della canfora e loro principali derivati, mi sono occupato in ispecial modo dell'azione che il fencone esercita sull'organismo in generale e sui sistemi circolatorio e nervoso in ispecie.

Mi avevano indotto a questo studio alcune analogie chimiche che passano tra il fencone e la canfora e sopratutto il fatto, da Angeli e me a suo tempo reso noto, che da questi isomeri per mezzo di successive ed analoghe trasformazioni rappresentabili dal seguente schema:

si può pervenire ad un unico prodotto non saturo di natura chetonica, iso-

mero del fencone e della canfora, cui spetterebbe la seguente formola di costituzione:

$$
\begin{array}{ccc}
 & C.CH_3 & \\
HC & & CO \\
H_7C_3.HC & & CH_2 \\
 & CH_2 &
\end{array}
$$

Come risulta da alcune esperienze che ora credo opportuno di riportare, l'azione generale del fencone somministrato a cani per via gastrica non si esplica in modo perfettamente identico come se fosse dato per altre vie, poichè anche se le dosi sono eccessivamente elevate, rispetto alla mole dell'animale, i fenomeni convulsivi ritardano alquanto, difficilmente si rinnovano e l'animale sfugge alla morte o come avvenne talvolta muore parecchi giorni dopo la somministrazione del veleno. Se poi si opera con cani robusti e si ha l'avvertenza di dare piccole quantità di fencone nell'inizio dell'esperimento, si possono fare ingerire dosi giornaliere abbastanza elevate e per molti giorni di seguito, prima che si manifestino i fenomeni d'intossicazione.

Esperienza I. — Ad un cane del peso di kgr. 3,500 si somministrano per mezzo di sonda esofagea, grammi cinque di fencone sciolti in pari quantità di olio. Due ore appresso l'animale è preso da forti convulsioni seguite da abbattimento di tutto il corpo e da cui l'animale non può più riaversi. I fenomeni principali, presentati durante dieci giorni di vita, sono nei primi giorni anorressia e prostrazione generale delle forze.

L'animale chiamato ha appena la forza di sollevare la testa; tolto dalla gabbia non si regge in piedi. Nel quarto giorno sopravviene un'ipersecrezione delle mucose congiuntivale, nasale e boccale; ma le forze sono un poco riacquistate poichè, sebbene con difficoltà, il cane riesce a camminare barcollando.

Nell'ottavo giorno cominciano a comparire feci sanguinolente che si mantengono tali sino all'undecimo giorno in cui l'animale muore.

Esperienza II. — Ad altro un cane del peso di kgr. 13 si somministrano, nel modo sopradetto, grammi dieci di fencone. Circa tre quarti d'ora dopo le somministrazione, si notano nell'animale tremiti, movimenti di ondeggiamento dovuti a perdita dell'equilibrio, poscia scosse del capo e dopo 50 minuti cade su di un fianco gettando un grido ed in preda ad una convulsione generale della durata di circa 2 minuti, con emissione di bava, perdita delle urine e battimento dei denti.

Le convulsioni non si ripetono e l'animale si va rimettendo, dimostrando per altro nei due giorni successivi una grande ripugnanza al cibo.

Esperienza III. — Ad un cane del peso di kgr. 23,500, custodito in gabbia per raccogliere le urine, in un periodo di sedici giorni si somministrarono 285 grammi di sostanza (sciolta in una eguale quantità di olio) a

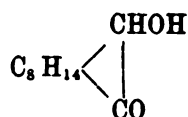
dosi da 5 a 10 grammi con una dose massima giornaliera di grammi 25 senza che dia nessun fenomeno caretteristico per questo prodotto. Soltanto al diciassettesimo giorno il cane vomita la sostanza ingerita al mattino.

All' esame obiettivo l' animale si mostra profondamente abbattuto e sofferente, incesso incerto a gambe divaricate con segni evidenti di debolezza generale. Intelligenza conservata, però non netta; respirazione regolare pulsazioni da 95 a 100 con le aritmie normali del cane. Midriasi, a forte intensità luminosa, che si mantiene immutata anche variando l' intensità della luce. Ripugnanza al cibo.

Come è noto il Wiedemann studiando l' azione fisiologica della canfora, aveva osservato che a cani di media grandezza se ne potevano fare ingerire per settimane dosi giornaliere oscillanti dai 12 ai 20 grammi senza riscontrare mai odore di canfora nè nelle urine, nè nelle feci, ed aveva altresì notato che i fenomeni di avvelenamento che si presentavano per dosi maggiori di canfora, scomparivano dopo poche ore; perciò giustamente suppose che questo prodotto passasse trasformato nelle urine. Egli potè infatti separare da queste un acido di cui diede alcuni caratteri; ma che peraltro non riuscì a purificare per l' analisi.

Le esperienze, con esito migliore, furono continuate dallo Schmiedeberg e dal Meyer i quali dopo un lungo ed accurato studio, non scevro di gravi difficoltà, e forse per questo non ancora completato, riuscirono ad isolate gli acidi α e *β-canfoglucuronico* e dimostrare la presenza di un terzo acido azotato che essi denominarono *uramidocanfoglucuronico*.

Scissero inoltre gli acidi canfoglucuronici in acido *glucuronico* e *canferolo* cui assegnarono la costituzione:

$$C_8H_{14}\left\langle \begin{array}{l} CHOH \\ | \\ CO \end{array} \right.$$

confermata in seguito anche dalle esperienze del Manasse che l' ottenne per riduzione del canfadione.

La mole dell' animale che servì per l' esperienza terza su riportata, la somministrazione, frazionata del fencone, una maggior lentezza d' assorbimento per parte della mucosa gastrica, non erano sufficienti a spiegare la grande tolleranza dimostrata dal cane; non potendosi d' altra parte ritenere che in così breve tempo l' animale si fosse abituato al veleno, nè essendosi mai constatato che le feci e le urine tramandassero odore di fencone, bisognava ammettere che nell' organismo questo prodotto subisse trasformazioni analoghe a quelle su ricordate della canfora.

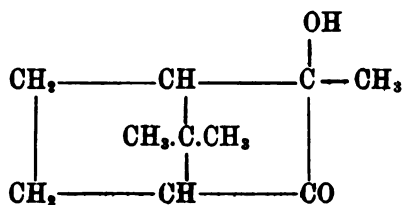
Partendo da questo concetto ho cercato di separare gli acidi glucuronici con uno dei metodi indicati dallo Schmiedeberg e dal Meyer. Si trattano cioè le urine con acetato basico di piombo ed ammoniaca e dopo aver lavato accuratamente con acqua l'abbondante precipitato che così si forma, lo si decompone a caldo con una soluzione di carbonato ammonico e si filtra.

Nel filtrato passano i sali ammonici degli acidi glucuronici che vengono alla lor volta bolliti con barite sino a completa eliminazione d'ammoniaca, dopo di che, sempre a caldo, si toglie l'eccesso di idrato di bario mediante una corrente di acido carbonico. Dopo aver separato il carbonato di bario, si concentra il liquido, distillandolo nel vuoto, sino a consistenza sciropposa e da questo residuo per ripetute ebollizioni con alcool assoluto si asportano i sali di bario degli acidi fenconglucuronici.

La piccola quantità di materiale di cui io disponeva e la conoscenza delle gravi difficoltà incontrate dallo Schmiedeberg e dal Meyer nella separazione degli acidi canfoglucuronici, mi hanno distolto dall'indagare se le urine da me raccolte contenessero, come è presumibile, più acidi fenconglucuronici.

Ho dovuto pertanto limitarmi, per ora, alla ricerca di uno dei prodotti di scissione come quello che per l'indole delle mie indagini, sugli isomeri della canfora, presentava maggior interesse.

Ammesso che il fencone nell'organismo dovesse comportarsi in modo identico alla canfora, ammessa pel fencone la formula che ne diedero il Wallach il Gardner ed il Cockburn, si doveva supporre di pervenire, per scissione degli acidi fenconglucuronici, ad un prodotto di natura alcoolica della formula $C_{10}H_{16}O_2$, isomero del canferolo, ed al quale spetterebbe la struttura:

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & & & OH \\
 & & & & | \\
CH_2 & \text{———} & CH & \text{———} & C-CH_3 \\
| & & | & & | \\
| & & CH_3.C.CH_3 & & | \\
| & & | & & | \\
CH_2 & \text{———} & CH & \text{———} & CO
\end{array}
$$

Per raggiungere lo scopo, sciolsi i sali baritici in acqua, ne precipitai il bario colla quantità voluta di acido solforico e posi a bollire a ricadere con acido solforico diluito, la soluzione degli acidi fenconglucuronici.

La scissione si inizia tosto con svolgimento di acido carbonico; ma non è completa nemmeno dopo 48 ore, ond'è necessario di persistere per parecchi giorni estraendo quotidianamente, con etere, il prodotto scisso. La soluzione eterea venne lavata con carbonato sodico ed asciugata con cloruro di calcio. Per eliminazione del solvente rimane un liquido oleoso denso, colorato in giallo, e dall'odore lievemente terpenico.

Distillato a 14 millimetri di pressione, passa incoloro fra 135° e 150°. La frazione che passa a 145°-147° all'analisi dà numeri che corrispondono a quelli richiesti dalla formula

$$C_{10} H_{16} O_2 .$$

Grammi 0,2122 di sostanza diedero gr. 0,5578 di CO^2 e gr. 1890 di H_2O.

In cento parti:

	calcolato p. $C_{10} H_{16} O_2$	trovato
C =	71,42	71,69
H =	9,52	8,89

Alla pressione ordinaria distilla da 240 ai 255 gradi centigradi.

Tanto dalla frazione che a 14 millimetri distilla a 145°-147°, quanto da quella che a pressione ordinaria bolle a 253-255, si vanno separando, dopo un po' di tempo, cristalli aghiformi.

Questa cristallizzazione è assai lenta, poco vale ad agevolarla la miscela frigorifera di ghiaccio e sale, ne è mai completa; per cui occorre separare i cristalli filtrando, in causa della densità del liquido, alla pompa su cono di platino.

Questi cristalli purificati dall'etere petrolico, in cui sono abbastanza solubili, fondono ad 89° ed all'analisi danno numeri che corrispondono alla formula $C_{10} H_{16} O_2$.

Grammi 0,150 di sostanza diedero gr. 0,3922 di CO^2 e gr. 0,1286 di H_2O.

In cento parti:

	calcolato p. $C_{10} H_{16} O_2$	trovato
C =	71,42	71,31
H =	9,52	9,52

Il prodotto ottenuto nel modo su descritto deve pertanto considerarsi come un *isomero del canferolo*.

Esso non è di natura acida; non è un alcool perchè non si combina coll'isocianato di fenile, ed è saturo perchè non scolora, neppure dopo molto tempo, la soluzione di permanganato.

Un prodotto della formola $C_{10} H_{16} O_2$ è stato ottenuto dal fencone per la prima volta dal Wallach per azione della potassa alcoolica sul nitrile fencolenico. Tale prodotto è l'acido fencolenico.

Recentemente lo Czerny per azione della potassa alcoolica sul bromofencone, ha ottenuto una sostanza della formula $C_{10} H_{16} O_2$, liquida, di natura acida e perfettamente identica a quella ora citata dal Wallach. Essa deco-

lora il permanganato; dà un sale d'argento ed uno di ammonio che per riscaldamento sotto pressione si converte in un anidridre che fonde a 113°-114° e che fu già descritta dal Wallach.

Interessante è la trasformazione che lo Czerny ha operata su questo acido sciogliendolo in acido solforico concentrato e versando la soluzione sul ghiaccio.

Egli è pervenuto così ad un nuovo prodotto $C_{10} H_{16} O_2$, cristallino e che fonde a 77°, che non è più acido, stabile al permanganato onde lo Czerny sospetta trattarsi di un lattone.

Non è improbabile che l'*ossifencone* da me isolato sia una sostanza di natura analoga.

In una prossima Nota pubblicherò lo studio dettagliato sui prodotti della ossidazione biologica del fencone.

Chimica. — *Nuove ricerche sopra l'acido nitroidrossilamminico* (1). Nota di Angelo Angeli e Francesco Angelico, presentata dal Socio G. Ciamician.

I sali dell'acido nitroidrossilamminico con i metalli alcalini si possono facilmente preparare partendo dagli idrati corrispondenti ed i sali dei metalli alcalino terrosi e di qualche metallo pesante si ottengono per doppia decomposizione dal sale sodico (2). Invece tutti i numerosi tentativi diretti a preparare gli eteri corrispondenti sono rimasti finora privi di risultato: abbiamo fatto reagire sul sale di sodio e di piombo, sciolti in acqua oppure sospesi negli alcool o nell'etere i ioduri alcoolici, il solfato bimetilico, i sali dell'acido etilsolforico, ma sempre con esito negativo. Gli eteri dell'acido iponitroso si preparano, come è noto, dal corrispondente sale d'argento, ma noi non abbiamo potuto giovarci di questo mezzo giacchè il sale d'argento dell'acido nitroidrossilamminico è sommamente alterabile. Trattando infatti una soluzione acquosa del sale sodico con nitrato d'argento, si ottiene un precipitato giallo che subito annerisce. Tale proprietà è comune alla maggior parte degli acidi idrossammici, vale a dire di quegli acidi che nella loro molecola contengono anche il residuo.

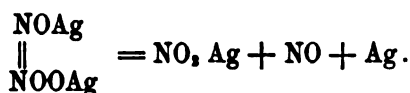
$$(NOH)''$$

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di chimica farmaceutica della R. Università di Palermo.

(2) Il sale sodico reagisce fortemente alcalino, probabilmente perchè in soluzione acquosa subisce una parziale idrolisi. Questo fatto rende probabile che l'acido nitroidrossilamminico, al pari dell'acido iponitroso, sia debole; però la facilità con cui si decompone, ancora non ci ha permesso di misurare direttamente la sua costante di affinità. Per

Infatti l'acido idrossilamminsolfonico, l'acido benzolsolfonidrossamico, gli acidi idrossammici organici forniscono tutti col nitrato d'argento sali che dopo breve tempo si decompongono con separazione di argento metallico [1]. Se invece si opera in soluzione lievemente acida, dall'acido nitroidrossilamminico si può avere il sale d'argento alquanto più stabile: a tale scopo si aggiunge alla soluzione diluita del sale sodico una piccola quantità di acido acetico, ed il liquido fortemente raffreddato con ghiaccio e sale viene trattato con nitrato d'argento. Si separa subito il sale d'argento sotto forma di un voluminoso precipitato giallo, che all'aspetto ricorda l'iponitrito d'argento ed anche il ioduro di piombo. Sotto questa forma e per alcuni minuti il sale si mantiene inalterato; se però si toglie dal miscuglio frigorifero, incomincia subito a decomporsi, il colore dal giallo passa al grigio e nello stesso tempo si sviluppano notevoli quantità di biossido di azoto. L'argento che si separa ha un aspetto splendente, e se si opera in capsula la massa assume un aspetto metallico che poco differisce da quello dell'amalgama di ammonio. Separato l'argento, filtrando rapidamente alla pompa, nel liquido si riscontrano notevoli quantità di nitrito di argento; neutralizzando con ammoniaca precipita poco iponitrito di argento.

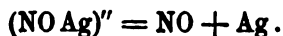
Da alcune esperienze che abbiamo eseguite, la decomposizione procede in gran parte (80-90 °/₀) secondo l'equazione:

$$\begin{matrix} NOAg \\ \| \\ NOOAg \end{matrix} = NO_2Ag + NO + Ag .$$

Sarebbe stato fino ad un certo punto da aspettarsi che anche in questo caso i residui (NOAg)″ si fossero polimerizzati per dare iponitrito

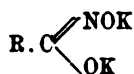
$$2NOAg = (NOAg)_2$$

come avviene per i sali alcalini; nel caso del sale d'argento (ed in generale dei metalli facilmente riducibili od a piccola tensione di soluzione) i residui in gran parte si decompongono in metallo e biossido di azoto:

$$(NOAg)'' = NO + Ag .$$

---

la stessa ragione ed anche per la facilità con cui si decompongono le soluzioni del sale sodico non ci è stato finora possibile di misurare il grado di idrolisi del sale, giovandoci p. e. del metodo proposto da Shields (Zeit. für phys. Chemie, 12, 167)

[1] Una soluzione alcoolica, p. e. di acido benzidrossammico per trattamento con potassa alcoolica dà un precipitato che si scioglie per successiva aggiunta di alcali. Ciò rende probabile che in queste condizioni si formino sali con due atomi di metallo

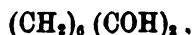
$$R.C\begin{matrix} \nearrow NOK \\ \searrow OK \end{matrix}$$

solubili nell'alcool.

La reazione procede nello stesso modo se invece di nitrato di argento si adopera l'acetato. Operando in soluzione neutra, vale a dire non acidificando prima con acido acetico, anche in questo caso non si ottiene traccia di iponitrito, la formazione del quale, quando si opera in presenza di acido acetico, è senza dubbio da attribuirsi alla polimerizzazione dei residui NOH che dapprima si pongono in libertà.

Il residuo (NOH)″, come lo confermano le nostre ulteriori esperienze, si unisce con grande facilità alle aldeidi, nitrosoderivati aromatici (¹) ecc., dimodochè si può dire che la reazione è di carattere generale; anche le dialdeidi reagiscono nello stesso modo; noi finora abbiamo studiato il comportamento del gliossal (²):

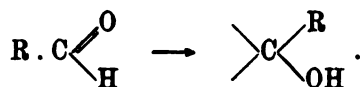
$$(COH)_2,$$

e dell'aldeide suberica

$$(CH_2)_6\,(COH)_2,$$

che noi preparammo secondo l'elegante metodo proposto da Adolfo von Baeyer.

Gli acidi idrossammici che così si ottengono, si possono facilmente isolare per mezzo dei corrispondenti sali di rame poco solubili.

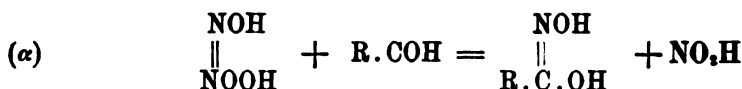
In queste reazioni le aldeidi si comportano come gli alcool del carbonio bivalente:

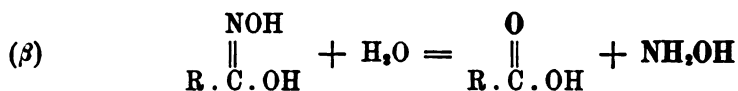
$$R.C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow H\end{smallmatrix} \longrightarrow \;\rangle C\begin{smallmatrix}\nearrow R\\ \searrow OH\end{smallmatrix}.$$

Non abbiamo invece potuto avere le reazioni degli acidi idrossammici dal glucosio e dal lattosio; questo fatto sarebbe d'accordo con altri e darebbe ragione a coloro che ammettono che queste sostanze invece di un residuo aldeidico contengano un ossigeno anidridico fra due o fra quattro atomi di carbonio consecutivi. Il fatto, da noi riscontrato, che l'aldeide glicerica facilmente reagisce, rende più probabile la seconda ipotesi. Del pari non abbiamo avuto reazioni nette dall' aldeide o- nitrobenzoica, dall'aldeide salicilica, dall'elicina e dai sali dell'acido opianico; tutte queste sostanze, come si vede, sono ortoderivati della serie aromatica, sebbene l'eccezione presentata dall' aldeide salicilica si possa anche spiegare per il fatto che i fenoli reagiscono per conto loro ed in altro senso sopra l'acido nitroidrossilamminico, come a suo tempo riferiremo. Risultato negativo abbiamo pure avuto con l'aldeide pirrolica, un campione della quale ci è stato regalato dal prof. Eugenio Bamberger.

(¹) Da alcune esperienze che abbiamo eseguite sembra che i nitrosoderivati alifatici reagiscano in altro senso.

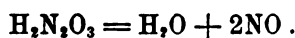
(²) Ringraziamo il prof. Balbiano che ha messo a nostra disposizione alcuni grammi di questo prodotto.

Gli acidi idrossammici che in tal modo si ottengono:

$$(\alpha) \qquad \begin{matrix} NOH \\ \| \\ NOOH \end{matrix} + R.COH = \begin{matrix} NOH \\ \| \\ R.C.OH \end{matrix} + NO_2H$$

per ebollizione con acidi diluiti vengono facilmente scissi in idrossilammina e nell'acido corrispondente all'aldeide impiegata:

$$(\beta) \qquad \begin{matrix} NOH \\ \| \\ R.C.OH \end{matrix} + H_2O = \begin{matrix} O \\ \| \\ R.C.OH \end{matrix} + NH_2OH$$

Queste due trasformazioni, prese assieme, presentano uno speciale interesse, giacchè per loro mezzo si può effettuare indirettamente una nuova scissione dell'acido nitroidrossilamminico e che si può considerare come l'inversa della sua formazione.

Nel mentre infatti gli acidi idrossammici organici ed inorganici, in generale, per azione degli acidi minerali diluiti facilmente si possono scindere in idrossilammina e nell'acido corrispondente, nel caso dell'acido nitroidrossilamminico questo non è possibile, giacchè esso perde una molecola di acqua per dare biossido di azoto:

$$H_2N_2O_3 = H_2O + 2NO\,.$$

Che in una prima fase avvenga scissione in acido nitrico ed idrossilammina non è ammissibile, poichè il nitrato di questa base è stabile in soluzione acquosa.

Sommando invece (α) con (β) e ponendo $R.COOH = R.COH + O$, ne segue la nuova relazione:

$$H_2N_2O_3 + H_2O = NO_2H + O + NH_2OH\,.$$

Siccome l'idrolisi è avvenuta per l'acido idrossammico (β), così l'atomo di ossigeno, che doveva portarsi all'acido nitroso per trasformarlo in acido nitrico, si è fissato all'aldeide per formare l'acido corrispondente.

La scissione dell'acido nitroidrossilamminico nelle sostanze che hanno servito a prepararlo, idrossilammina ed acido nitrico, per quanto indiretta, si può dunque considerare come completa.

Riassumendo quanto abbiamo esposto anche nelle precedenti comunicazioni, finora ci è stato possibile scindere l'acido nitroidrossilamminico in sei differenti maniere, che per maggiore chiarezza riferiremo tutte all'acido libero:

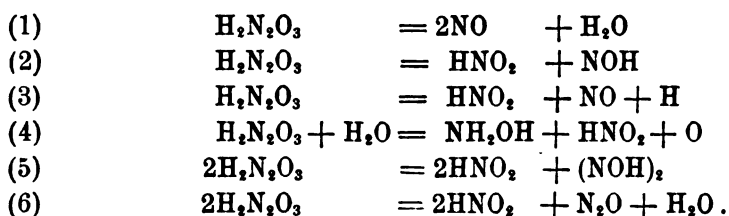
$$(1) \qquad H_2N_2O_3 = 2NO + H_2O$$

$$(2) \qquad H_2N_2O_3 = HNO_2 + NOH$$

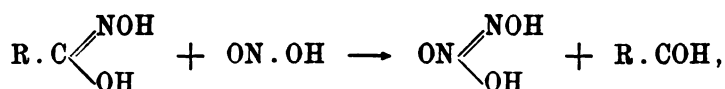
$$(3) \qquad H_2N_2O_3 = HNO_2 + NO + H$$

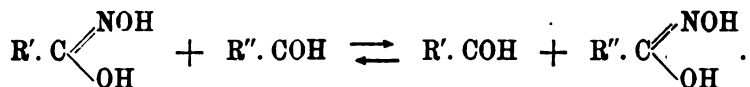
$$(4) \qquad H_2N_2O_3 + H_2O = NH_2OH + HNO_2 + O$$

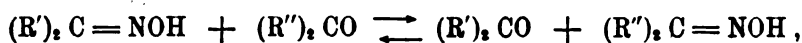
$$(5) \qquad 2H_2N_2O_3 = 2HNO_2 + (NOH)_2$$

$$(6) \qquad 2H_2N_2O_3 = 2HNO_2 + N_2O + H_2O\,.$$

La (1) si riferisce all'acido libero, la (3) al sale d'argento, le (2), (5), (6) al sale sodico. Queste trasformazioni procedono con la massima facilità, si possono quasi tutte effettuare in tubi da saggio e si prestano benissimo come esperienze di corso.

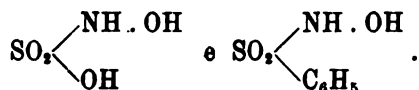
Noi abbiamo tentato di preparare l'acido nitroidrossilamminico facendo reagire i nitriti sopra gli acidi idrossammici:

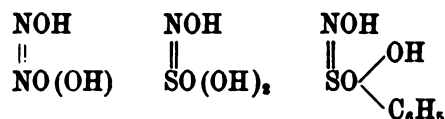
$$R.C\begin{matrix}\nearrow NOH \\ \searrow OH\end{matrix} + ON.OH \longrightarrow ON\begin{matrix}\nearrow NOH \\ \searrow OH\end{matrix} + R.COH,$$

ma le nostre esperienze non ebbero buon risultato, perchè il residuo (NOH)″ è unito al carbonio in modo assai più intimo che non agli altri elementi. Questo spiega anche come ci sieno finora riusciti infruttuosi i tentativi diretti ad effettuare la trasformazione espressa dallo schema (ripartizione del residuo NOH fra due aldeidi):

$$R'.C\begin{matrix}\nearrow NOH \\ \searrow OH\end{matrix} + R''.COH \rightleftarrows R'.COH + R''.C\begin{matrix}\nearrow NOH \\ \searrow OH\end{matrix}.$$

Siccome le aldeidi da una parte e gli acidi idrossammici dall'altra presentano reazioni che sono in gran parte comuni e che perciò non permettono di differenziarli, così noi abbiamo scelti acidi idrossammici che potessero fornire aldeidi facilmente riconoscibili per altre proprietà ed in questo caso sovratutto per il loro odore caratteristico, ma trattando l'acido benzidrossammico e piperonilidrossammico in soluzione acquosa e diluita, con le aldeidi formica ed acetica non ci è stato possibile percepire l'odore delle mandorle amare e dell'eliotropio. Tale trasformazione avviene invece spesso fra ossime ed aldeidi o chetoni:

$$(R')_2C=NOH + (R'')_2CO \rightleftarrows (R')_2CO + (R'')_2C=NOH,$$

dove si può anche porre $R=H$. Questa reazione venne talora anche utilizzata per mettere in libertà i composti carbonilici dalle corrispondenti ossime.

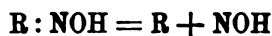
La proprietà di cedere facilmente il residuo (NOH)″ non è caratteristica dell'acido nitroidrossilamminico soltanto; in questo laboratorio infatti, Rimini ha trovato che anche altri composti, noti da lungo tempo, hanno un comportamento analogo. Fra questi accenneremo all'acido idrossilamminosolfonico ed all'acido benzolsolfonidrossammico, scoperto da Piloty, ai quali vengono attribuite le formole di struttura:

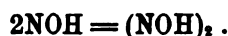
$$SO_2\begin{matrix}\nearrow NH.OH \\ \searrow OH\end{matrix} \quad e \quad SO_2\begin{matrix}\nearrow NH.OH \\ \searrow C_6H_5\end{matrix}.$$

Anche queste sostanze cedono con grande facilità il residuo (NOH)″ alle aldeidi per trasformarle nei corrispondenti acidi idrossammici: contemporaneamente si formano acido solforoso oppure benzolsolfinico. Siccome queste reazioni si compiono solamente in soluzione alcalina, non è improbabile che i sali di questi acidi possiedano (in presenza di molto alcali) una struttura analoga a quella dei sali dell'acido nitroidrossilamminico:

$$\begin{matrix} NOH \\ \| \\ NO(OH) \end{matrix} \qquad \begin{matrix} NOH \\ \| \\ SO(OH)_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} NOH \\ \| \\ SO \end{matrix}\!\!\begin{matrix} \diagup OH \\ \\ \diagdown C_6H_5 \end{matrix}$$

Tale struttura darebbe ragione dell'analogia con cui questi composti si scindono nel residuo (NOH)″ da una parte e negli acidi nitroso, solforoso e benzolsolfinico dall'altra.

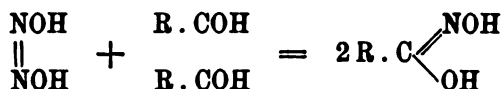
Come caso particolare, tutte queste sostanze, come è noto, possono dare acido iponitroso, la formazione del quale si può ora considerare come la risultante di due reazioni principali:

(*a*) scissione del gruppo (NOH)″:

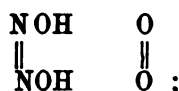
$$R : NOH = R + NOH$$

(*b*) polimerizzazione del gruppo (NOH)″:

$$2NOH = (NOH)_2 .$$

La (*a*) è una reazione di primo ordine; la (*b*) segue con tutta probabilità l'andamento delle reazioni bimolecolari; questo spiegherebbe come i rendimenti migliori in iponitrito si abbiano quando si operi in soluzioni molto concentrate; in tal modo i sali si formano in modo assai più rapido ed i residui (NOH) vengono sottratti ad altre decomposizioni che possono subire e che finora sono state incompletamente studiate.

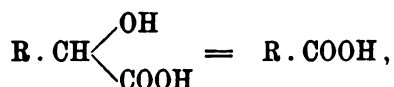
La facilità con cui gli acidi prima considerati possono cedere il gruppo NOH rendeva, fino ad un certo punto, probabile che anche l'acido iponitroso stesso potesse reagire p. e. con le aldeidi per trasformarle nei corrispondenti acidi idrossamici:

$$\begin{matrix} NOH \\ \| \\ NOH \end{matrix} + \begin{matrix} R.COH \\ \\ R.COH \end{matrix} = 2R.C\!\begin{matrix} \diagup\!\!\diagup NOH \\ \\ \diagdown OH \end{matrix}$$

Però le esperienze che noi abbiamo finora eseguite hanno dimostrato che questo non è il caso. Abbiamo operato sempre a parità di condizioni, partendo da soluzioni di iponitriti alcalini preparate decomponendo il sale di argento con la quantità voluta dei cloruri; tali soluzioni, per trattamento con aldeidi, non forniscono le reazioni degli acidi idrossammici e con i cloridrati delle ammine secondarie alifatiche non danno origine ai tetrazoni.

Ciò dimostra che nell' acido iponitroso i due residui NOH sono legati fra loro in modo assai più stabile che non negli altri composti che prima abbiamo preso in considerazione. Questo fatto, a nostro modo di vedere, pone in rilievo un'altra volta l'analogia che esiste fra l'ossigeno e il gruppo (NOH)'', analogia cui abbiamo accennato in una precedente comunicazione. Da questo punto di vista l'acido iponitroso si potrebbe paragonare all'ossigeno molecolare:

$$\begin{matrix} NOH \\ \| \\ NOH \end{matrix} \qquad \begin{matrix} O \\ \| \\ O \end{matrix} \; ;$$

l'acido iponitroso difficilmente si scinde nei gruppi (NOH)'', e nella maggior parte delle ossidazioni anzichè impiegare ossigeno molecolare, si ricorre a quelle sostanze che con maggiore facilità cedono tutto o parte del loro ossigeno.

Accenneremo infine che le scissioni prima considerate ricordano, fino ad un certo punto, certe trasformazioni che presentano taluni composti del carbonio. È noto p. e. che molti ossiacidi vengono scissi in aldeidi ed acido formico (monoaldeide dell'acido carbonico)

$$R.CH\begin{matrix} \diagup OH \\ \diagdown COOH \end{matrix} = R.COOH \, ,$$

e che il benzoino può fornire due molecole di aldeide benzoica ecc.

$$C_6H_5 . CO . CH(OH) . C_6H_5 = 2C_6H_5 . COH \, .$$

Si vede subito che nel caso dei composti inorganici, di cui prima ci siamo occupati, si formano prodotti a funzione chimica analoga: infatti il gruppo (NOH) si può considerare come l'aldeide dell'acido nitroso, e l'acido nitroso, solforoso e benzolsolfinico come le aldeidi degli acidi nitrico, solforico e benzolsolfonico.

Chimica fisica. — *Esperienze crioscopiche con i bromuri d'arsenico e d'antimonio.* Nota di Felice Garelli e Vittorio Bassani, presentata del Socio G. Ciamician.

Durante l'anno scorso abbiamo istituito delle ricerche per studiare il comportamento come solventi crioscopici di tre interessanti composti: il *ioduro di metilene*, il *bromuro d'arsenico*, il *bromuro d'antimonio*. I risultati ottenuti furono esposti nella tesi di laurea manoscritta presentata dal secondo di noi alla Facoltà di scienze della R. Università di Modena nella sessione autunnale d'esami del 1900.

Abbiamo poscia comunicato nel febbraio u. s. all'Accademia di scienze mediche e naturali di Ferrara lo studio crioscopico dettagliato del ioduro di metilene e rinviata la comunicazione che intendevamo fare sui due solventi inorganici, giacchè era nostro desiderio di chiarire meglio, su materiale nuovo e più puro, talune anomalie non facili a spiegarsi per la complessità delle cause suscettibili di produrle.

La preparazione del materiale, la scarsità di tempo e dei mezzi a nostra disposizione fece durare le nostre ricerche più che non avremmo voluto. In questa Nota diamo un breve sunto dei risultati delle nostre esperienze (riserbandoci di pubblicarle altrove in esteso), giacchè un lavoro di St. Tolloczko dal titolo: *Studi sperimentali sulle proprietà crioscopiche dei solventi inorganici*, comunicato all'Accademia delle scienze di Cracovia ed inviatoci in questi giorni come cortese omaggio dell'autore, ci apprende che il Tolloczko, con intendimenti diversi dai nostri, ha egli pure sperimentato i bromuri d'arsenico e d'antimonio come solventi in crioscopia.

Il Tolloczko voleva di fatto studiare il potere ionizzante di tali combinazioni inorganiche. Esse, come il tricloruro d'antimonio prima studiato dal Tolloczko [1], si prestavano quali composti non saturi ad una verificazione sperimentale della nota ipotesi del Brühl [2] sulle cause del potere dissociante, ipotesi discussa come sappiamo dal Walden [3] per mezzo di determinazioni di conducibilità elettrica e contraddetta anche da recenti esperienze di Bruni e Berti [4] fatte con l'ipoazotide.

Noi invece volevamo sopratutto realizzare fra questi corpi inorganici dei casi di soluzioni solide: ed all'uopo fin dal principio del 1898 uno di noi aveva ripreso lo studio crioscopico del bromuro stannico appena iniziato da Raoult. Nella Nota: *Il bromuro stannico come solvente nelle determinazioni crioscopiche* [5], a pag. 254 è chiaramente espresso lo scopo del lavoro. Benchè i risultati allora ottenuti non avessero in questo senso fornito nessun risultato positivo, era nostra intenzione di estendere le ricerche ad altri bromuri e cloruri di metalloidi.

La diversità d'intendimenti che ha mosso le due serie di ricerche, spiega perchè il Tolloczko non dia a taluni dei risultati ch'egli stesso comunica nella sua Nota, quell'importanza che, a sostegno delle tesi sostenute da uno di noi in numerose pubblicazioni, intendiamo di far rilevare.

Le nostre esperienze furono eseguite con il solito semplicissimo apparecchio crioscopico ridotto ad una provetta di vetro rosso perchè, come già pel ioduro di metilene, abbiamo riconosciuto l'opportunità di proteggere dalla

(1) Zeit. f. Phys. Chem. 30, 705-710 (1899).
(2) Zeit. f. Phys. Chem. 27, 319 (1898).
(3) Zeit. f. Anor. Chem. 25, 210.
(4) Questi Rendiconti, [5] 9, I, 325-326.
(5) Gazzetta chimica, 1898, II.

luce i due bromuri. La provetta era scaldata in bagno d'acqua: la miscela congelante veniva agitata da filo di platino mosso a mano, e durante le determinazioni si faceva passare nella provetta una corrente d'aria secca.

Le sostanze liquide o facilmente fusibili e sopratutto quelle fumanti all'aria furono pesate e introdotte nella provetta crioscopica servendoci di palline tarate chiuse in seguito alla lampada. Riteniamo che il Tolloczko abbia impiegato lo stesso metodo per corpi quali il cloruro d'arsenico, di stagno, il bromuro stannico ecc., benchè non sia detto nella sua comunicazione.

In generale poi non impiegammo mai più di 32 a 35 grammi di solvente, la quantità strettamente necessaria, perchè, come si disse, il materiale della voluta purezza a nostra disposizione, era scarso. Non occorre dire che le sostanze sperimentate furono tutte purificate accuratamente.

Determinazioni in bromuro d'arsenico, $AsBr^3$.

Punto di congelamento del solvente: 30°,3

Benzolo, $C_6H_6 = 78$.

concentrazione	abbass. del punto di congelazione	abbass. molecolare
0,5947	1°,47	192,8
1,1910	2,77	181,4
1,8490	4,11	173,4

Bromoformio, $CHBr_3 = 253$.

concentrazione	abbass. del punto di congelazione	abbass. molecolare
1,180	0,89	190,9
2,421	1,73	180,8
3,762	2,55	171,5
5,180	3,51	171,4

Iodo, $I_2 = 254$.

concentrazione	abbass. del punto di congelazione	abbass. molecolare
1,017	0,79	197,4
2,041	1,57	195,3
2,896	2,18	193,0

Ioduro d'arsenico, $AsI_3 = 455,6$.

concentrazione	abbass. del punto di congelazione	abbass. molecolare
0,789	0,34	195,9
1,957	0,82	190,5
3,075	1,28	189,2
4,332	1,74	182,6

Cloruro d'arsenico, As Cl_3 = 181,36.

0,8665	1,06	221,4
1,1530	1,48	224,4
2,4420	2,98	220,9
3,6990	4,58	224,1
1,0880	1,33	226,7
1,7740	2,13	216,6
3,0640	3,64	215,4
3,5915	4,19	211,5

Ioduro stannico, Sn I_4 = 626,5.

0,6358	0,42	413,9
1,5420	1,02	414,4
2,6320	1,72	409,3

Cloruro d'antimonio, Sb Cl_3 = 226,35.

0,8224	0,39	107,3
1,3440	0,57	95,9
2,2440	0,90	90,7
2,8220	1,13	90,6

Bromuro d'antimonio, Sb Br_3 = 360.

concentrazione	Innalzamento del punto di congelazione
0,9855	0°,35
2,4280	0,72
0,8647	1,50
1,4050	2,50
2,2865	4,25

Non riuscimmo a studiare il comportamento crioscopico nel bromuro di arsenico dei composti alogenati del fosforo, giacchè questi non vi si disciolgono o danno col solvente reazioni chimiche. Anche il triioduro di antimonio si scioglie assai poco, a bassa temperatura.

Determinazioni in bromuro d'antimonio, Sb Br^3 = 94°,6.

Temperatura di congelazione del solvente:

Difenile, $C_{12}H_{10}$ = 154.

concentrazione	abbass. del punto di congelazione	abbass. molecolare costante
1,051	1°,73	263,4
2,124	3,67	266,1

Difenilmetano, $(C_6H_5)_2CH_2 = 168$.

1,2240	1,92	264
2,3461	3,73	266,8

Bromoformio, $CHBr_3 = 252,3$.

0,5572	0,50	227
1,2380	1,19	243,1
2,0750	1,92	223,0
3,3660	2,99	224,7

Cloruro d' antimonio, $SbCl_3 = 226,35$.

0,4193	0,37	200,1
1,032	1,12	246,1
1,807	1,98	248,5
3,229	3,54	248,6
4,782	5.21	247,5

Ioduro d' arsenico, $AsI_3 = 455,6$.

0,9644	0,73	344,1
1,950	1,44	335,7
2,934	2,08	322,3
4,843	3,40	319,1

Bromuro d' arsenico, $AsBr_3 = 315$.

2,746	0,84	96,36
6,431	2,83	138.6
9,151	3,95	136,0

Vediamo ora di comparare i nostri risultati con quelli ottenuti da Tolloczko.

I. Per quanto riguarda il valore dell' abbassamento molecolare costante del bromuro d' arsenico, Tolloczko lo ritiene uguale a 206 detraendolo da determinazioni fatte a concentrazioni forse troppo basse. Questo criterio, come diremo in seguito, non conduce sempre al valore medio pratico della costante crioscopica.

Dalle nostre esperienze, facendo la media dei numeri dati dalle prime soluzioni di benzolo, bromoformio, iodo, ioduro d' arsenico, si ottiene 194,2. Del resto la differenza con il numero dato da Tolloczko non è molto rilevante e si spiega facilmente.

Applicando la regola empirica di Raoult, che dà risultati buonissimi in molti casi, si avrebbe:

$$AsBr_3 = 315 \times 0,62 = 195,3.$$

II. Importante è il comportamento della soluzione di cloruro d'antimonio in bromuro d'arsenico, non studiata da Tolloczko, il quale invece ha fatto lo studio della soluzione di bromuro d'arsenico in cloruro d'antimonio. Le nostre esperienze ci dànno un'abbassamento molto minore del teorico: le abbiamo ripetute e siamo ben certi del nostro risultato. Non sapremmo come spiegarlo se non ammettendo, cosa assai probabile, che vi sia formazione di soluzione solida fra i due corpi. In tal caso anche il Tolloczko avrebbe dovuto ottenere per la soluzione inversa, una costante minore della teorica: invece ottiene dei numeri molto più elevati che egli attribuisce a dissociazione [1], od a reazioni chimiche quali, ad esempio, la seguente:

$$As\,Br_3 + Sb\,Cl_3 = As\,Br_2\,Cl + Sb\,Cl_2\,Br.$$

Se ciò è, anche il sistema da noi studiato ci avrebbe forniti abbassamenti maggiori dei teorici. Non sappiamo trovare alcuna spiegazione al disaccordo evidente che esiste fra i nostri risultati e quelli del chimico polacco; ma per la grande analogia fra i due corpi considerati, e pei fatti sin qui noti ci sembra di poter affermare che il bromuro d'arsenico ed il cloruro d'antimonio si disciolgono reciprocamente allo stato solido.

III. Un'altra anomalia, pure dovuta evidentemente all'analogia di costituzione dei due corpi costituenti la soluzione, e che il Tolloczko non rileva, è quella presentata dal cloruro d'arsenico sciolto in cloruro d'antimonio. Dalla pubblicazione del Tolloczko togliamo, ricalcolandoli, i numeri seguenti, omettendo l'esperienza fatta a concentrazione più bassa:

concentrazione	abbassamento	costante
1,269	1°,06	153
2,529	1,96	140
4,670	3,41	133
7,177	4,85	132

L'abbassamento molecolare normale del cloruro d'antimonio essendo uguale a 184, l'anomalia, dovuta senza dubbio a ripartizione del corpo sciolto nelle due fasi liquida e solida è evidente. Solo a concentrazione molto bassa (0,4 % circa), il Tolloczko trova come costante 177: ma è bene ricordare che il cloruro d'arsenico è assai avido d'acqua, fuma molto all'aria e perciò

[1] Non ci sembra che neppure rispetto al cloruro di potassio e sopratutto al cloruro mercurico si manifesti lo spiccato (ausgeprägt) potere dissociante che il Tolloczko attribuisce a $Sb\,Cl^3$: se vi ha, esso è invece piccolissimo. Di fatto dalle misure di Tolloczko si vede che questi due sali a concentrazioni dell'1,4 e 1 % forniscono già abbassamenti molecolari teorici e anche minori dei teorici.

Osserviamo ancora che il bromuro stannico poi, non dissocia gli aggregati molecolari formati dagli acidi, alcooli ecc.

eventuali impurezze influiscono specialmente sui risultati delle concentrazioni molto basse.

IV. Per quanto riguarda il bromuro di antimonio teniamo la costante data da Tolloczko (267) che s'avvicina ai risultati da noi ottenuti col difenile ed il difenilmetano. A differenza del Tolloczko noi troviamo una depressione molecolare costante minore della teorica per le soluzioni di cloruro d'antimonio nel bromuro: e cioè invece di 278, le nostre esperienze dànno numero numeri che si aggirano intorno al 240: ripetute, ottenemmo lo stesso risultato.

Ora è bene osservare che il valore normale trovato da Tolloczko è in aperta contraddizione con le stesse sue esperienze fatte con la soluzione di bromuro d'antimonio nel cloruro. Per questa il Tolloczko ammette l'anomalia che è evidentissima (abbassamento mol. 120 in luogo di 184: e che sia più manifesta che non nel caso inverso si comprende perchè il bromuro d'antimonio fonde a temperatura più elevata del cloruro): ne trova la vera causa affermando che il bromuro d'antimonio si ripartisce nelle due fasi: lo stesso fenomeno adunque egli doveva verificare per le soluzioni di cloruro d'antimonio nel bromuro, giacchè il sistema studiato rimane il medesimo.

V. Noi, come il Tolloczko, constatiamo l'anomalia che prevedevamo delle miscele dei bromuri d'arsenico e d'antimonio. Questi due corpi costituiscono evidentemente miscele isomorfe: i punti di congelamento che per esse si trovano possono variare discretamente a seconda delle condizioni dell'esperienza. Pubblicheremo più dettagliatamente lo studio di questa interessante miscela: già ora però ci sembra di poter affermare che anche per essa non si verifica la legge di Küster.

Altri interessanti casi scoperti dal Tolloczko sono quelli rappresentati dal cloruro e bromuro di bismuto in cloruro e bromuro d'antimonio. Sembrerebbe poi che anche pel bromuro stannico in bromuro d'antimonio, pel cloruro stannico in cloruro d'antimonio, si abbiano anomalie con abbassamenti minori dei teorici. Ma, specialmente per l'ultimo caso, le osservazioni andrebbero ripetute prima di affermare con sicurezza l'esistenza di soluzione solida.

VI. Per le altre anormalità, dovute forse a reazioni chimiche o a dissociazioni, quali quelle presentate dalle soluzioni di cloruro d'arsenico, cloruro d'antimonio, in bromuro d'antimonio e in bromuro stannico del joduro d'arsenico e del ioduro stannico in bromuro d'antimonio e in quello d'arsenico, non possiamo che confermare le osservazioni di Tolloczko. Il problema in questi casi diviene molto complesso: e, casi simili, erano da uno di noi già stati scoperti nel lavoro sul bromuro stannico. Furono allora discusse le anomalie presentate dalle soluzioni in bromuro stannico del ioduro e del cloruro stannico.

VII. Il bromoformio sciolto in bromuro d'antimonio ci fornì, per due volte, un'abbassamento molecolare alquanto minore del teorico. Ci proponiamo di studiare meglio questo caso, perchè sarebbe senza dubbio interessante dimostrare la formazione di soluzione solida fra due composti quali $SbBr^3$ e $CHBr^3$.

VIII. Il Tolloczko, ripetendo le esperienze crioscopiche con il bromuro stannico vorrebbe correggere il valore della costante dato da uno di noi (280), tenendo invece 306. Ora, ci permettiamo di osservare che la divergenza è solo apparente, perchè confrontando *a concentrazioni identiche* i risultati forniti dalle nostre esperienze con bromuro d'etilene come corpo sciolto con quelli trovati da Tolloczko, la differenza non è grande. È un errore, secondo noi, voler ricavare il valore della costante crioscopica solo da esperienze fatte a concentrazioni molto diluite specialmente quando i corpi sciolti, com'è nel nostro caso, hanno tutti peso molecolare elevato: ed inoltre non si può dare molta importanza ai numeri trovati con sostanze come il *benzofenone*, *l'acetofenone*, ecc., che, come osservava uno di noi nella pubblicazione sul bromuro stannico, si colorano presto e sembrano reagire con il solvente.

Del resto il valore 280 è già superiore di 20 unità alla costante teorica dedotta dal calore latente di fusione e si accorda quasi perfettamente con quello dedotto dalla regola di Raoult.

Patologia vegetale. — *Intorno alla peronospora del frumento* (*Sclerospora graminicola*, Schroeter). Nota del dott. Vittorio Peglion [1], presentata dal Corrisp. R. Pirotta.

Nel giugno dello scorso anno ho segnalata la presenza di una peronosporacea (*Sclerospora graminicola*, Schr.) nei seminati a frumento della tenuta del Pisciarello, nei pressi di Ponte Galera; i danni cagionati da questo parassita sono stati avvertiti dall'affittuario solo dopo che era da tempo avvenuta l'emissione della spica. Le piante colpite raramente raggiungono le dimensioni normali; esse restano rattrappite e presentano delle strane deformazioni delle spiche, le quali anche nei passati anni avevano richiamata l'attenzione dei pratici del luogo.

Dette spiche anormali vengono comunemente chiamate *incipollite* o *arriciolate*; esse presentano infatti una colorazione verde-glauca ed una speciale carnosità che ricorda le foglie di molte piante bulbose ed inoltre le varie parti della infiorescenza, mostruosamente deformata, sono accavallate, contorte e parzialmente avviluppate dall'ultima foglia, ipertrofizzata ed arrotolata strettamente per più giri attorno alle reste ed all'apice della spica.

[1] Lavoro eseguito nella R. Stazione di Patologia Vegetale di Roma.

In una precedente comunicazione [1] ho accennato per sommi capi alle deviazioni morfologiche più salienti di siffatte spiche; esse verranno più estesamente descritte e figurate in un lavoro cui sto attendendo. In tutte le piante colpite, segnalai fino d'allora la presenza del micelio e delle caratteristiche fruttificazioni dell'anzidetta *Sclerospora graminicola*, Schr., che era stata precedentemente rinvenuta da varî autori nelle foglie e nelle spighette di *Setaria glauca, viridis, verticillata* e non mai sul frumento.

Le informazioni avute da parecchi agricoltori della provincia di Roma a cui ho esibito le spiche deformate, dimostrano che la malattia si è manifestata in parecchie località, non assumendovi però una intensità così grave come quella che si è avverata nella tenuta del Pisciarello ove il danno è stato assai rilevante.

Oltre che in provincia di Roma, la peronospora del frumento è stata trovata in Sardegna: nell'agosto dello scorso anno l'egregio prof. Cavara, dell'Università di Cagliari, mi inviava delle spiche di frumento e di *Phalaris canariensis* fortemente colpite dal parassita e che egli avveva raccolto ad Assemini, poco lungi da Cagliari.

Ho potuto constatare la presenza del parassita anche quest'anno nei giovani seminati di frumento di Ponte Galera, fino dall'epoca della tallitura.

Le giovani piantine infette richiamano l'attenzione perchè esse presentano una tallitura eccezionalmente abbondante: in non pochi cespi ho contato più che una trentina di getti, a vario grado di sviluppo, e quindi di dimensioni differenti. Essi sono strettamente addossati fra loro così da conferire alla pianta un aspetto bulboso; il fogliame è eretto, di un color verde-glauco intenso, che va rapidamente attenuandosi così che in pochi giorni esso passa al giallo-chiaro. L'intera pianta diventa intensamente clorotica, quindi dissecca nel volgere di pochi giorni.

Esaminando con cura le foglie, si osservano delle frequenti anomalie nel decorso delle nervature, cui corrispondono delle sinuosità dell'intera lamina; la superficie della lamina stessa è, qua e là, bollosa o finamente zigrinata. Dissociando dei piccoli frammenti di foglia mediante ebullizione, in soluzione abbastanza concentrata di soda caustica ovvero nel miscuglio di Schultze, è facile constatare che in tutte le parti delle foglie infette serpeggia abbondantissimo il micelio varicoso, munito di austori simili a vescichette, caratteristico della *Sclerospora graminicola*. Esso è specialmente abbondante in corrispondenza dei singoli fasci e si sviluppa sopratutto secondo la direzione degli stessi. Non ho trovato mai traccia di conidiofori nelle foglie fresche; le oospore invece cominciano ad organizzarsi numerosissime, prima ancora che la pianta-ospite dia cenno di clorosi.

[1] Bollettino Notizie agrarie, n. 20, 1900.

Dall'esame sopra luogo degli appezzamenti ove si è dichiarata la malattia, ho potuto rilevare che anche quest'anno l'infezione è notevolmente estesa e che il decorso della malattia all'aperto coincide con le osservazioni compiute sulle piante tenute in laboratorio. Le numerose piantine colpite da clorosi intensa conferiscono ai seminati un aspetto che, all'esame superficiale, potrebbe trarre in inganno ed essere interpretato come una conseguenza della cosidetta *fame d'azoto.*

L'andamento climaterico del periodo in cui si sogliono fare le semine in campagna romana, ha costretto quest'anno ad eseguire le semine stesse a più riprese, dal novembre a gennaio. Orbene la malattia per ora è limitata ai seminati primotici, a quelli cioè anteriori alla piena del Tevere avvenuta nel dicembre; gli altri seminati, che hanno subìto però gli effetti della seconda piena avvenuta nel marzo testè scorso, si presentano tuttora immuni dal male.

Ho già accennato lo scorso anno alla opinione espressa dai pratici, secondo cui l'infierire del malanno con una intensità assolutamente imprevedibile rispetto agli anni precedenti, veniva attribuita ad una forte piena del Tevere, seguìta da inondazione la quale tenne sommersi i seminati durante diversi giorni, in un'epoca assai critica ed anormale, nell'aprile. Anche questo anno l'apparsa della peronospora nei seminati del Pisciarello è stata preceduta dall'inondazione. Lo stesso sembra che accada ad Assemini, in Sardegna, dove i frumenti crescono in terreni soggetti ad inondazioni periodiche.

La *Sclerospora graminicola* non colpisce soltanto il frumento; essa ha fortemente invaso molte graminacee spontanee, in specie l'*Agropyrum repens*, la *Glyceria maritima*, ed altre che non mi è riuscito di specificare con esattezza. Anche alcune piantine d'avena, provenienti da semi caduti sul terreno e sviluppatisi quest'anno in mezzo al grano, si sono rivelate fortemente infette dal micelio del parassita.

La cannuccia da padule (*Phragmites communis*) che unitamente a poche altre specie spontanee, rinsaldisce le sponde del Tevere nei pressi di Ponte Galera, è soggetta anch'essa a contrarre l'infezione. I getti colpiti si riconoscono perchè essi presentano delle curiose produzioni patologiche, vere scope di strega o *hexenbesen.* I pratici del luogo ben conoscono questi scopazzi che essi considerano come conseguenti alla continua amputazione dell'apice dello stelo per parte del bestiame pascolante: in corrispondenza dei nodi, spuntano numerosi getti, ramificati, raggruppati strettamente fra loro in guisa da affastellarsi. L'insieme è parzialmente avvolto dalla guaina disseccata della foglia alla cui ascella è inserito lo scopazzo. I singoli germogli hanno internodi raccorciati, foglie ridotte e in parte clorotiche. L'esame microscopico degli avanzi della guaina, delle foglie secche mi ha dimostrato che detti organi sono addirittura infarciti di oospore della *Sclerospora* anzidetta; nelle parti verdi, giovanissime, opportunamente dissociate con soluzione di potassa

caustica o col miscuglio di Schultze, si rinviene abbondantissimo il micelio e si possono quasi sempre osservare anche le oospore in via di formazione, così come nelle giovani piantine di grano infette.

Data la pluralità delle specie di graminacee appartenenti a generi molto diversi e lontani fra loro, sarebbe lecito supporre che anche la *Sclerospora Kriegeriana* descritta dal Magnus come parassita della *Phalaris arundinacea* e la *S. macrospora* rinvenuta dal Saccardo nelle foglie di *Alopecurus* siano invece, tutt'al più, forme della *S. graminicola*. I caratteri su cui è stata basata la differenziazione delle suddette specie da quest'ultima, sono le maggiori dimensioni delle oospore e subordinatamente l'assenza di conidiofori e di austori, ben palesi nella *S. graminicola*.

Nei brevi limiti di questa Nota non mi è possibile di discutere circa la identità o meno di queste varie specie: mi limito ad accennare alle notevoli disparità che, in una medesima matrice, presentano le dimensioni delle oospore e della parete oogoniale, massime se si studino esemplari di una stessa matrice raccolta a differenti stadî di sviluppo; disparità ancora più accentuate di quelle che lo Schroeter ed il Fischer hanno indicato per la *S. graminicola* tipica.

Prescindendo per ora dalla questione sistematica, credo di poter concludere che le varie specie di graminacee suindicate vengono colpite da un medesimo parassita che corrisponde alla *S. graminicola*. Se la perpetuazione della specie e quindi la propagazione della malattia di anno in anno, è affidata alle oospore, è evidente che la presenza del parassita sopra una pianta ospite perennante, come sono le cannuccie infette, viene a costituire una delle principali sorgenti d'infezione. Nella periodicità delle inondazioni durante il periodo di vegetazione del grano e nella presenza di queste piante-ospiti perennemente infette, si troverebbe la spiegazione del carattere nettamente endemico della malattia che, oltremodo diffusa e dannosa nella parte pianeggiante, manca completamente nei seminati di colle e nelle vallate della tenuta anzidetta.

Fisiologia. — *Sulla funzione dell'ipofisi cerebrale.* Nota III [1] dei dottori D. Lo Monaco e G. van Rynberk, presentata dal Socio Grassi.

Prima di dedurre dai risultati della nostra serie abbastanza lunga di esperienze le conclusioni generali riguardanti la funzione dell'ipofisi, faremo alcune osservazioni sui fenomeni che presentarono gli animali operati, per poi metterli in rapporto colla lesione riscontrata all'autopsia.

Gli animali operati furono 49; in cinque di essi non venne fatta l'autopsia; nei rimanenti 44, l'operazione non riuscì 16 volte, comprendendo in questo

[1] V. pag. 212.

numero cinque animali in cui l'ipofisi venne lesa parzialmente. L'ipofisi quindi venne completamente spappolata in 28 animali su 44 operati; ciò che ci dà un rapporto del 63 %.

Questa prima osservazione dimostra che il metodo operativo da noi seguito è riescito allo scopo prefissoci. Tra gli operati, però, soli nove sopravvissero per più di venti giorni. In tutti questi animali lo strumento era penetrato fino alla base del cervello, perforando il corpo calloso e mettendo in comunicazione per mezzo di una larga via il terzo ventricolo con la base del cervello. Questa seconda osservazione prova quindi che la lesione dell'iufundibulo è compatibile con la vita, e che per il solo fatto dell'apertura di esso, non avvengono fatti di compressione tali da mettere in pericolo la vita dell'animale. Con molta probabilità, però, questa via attraverso l' infundibulo viene ben presto ad essere chiusa da coaguli e dopo da tessuto di neoformazione. Non possiamo perciò stabilire quali disturbi produca l'immissione continuata di liquido cefalo-rachidiano nella base del cervello.

L'operazione da noi eseguita però deve necessariamente considerarsi come una delle più gravi operazioni cerebrali. Si va incontro infatti, facendola, a tutti gl'inconvenienti che presentano simili operazioni, e non c'è quindi nulla di straordinario, se moltissimi animali da noi operati morirono di shock o di emorragia cerebrale o d'infezione. Certamente l'altro metodo operatorio, quello orale, non si è mostrato migliore del nostro! I risultati quindi ottenuti ci sembrano degni di interesse, e il fatto che tra i nostri animali operati sopravvissuti per più di venti giorni, l'autopsia in quattro ci dimostrò che l' ipofisi più non esisteva, contradice la teoria emessa da quelli, che ci hanno preceduto in questo argomento, cioè che questo organo sia dotato di una funzione talmente importante, da portare alla morte l'animale. Tenendo poi presente che l'operazione tanto col metodo orale, che con quello sopra-cranico è di una gravità eccezionale, a noi pare che l'essere riusciti a tenere in vita degli animali senza ipofisi, valga più, per illuminarci sulla funzione di questa glandola, di tutte le altre esperienze, nelle quali la causa della morte degli animali, avvenuta dopo pochi giorni dall'operazione, può non dipendere da cachessia ipofisaria.

Ben altre osservazioni possiamo ancora fare, qualora esaminiamo molto minutamente i fenomeni che presentarono gli animali che sopravvissero lungamente all'operazione.

Rileggendo infatti il diario del cane N. 2, e comparandolo con quello notato al N. 3 della serie, si resta sorpresi dell'antitesi che si osserva nei sintomi che susseguirono l'operazione. Mentre nel N. 3 la sintomatologia somigliava a quella osservata da Vassale e Sacchi, nel N. 2 invece lo stato generale organico e psichico, riottenuto presto dopo l'operazione, faceva all'osservatore spassionato pensare che l'ipofisi non doveva essere stata lesa. L'autopsia però ci mostrò che eravamo in errore, inquantochè essa ci rilevò

che mentre nel primo l'ipofisi era rimasta integra, nel secondo mancava completamente. A ciò aggiungiamo un altro fatto, che abbiamo dimenticato di notare nella descrizione del diario. Caselli osservò che nei cani ipofisectomizzati le urine hanno un peso specifico basso che sta in rapporto con la polidipsia a cui vanno incontro. Ebbene, questo fatto noi osservammo parimenti nel cane N. 3, le cui urine avevano il peso specifico di 1003, mentre in quelle del cane N. 2 esso arrivava a 1012. Tutti e due poi aumentarono di peso, e la morte del canetto N. 3, avvenuta dopo cinquanta giorni dall'operazione, fu estranea a questa, e causata dall'enterite come lo dimostrò l'autopsia.

Nè meno degno di nota è il cane N. 9 il quale non presentò alcun sintoma di quelli attribuiti all'asportazione dell'ipofisi, e che morì per morte accidentale dopo sette giorni dall'operazione, quando già aveva riacquistato il peso perduto. Sintomi poco importanti invece notiamo nel cane N. 14 con operazione ben riuscita: le urine di questo cane avevano un peso specifico basso (1004), il peso di esso non tornò mai a quello primitivo e lo stato psichico si mostrò un po' depresso. La sopravvivenza però lunghissima di ottantasei giorni dell'animale, che venne sacrificato, non lascia dubbio che esso non possa essere utilizzato in favore delle dottrine finora ammesse sull'ipofisi.

Fenomeni invece registrati come dovuti all'ipofisectomia si riscontrarono nel gatto N. 17 in cui l'operazione non riuscì, nè d'altra parte la morte dei gatti N. 25 e 26 avvenuta dopo quattro giorni nel primo e dopo sei giorni nel secondo, può attribuirsi alla perduta funzione ipofisaria, quando gli altri casi ci dimostrano il contrario. Probabilmente qui la morte deve riferirsi a cause infettive o a shock tardivo. Medesimamente ci rimase oscura la causa di morte del gatto N. 27, in cui l'ipofisi era stata lesa in parte.

Se poi mettiamo a profitto i sintomi osservati con la parte lesa della base del cervello, molti nuovi fatti si possono dimostrare. Le lesioni infatti nella parte laterale della sella turcica non danno sintomi imponenti (cane N. 17) a meno che non era stato leso il peduncolo (cane N. 19); se invece il ferro cadeva nella parte anteriore della sella, unica conseguenza era la cecità (N. 24).

I fenomeni invece descritti da Vassale e Sacchi e da Caselli sono stati in parte da noi riscontrati nei cani in cui la lesione riguardava l'ipofisi e le parti situate posteriormente ad essa. In questi casi spesso osservammo che gli animali andavano incontro a congiuntiviti gravi, complicate spesso ad opacamento della cornea. Nei cani in cui si trovò l'ipofisi assente, e che in vita avevano mostrato la cecità di un occhio, le lesioni si possono benissimo spiegare con la caduta, un po' in avanti della sella, del cucchiaio il quale così offendeva il chiasma o il nervo ottico. Tali fatti si osservarono nei cani segnati coi numeri 9, 27 e 35. Nel cane che porta il N. 3 invece

i fenomeni complessi senza contemporanea lesione dell' ipofisi erano dovuti forse al fatto che il cucchiaino fu portato tanto in avanti che dietro la sella turcica, senza penetrare in essa, per la poca pratica ancora della mano che operava. Quando, finalmente, si è riusciti a far penetrare il cucchiaino direttamente nella sella turcica, non si sono riscontrati fenomeni di nessun genere. Questo fatto è dimostrato all'evidenza nei cani 2, 14 e 42.

Concludendo quindi, diremo che dalla nostra serie risulta che siamo riusciti a tenere in vita cinque animali i quali hanno sopravvissuto molto tempo all'operazione che li aveva privati dell'organo dell' ipofisi. Questi animali sono quelli segnati col N. 2 [morto di enterite dopo 50 giorni], col N. 9 [morto dopo 9 giorni per causa accidentale], col N. 14 [sacrificato dopo 86 giorni], col N. 35 [sacrificato dopo 55 giorni], e col N. 42 [sacrificato dopo 46 giorni]. Crediamo quindi che queste esperienze siano sufficienti a dimostrare che l' ipofisi non abbia una funzione tale la cui abolizione porti come conseguenza nè disturbi all' organismo, nè la morte dell' animale.

I fenomeni riscontrati dagli autori che ci hanno preceduto, devono forse attribuirsi a lesioni contemporanee delle parti della base del cervello situate nella parte posteriore al di là della sella turcica e non, come ultimamente Friedmann e Maass sostengono, all'asfissia prodotta dalla paralisi dell' arcata palatina.

I cani che sopravvissero lungamente all' operazione dell' ipofisectomia sono stati da noi utilizzati per riprovare su di essi i fenomeni riguardanti la pressione sanguigna, illustrati con una quantità enorme di tracciati dal Cyon. Dalle numerose pubblicazioni di questo illustre fisiologo risulta che egli, pur accettando le conclusioni emesse da Vassale e Sacchi sulla funzione della ipofisi, forse suggestionato dalla teoria che attribuisce alla tiroide una funzione meccanica regolatrice dell'afflusso sanguigno verso il cranio. sostiene che l' ipofisi sia un organo sussidiario della tiroide, inquantochè esso aiuta sia meccanicamente che chimicamente la funzione di questa in rapporto alla pressione sanguigna del cranio.

Cyon trae queste deduzioni dalle seguenti esperienze: egli ha visto che le iniezioni endovenose di estratti ipofisari producono, sia rallentamento, sia aumento delle pulsazioni cardiache e costante elevazione della pressione cardiaca. Eguali fenomeni otteneva eccitando meccanicamente o per mezzo dell' elettricità l' ipofisi cerebrale. Le esperienze però che più provano la teoria di Cyon sono quelle le quali dimostrano che l' ipofisi sia un organo destinato a risentire le oscillazioni della pressione endrocranica e a trasmetterle ai centri bulbari del vago. Secondo Cyon, quando si aumenta la pressione sanguigna, i nuclei del vago non vengono eccitati direttamente, ma risentono questa azione in via indiretta per mezzo dell' ipofisi del cervello. Dimodochè

in un animale in cui è stata fatta l'ipofisectomia, i centri bulbari del vago devono manifestarsi ineccitabili. Cyon, comprimendo infatti l'aorta addominale negli animali ai quali aveva prima distrutto l'ipofisi, osservò che invece del noto rallentamento delle pulsazioni cardiache, otteneva sempre un tracciato il quale mostrava che queste aumentavano. Simili fenomeni otteneva eccitando il vago indirettamente con stimolazioni portate sul primo e sul quinto paio.

Queste esperienze furono da Cyon eseguite sui conigli, e i risultati descritti riguardanti la pressione erano ottenuti e registrati contemporaneamente in coincidenza dell'asportazione dell'ipofisi. Mai questo autore pare abbia fatto sopravvivere degli animali all'operazione, la quale veniva da lui eseguita attraverso la via boccale in modo molto radicale, disarticolando la mandibola inferiore per avere un maggiore campo operatorio. Nei cani queste esperienze non riuscirono, e Cyon ne incolpa il fatto che i cani di Berna sui quali egli sperimentò, erano ammalati di struma e presentavano l'ipofisi atrofica.

Gli eccitamenti elettrici dell'ipofisi furono ripetuti da Caselli, il quale trovò dei fatti che non sono d'accordo con quelli descritti da Cyon. Caselli vide che il rallentamento del circolo si ottiene coll'eccitazione elettrica della pituitaria, ma i medesimi fatti anche più intensi osservò eccitando le parti limitrofe di essa, onde egli crede che la causa di questi fenomeni debba ricercarsi in un eccitamento del vago provocato per mezzo della continuità dei tessuti, e non per un'azione propria dell'ipofisi eccitata. Il fatto poi che nell'ipofisi non esistono elementi nervosi di struttura anatomica tanto elevata da esercitare la funzione di centro eccitatore del vago, e che l'effetto dell'eccitazione si fa più intensa quanto più ci avviciniamo al centro stesso, costituisce per Caselli la conferma della sua tesi.

Gaglio ripetè sulle rane, a cui aveva asportata l'ipofisi da poco tempo o da più giorni o settimane, le esperienze di Cyon, e vide che i centri bulbari di questi animali operati si presentavano così bene eccitabili agli aumenti della pressione sanguigna, quanto quelli delle rane normali. Egli, per aumentare la pressione sanguigna, legava, come Cyon aveva fatto, l'aorta addominale, e allo scopo di controllare l'altra teoria di questo autore, che attribuisce all'ipofisi la funzione secretiva di una sostanza, che dà tonicità ai nervi regolatori del cuore e vasomotori, ha eseguito un'altra serie di esperienze per vedere se in seguito all'asportazione dell'ipofisi si possa constatare una diminuzione dell'eccitabilità dei centri bulbari del vago. A tal uopo, Gaglio avvelenava con la stricnina delle rane normali e delle rane mancanti dell'ipofisi, e in tutte egli osservò durante gli accessi convulsivi un rallentamento e un arresto per qualche secondo dei battiti del cuore; la qual cosa prova che la stricnina eccitava egualmente bene le origini bulbari del vago tanto nelle rane normali che in quelle che avevano subìto l'asportazione dell'ipofisi.

Le teorie quindi di Cyon non trovano conferma nelle esperienze di Caselli e di Gaglio. Considerando però che quelle di Caselli riguardano gli effetti che si ottengono sulla pressione sanguigna dopo l'eccitazione elettrica dell'ipofisi, e che quelle di Gaglio sono state eseguite sulle rane, ci è sembrato utile determinare se negli animali da noi operati, e sopravvissuti per molto tempo all'operazione, la compressione dell'aorta addominale producesse un rallentamento o un aumento nelle pulsazioni cardiache. Con ciò ci proponevamo di determinare se l'effetto pressorio notato dal Cyon, subito dopo l'asportazione dell'ipofisi, fosse un fenomeno duraturo.

Oltre gli effetti dovuti alla compressione dell'aorta addominale, abbiamo sui nostri animali prodotto l'eccitazione del 1° e del 5° paio applicando l'ammoniaca sulla mucosa nasale, e abbiamo anche ripetuta l'esperienza fatta dal Gaglio avvelenando i cani operati con la stricnina, mentre con un manometro in comunicazione con la carotide si prendeva la pressione, che veniva su un cilindro girante scritta da una penna innestata a un galleggiante immerso nel mercurio del manometro.

Gli animali, nei quali abbiamo preso la pressione, sono quelli segnati coi nn. 3, 14, 17, 19, 35 e 42. Di questi cani e gatti, in tre si riscontrò che l'ipofisi era stata lesa, negli altri tre invece l'operazione non era riuscita. Ebbene, confrontando i tracciati tanto degli uni che degli altri, si trovò che tanto la compressione dell'aorta addominale, quanto gli eccitamenti olfattivi prodotti con l'ammoniaca e gli accessi convulsivi ottenuti con l'iniezione di stricnina, producevano i medesimi effetti. Dai tracciati quindi noi non abbiamo potuto ricavare alcun fatto che stesse ad indicarci se nell'animale sottoposto all'esperienza funzionasse o no l'organo dell'ipofisi. Dobbiamo in conseguenza concludere che i fenomeni trovati da Cyon sui quali egli basa la sua teoria sulla funzione dell'ipofisi, devono probabilmente dipendere da cause traumatiche, ed escludere che l'ipofisi regoli la pressione endocranica.

Per il complesso quindi dei risultati ottenuti, l'ipofisi deve ritenersi un organo involuto che non ha importanza funzionale, nè generale, nè speciale. I fenomeni, osservati dagli autori dopo l'ipofisectomia, probabilmente devono attribuirsi come dipendenti da lesioni di parti vicine all'ipofisi, o ad infezioni cerebrali più o meno acute. In appoggio alle nostre conclusioni, citiamo le ricerche anatomiche di Rossi (1) e Corning (2) i quali hanno dimostrato l'origine ectodermica dell'ipofisi che era stata negata da altri anatomici.

(1) Lo Sperimentale 1900.
(2) Morphologische Jahrbuch. 27, 1897.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la R. Accademia delle scienze di Lisbona; l'Accademia di scienze, arti e lettere di Madison; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società geografica del Cairo; le Società geologiche di Manchester e di Sydney; la Società di scienze naturali di Emden; il Museo di scienze ed arti della Università di Pensilvania; l'Università e la Società zoologica di Tokyo.

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

La R. Accademia della Crusca; le Università di Pavia, di Pisa e di Roma.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 14 aprile 1901.

Antoniazzi A. — Osservazioni di pianeti e di comete fatte negli anni 1897-98 all' Osservatorio astronomico della R. Università di Padova. Venezia, 1900. 8°.

Id. — Passaggi dei lembi della luna e posizione del Cratere *Moesting A.* osservati al Circolo meridiano di Padova negli anni 1897-98. Venezia, 1901. 8°.

Bachmetjew P. — Ueberkaltungs-Erscheinungen bei schwimmenden Nitrotoluol-Kügelchen. St. Peterburg, 1900. 4°.

Battelli A. — Sulla legge di Boyle a pressioni molto basse. Pisa, 1901. 8°.

Betocchi A. — I muri di sponda del Tevere, la causa dell' avvenuto disastro, i provvedimenti da adottarsi. Roma, 1901. 8°.

Bisleri F. — La lotta contro la malaria. Lettera aperta alla Camera dei Deputati. Milano, 1901. 8°.

Boldi M. A. — Sistemazione del Centro cittadino di Roma. Roma, 1900. 8°.

Bortolotti E. — Sulla determinazione dell' ordine di infinito. Modena, 1901. 8°.

Coignet M. — Le traité des Sinus publié par H. Bosmans. Bruxelles, 1901. 8°.

D'Achiardi G. — Geocronite di Val di Castello presso Pietrasanta (Toscana). Pisa, 1901. 8°.

Id. — Lignite di Val di Sterza presso il Botro della Canonica e rocce che l' accompagnano. Pisa, 1901. 8°.

De Lapparent A. — Sur la découverte d'un Oursin d'âge crétacé dans le Sahara oriental. Paris, 1901. 4°.

Del Zanna P. — I travertini di Colle e le incrostazioni attuali dell' Elsa. Roma, 1901 8°.

De Magistris L. F. — Bibliografia geografica della Regione italiana. Saggio per l' anno 1899. Roma, 1901. 8°.

De Vecchi B. — Sulla tubercolosi sperimentale delle capsule surrenali. Palermo, 1900. 8°.

Id. e *Guerrini G.* — Due casi di sarcoma primitivo del fegato. Roma, 1901. 8°.

Gill D. — Report on the African Arc of Meridian. London, 1901. 8°.

Grosse J. — Professor J. Ludwig Choulant in seiner Bedeutung für die Heilkunde, insbesondere die Geschichte derselben. Amsterdam, 1901. 8°.

Guerrini G. — Delle minute modificazioni di struttura della cellula nervosa corticale nella fatica. Firenze, 1900. 8°.

Guidi C. — Le costruzioni in *Béton* armato. Torino, 1901. 4°.

ЖУЈОВИЋ J. M. — Геологија Србије II. Веоград, 1900. 4°.

Herbertson A. J. — The distribution of Rainfall over the Land. London, 1901. 8°.

Laboratorio (Il) per la prova dei materiali da costruzione nel R. Istituto tecnico superiore di Milano. Milano, 1901. 8°.

Lorenzoni G. — Recensione dell' opera: F. R. Helmert. « Beiträge zur Theorie des Reversions-pendels ». Potsdam, 1898. 8°.

Id. — Sulle librazioni apparenti della luna. — Appunti e schiarimenti storici. Venezia, 1901. 8°.

Luciani L. — Fisiologia dell' uomo. Trattato didattico. Vol. I. Milano, 1901. 8°.

Manasse E. — Di una sabbia ferro-cromo-titanifera rinvenuta a Castiglioncello. Pisa, 1900. 8°.

Id. — Studio chimico-microscopico sul gabbro rosso del Romito. Pisa, 1901. 8°.

Masius. — Sur les maladies microbiennes. Liége, I. II. 1898-99. 8°.

Nasini R. — Il Catalogo internazionale di letteratura scientifica. Venezia, 1900-1901. 8°.

Oechsner de Coninck M. — La chimie de l'Uranium. Montpellier, 1901. 8°.

Id. — Recherches sur le nitrate d'Uranium. Montpellier, 1901. 8°.

Peake E. and *Murray J.* — On the results of a deep Sea Sounding Expedition in the North Atlantic during the Summer of 1899. London, 1901. 8°.

Picard E. — L'œuvre scientifique de Charles Hermite. Paris, 1801. 4°.

Pincherle S. e *Amaldi U.* — Le operazioni distributive e le loro applicazioni all' analisi. Bologna, 1901. 8°.

Reports to the Malaria Committee (R. Society). 4th Series. London, 1901. 8°.

Roccati A. — Ricerche mineralogiche sulla sabbia della Grotta del Bandito in Val di Gesso. Roma, 1901. 8°.

Savastano L. — Conferenze arboree. Portici, 1900. 8°.

Sclavo A. — Nuove ricerche sperimentali sul potere curativo del siero anti-carbonchioso. Torino, 1901. 8°.

Snellius W. — Le degré du Méridien terrestre mesuré par la distance des parallèles de Berg-op-zoom et de Malines. Publié par H. Bosmans. Bruxelles, 1900. 8°.

Socolow S. — Corrélations régulières supplémentaires du système planétaire. Moscou, 1901. 8°.

Tizzoni G. — Ricerche sperimentali sulla sieroterapia nel Tetano. P.^{e} II. Bologna, 1901. 4°.

Tommasina Th. — Sur l'étude des orages lointains par l'électro-radiophone. Paris, 1900. 4°.

Id. — Sur un électro-radiophone à sons très intenses et sur la cause qui les produit. Paris, 1901. 4°.

Tramwie e ferrovie elettriche per Roma e dintorni. Roma, 1901. 8°.

Verri A. e *De Angelis G.* — Terzo contributo allo studio del Miocene nell' Umbria. Roma, 1801. 8°.

Wadsworth F. L. O. — Allegheny Observatory. Astronomical Department of the Western University of Pennsylvania. S. l. 1900. 8°.

Wolfer A. — Sur l'existence, la distribution et le mouvement de principaux centres présumés de l'activité solaire. Catania, 1901. 4°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 21 aprile 1901.

P. Blaserna, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sui prodotti infiniti divergenti.* Nota II [1] del prof. Ettore Bortolotti, presentata dal Socio V. Cerruti.

II.

7. Sia dato il prodotto infinito

$$(1)\qquad \begin{cases} \prod_1^\infty (1 + A_n) \\ 0 < A_n \end{cases},$$

e supponiamo prima che sia

$$(2)\qquad \lim_{n=\infty} A_n = 0 .$$

Se si definisce una funzione $f(x)$ con le condizioni *che per $x = 0$ assuma il valore*

$$(3)\qquad f(0) = 1 ,$$

che per il valore $x = n$, si abbia

$$(4)\qquad f(n) = P_n ,$$

che in tutti i punti a distanza finita dell'asse reale sia continua e monotòna ed ammetta derivata determinata, avremo, per la ipotesi (2),

$$(5)\qquad \lim_{x=\infty} \frac{f(x+1)}{f(x)} = \lim_{n=\infty} (1 + A_n) = 1 .$$

[1] V. pag. 236.

L'esistenza di una tale funzione è messa fuori di dubbio quando si consideri che, per prodotti infiniti che non divergono più rapidamente di $n!$, le formule note di interpolazione [1] dànno modo di costruire immediatamente una funzione analitica $f(x)$ con le proprietà richieste. Per successioni $\}P_n\{$ divergenti più rapidamente di $n!$, trovato un numero intero p abbastanza grande perchè il logaritmo di indice p: $\log_{(p)} P_n$, non diverga più rapidamente di $n!$, si costruirà una funzione analitica $\varphi(n)$ soddisfacente le condizioni

$$\varphi(n) = \log_{(p)} P_n ,$$

poi si prenderà

$$f(x) = e^{e^{\cdots e^{\varphi(x)}}} .$$

Dalle condizioni imposte alla $f(x)$ si deduce che *il limite della* $f(x)$ *per* $x = \infty$, *non può essere diverso da quello della successione* $\}P_n\{$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ *se quest'ultimo è finito, e che, quando sia infinito, anche* $f(x)$ *è per* $x = \infty$ *infinita dello stesso ordine.*

Dalla (5) poi si ricava che la funzione $f(x)$ appartiene alla prima classe [2], e cioè che si ha

$$(6) \qquad \begin{cases} f(x) = e^{x.\varepsilon(x)} \\ \varepsilon(x) \text{ infinitesima per } x = \infty . \end{cases}$$

8. Di qui in particolare: *I prodotti infiniti* $\Pi(1 + A_n)$ *pei quali è soddisfatta la condizione*

$$\lim_{n=\infty} A_n = 0,$$

soddisfano la relazione

$$(7) \qquad \begin{cases} \lim_{n=\infty} e^{-an} \prod_1^n (1 + A_n) = 0 \\ a \text{ reale positivo qualunque} . \end{cases}$$

9. Se consideriamo la funzione

$$(8) \qquad \alpha(x) = \frac{f(x+1)}{f(x)} - 1 ,$$

questa, per le ipotesi poste per la $f(x)$, è finita continua, e derivabile in

(1) Cfr. p. es. *Bendixon*. Acta Matematica, t. IX, pag. 1, 1886.

(2) Cfr. nel citato lavoro *Sulla determinazione dell'ordine di infinito*, il § dove sono studiate le funzioni della prima classe.

tutti i punti a distanza finita della parte positiva dell'asse reale, e nei punti $x = n$, assume i valori

(9) $$\alpha(n) = A_n .$$

Si avrà dunque

(10) $$\begin{cases} x > 0 , \ \alpha(x) > 0 \\ \lim_{x=\infty} \alpha(x) = 0 . \end{cases}$$

Dalla (8) si ricava

(11) $$\alpha(x) = \frac{f(x+1) - f(x)}{f(x)} = \frac{f'(x+\theta)}{f(x)} = \frac{f'(x)}{f(x)} \cdot \frac{f'(x+\theta)}{f'(x)} ,$$

ed anche

(12) $$\frac{\alpha(x)}{\frac{d}{dx}(\log f(x))} = \frac{f'(x+\theta)}{f'(x)} .$$

Ho però dimostrato al loc. cit. che: *Se una funzione infinita per* $x = \infty$, *appartiene alla prima classe, anche le sue derivate di qualunque ordine vi appartengono*; ciò prova che $\lim_{x=\infty} \frac{f'(x+\theta)}{f'(x)} = 1$, ed in conseguenza di ciò

(13) $$\lim_{x=\infty} \frac{\alpha(x)}{\frac{d}{dx}(\log f(x))} = 1 .$$

Da ciò si conclude:

Se il prodotto $P_n = \prod_1^n (1 + A_r)$ *si rappresenta mediante il valore che nel punto* $x = n$ *assume una funzione* $f(x)$ *continua e monotòna della variabile reale* x, *la quantità* A_n *è, per* $n = \infty$, *infinitesima dello stesso ordine, e con la stessa parte principale della derivata logaritmica di* $f(x)$ *nel punto* $x = \infty$.

Si noti che la formula (13) è valida sotto la condizione che la $f'(x)$ appartenga alla prima classe; ciò non avviene solo per funzioni $f(x)$ infinite, per $x = \infty$, cioè per prodotti infiniti divergenti; ma si verifica anche per funzioni $f(x)$, finite nel punto $x = \infty$, che hanno derivate logaritmiche appartenenti alla prima classe, (cfr. il n.° 38 del citato lavoro: *Sulla determinazione* ecc.).

Osservando che quando $f(x)$ è finita, $f'(x)$ è infinitesima e che il rapporto $\frac{f'(x+\theta)}{f'(x)}$ non può tendere a limite maggiore di 1, si conclude che *la* $\alpha(x)$ *non è in nessun caso infinitesima di ordine inferiore a quello della derivata logaritmica di* $f(x)$, *e che, condizione sufficiente per la validità*

delle (13) *è che la* $\alpha(x)$ *sia della prima classe, cioè che* A_n *tenda allo zero meno rapidamente di* $\frac{1}{e^n}$.

Si può infine notare, e ciò risulterà anche da quel che segue, che i prodotti infiniti corrispondenti a successioni A_n infinitesime di ordine superiore a quello di $\frac{1}{e^n}$, sono molto rapidamente convergenti, e si possono quindi studiare anche coi metodi ordinari.

D'ora innanzi, quando parleremo di prodotti convergenti, supporremo sempre che la condizione (13) sia per essi soddisfatta.

10. È noto che se una funzione è infinita di ordine finito, la sua derivata logaritmica è infinitesima del primo ordine: di qui si deduce: *Se il prodotto* $\prod_1^\infty (1 + A_n)$ *non diverge più rapidamente di* n^a (*a reale positivo*) *la quantità* A_n *è infinitesima del primo ordine per* $n = \infty$.

11. Supponiamo che $\alpha(x)$ *sia, per* $x = \infty$, *infinitesima di ordine superiore od uguale al primo.*

Dalla formula (13) avremo in questo caso:

$$\text{(14)} \qquad \begin{cases} \dfrac{f'(x)}{f(x)} = \dfrac{\varepsilon(x)}{x} \\ (x > x_0 \ |\varepsilon(x)| < a\,, \ a \text{ positivo determinato}) \end{cases}$$

e, nel caso che $f(x)$ ammetta anche la derivata seconda,

$$\text{(15)} \qquad \begin{cases} \dfrac{f''(x)}{f(x)} = \dfrac{\varepsilon_1(x)}{x^2} \\ (x > x_0 \ |\varepsilon_1(x)| < a) \text{ (}^1\text{)} \end{cases}$$

Ora si ha:

$$\text{(16)} \qquad \begin{cases} \alpha(x) = \dfrac{f(x+1) - f(x)}{f(x)} = \dfrac{f'(x)}{f(x)} + \dfrac{f''(x+\theta)}{2f(x)} \\ \qquad\qquad = \dfrac{f'(x)}{f(x)} + \dfrac{f''(x)}{2f(x)} \cdot \dfrac{f''(x+\theta)}{f''(x)}. \end{cases}$$

Ricordando che $\lim_{x=\infty} \frac{f''(x+\theta)}{f''(x)} = 1$, facendo uso delle (14), (15), avremo:

$$\text{(17)} \qquad \begin{cases} \alpha(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)} + \dfrac{\varepsilon_2(x)}{x^2} \\ (x > x_0 \ |\varepsilon_2(x)| < a\,, \ a \text{ reale positivo}). \end{cases}$$

(1) *Sulla determinazione* ecc. Cfr. il § in cui studio le proprietà infinitesimali delle derivate.

Si noti che, se $\varepsilon(x)$ è infinitesimo, $\varepsilon_3(x)$ lo è di ordine non minore, donde risulta che nel secondo membro della (17), il secondo termine è infinitesimo di ordine inferiore, almeno per una unità, al primo termine.

Ricordando che $f(0) = 1$, avremo, integrando,

$$\int_0^x \alpha(x)\, dx = \lg f(x) + \frac{\varepsilon_3(x)}{x} \qquad (18)$$
$$(x > x_0 \quad |\varepsilon_3(x)| < a)$$

ed anche qui si può notare che, se $\log f(x)$ è infinitesimo per $x = \infty$, $\frac{\varepsilon_3(x)}{x}$ lo è di ordine superiore.

In particolare: *Se $\alpha(x)$ è atta alla integrazione definita nell'intervallo $(0, \infty)$, si ha*

$$\int_0^\infty \alpha(x)\, dx = \lim_{x=\infty} \log f(x), \qquad (19)$$

ed anche, per la osservazione fatta al n. 7,

$$\int_0^\infty \alpha(x)\, dx = \lg \prod_1^\infty (1 + A_n), \qquad (20)$$

e di qui

$$\left\{ \begin{array}{l} \prod_1^\infty (1 + A_n) = e^{\int_0^\infty \alpha(x)\, dx} \\ \alpha(n) = A_n . \end{array} \right. \qquad (21)$$

Questa formula ci dà una espressione, che mi pare notevole, del prodotto infinito nel caso che esso sia convergente. Dalla condizione poi che la $\alpha(x)$ sia integrabile, sufficiente come abbiamo visto per la sua validità, si ricavano facili *criterî di convergenza* per il prodotto stesso.

In particolare avremo [1]:

Il prodotto infinito $\Pi(1 + A_n)$ converge tutte le volte che A_n, per $n = \infty$ diventa infinitesima di ordine non minore di quello di una qualunque delle espressioni:

$$\frac{1}{n^{1+\mu}}, \quad \frac{1}{n(\log n)^{1+\mu}}, \quad \frac{1}{n \log n (\log\log n)^{1+\mu}}, \quad \ldots$$

nelle quali μ è un numero determinato differente da zero e positivo, diverge se diventa infinitesima di ordine non maggiore di una qualunque delle espressioni:

$$\frac{1}{n}, \quad \frac{1}{n \log n}, \quad \frac{1}{n \log n \log\log n}, \quad \ldots .$$

(1) Dini, *Fondamenti*, pag. 360.

13. La formula (18), *nel caso che $\alpha(x)$ non sia infinitesima di ordine inferiore al primo,* ci dà modo di determinare l'ordine di infinito del prodotto $\overset{\infty}{\underset{1}{\Pi}}(1+\mathrm{A}_n)$, quando questo diverga.

Ed infatti da essa si ricava

$$(22)\qquad \begin{cases} e^{\int_0^x \alpha(x)dx} = f(x)\, e^{\frac{\varepsilon_3(x)}{x}} \\ (x > x_0\,,\ |\varepsilon_3(x)| < a \quad,\quad a \text{ reale finito positivo}) \end{cases}$$

e, di qui

$$(23)\qquad \lim_{x=\infty} \frac{e^{\int_0^\infty \alpha(x)dx}}{f(x)} = 1\,.$$

E cioè, *il prodotto infinito $\Pi(1+\mathrm{A}_n)$ è infinito del medesimo ordine ed ha la medesima parte principale della funzione $\varphi(x) = \int_0^x \alpha(x)\,dx$,* per $x = \infty$.

Sia per esempio

$$\lim_{x=\infty} (n\mathrm{A}_n) = p\ ;$$

sarà anche

$$\lim_{x=\infty} x\alpha(x) = p\ ,$$

(p positivo per le formule (10))

e di qui

$$\begin{cases} \int_0^x \alpha(x)\,dx = p\log x + \varepsilon(x)\log x \\ (x > x_0\,|\varepsilon(x)| < \varepsilon\,, \qquad \varepsilon \text{ positivo arbitrario minore di } p); \end{cases}$$

tenendo conto delle (23), avremo

$$(24)\qquad \lim_{n=\infty} \frac{\prod_{r=1}^{n}(1+\mathrm{A}_r)}{n^p} = 1$$

Cioè: *Se A_n è infinitesima del primo ordine ed è p la sua parte principale, il prodotto infinito diverge come n^p.*

Come secondo esempio, sia

$$\lim_{n=\infty} (n\log n)\,\mathrm{A}_n = p;$$

troveremo in modo analogo

$$\lim_{n=\infty} \frac{\prod_{r=1}^{n}(1+A_r)}{(\log n)^p} = 1 . \tag{25}$$

14. Quando A_n *diventi infinitesima di ordine inferiore al primo*, rimarrà ancora valida la formula

$$\begin{cases} \alpha(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)} + \dfrac{f''(x)}{2f(x)} \cdot \eta(x) \\ \lim\limits_{x=\infty} \eta(x) = 1 . \end{cases} \tag{26}$$

Si osservi però che dalla $f' = f . \alpha$ si trae $f'' = f' . \alpha + f\alpha'$, cioè $\frac{f''}{f} = \alpha^2 + \alpha'$. Si vede da ciò, e dall'esame della (26) che: *Se la funzione* $(\alpha(x))^2$ *è atta alla integrazione definita nell'intervallo* $(0, \infty)$, *lo è anche la funzione* $\eta(x)\,\frac{f''(x)}{f(x)}$.

Ad ogni modo sia la $\alpha^2(x)$ atta o no alla integrazione nell'intervallo $(0, \infty)$, lo sarà certamente in ogni intervallo $(0, x)$, x positivo qualunque: poniamo dunque

$$\int_0^x \eta(x)\,\frac{f''(x)}{f(x)}\,dx = \varphi(x) , \tag{27}$$

da cui verrà:

$$\int_0^x \alpha(x)\,dx = \log f(x) + \varphi(x) , \tag{28}$$

$$e^{\int_0^x \alpha(x)dx} = f(x)\, e^{\varphi(x)} ,$$

$$\frac{e^{\int_0^x \alpha(x)dx}}{f(x)} = e^{\varphi(x)} . \tag{29}$$

In particolare *se* $\lim\limits_{x=\infty} \varphi(x) = C$, *ciò che sicuramente ha luogo quando la* $\alpha^2(x)$ *è atta alla integrazione definita da* 0 *ad* ∞, *cioè quando* A_n *è infinitesima di ordine non minore di quello di una delle funzioni:*

$$\frac{1}{\sqrt{n^\mu}}, \; \frac{1}{\sqrt{n(\log n)^\mu}}, \; \ldots, \qquad (\mu \text{ positivo diverso da zero})$$

il prodotto $\prod_1^\infty (1 + A_n)$ *ha ordine di infinito eguale a quello della funzione*

$$(30) \qquad \begin{cases} e^{\int_0^\infty \alpha(x)\,dx} \\ \alpha(n) = A_n \end{cases}$$

per $x = \infty$.

Qualunque poi sia l'ordine di infinitesimo della A_n, potremo sempre asserire che *il prodotto* $\prod_1^\infty (1 + A_n)$ *non diverge più rapidamente di quel che faccia la funzione* (30) *per* $x = \infty$.

15. L' applicazione di questo criterio è spesso assai facile. Sia per esempio A_n infinitesimo come $\frac{\lg n}{n}$; troveremo, con calcoli assai semplici, che il prodotto $\prod_1^\infty (1 + A_n)$ diverge come $n^{\lg n}$. Il suo ordine di infinito, usando i simboli introdotti al loc. cit. si può dunque esprimere col numero transfinito λ_1.

III.

17. Si abbia ora un prodotto infinito $\Pi(1 + A_n)$ per il quale *non è soddisfatta la condizione*

$$\lim_{n=\infty} A_n = 0 .$$

Supponiamo ancora di rappresentare con $\alpha(x)$ una funzione finita, continua, derivabile in tutto l' intervallo $(0, \infty)$ e soddisfacente le condizioni

$$\alpha(n) = A_n .$$

Osserviamo anzitutto che, se si ha

$$(3) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{1 + A_{n+1}}{1 + A_n} = 1 ,$$

cioè se

$$(4) \qquad \lim_{n=\infty} (A_{n+1} - A_n) = 0 ,$$

il prodotto dato *appartiene alla seconda classe, ed il suo ordine di infinito non è minore di quello della espressione*

$$(5) \qquad e^{an} \qquad (a \text{ reale positivo qualunque})$$

ed è minore di quello della

$$e^{an^2}. \tag{6}$$

Una determinazione più esatta si fa usando la formula

$$\log(1+\alpha)=\log\frac{f(x+1)}{f(x)}=\frac{f'(x)}{f(x)}\,\frac{\frac{d}{dx}(\log f(x+\theta))}{\frac{d}{dx}(\log f(x))} \tag{7}$$ [1]

dalla quale, sapendo già che $\frac{d}{dx}(\lg f(x))$. appartiene alla prima classe, si ricava

$$\lim_{x=\infty}\frac{\log(1+\alpha(x))}{\frac{d}{dx}\log f(x)}=1\,. \tag{8}$$

In particolare, se fosse $\lim\limits_{x=\infty}(1+A_n)=C$, si avrebbe anche $\lim\limits_{x=\infty}\frac{d}{dx}\lg f(x)=\lg C$ e si concluderebbe che il prodotto $\prod\limits_1^\infty(1+A_n)$ diverge come C^n, ciò che è evidente anche per altra strada.

18. In questi prodotti appartenenti alla seconda classe, la successione dei fattori appartiene alla prima classe.

Se la successione dei fattori diverge come una funzione della seconda classe, cioè *se non è* $\Delta A_n=0$, *ed è invece*

$$\lim_{n=\infty}\left(\frac{1+A_n}{1+A_{n-1}}:\frac{1+A_{n-1}}{1+A_{n-2}}\right)=1 \tag{9}$$

il prodotto $\Pi(1+A_n)$ *non diverge meno rapidamente di* e^{an^2}, *e diverge meno rapidamente di* e^{an^3}.

La formula (8) servirà ancora alla determinazione più esatta del suo ordine di infinito, perchè le derivate logaritmiche di funzioni aventi classe finita appartengono tutte alla prima classe.

19. In generale si scorge che: *Se la quantità* $\log(1+A_n)$ *è, per* $n=\infty$ *infinita di ordine non minore di quello di* n^{p-1} *e minore di quello di* n^p, *il prodotto infinito* $\Pi(1+A_n)$ *ha ordine di infinito non minore di quello della funzione* e^{an^p} *e minore di quello di* $e^{an^{p+1}}$.

20. Quando la successione $\log(1+A_n)$ diventi infinita di ordine transfinito, il prodotto $\Pi(1+A_n)$ non avrà classe finita e se ne potrà ancora determinare il carattere infinitesimale applicando le cose dette su tali funzioni nel citato lavoro.

[1] Loc. cit. cfr. il § sulle funzioni aventi classe finita, cfr. anche la formula (5) data al n. 45.

Geodesia. — *Determinazione astronomica di latitudine eseguita a Monte Soratte nel 1900.* Nota di VINCENZO REINA, presentata dal Socio CREMONA.

Le presenti determinazioni hanno per oggetto di portare un nuovo contributo alla conoscenza della forma del Geoide nella regione circostante a Roma, aggiungendosi a quelle fatte precedentemente nel medesimo scopo [1]. È noto come queste determinazioni, che converrebbe poter effettuare nel maggior numero possibile di punti trigonometrici, non esigano la più alta precisione, e quindi non richiedano che alcune notti d'osservazione. È però di somma importanza la uniformità dei metodi e degli strumenti di misura, allo scopo di poter eliminare l'influenza di possibili errori sistematici.

Venne pertanto adoperato l'Universale Bamberg già usato precedentemente, e nella determinazione della latitudine venne impiegato lo stesso metodo delle distanze zenitali circummeridiane, osservando per quanto era possibile le medesime stelle già osservate negli altri punti.

Il programma d'osservazione, nelle notti dedicate alla latitudine, avrebbe dovuto essere il seguente:

Confronto dei cronometri.

$14^h.30^m$	determinazione del tempo		
15. 30	osservazione	di	α Ursae minoris
16. 31	"	"	ζ Ophiuchi
17	"	"	α Ursae minoris
17. 53	"	"	ν Ophiuchi
18. 30	"	"	α Ursae minoris
19. 01	"	"	λ Aquilae
20	"	"	α Ursae minoris
20. 42	"	"	ε Aquarii
21	"	"	α Ursae minoris

Confronto dei cronometri.

Ruotando di 45° il cerchio zenitale da una notte all'altra, la determinazione avrebbe dovuta essere compiuta in quattro notti. Essa venne invece estesa a sei notti, non essendo stato possibile che una sola volta di compiere interamente il programma.

Alla determinazione dell'azimut della direzione M. Soratte - M. Gennaro si dedicarono tre notti, applicando il metodo della misura degli angoli fra

[1] *Determinazioni di latitudine e di azimut eseguite nel 1898 nei punti M. Mario, M. Cavo, Fiumicino* — Pubblicazioni della R. Commissione Geodetica Italiana, Firenze 1899.
Determinazione astronomica di latitudine e di azimut eseguita a M. Pisarello nel 1899 — Rendic. della R. Acc. dei Lincei, 1900.

la Polare e la Mira, distribuendo i puntamenti fatti sulla Polare simmetricamente alla sua digressione orientale, e ruotando il cerchio azimutale di 30° in 30° fra l'uno e l'altro dei gruppi in cui furono divise le osservazioni.

Si rimanda alla prima delle sopra citate pubblicazioni, per quanto riguarda i particolari del metodo d'osservazione ed i procedimenti di calcolo. Qui si osserva solo che, per mantenere l'uniformità colle determinazioni precedenti, le posizioni apparenti delle stelle osservate vennero tolte dal *Berliner astronomisches Jahrbuch* senza tener conto delle correzioni data da Auwers nelle *Astronomische Nachrichten* n. 3508-09. Riescirà sempre facile tenerne conto all'occorrenza, per mezzo delle espressioni differenziali registrate nei quadri riassuntivi a fianco dei singoli risultati.

Il pilastro fungente da segnale trigonometrico eretto sulla diruta chiesetta di S. Silvestro, sulla cima del monte, venne trovato smantellato dai fulmini. Fu però facile, colle traccie ancora conservate della sua base, e cogli elementi di riferimento forniti dall' Istituto Geografico, ricostituirne il centro. Non essendosi ritenuto conveniente di far stazione in centro, ciò che avrebbe richiesto la costruzione di un alta e robusta impalcatura, si eresse un altro pilastro in mattoni a poca distanza dalla chiesetta, facendolo poggiare direttamente sulla roccia messa a nudo e spianata. L'altitudine dello strumento risultò di 695 m.

Quì mi corre l'obbligo di ringraziare i Reverendi Padri Trinitari del Soratte, i quali nell'alta quiete del loro convento, situato pochi minuti sotto la vetta, dal 2 al 20 luglio, mi porsero simpatica e cordiale ospitalità.

Determinazioni di tempo. — Vi si dedicò una cura speciale, deducendo gli andamenti più probabili del cronometro d'osservazione (Kullberg) dai suoi confronti giornalieri con un altro cronometro di controllo (Roskell). Il metodo adottato fu quello delle osservazioni nel verticale della Polare, accoppiando la Polare con due Stelle equatoriali per ciascuna delle due posizioni coniugate dello strumento. Queste osservazioni registrate al cronografo, posto in comunicazione col cronometro Kullberg, ne determinarono gli stati cronometrici quali sono qui riassunti:

Correzioni ed andamenti orari del cronometro Kullberg.

Data	Correzione	Andamento orario (ritarda)
9 luglio 1900 a $16^h.15^m$	$-4^m.36^s.87$	
		$+0.^s172$
10 » » » 17. 00	$-4.\ 32.\ 61$	
		$+0.\ 146$
11 » » » 15. 53	$-4.\ 29.\ 27$	
		$+0.\ 131$
12 » » » 17. 04	$-4.\ 25.\ 97$	
		$+0.\ 128$
13 » » » 16. 20	$-4.\ 23.\ 00$	
		$+0.\ 118$
15 » » » 19. 15	$-4.\ 17.\ 02$	
		$+0.\ 123$
16 » » » 16. 14	$-4.\ 14.\ 44$	
		$+0.\ 117$
17 » » » 16. 11	$-4.\ 11.\ 64$	
		$+0.\ 106$
18 » » » 16. 32	$-4.\ 09.\ 17$	

Ogni giorno, immediatamente prima della determinazione di tempo, o dopo il termine delle osservazioni, veniva effettuato un confronto fra il Kullberg ed il Roskell. I confronti giornalieri, fatti in principio di sera, servirono alla determinazione degli andamenti orari del Roskell, come è indicato dal seguente specchio:

DATA	Confronto		Correzione del Kullberg	Tempo siderale all'istante del confronto	Correzione del Roskell	Andamento orario del Roskell (accelera)
	Kullberg	Roskell				
10 luglio 1900	$15^h.56^m.04^s.45$	$15^h.52^m.00^s$	$-4^m.32^s.77$	$15^h.51^m.31^s.68$	$-28^s.32$	$-0^s.081$
11 » »	22. 49. 57. 55	22. 46. 00	— 4. 28. 37	22. 45. 29. 18	— 30. 82	— 0. 078
12 » »	15. 59. 53. 95	15. 56. 00	— 4. 26. 11	15. 55. 27. 84	— 32. 16	— 0. 077
13 » »	15. 53. 49. 05	15. 50. 00	— 4. 23. 06	15. 49. 25. 99	— 34. 01	— 0. 070
15 » »	18. 34. 39. 55	18. 31. 00	— 4. 17. 12	18. 30. 22. 43	— 37. 57	— 0. 045
16 » »	15. 47. 35. 95	15. 44. 00	— 4. 14. 50	15. 43. 21. 45	— 38. 55	— 0. 053
17 » »	15. 48. 31. 85	15. 45. 00	— 4. 11. 68	15. 44. 20. 17	— 39. 83	— 0. 061
18 » »	15. 36. 28. 00	15. 33. 00	— 4. 09. 27	15. 32. 18. 73	— 41. 27	

Tenendo conto invece di entrambi i confronti, fatti al principio ed alla fine di ogni notte, si determinò *l'andamento orario medio del Kullberg durante il periodo delle osservazioni*, quale risulta cioè dalle indicazioni di entrambi i cronometri. Questa determinazione è riassunta nel seguente specchio:

DATA	Cronometro	Confronto dei cronometri		Correzione dell'intervallo per l'andamento	Tempo siderale fra i confronti dedotto dai due cronometri	Andamento orario medio del Kullberg (ritarda)
		prima	dopo			
9 luglio 1900	...	...	...	...	...	+ 0. 172
10 » »	Kullb. .	$15^h.56^m.04^s.45$	$23^h.27^m.02^s.70$	$+1^s.09$	$7^h.30^m.59^s.34$	+ 0. 148
	Rosk . .	15. 52. 00	23. 23. 00	— 0. 61	39	
11 » »	Kullb. .	15. 28. 59. 10	22. 49. 57. 55	+ 0. 96	7. 20. 59. 41	+ 0. 132
	Rosk . .	15. 25. 00	22. 46. 00	— 0. 57	43	
12 » »	Kullb. .	14. 59. 53. 95	22. 35. 52. 60	+ 0. 97	7. 35. 59. 62	+ 0. 114
	Rosk . .	14. 56. 00	22. 32. 00	— 0. 58	42	
13 » »	Kullb. .	15. 53. 49. 05	22. 58. 47. 75	+ 0. 84	7. 04. 59. 54	+ 0. 116
	Rosk . .	15. 50. 00	22. 55. 00	— 0. 50	50	
14 » »	Kullb. .	18. 34. 39. 55	23. 13. 38. 75	+ 0. 57	4. 38. 59. 77	+ 0. 125
	Rosk . .	18. 31. 00	23. 10. 00	— 0. 21	79	
15 » »	Kullb. .	15. 47. 35. 95	23. 03. 34. 80	+ 0. 85	7. 15. 59. 70	+ 0. 111
	Rosk . .	15. 44. 00	23. 00. 00	— 0. 39	61	
16 » »	Kullb. .	15. 48. 31. 85	23. 48. 30. 70	+ 0. 74	6. 59. 59. 59	+ 0. 104
	Rosk . .	15. 45. 00	22. 45. 00	— 0. 43	57	
17 » »	Kullb. .	15. 36. 28. 00	23. 32. 26. 95	+ 0. 84	7. 55. 59. 79	+ 0. 089
	Rosk . .	15. 33. 00	23. 29. 00	— 0. 48	52	

Furono gli andamenti orari registrati nell'ultima colonna che vennero adoperati per correggere i tempi d'osservazione.

Determinazione della latitudine. — I risultati d'osservazione e di calcolo sono riassunti cronologicamente negli specchi seguenti. Le latitudini qui registrate in corrispondenza a ciascuna Stella, si ottennero accoppiando i valori risultanti dai puntamenti fatti sulla Stella in posizioni coniugate dello strumento: ciascuna di esse è dunque il risultato di una doppia osservazione Le posizioni apparenti delle Stelle, registrate in testa ad ogni serie di osservazioni, e non corrette per l'aberrazione diurna, si riferiscono all'istante medio della serie di puntamenti. Il tempo siderale corrispondente a tale istante medio venne sempre indicato per la Polare. Per ogni notte d'osservazione è dato anche il zenit strumentale Z, espresso in soli gradi, per caratterizzare la posizione del cerchio zenitale.

11 luglio 1900. — $Z = 0°$.

λ Aquilae $\alpha = 19^h.01^m.00^s.57$ $\delta = -5°.01'.46''.98$	α Ursae min. (19h.49m) $\alpha = 1^h.23^m.02^s.79$ $\delta = 88°.46'.21''.37$	ε Aquarii $\alpha = 20^h.42^m.19^s.80$ $\delta = -9°.51'.25''.49$	α Ursae min. (21h.35m) $\alpha = 1^h.23^m.02^s.86$ $\delta = 88°.46'.21''.37$
42°.14'.47''.31	42°.14'.47''.85	42°.14'.45''.95	42°.14'.46''.15
47. 22	48. 80	44. 62	46. 90
46. 81	48. 07	44. 50	46. 67
47. 30	47. 45	45. 16	47. 09
47. 98	47. 60		47. 00
			46. 20

12 luglio. — $Z = 45°$.

ν Ophiuchi $\alpha=17^h.53^m.35^s.38$ $\delta=-9°.45'.35''.49$	α Ursae min. (18h.32m) $\alpha=1^h.23^m.03^s.74$ $\delta=88°.46'.21''.47$	λ Aquilae $\alpha=19^h.01^m.00^s.58$ $\delta=-5°.01'.46''.87$	α Ursae min. (19h 55m) $\alpha=1^h.23^m.03^s.79$ $\delta=88°.46'.21''.48$	ε Aquarii $\alpha=20^h.24^m.19^s.87$ $\delta=-9°.51'.25''.27$	α Ursae min. (21h.28m) $\alpha=1^h.23^m.03^s.86$ $\delta=88°.46'.21''.48$
42°.14'.46''.13	42°.14'.45''.37	42°.14'.44''.77	42°.14'.47''.45	42°.14'.44''.25	42°.14'.45''.96
45. 14	45. 00	45. 44	47. 27	44. 64	45. 64
46. 48	46. 00	44. 33	46. 97	43. 42	46. 70
45. 26	46. 51	44. 32	46. 73	44. 63	47. 37
45. 39			47. 41	44. 26	46. 19
46. 05					46. 56
46. 46					47. 01

13 luglio. — $Z = 90°$.

α Ursae min. (17h.10m) $\alpha = 1^h.23^m.04^s.65$ $\delta = 88°.46'.21''.55$	ν Ophiuchi $\alpha=17^h.53^m.35^s.38$ $\delta=-9°.45'.35''.42$	α Ursae min. (20h.00m) $\alpha = 1^h.23^m.04^s.76$ $\delta=88°.46'.21''.56$	α Ursae min. (20h.52m) $\alpha = 1^h.23^m.04^s.80$ $\delta = 88°.46'.21''.56$	β Aquarii $\alpha = 21^h.26^m.21^s.55$ $\delta=-6°.00'.20''.54$
42°.14'.47''.08	42°.14'.47''.81	42°.14'.47''.17	42°.14'.47''.97	42°.14'.47''.22
48. 12	47. 65	47. 30	47. 45	47. 84
47. 37	47. 09	48. 17	48. 01	47. 32
47. 42	46. 85	48. 11		46. 15
47. 38	47. 76			46. 23
47. 11	46. 80			
	46. 11			

16 luglio. — $Z = 135°$.

ζ Ophiuchi $\alpha = 16^h.31^m.42^s.91$ $\delta = -10°.21'.55''.45$	α Ursae min. ($17^h.19^m$) $\alpha = 1^h.23^m.07^s.52$ $\delta = 88°.46'.21''.80$	ν Ophiuchi $\alpha = 17^h.53^m.35^s.39$ $\delta = -9°.45'.35''.21$	α Ursae min. ($18^h.28^m$) $\alpha = 1^h.23^m.07^s.57$ $\delta = 88°.46'.21''.80$
42°.14',45".97	42°.14'.47".97	42°.14'.46".79	42°.14'.48".26
47. 04	47. 72	48. 28	47. 19
45. 74	46. 82	47. 50	46. 83
45. 72	47. 69	46. 73	47. 20
		46. 73	47. 03

λ Aquilae $\alpha = 19^h.01^m.00^s.61$ $\delta = -5°.01'.46''.43$	α Ursae min. ($19^h.58^m$) $\alpha = 1^h.23^m.07^s.63$ $\delta = 88°.46'.21''.81$	ε Aquarii $\alpha = 20^h.42^m.19^s.88$ $\delta = -9°.51'.24''.83$	α Ursae min. ($21^h.23^m$) $\alpha = 1^h.23^m\ 07^s.68$ $\delta = 88°.46'.21''.82$
42°.14'.46".46	42h.14'.47".64	42°.14'.47".05	42°.14'.48".29
47. 22	47. 75	47. 44	48. 24
46. 91	46. 83	47. 72	48. 28
45. 80	47. 61	46. 29	47. 28

17 luglio. — $Z = 0°$.

ζ Ophiuchi $\alpha = 16^h.31^m.42^s.95$ $\delta = -10°.21'.55''.40$	α Ursae min. ($18^h.22^m$) $\alpha = 1^h.23^m.08^s.57$ $\delta = 88°.46'.21''.87$	λ Aquilae $\alpha = 19^h.01^m.00^s.62$ $\delta = -5°.01'.46''.32$	α Ursae min. ($19^h.56^m$) $\alpha = 1^h.23^m.08^s.64$ $\delta = 88°.46'.21''.87$	ε Aquarii $\alpha = 20^h.42^m.19^s.90$ $\delta = -9°.51'.24''.72$	α Ursae min. ($21^h.38^m$) $\alpha = 1^h.23^m.08^s.71$ $\delta = 88°.46'.21''.88$
42°.14'.46".92	42°.14'.47".81	42°.14'.48".91	42°.14'.47".30	42°.14'.47".77	42°.14'.48".62
47. 25	48. 69	47. 52	47. 78	47. 56	49. 17
46. 94	48. 49	48. 32	47. 85	46. 90	49. 00
46. 30	49. 43	47. 28	47. 98	47. 45	49. 21
	48. 91		47. 51	47. 14	47. 50
				46. 27	
				46. 34	

18 luglio. $Z = 90°$.

α Ursae min. ($17^h.08^m$) $\alpha = 1^h.23^m.09^s.57$ $\delta = 88°.46'.21''.93$	ν Ophiuchi $\alpha = 17^h.53^m.35^s.39$ $\delta = -9°.45'.35''.07$	α Ursae min. ($18^h.38^m$) $\alpha = 1^h.23^m.09^s.63$ $\delta = 88°.46'.21''.94$	λ Aquilae $\alpha = 19^h.01^m.00^s.62$ $\delta = -5°.01'46''.21$	ε Aquarii $\alpha = 20^h.42^m.19^s.91$ $\delta = -9°.51'.24''.61$	α Ursae min. ($21^h.22^m$) $\alpha = 1^h.23^m.09^s.76$ $\delta = 88°.46'.21''.95$
42°.14'.48".47	42°.14'.48".04	42°.14'.49".25	42°.14'.46".20	42°.14'.47".48	42°.14'.47".55
48. 42	47. 26	48. 54	45. 47	47. 24	48. 11
48. 58	46. 63	48. 42	47. 09	48. 70	48. 78
48. 60	47. 07	47. 70		47. 37	48. 35
48. 53	47. 76			46. 69	46. 91
48. 56	47. 08			46. 27	

Questi risultati sono ancora riassunti nel seguente quadro, dove sono aggiunte le espressioni differenziali, esprimenti la dipendenza dei valori trovati per la latitudine, da eventuali variazioni delle posizioni apparenti delle Stelle, quali sono sopra registrate. Nel calcolarle, per la Polare si fece uso

dei tempi registrati nella 2ª colonna; per le Stelle Sud si fece invece la media delle espressioni ottenute, facendo il calcolo per ciascu n puntamento della Stella.

STELLE (1)	Istante medio della serie di osservazioni (2)	Numero delle doppie osservazioni (3)	Latitudine (4)	Espressioni differenziali (5)
			11 luglio 1900.	
α Ursae minoris . .	19h.49m	5	42°.14′.47″.95	$d\varphi = +0.32\, d\alpha^s + 0,08\, d\delta''$
" " . .	21. 35	6	46. 67	$+0.27\, d\alpha + 0.53\, d\delta$
λ Aquilae	—	5	47. 32	$d\varphi = +0.05\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
ε Aquarii.	—	4	45. 06	$d\varphi = -0.05\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
			12 luglio.	
α Ursae minoris . .	18h.32m	4	42°.14′.45″.72	$d\varphi = +0\ 31\, d\alpha^s - 0.24\, d\delta''$
" " . .	19. 55	5	47. 17	$+0.32\, d\alpha + 0.12\, d\delta$
" " . .	21. 28	7	46. 49	$+0.28\, d\alpha + 0.50\, d\delta$
ν Ophiuchi	—	7	45. 84	$d\varphi = -0.09\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
λ Aquilae	—	4	44. 72	$+0.02\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
ε Aquarii.	—	5	44. 24	$-0.01\, d\alpha + 1.00\, \delta d$
			13 luglio.	
α Ursae minoris . .	17h.10m	6	42°.14′.47″.41	$d\varphi = +0.26\, d\alpha^s - 0.56\, d\delta''$
" " . .	20. 00	4	47. 69	$+0.32\, d\alpha + 0.14\, d\delta$
" " . .	20. 52	3	47. 81	$+0.30\, d\alpha + 0.36\, d\delta$
ν Ophiuchi	—	7	47. 15	$d\varphi = -0.08\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
β Aquarii	—	5	46. 95	$-0.04\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
			16 luglio.	
α Ursae minoris . .	17h.19m	4	42°.14′.47″.75	$d\varphi = +0.27\, d\alpha^s - 0.53\, d\delta''$
" " . .	18. 28	5	47. 30	$+0.31\, d\alpha - 0.25\, d\delta$
" " . .	19. 58	4	47. 46	$+0.32\, d\alpha + 0.14\, d\delta$
" " . .	21. 23	4	48. 02	$+0.28\, d\alpha + 0.48\, d\delta$
ζ Ophiuchi.	—	4	46. 12	$d\varphi = +0.04\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
ν Ophiuchi.	—	5	47. 21	$-0.02\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
λ Aquilae	—	4	46. 60	$+0.13\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
ε Aquarii	—	4	47. 12	$-0.02\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
			17 luglio.	
α Ursae minoris . .	18h.22m	5	41°.14′.48″.66	$d\varphi = +0.31\, d\alpha^s - 0.28\, d\delta''$
" " . .	19. 56	5	47. 68	$+0.32\, d\alpha + 0.13\, d\delta$
" " . .	21. 38	5	48. 70	$+0.27\, d\alpha + 0.55\, d\delta$
ζ Ophiuchi.	—	4	46. 85	$d\varphi = +0.01\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
λ Aquilae	—	4	48. 01	$-0.01\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
ε Aquarii	—	7	47. 06	$-0.06\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
			18 luglio.	
α Ursae minoris . .	17h.08m	6	42°.14′.48″.53	$d\varphi = +0.26\, d\alpha^s - 0.56\, d\delta'$
" " . .	18. 38	4	48. 48	$+0.31\, d\alpha - 0.21\, d\delta$
" " . .	11. 22	5	47. 94	$+0.28\, d\alpha + 0.48\, d\delta$
ν Ophiuchi	—	6	47. 31	$d\varphi = -0.02\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
λ Aquilae	—	3	46. 25	$+0.07\, d\alpha + 1.00\, d\delta$
ε Aquarii	—	6	47. 29	$-0.06\, d\alpha + 1.00\, d\delta$

Questi risultati mostrano una sensibile influenza della flessione del cannocchiale. Per metterla meglio in evidenza, si fanno, per ciascuna notte d'osservazione, le medie ponderate dei valori risultanti dalla Polare e dalle Stelle Sud, attribuendo ai valori della 4ª colonna i pesi registrati nella 3ª, e si ottiene:

DATA (1)	Zenit strumentale (2)	STELLE (3)	Numero delle doppie osservazioni (4)	Sen z (5)	Latitudine (6)	Latitudine media per ciascuna notte di osservazione (7)
11 luglio 1900 . . .	0°	Polare	11	0.735	42°.14'.47".25	42°.14'.46".78
		Stelle Sud	9	0.762	46. 32	
12 " " . . .	45°	Polare	16	0.738	46. 51	45. 79
		Stelle Sud	16	0.771	45. 06	
13 " " . . .	90°	Polare	13	0.741	47. 59	47. 33
		Stelle Sud	12	0.769	47. 07	
16 " " . . .	135°	Polare	17	0.741	47. 61	47. 20
		Stelle Sud	17	0.777	46. 79	
17 " " . . .	0°	Polare	15	0.738	48. 35	47. 80
		Stelle Sud	15	0.774	47. 26	
18 " " . . .	90°	Polare	15	0.742	48. 32	47. 71
		Stelle Sud	15	0.772	47. 09	

I valori di sen z registrati nella 5ª colonna di questo specchio sono le medie di quelli che corrispondono ai diversi puntamenti della Polare, o alle diverse Stelle Sud. — Indicando ora con φ il vero valore della latitudine con b la costante di flessione, si ha

$$\varphi = \varphi_1 - b \operatorname{sen} z \qquad \text{per la Polare}$$
$$\varphi = \varphi_2 + b \operatorname{sen} z \qquad \text{per le Stelle Sud,}$$

ossia, indicando con φ_0 un valore approssimato di φ, con $\Delta\varphi$ la sua correzione,

$$\Delta\varphi + b \operatorname{sen} z + (\varphi_0 - \varphi_1) = 0 \qquad \text{per la Polare}$$
$$\Delta\varphi - b \operatorname{sen} z + (\varphi_0 - \varphi_2) = 0 \qquad \text{per le Stelle Sud.}$$

Adottando il valore prossimo

$$\varphi_0 = 42°.\,14'.\,46''.\,00,$$

e formando le 12 equazioni generate in corrispondenza ai dati del precedente specchio, si pervenne alle equazioni normali

$$12\,\Delta\varphi - 0.190\,b - 13''.22 = 0$$
$$-0.190\,\Delta\varphi + 6.849\,b - 4.\,35 = 0,$$

dalla cui risoluzione si ottenne

$$\Delta\varphi = 1''.11 \qquad b = 0''.67.$$

La latitudine del pilastro d'osservazione risultò quindi:

$$\varphi = 42^{\circ}.\ 14'.\ 47''.\ 11.$$

Gli errori probabili delle incognite $\Delta\varphi$ e b, dalla risoluzione dei due sistemi di equazioni del peso, risultarono $\varrho_{\Delta\varphi} = 0''.\ 15$ $\varrho_b = 0''.19$. Formando invece gli scostamenti fra il valore definitivo di φ ed i valori medi ottenuti dalle singole Stelle, e corretti per la flessione del cannocchiale, si ottenne $\varrho_\varphi = 0''.\ 10$.

La riduzione al centro trigonometrico ed il calcolo della deviazione locale in latitudine si rimandano ad una prossima Nota, nella quale si renderà conto delle operazioni eseguite per determinare l'azimut astronomico della direzione M. Soratte - M. Mario.

Fisica terrestre. — *Il microsismometrografo a tre componenti.* Nota di G. Agamennone, presentata dal Socio Tacchini.

In questi stessi Rendiconti ho già descritto questo apparecchio [1]; ma mentre il meccanismo per la registrazione di ambo le componenti orizzontali fu allora fatto conoscere nei suoi particolari, quello invece, destinato alla componente verticale, fu appena accennato. Scopo della presente Nota è quello di dare anche di quest'ultimo una conveniente descrizione.

È noto quanto sia difficile in sismometria di poter registrare con la dovuta esattezza la componente verticale del suolo, in occasione d'una scossa di terremoto. Nel sismografo *Cecchi* e nel sismometrografo *Brassart*, i soli apparecchi a tre componenti maggiormente in uso in Italia, il meccanismo relativo alla componente verticale deve piuttosto ritenersi come un semplice sismoscopio per le scosse sussultorie; in quanto che, dato il periodo oscillatorio troppo rapido delle molle ad elica in essi adoperate, è difficilissimo poter dedurre il movimento effettivo del suolo dal tracciato, reso complicatissimo dalle oscillazioni rapide e notevoli delle molle stesse [2]. Ciò spiega

[1] G. Agamennone, *Nuovo tipo di sismometrografo*. Rend. della R. Acc. dei Lincei, Ser. 5ª, vol. IX, pag. 31, seduta del 15 luglio 1900; Boll. della Soc. Sism. Ital., vol. VI, 1900-1901, pag. 71.

[2] Per ovviare in parte a questo inconveniente, ho aggiunto, anni indietro, al corto saltaleone del sismometrografo *Brassart* a lastra affumicata, in azione nella stazione sismica sperimentale del Collegio Romano, una serie di molle ad elica, attaccate l'una sotto l'altra, colle quali fu possibile di portare il periodo semplice oscillatorio della massa da $^1/_4$ a $^2/_3$ circa di secondo. E più recentemente, adottando lo stesso ripiego in uno stru-

come nel Giappone fin dal 1880 siansi applicati con ardore ad ideare congegni, più o meno complicati, atti a dare alla massa, che deve fungere da *stazionaria*, un lentissimo periodo oscillatorio in senso verticale [1]. Uno dei migliori sistemi proposti è senza dubbio quello dell'Ewing. Consiste nel fissare la massa all'estremità d'una leva orizzontale, la quale è imperniata all'estremità opposta, ed è sorretta in un punto intermedio da un saltaleone di sufficiente forza. Il merito dell'Ewing sta nell'aver pensato a porre il punto d'attacco della molla alquanto più basso della leva stessa, per modo che p. es. ad un aumento nella tensione della molla, per l'abbassarsi della massa, corrisponda un accorciamento del braccio di leva, col quale agisce la molla stessa, e viceversa [2]. Non meno ingegnoso è il meccanismo che si

---

mento identico dell'Osservatorio geodinamico di Rocca di Papa, dove si è potuto disporre d'un'altezza maggiore (circa 4 metri), ho impiegate tante molle da far oscillare la massa con un periodo semplice di circa 1ˢ. Volendo ottenere un periodo oscillatorio soltanto doppio del precedente (e ciò sarebbe sempre poco) bisognerebbe poter disporre d'una altezza di circa 16 metri! Ed in tal caso le variazioni di temperatura dell'ambiente non mancherebbero dall'influire enormemente sulla posizione di riposo dello stilo della componente verticale. Di più, nel sismometrografo *Brassart*, dove si registrano le tre componenti con una sola massa, sospesa a saltaleoni, si va incontro ad un altro grave inconveniente, e cioè quello dell'oscillazione verticale che acquisterebbe la massa stessa per effetto del moto pendolare che compirebbe funzionando da pendolo ordinario.

[1] G. Vagener, *On a New Seismometer*. Trans. of the Seism. Soc. of Iapan, vol. I, parte 1ª, 1880, pag. 54; T. Gray, *On a Seismograph for registering Vertical Motion*. Ibidem, vol. III, 1881, pag. 137; E. Ewing, *A Seismograph for Vertical Motion*. Ibid., pag. 140; T. Gray, *On Instrument for measuring and recording Earthquake-Motions*. Phil. Mag., vol. XII, 1881, pag. 199.

[2] Uno studio speciale del metodo proposto dall'Ewing è stato fatto dal Grablovitz nella sua Nota: *Sulla astaticità in senso verticale della massa stazionaria o punto neutro nei sismografi* (Rend. della R. Acc. dei Lincei, Ser. 4ª, vol. VII, pag. 337; 19 aprile 1891). Ivi si asserisce, in seguito ad un'analisi teorica, corroborata da esperienze, che la disposizione adottata dall'Ewing non risponde al principio voluto; perchè per certe inclinazioni eccessive della leva, o il peso della massa può superare la tensione della molla, talchè pel diretto abbassamento della massa il sistema è soggetto a rovesciarsi immediatamente, o nel caso d'innalzamento della massa avviene altrettanto per inerzia, appena guadagnata la posizione normale. Ma se si pensi che nella pratica i movimenti della massa non possono ragionevolmente eccedere certi limiti, od a bella posta sono limitati con opportuni ostacoli, e di più, per molte ragioni, il periodo oscillatorio del sistema non può rendersi eccessivamente lento, così mi pare che non sia il caso di rinunciare al metodo così semplice ed ingegnoso ideato dall'Ewing, specialmente quando si tratti della misura di movimenti piuttosto piccoli.

Nella stessa Nota il Grablovitz finisce per proporre un altro meccanismo, da lui studiato, nel quale la labilità del sistema esisterebbe sempre, ma sarebbe nella pratica temperata dal fatto che l'estremità fissa del saltaleone non si trova a distanza infinita, e dall'altro che le variazioni di tensione non sono proporzionali alle variazioni di lunghezza della molla, per modo che queste due circostanze varrebbero, secondo l'A., a dare al sistema un grado di stabilità regolabile a piacimento. Non mancai io stesso di speri-

trova nel sismografo *Gray-Milne* (1) e che si presta ugualmente bene anche per movimenti abbastanza larghi e lenti, in cui può entrare verticalmente la massa. Dopo un attento esame dei varî metodi proposti, tanto in Italia quanto all'estero, per la registrazione della componente verticale, ho finito per convincermi che quelli appunto del Gray e dell'Ewing sono finora i migliori.

Per la costruzione dello strumento che sto per descrivere, io mi sono attenuto al metodo dell'Ewing, come quello che richiede un numero minore di molle e di assi di rotazione e perciò introduce una somma minore di attriti; circostanza questa preziosa quando si tratti d'un apparecchio che aspiri ad una rimarchevole delicatezza. È stata appunto questa mia perplessità nella scelta del miglior sistema, che si prestasse anche bene all'impiego d'una massa considerevole, sospesa *astaticamente* in senso verticale, che mi ha fatto rinunciare ne' miei primi sismometrografi a far registrare, accanto alle componenti orizzontali, anche quella verticale, come sarebbe stato mio desiderio (2).

---

mentare questo nuovo meccanismo subito dopo che fu reso di pubblica ragione; ma a dir vero non me ne trovai troppo soddisfatto, in quanto che la possibilità d'ottenere un periodo oscillatorio abbastanza lento della massa, in senso verticale, sembrava subordinata nella pratica ad un movimento ondulatorio in cui doveva entrare nel tempo stesso la massa.

Il Grablovitz ha ideato pure una sospensione abbastanza ingegnosa, *a puleggia eccentrica*, con la quale realizzare una massa *stazionaria* in senso verticale (*Descrizione di un sismoscopio elettrico a massa stazionaria.* Ann. dell' Uff. Centr. Met. e Geod. Ital., vol. XII, Parte 1ª, 1890, pag. 209). Ma l'A. stesso dichiara che l'*astaticità* è solo quasi completamente raggiunta per piccole escursioni, mentre nelle forti la compensazione perde il suo effetto. Di più, il sistema è per sua natura lungi dall'essere esente d'attriti e resistenze, talchè non ne sarebbe consigliabile l'applicazione in un apparecchio di grande sensibilità (*Nuovi metodi per indagini geodinamiche.* Boll. della Soc. Sism. Ital., vol. II, 1896-97, pag. 41).

Più recentemente il Vicentini ed il Pacher, dopo varî tentativi, si sono arrestati ad un metodo ben più semplice dei precedenti, fondato senz'altro sull'impiego d'una lunga molla piana, in posizione quasi orizzontale, la quale è fissata ad un'estremità ed è caricata all'altra da una massa di 45 kg. (*Microsismografo per la componente verticale.* Atti del R. Ist. Ven. di sc., lett. ed arti, T. LVII, 1898-99, pag. 65). Però, con tal metodo, il periodo oscillatorio semplice della massa non ha superato $0^s,6$.

Più tardi, gli stessi autori adottarono una disposizione conveniente che permetteva di far registrare la componente verticale sullo stesso registratore del microsismografo per le componenti orizzontali.

(1) T. Gray, *On an Improved Form of Seismograph.* Phil. Mag., 1887, n. 148, pag. 353; J. Milne, *The Gray-Milne Seismograph.* ecc. Trans. of the Seism. Soc. of Japan, vol. XII, 1888, pag. 33.

(2) Questa intenzione io aveva già manifestata fin dal 1895 nella mia Nota: *Sopra un nuovo tipo di sismometrografo* (Boll. della Soc. Sism. Ital., vol. I, 1895, pag. 160).

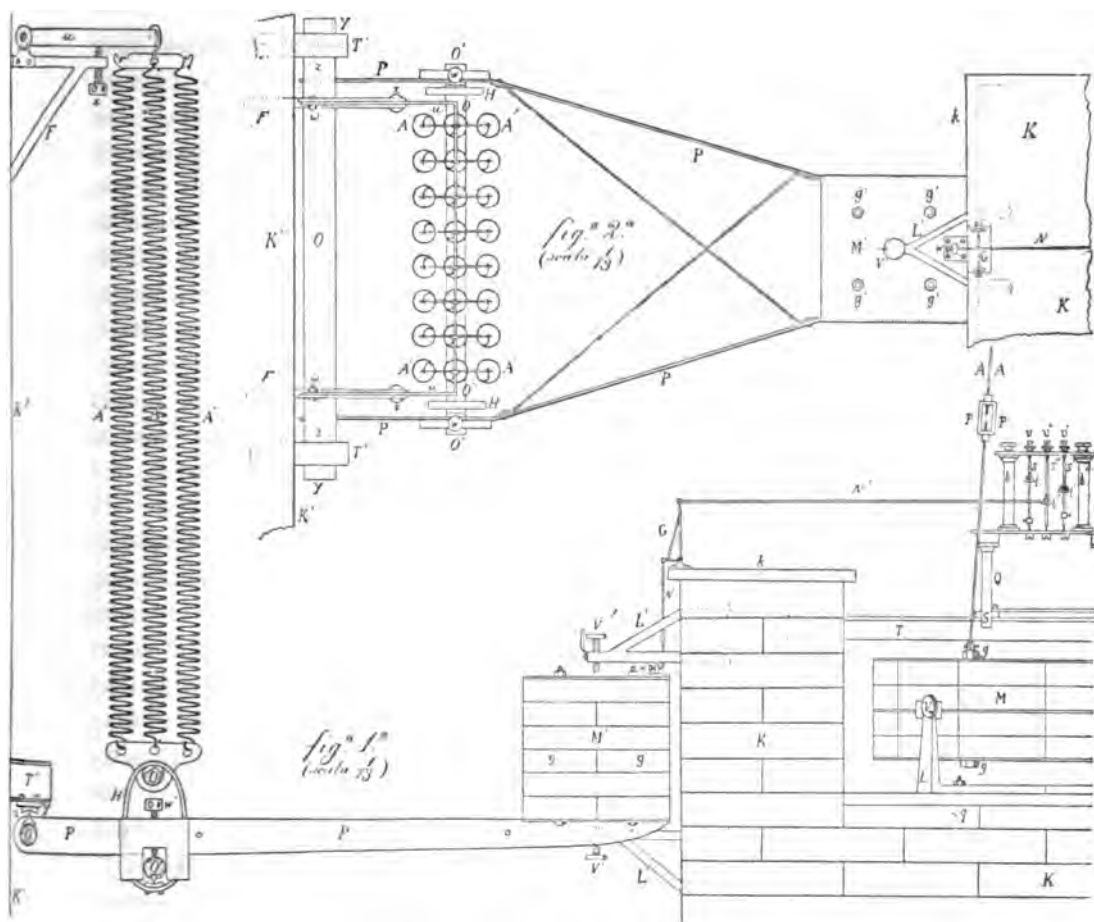
Ciò premesso, passo a descrivere il microsismometrografo nella parte che si riferisce alla registrazione della sola componente verticale, coll'aiuto delle due figure qui annesse: la figura 1ª rappresenta lo strumento visto di faccia, la figura 2ª ne mostra la pianta. In entrambe le figure ho riportato parzialmente il pilastro in mattoni, sul quale è installato il meccanismo che soprassiede alla registrazione delle componenti orizzontali, allo scopo di mostrare lo strumento completo ed il modo con cui, nel nostro caso speciale, si è creduto di far registrare la componente verticale sopra gli stessi registratori che servono per quelle orizzontali (1). Per la teoria poi del sistema proposto dall'Ewing e che io ho appunto utilizzato nel mio strumento, rimando senz'altro alla Memoria originale dell'Ewing, sopra accennata.

La leva orizzontale del sistema Ewing è costituita nel nostro caso da un robusto telaio in ferro PP, gravato ad un' estremità da una massa di piombo M' di quasi 180 kg., ripartita in 12 parallelepipedi rettangolari, che complessivamente formano un cubo di 25^{cm} di lato e sono stretti entro due piatti di ferro mediante quattro robuste chiavarde g' (2). Come mostrano le figure, la massa M' rimane vicinissima al pilastro K, in precedenza costruito espressamente per l'installazione dello strumento, destinato alle sole componenti orizzontali, mentre l'estremità opposta del telaio PP rimane presso il muro maestro K', che si è voluto utilizzare per bilicarvi il telaio stesso e per fissarvi le molle destinate a sorreggerlo. L'estremità del telaio rivolta al muro K' termina in un grosso asse di ferro O, sulla cui parte superiore sono fissati, ai due estremi, due coltelli d'acciaio temperato, costituenti il bilico del telaio. Sopra gli anzidetti coltelli riposano due coppe cilindriche z, pure in acciaio temperato, fissate alle due estremità d'una solidissima sbarra di ferro Y la quale, alla sua volta, è applicata in posizione orizzontale contro la faccia inferiore di due pezzi di travi in ferro T', incastrati profondamente nel muro K'.

Al di sopra delle travi di ferro T' sono pure murati solidamente, nella stessa parete, due robustissime mensole F le quali, presso il muro, terminano in alto in due orecchie, dove è girevole, attorno a due perni ω, un robusto

(1) Sento qui l'obbligo di ringraziare l'Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica per aver concessi i mezzi per la costruzione di questa parte del microsismometrografo, costruzione che nella pratica ha presentato non poche difficoltà, data l'enorme massa di piombo che io ho voluta espressamente adoperare, per attenuare gli attriti inerenti alla registrazione meccanica. Alla buona riuscita del lavoro ha cooperato senza dubbio anche il costruttore, che è stato sotto la mia direzione il sig. L. Fascianelli, il ben noto meccanico del detto Ufficio.

(2) Affinchè la linea retta, congiungente il centro di gravità della massa M' con l'asse di rotazione del telaio, risulti il meno possibile obliqua all'orizzonte, sarebbe preferibile che una parte della massa di piombo rimanesse al di sotto del telaio.

telaio u. Da quest'ultimo pendono 24 molle ad elica A' in acciaio, accoppiate tre a tre su 8 apposite sbarrette munite de' relativi uncini, come in modo chiaro rappresenta la figura 1ª. Il telaio u viene a poggiare, mediante speciali incavi ellittici, sopra due viti x, praticate alle estremità anteriori

delle mensole F' e che servono evidentemente a regolare la tensione complessiva di tutte le molle. Anche inferiormente le medesime sono attaccate, tre a tre, su 8 speciali piastre, di forma press' a poco triangolare, che alla loro volta sono fissate, ad uguale distanza, sopra un grosso asse d'acciaio O', le cui estremità terminano superiormente in due coltelli temprati. Da questi ultimi pendono due robusti anelli ellittici d'acciaio H i quali portano, fissate in basso, due coppe cilindriche consimili alle altre due z sopra accennate. Esse sono destinate a ricevere rispettivamente i due coltelli, pure

orizzontali e d'acciaio temperato, i quali sporgono dalle estremità di un terzo asse di ferro O', fissato al telaio PP, a poco meno di $^1/_4$ di distanza tra l'asse O ed il centro di gravità della massa M', per l'intermediario di due viti w'. Come ben si comprende, queste ultime hanno lo scopo di abbassare a piacere l'asse O', facendolo scorrere entro due guide verticali praticate nel telaio PP, e perciò di abbassare i due coltelli dell'anzidetto asse, sui quali si ripartisce tutto lo sforzo esercitato dalle 24 molle per l'intermediario dell'asse O'' e dei due anelli H. Tenuto conto che la massa M' si può ritenere complessivamente di circa 200 kg., tra il piombo, i piatti di ferro e porzione di peso del telaio, e che la medesima gravita sul telaio PP ad una distanza dall'asse O, la quale è 4, 3 volte più grande di quella a cui si trova l'asse O', ne risulta che le molle A' sono ivi tese complessivamente da una forza di 860 kg., e perciò ciascuna di esse è sottoposta ad una tensione di circa 36 kg. La pressione che viene esercitata sopra ognuno dei due coltelli dell'asse O' è di ben 430 kg., ciò che naturalmente ha impedito di farli troppo affilati. Una pressione alquanto minore è sopportata dai due coltelli, fissati all'asse O.

Se si abbassa poco a poco, mediante le viti w', l'asse O' e si riporta ogni volta in posizione orizzontale il telaio PP col diminuire la tensione delle molle, manovrando le viti x, si trova che il periodo oscillatorio del sistema diviene sempre più lento, fino al punto che, procedendo ancor più oltre, l'equilibrio finisce per divenir instabile. Nelle prove che io ho potuto fare tanto al Collegio Romano nel marzo 1900, poco prima che l'apparecchio fosse smontato per essere inviato all'Esposizione Universale, quanto in quelle che furono eseguite nella Esposizione stessa a Parigi, mi è risultato che si può ottenere senza difficoltà un periodo oscillatorio semplice di 4-5^s. Ciò nonostante il sistema compie una serie abbastanza lunga d'oscillazioni prima di arrestarsi, dopo che la massa M' sia stata spostata di qualche millimetro dalla sua posizione di riposo. I movimenti della massa sono frenati in alto ed in basso da due apposite viti V' verticali, le cui madreviti si trovano alle estremità di due robuste mensole L' fissate solidamente al pilastro K. La vite inferiore rende anche un gran servigio, quando vuolsi decomporre o ricomporre la massa di piombo. Quella poi superiore, per essere graduata e munita del rispettivo indice, serve inoltre a misurare l'ingrandimento dello stilo destinato alla componente verticale.

Veniamo ora alla trasmissione dei movimenti della massa M'. A tale scopo sul piatto superiore di quest'ultima è cernierata l'estremità inferiore d'un tubo d'alluminio N verticale, mentre quella superiore resta imperniata al braccio corto orizzontale d'una leva codata G, la quale è costruita in tubicini d'ottone e ruota attorno ad un assetto orizzontale, fissato sulla pietra di marmo k. All'estremità superiore del braccio lungo verticale di detta leva codata è cernierato un altro tubo d'alluminio orizzontale N' il quale, col-

l'altro estremo va ad imperniarsi al braccio corto d'una levetta orizzontale (perpendicolare al piano della figura e non visibile nel disegno) fissata all'assetto di rotazione s''. Siccome a questo stesso assetto è fissato lo stilo in alluminio l'' — pure perpendicolare al piano della figura e che scrive sopra ambo i registratori dello strumento nello stesso modo degli altri due consimili stili l ed l', destinati alle componenti orizzontali — così si vede come i movimenti della massa M', mercè due moltiplicazioni successive, possono essere sufficientemente amplificati e precisamente nel rapporto di 1 a 50. Infatti la leva codata G ingrandisce quasi nel rapporto di 1 a 4, e la lunghezza della levetta, fissata all'asse s'', sta a quella dello stilo di alluminio l'' come 1 a 13. Per diminuire il più possibile gli attriti nei quattro punti, in cui i tubi d'alluminio N ed N' sono collegati colla massa M', colla leva G e coll'assetto s'', gli attacchi cernierati sono realizzati mediante quattro delicatissimi aghi fissati alle estremità degli anzidetti tubi. Infine, per regolare la posizione dello stilo l'' per rapporto agli altri due l ed l', senza dover ricorrere ogni volta a cambiare la tensione delle molle, la connessione dell'estremità inferiore del tubo N colla piastra superiore della massa M' è fatta mediante un piccolo congegno, dove mediante la vite w si può alzare od abbassare a piacere il tubo N.

Una grave difficoltà, del resto da prevedersi, che si è riscontrata nel funzionamento del meccanismo destinato alla componente verticale, consiste nella grande variabilità della posizione di riposo dello stilo l'', dovuta in parte ad una distensione progressiva delle molle, ed in parte alle fluttuazioni della temperatura dell'ambiente [1]. In quanto alla prima causa, v'è da sperare che il cedimento delle molle si faccia col tempo sempre più piccolo e vi si può rimediare rimettendo a punto ogni giorno lo stilo l'', col girare la vite di registro w, e più di rado, quando occorra, coll'innalzare il telaio u mediante le viti x, ciò che equivale a tendere maggiormente le molle.

La seconda causa di perturbazione è ben più difficile ad essere rimossa, quando non si abbia modo di mantenere abbastanza costante la temperatura dell'ambiente. Si può in parte rimediare, col proteggere l'insieme delle molle con opportuni ripari, affinchè le variazioni termiche vi arrivino attenuate. Ma ben si comprende come questo rimedio sia addirittura insufficiente nel caso che i cambiamenti di temperatura giungano troppo sensibili e rapidi; poichè dato il forte ingrandimento dello strumento, basta un piccolo squilibrio termico nelle molle, perchè la massa M' venga ad urtare contro l'una o l'altra delle due viti V'. Gli effetti della temperatura non sono tanto dan-

[1] Lo stesso inconveniente fu naturalmente riscontrato nel microsismografo *Vicentini* per la componente verticale, nel quale si trovò che la variazione di 0°,1 nella temperatura dell'ambiente provocava uno spostamento di $1^{mm}\,{}^1/_2$ nella pennina registratrice.

nosi nel nostro caso per le variazioni di lunghezza che producousi nelle molle, relativamente al loro coefficiente di dilatazione, quanto per le variazioni del loro coefficiente di elasticità, dato l'enorme stiramento a cui le medesime sono sottoposte.

Se si avesse da fare col solo coefficiente di dilatazione delle molle, si potrebbe facilmente rimediare fissando le viti x, anzichè sulle mensole F, sopra due robusti tubi verticali d'acciaio e di sufficiente lunghezza, fissi alla loro estremità inferiore e liberi dal dilatarsi dal basso in alto. In tal guisa, ad un dato abbassamento del telaio PP corrisponderebbe, per effetto della dilatazione degli anzidetti tubi, in senso contrario a quella delle molle, un conveniente innalzamento del telaio u; e beninteso la combinazione dovrebbe essere tale, tenuto anche conto della dilatazione della massa M' e dei tubi d'alluminio N ed N', che l'estremità dello stile scrivente l'' avesse a rimanere in posizione costante, malgrado gli sbalzi della temperatura [1]. Tuttavia conviene riflettere che, data la lunghezza relativamente corta delle molle, e la poca entità del coefficiente di dilatazione dell'acciaio, la variazione anche di una diecina di gradi nella temperatura non produrrebbe in pratica che un effetto trascurabile.

Ben più difficile, invece, è il voler contrabilanciare nello stesso tempo gli effetti dovuti alle variazioni del coefficiente d'elasticità delle molle, al cambiar della temperatura. Sulle prime si potrebbe pensare di utilizzare gli stessi tubi sopra accennati, ma assai più lunghi, e meglio se di zinco, sui quali far poggiare il telaio u, in punti assai vicini ai perni di rotazione ω, in modo che ad un allungamento termico dei tubi corrispondesse un innalzamento tante volte maggiore del punto d'attacco delle molle, e perciò un aumento di tensione nelle stesse. Ma poi, dopo un po' di riflessione, si capisce che tutto ciò non basterebbe allo scopo, dato appunto il valore troppo piccolo del coefficiente di dilatazione in confronto delle variazioni di quello di elasticità.

Forse si potrebbe arrivare ad un miglior risultato col costruire il telaio PP bimetallicamente e con una conveniente curvatura, in modo che quest'ultima cambiando colla temperatura potesse fare innalzare od abbassare la massa M' di quanto occorre, per contrabilanciare l'allungamento od accorciamento delle molle. Uguale artifizio si potrebbe anche introdurre nelle varie parti del meccanismo, che trasmettono amplificati i movimenti della massa alla penna scrivente.

Un altro genere di compensazione che si presenta alla mente è quello di fissare sotto alla massa M' un galleggiante immerso parzialmente in una vasca di acqua, e meglio di mercurio, e di tali dimensioni che ad una dimi-

[1] Da notare che una variazione di lunghezza del telaio PP, per effetto di temperatura, non altera l'equilibrio del sistema, poichè il rapporto delle leve, con cui agiscono le forze, rimane inalterato.

nuzione di forza nelle molle, per effetto d'un aumento nella temperatura, corrisponda una maggiore spinta dal basso in alto nel galleggiante, atta a mantenere inalterata la posizione della massa e viceversa. Ma oltre che una siffatta disposizione tenderebbe a rendere troppo complicato lo strumento, ed il liquido impiegato accrescerebbe gli attriti e costituirebbe forse una causa speciale di disturbo in occasione di terremoti un po' sensibili, sarebbe sempre difficile d'arrivare con ciò al risultato voluto, a meno di non ricorrere ad un galleggiante d'esageratissime dimensioni.

L'esperienza dirà se varrà meglio di concentrare gli sforzi, per controbilanciare gli effetti dannosi delle variazioni termiche sulle molle, oppure d'installare lo strumento in un locale adatto, dove gli sbalzi di temperatura siano di per sè minimi, oppure resi insignificanti col mantenervi quasi costante la temperatura con uno dei tanti mezzi conosciuti e come si pratica per tanti altri apparecchi (1).

Chimica. — *Sui benzoazopirroli.* Nota di G. PLANCHER ed E. SONCINI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

È noto da gran tempo che, quando il cloruro di fenildiazionio reagisce sui fenoli, si formano delle sostanze che conservando alcune delle proprietà fenoliche, contengono l'aggruppamento caratteristico degli azoderivati (2).

Questi corpi furono perciò, sin dalla loro scoperta, denominati ossiazoderivati. Intorno alla loro natura molto si è discusso e molto è stato fatto, sicchè a tutta prima si potè stabilire che non tutti questi corpi presentano le stesse proprietà, e si dubitò che alcuni di essi, derivando da forme tautomere dei fenoli, fossero invece fenilidrazoni (3).

Lo studio di queste tautomerie, se non potè essere deciso per mezzo delle loro trasformazioni chimiche, fu finalmente definito per le recenti ricerche chimico-fisiche di Farmer e Hantsch (4). Per esse appare definitivamente stabilito che tutti i cosidetti ossiazoderivati allo stato libero sono fenilidrazoni i quali possiedono in maggiore o minor grado, o affatto, la facoltà

(1) Si comprende poi che dovendo servire l'apparecchio a solo scopo sismico, non è necessario che la temperatura si mantenga rigorosamente costante; poichè se la medesima variasse gradualmente di poco, l'effetto che se ne avrebbe sarebbe quello di far spostare, pure gradualmente, le penne scriventi sopra i registratori. In tal caso, la linea descritta dalle penne, invece di mantenersi sempre parallela al bordo della zona di carta, risulterebbe ne' varî tratti più o meno lievemente inclinata, senza che per questo potesse restare alterato il sismogramma, relativo ad una data scossa di terremoto.

(2) Kekulè und Hidegh. Berl. Ber. III, 234.

(3) Liebermann, Berl. Ber. XVI, 2858. Zinche e Bindewald. Berl. Ber. XVII, 3026.

(4) Jarmer und Hantzsch, Berl. Ber. XXXII, 3089.

di trasformarsi in derivati dei corpi ossiazoici, e che nella forma salificata coi metalli alcalini e nei loro eteri hanno la forma ossiazoica.

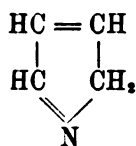
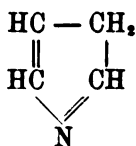
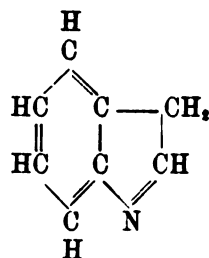
Il meccanismo di questa trasformazione in virtù delle ricerche di Hevitt e Pope [1] e di quelle degli anzidetti ricercatori è pure chiarito.

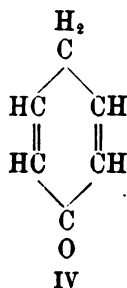
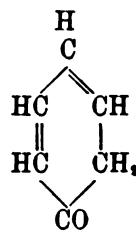
Nulla di simile è stato fatto sino ad ora per i corrispondenti derivati del pirrolo e dei suoi omologhi.

O. Fischer ed Hepp ne hanno preparato diversi, seguendo presso a poco le stesse norme che servirono per i fenoli, ed hanno dimostrato che verosimilmente nei pirroli il residuo azoico si va a porre, quando sia libera, nella posizione α [2].

La loro formazione è uno dei fatti che approssimano il comportamento del pirrolo a quello del fenolo, ma non si è ricercato allora, se la somiglianza fosse più intima, e se i derivati azoici del pirrolo avessero con quelli fenolici maggiori punti di contatto.

In questi ultimi tempi però, la teoria delle formole tautomere dei corpi pirrolici ha preso maggior sviluppo, per le ricerche di uno di noi sulla metilazione degli indoli [3], e per quelle di Angeli e Spica [4] e Spica e Angelico [5] sull'azione dell'acido nitroso, sul pirrolo e sopra alcuni indoli.

Per esse si conosce che il pirrolo e l'indolo oltre a dei derivati della forma consueta possono dare anche dei derivati delle forme tautomere:

```
                                                    H
                                                    C
                                                  /   \\
HC == CH            HC — CH₂                  HC       C ——— CH₂
 |     |             ||    |                   ||      |       |
HC    CH₂           HC    CH                  HC       C      CH
   \\  /               \  //                     \   //  \   //
     N                   N                         C       N
                                                   H
     I                   II                        III
```

come pei fenoli si hanno le forme:

```
           H₂                              H
           C                               C
         /   \                           /   \\
       HC     CH                       HC     CH
       ||     ||                       ||     |
       HC     CH                       HC     CH₂
         \   /                           \   /
           C                               CO
           O
           IV                              V
```

[1] Hevitt und Pope, Berl. Ber. XXVIII, 799.

[2] Fischer und Hepp, Berl. Ber. XIX, 2251.

[3] Plancher, Gazz. Chim. It., XXVIII, 1°, 402; 2°, 30, 333, 374, 391, 405, 418; XXX, 558; Plancher e Bettinelli, Gazz. Chim. It., XXIX, 1°, 81, 106.

[4] Angeli e Spica, Gazz. Chim. It., XXIX, 1°, 500.

[5] Spica e Angelico, Gazz. Chim. It., XXIX, 2°, 49.

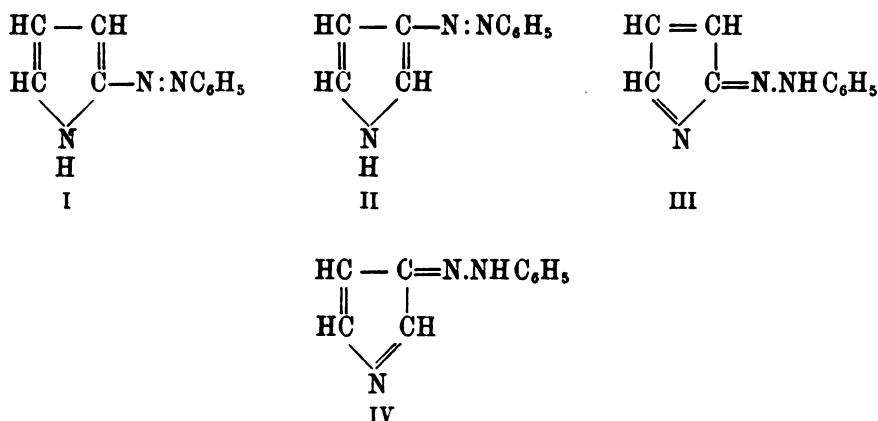
Era invero da aspettarsi che il benzolazopirrolo ed i suoi omologhi o allo stato libero o nei loro derivati avessero la forma I o quella II. In primo luogo perchè la loro basicità è di gran lunga, rispetto all' acido cloridrico, superiore a quella dei pirroli da cui derivano. Uno di noi ha infatti mostrato che mentre gli indoli non sono basi se non debolissime, i corpi che procedono dalla forma III hanno carattere basico marcato.

Il primo a sollevare questo sospetto sulla costituzione dei benzoazopirroli è stato Bamberger [1]; di ciò però siamo venuti a conoscenza quando le nostre esperienze erano già quasi terminate.

Noi nel presente studio non ci siamo proposti di risolvere di punto in bianco la questione, ma di esaminare a tutta prima se dal lato chimico tutti i benzolazopirroli abbiano lo stesso comportamento e se questo stia sempre in armonia colla loro natura azoica.

Noi abbiamo studiato il benzolazopirrolo e l'azobenzo-$\alpha . \alpha'$-dimetilpirrolo preparati da Fischer ed Hepp, e l'azobenzo-$\alpha . \beta'$-dimetilpirrolo e l'azobenzo-$\alpha . \alpha'$-metilfenilpirrolo da noi preparati. Il primo ed il terzo, che derivano da pirroli che hanno libero un posto α, possono avere ed avranno presumibilmente, il residuo azoico in questa posizione e la forma azoica I; il condo ed il quarto pel contrario, che derivano da pirroli che hanno i posti α occupati, dovranno avere la forma azoica II ed a queste forme I e II dovranno rispettivamente corrispondere le tautomere III e IV:

```
HC — CH            HC — C—N:NC6H5       HC = CH
||   ||            ||   ||              |    |
HC   C—N:NC6H5     HC   CH              HC   C=N.NHC6H5
  \ /                \ /                 \\ /
   N                  N                    N
   H                  H
   I                  II                  III

HC — C=N.NHC6H5
||   |
HC   CH
  \ //
   N
   IV
```

Il terzo ed il primo ortoazoderivati, il secondo ed il quarto metaazoderivati.

Il fenilisocianato ha servito in molti casi a rilevare le tautomerie, così ad esempio per le chinossime [2]. Abbiamo quindi tentato l' azione di esso sui sopradetti azobenzopirroli. La questione non poteva però con questo es-

[1] Bamberger, Lieb. Ann. 305, pag. 299.
[2] Goldschmidt, Berl. Ber. XXII, 3105.

sere decisa, presentandosi alla discussione un caso assai complesso e non intendiamo che di averla posta.

Si sa che questo reattivo si presta assai bene a caratterizzare l'idrogeno mobile, sia idrossilico, sia iminico. In questo caso il fenilisocianato non poteva reagire che o coll'immino pirrolico, dando le relative uree complesse, oppure sopra l'immino fenilidrazonico eventualmente formatosi per tautomerizzazione.

L'immino fenilidrazonico poteva possedere questa proprietà, inquantochè la sua presenza doveva essere subordinata e necessariamente conseguente al passaggio da un derivato della forma solita del pirrolo ad uno delle forme tautomere, il che conduce ad un composto di proprietà basiche notevoli, delle quali doveva risentire l'immino fenilidrazonico stesso. In altre parole, se riusciva provato che l'immino pirrolico non reagisce, il benzoazopirrolo non poteva reagire che assumendo invece della formola I quella III.

Prima perciò di tentare l'azione del fenilisocianato sui benzoazopirroli, abbiamo voluto provarla sui pirroli dai quali derivano, poichè non si conosceva il comportamento dell'immino pirrolico rispetto a questo reattivo. Abbiamo trovato che esso non reagisce affatto.

Potendo sorgere il dubbio che mentre l'immino pirrolico, tale e quale, non reagisce col fenilisocianato, potesse rendersi capace di questa reazione esaltandone l'acidità, e che ciò avvenisse appunto per l'attacco del residuo azoico al nucleo del pirrolo, abbiamo voluto vedere come si comportino di fronte allo stesso reattivo altri corpi imidici di più forte acidità, ed abbiamo trovato che, anche quando queste condizioni siano raggiunte, come nel carbazolo, nella succinimide e nel iodolo, che indubbiamente hanno carattere acido più spiccato dei pirroli, la predetta reazione non compare.

In seguito a ciò abbiamo provato l'azione del fenilisocianato sui benzoazopirroli, ed abbiamo trovato che i due che contengono il gruppo azoico in posizione α, quello del pirrolo e quello del dimetilpirrolo assimetrico, reagiscono; quello invece dell'$\alpha.\alpha'$-dimetilpirrolo e quello dell'α-fenil-α'-metilpirrolo che lo contengono nel posto β non reagiscono.

Come si vede, qui ci si trova di fronte ad una differenza di comportamento tra i β e gli α azopirroli, parallela se non analoga colle proprietà chimiche diverse degli orto- e dei para- ossiazoderivati.

Però noi non diciamo con questo che i benzoazopirroli siano allo stato libero gli uni, i β, veramente corpi azoici e gli altri, gli α, veramente idrazoni, ed invero l'identico aspetto e l'identica facilità di salificazione coll'acido cloridrico fa supporre che abbiano la stessa costituzione, ma si potrebbe forse dire che tutti allo stato libero sono composti azoici, e che presentano un grado differente di facilità nel trasformarsi in idrazoni, che cioè tutti di fronte ad un reattivo energico come l'acido cloridrico dànno sali della forma fenilidrazonica, e che invece di fronte all'isocianato solo quelli della serie α possono tautomerizzarsi.

Allora la reazionabilità di questi ultimi potrebbe trovare una spiegazione plausibile nella maggior vicinanza dell' immino fenilidrazonico alla parte basica, l' $\overset{\diagdown\!/\!\!/}{N}$ della molecola. Altre vie chimiche per risolvere la questione furono da noi invano tentate; speriamo invece di riuscire nell' intento coi metodi fisico-chimici che ci ripromettiamo di esperire.

Il pirrolo, l' $\alpha\alpha'$-dimetilpirrolo, il $\beta'\alpha$-dimetilpirrolo, l' α-metil-α'-fenilpirrolo esenti da qualunque traccia di umidità furono trattati col fenil-isocianato, a freddo non si osservò alcun segno di reazione e neppure riscaldando a bagno maria previa aggiunta di etere di petrolio secco: sempre si poterono separare per distillazione i due prodotti inalterati. Così pure il carbazolo, la succinimide ed il iodolo si ricuperarono intatti.

Il *benzoazopirrolo* di Fischer ed Hepp [1] trattato con fenilisocianato si riscalda spontaneamente e si rapprende quindi in una poltiglia di cristalli, che separati e cristallizzati dall' etere di petrolio, si raccolgono in aghi giallo-rossi fusibili a 108-10° della composizione $C_{17}H_{14}ON_4$.

Anche il $\beta'\alpha$-dimetilpirrolo dà un benzoazoderivato che non era conosciuto; noi l' abbiamo ottenuto dall' alcool diluito in cristalli color granato chiaro, fusibili a 118-19° e l' abbiamo analizzato.

L' urea che ne deriva non è un corpo molto stabile, fonde a 70-71° e facilmente si scinde nei suoi componenti; ha dato all' analisi dei risultati soltanto approssimati a quelli calcolati per la formola $C_{19}H_{18}N_4O$. Non è dubbio però sulla sua natura, ed i dati analitici dimostrano che esso contiene in seguito a decomposizione una parte, per quanto piccola, di azoderivato libero.

L' *azobenzo-α. α'-dimetilpirrolo* già preparato da Fischer, ma non ancora analizzato, lo fu da noi. Il punto di fusione del composto puro è di 135° e non 124°. È un corpo molto stabile di color giallo chiaro. Non reagì affatto coll' isocianato.

Così pure il *benzoazo-α-metil-α'-fenilpirrolo* era sconosciuto e fu da noi preparato e analizzato. È giallo aranciato, fonde a 120° con rammollimento e decomposizione. Non reagì affatto coll' isocianato di fenile.

Nel corso di queste ricerche abbiamo avuto occasione di preparare il tetrabromopirrolo che fu ottenuto già da Hepp [2], ma che generalmente non trova posto nella bibliografia chimica, perchè non era stato analizzato. Noi l' abbiamo analizzato: esso ha la composizione voluta C_4Br_4NH.

[1] Una notevole proprietà dell' azobenzopirrolo finora non descritta, è quella di irritare fortemente l' epidermide.

[2] Berl. Ber. XX, III, 123.

Chimica. — *Sull'azione del cloroformio sul tetraidrocarbazolo e sulla trasformazione del pirrolo in piridina.* Nota di G. PLANCHER e G. TESTONI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

Nei lavori che uno di noi (Plancher) da parecchi anni viene pubblicando in questi « Rendiconti », è raccolta una lunga serie di laboriose ricerche, che hanno svelato, in tutte le sue particolarità, l'azione dei joduri alchilici sui corpi di natura pirrolica.

Esse costituiscono la prima parte del quesito più generale, dell'azione cioè dei derivati alogenici degli idrocarburi, come quello che, trattandosi di derivati monosostituiti, doveva presentarsi nella forma più semplice. I risultati sono noti, e tutti si spiegano facilmente ammettendo che la reazione avvenga per successiva addizione del joduro alchilico al doppio legame ed eliminazione di idracido. È una azione inoltrata assai, che accumula intorno al nucleo pirrolico alchili in gran numero e non s'arresta finchè tutte le lacune preesistenti o formatesi nei varî stadî, non sono colmate e l'azoto ha raggiunto la sua forma ammonica quaternaria.

L'azione del cloroformio sui pirroli non poteva essere essenzialmente diversa da quella dei joduri alcoolici; sebbene più limitata negli effetti, è però più complessa, e conduce allo stadio finale coll'intervento di una sola molecola di cloroformio per una di corpo pirrolico, in modo che giova supporre, come si vedrà in fine, che il cloroformio ripeta due volte quel processo di addizione che caratterizza l'azione dei joduri alcoolici.

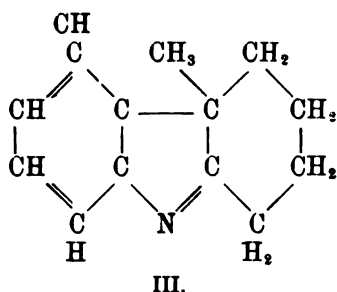
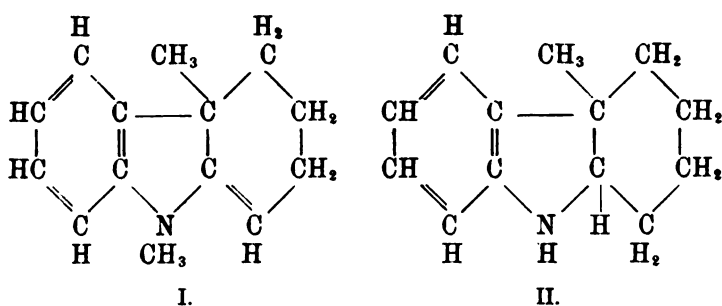
Lo studio associato delle due reazioni doveva spiegare e ha di fatto, per ciò che diremo, spiegato il modo d'agire del cloroformio.

Sopratutto ha servito bene il raffronto tra la formazione delle indolenine coi ioduri alcoolici, e la formazione di una indolenina clorurata più complessa che si ottiene dal tetraidrocarbazolo col cloroformio. Fu però di grande aiuto l'avere scoperta la vera natura delle basi che si ottengono dal tetraidrocarbazolo per metilazione; esse ci diedero quel materiale sperimentale che invano ricercammo nella serie del pirrolo e dell'indolo [1].

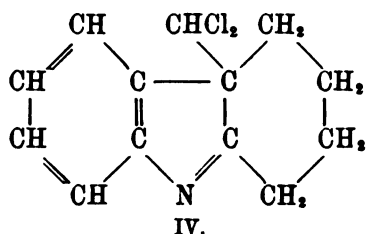
Come abbiamo già reso noto, il tetraidrocarbazolo dà la base (I), dalla quale per riduzione e smetilazione con acido jodidrico e fosforo, si ottiene la base (II) e da questa per ossidazione la base III, ottenuta anche per sintesi.

[1] Questi Rendiconti, vol. IX, 1° sem., pag. 219 e seguenti.

```
      H                H₂               H
      C      CH₃       C                C         CH₃      CH₂
    //  \      \     /   \            //  \         \     /   \
  HC     C ——— C          CH₂      CH      C ——— C         CH₂
  |      ‖      |          |        |       ‖      |         |
  HC     C      C          CH₂      CH      C      C         CH₂
    \\  /  \   /   \\    /            \\  /   \   /|\       /
      C      N       C                  C       N  H  C
      H     CH₃      H                  H       H     H₂
            I.                                   II.

                    CH
                    C       CH₃     CH₂
                  //  \       \    /   \
               CH      C ——— C          CH₂
               |       |      |          |
               CH      C      C          CH₂
                 \\   /  \  //   \     /
                   C       N       C
                   H               H₂
                           III.
```

Per chi si richiami alla mente le analoghe reazioni degli indoli, è chiaro che la base III è appunto il prodotto immediato dell'azione dello joduro di metile sul tetraidrocarbazolo, e che si dovrebbe poter isolare, se congruamente si potesse limitare la reazione operando a più bassa temperatura; essa sarebbe, cioè, ciò che in quella serie di prodotti sono le indolenine, e la sua formazione si deve spiegare come quella della $\beta.\beta.\alpha$-trimetilindolenina da $\alpha\beta$-dimetilindolo (1).

Mentre il cloroformio col pirrolo dà la β-cloropiridina (2) e coi metilindoli le corrispondenti clorochinoline metilate (3), col tetraidrocarbazolo la sua azione si arresta ad una prima fase del tutto comparabile alla formazione delle indolenine. Dai due reagenti si elimina una molecola di acido cloridrico e s'attacca alla molecola del tetraidrocarbazolo un gruppo $CHCl_2$, come il $-CH_3$ nel caso contemplato come possibile per la base III. La base clorurata che così si forma deve adunque avere la formola di costituzione IV:

```
                    CH      CHCl₂  CH₂
                  //  \       \    /   \
               CH      C ——— C          CH₂
               |       ‖      |          |
               CH      C      C          CH₂
                 \\   /  \  //   \     /
                   CH      N       CH₂
                           IV.
```

(1) Questi Rendiconti, vol. IX, 1° sem., pag. 120.

(2) Ciamician e Dennstedt, Gazz. Chim. It. XI, 300. — Ciamician e Silber, Gazz. Chim. It. XVII, 11.

(3) Magnanini, Gazz. Chim. It. XVII, 246.

Noi diamo in questa Nota la prova sperimentale di questa ipotesi che abbiamo già un'altra volta in precedenza formulata. Da questa base siamo riusciti ad ottenere un termine della serie delle basi metilate e precisamente la II. Il passaggio diretto alla base III non ci fu possibile perchè i mezzi riducenti atti ad eliminare il cloro portano anche all'idrogenazione ulteriore della base. Non senza difficoltà ottenemmo invece la contemporanea declorurazione e idrogenazione che ci diede la base sopradetta (II).

La prima difficoltà che dovemmo vincere, fu quella di ottenere la base clorurata in quantità sufficiente; essa si forma in piccola quantità dal tetraidrocarbazolo, che se facilmente si ottiene col metodo di Zanetti [1], non si può però depurare che con grande consumo di sostanza e perdita di tempo; l'abbiamo ovviata partendo dal prodotto greggio della riduzione del carbazolo, che contiene tuttavia carbazolo inalterato, e modificando alquanto le pratiche della preparazione così: 10 gr. di tetraidrocarbazolo greggio, seccato nel vuoto e sciolto nell'alcoolato fatto con 100 gr. di alcool assoluto e 3.6 gr. di sodio, si trattano goccia a goccia con 16 gr. di cloroformio. Si modera dapprima la reazione raffreddando; fattasi pigra, si completa riscaldando a bagnomaria, per mezz'ora circa, fino cioè a reazione neutra. Si distilla la maggior parte dell'alcool, si diluisce con poca acqua e si estrae tre volte con etere. La soluzione eterea viene sbattuta replicatamente con acido cloridrico al 10 %, impiegandone in tutto circa 300 ccm. Saturando il liquido acido con potassa ed estraendo con etere si ottiene la base clorurata, che da questo solvente si separa per concentrazione e raffreddamento. Ne constatammo la purezza a mezzo del punto di fusione e dell'analisi elementare.

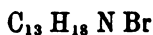
Calcolato per $C_{13}H_{13}NCl_2$	Trovato
C 61.42	C 61.09
H 5.12	H 5.47

Per declorurarla provammo dapprima, con poco materiale ed esito poco soddisfacente, il sodio in soluzione amilica bollente; il prodotto quantunque esente da alogeni non presenta i caratteri di una sostanza unica. Meglio risponde l'azione del fosforo e dell'acido iodidrico se si osservano le dovute precauzioni operando così:

Tre grammi di base si chiudono in tubo, preferibilmente di vetro poco fusibile, con due grammi di fosforo e 10 ccm. di acido iodidrico bollente a 127°, e si scaldano per una giornata intera a 150°. Dopo raffreddamento si apre alla lampada da smaltare l'affilatura del tubo, se ne lascia uscire l'idrogeno fosforato, presente già in grande quantità, e poi si richiudono di nuovo i tubi, fondendone la punta. Indi per un'altra giornata si scaldano a 250°. Il contenuto dei tubi dopo raffreddamento si presenta come un liquido denso

[1] Gazz. Chim. It. XXIV, 3-115.

perfettamente incoloro, qualche volta cosperso di resina giallo bruna; raccolto e diluito con due volumi d'acqua, s'intorbida, svolge fosfina, ma stenta a cristallizzare; scomposto con eccesso di potassa, estratto con etere e seccato con potassa fusa di recente, diede una base di aspetto oleoso che bollì così greggia a 13. mm. e 158°-162°. Il suo odore è in tutto simile a quello della base secondaria idrogenata ottenuta dalla metilazione del tetraidrocarbazolo II, misto però alquanto ad odori ingrati di corpi indolici. Per di più conteneva un poco di alogeno. Era mestieri quindi depurarla. Per questo dapprima tentammo di farne il picrato di poi il iodidrato, ma questi due sali si prestano male, il primo è troppo solubile, il secondo stenta a cristallizzare. Provammo allora a convertire la base, nella base $C_{13}H_{15}N$ a mezzo del permanganato e fare il picrato di quest'ultima, che è assai poco solubile, ma i prodotti secondari che l'accompagnano, tuttochè in piccola quantità, ne mascherarono i caratteri rendendo dubbia l'identificazione. Meglio ci servì il bromidrato della base idrogenata. A questo scopo si salificò la base greggia con acido bromidrico acquoso saturo a 0°, cristallizzò subito il bromidrato che fu purificato cristallizzandolo ripetutamente dall'alcool assoluto. Si ottenne in bei cristalli compatti ed incolori che fondono a 228° quasi senza decomposizione. L'analisi diede risultati che corrispondono alla formola

$$C_{13}H_{18}NBr$$

Calcolato	Trovato
C 58.18	C 58.20
H 6.72	H 7.12

La base ottenuta ha adunque alla sua volta la composizione $C_{13}H_{17}N$. La quantità del bromidrato corrisponde alla quasi totalità del prodotto.

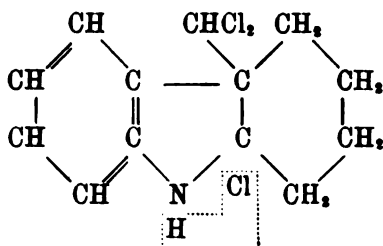
Dal bromidrato puro, la base si riottiene facilmente ed è esente da alogeni, ha odore nettamente timolico e pungente, dà una nitrosoammina e si combina col fenilisocianato. Il suo cloroplatinato è molto solubile ed il cloroaurato si riduce all'istante.

Per stabilire bene l'identità di questa base con quella della stessa composizione, ottenuta dai prodotti metilici, dovemmo anche di quest'ultima preparare il bromidrato, che ancora era sconosciuto. Lo ottenemmo liberando la base dal iodidrato fusibile a 167° e perfettamente puro e salificandola come la precedente. Il nuovo sale si mostrò in tutto identico al precedente e diede all'analisi questi risultati:

Calcolato per $C_{13}H_{18}Br$	Trovato
C 58.18	C 58.04
H 6.72	H 6.83

Mescolati intimamente i due bromidrati, in mortaino d'agata, la loro miscela fuse esattamente a 228° e solidificatasi rifuse alla stessa temperatura.

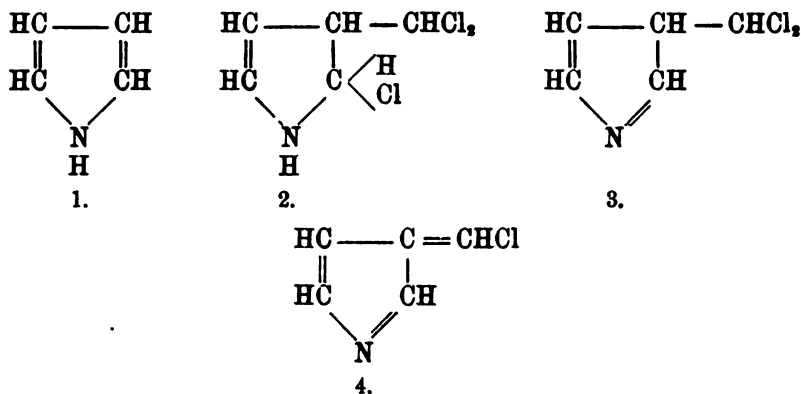
Con ciò è rigorosamente provata l'identità delle due basi di diversa provenienza, e ne consegue che la base biclorurata ha realmente la costituzione che le abbiamo attribuita IV; e che il cloroformio agisce in questo caso come il ioduro di metile addizionandosi al doppio legame indolico e dando un prodotto instabile così costituito:

```
        CH       CHCl2  CH2
      //  \          \  /  \
    CH     C ——— C      CH2
    |      ||     |      |
    CH     C      C      CH2
      \  //  \   /  Cl  \  /
       CH      N        CH2
               H
```

che tosto elimina, nel modo indicato dal tratteggio, una molecola di acido cloridrico, ricostituendo un doppio legame tra l'azoto e l'atomo di carbonio vicino, comune ai nuclei pirrolico e benzolico idrogenato.

In base a questi fatti trova la più chiara interpretazione la trasformazione del pirrolo in piridina a mezzo del cloroformio.

Si può ammettere che avvenga così:

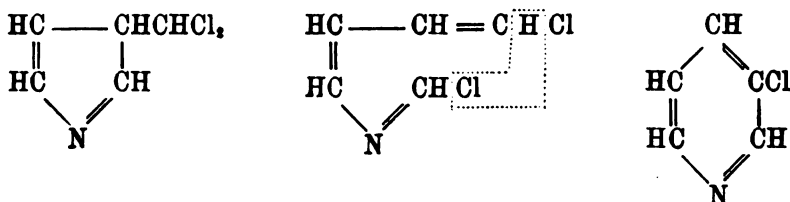
```
HC —— CH        HC —— CH — CHCl2       HC —— CH — CHCl2
||    ||        ||    |   /H           ||    |
HC    CH        HC    C <              HC    CH
  \  /            \  /    \Cl            \  //
   N                N                     N
   H                H
   1.               2.                    3.

              HC —— C = CHCl
              ||    |
              HC    CH
                \  //
                  N
                  4.
```

Il composto intermedio (3) che corrisponde appunto alla base clorurata del tetraidrocarbazolo, può ulteriormente eliminare acido cloridrico coll'idrogeno del posto β e dare il composto (4) che facilmente poi si traspone in β-cloropiridina; la ragione quindi per la quale nel tetraidrocarbazolo la reazione si arresta e non arriva all'allargamento del nucleo azotato, è da ricercarsi nell'assenza di un idrogeno capace di dar luogo ad una seconda eliminazione d'acido cloridrico.

Assai più probabile però è che il passaggio dal prodotto instabile [1] alla β-cloropiridina avvenga in seguito ad una transitoria apertura del nucleo,

[1] Gazz. Chim. Ital. XII, 211.

duvuto ad una nuova azione del residuo del cloroformio uguale alla prima, per la quale viene sciolto anche il legame rimanente tra l'atomo di carbonio α e l'atomo di carbonio β, e la successiva chiusura per eliminazione di acido cloridrico; nella quale ultima fase verrebbe compreso nel nucleo, tra gli atomi di carbonio α e β il residuo $\equiv$ CCl del cloroformio con formazione della β-cloropiridina.

```
HC ——— CHCHCl₂        HC ——— CH = C H Cl          CH
||      |              ||                        /  \\
HC      CH             HC      CH Cl           HC     CCl
  \   //                 \   //                ||      |
    N                      N                   HC      CH
                                                 \   //
                                                   N
```

L'ostacolo che secondo questa ultima ipotesi incontrerebbe il tetraidrocarbazolo nel dare l'allargamento del nucleo, dipenderebbe appunto dalla difcoltà che incontra il suo nucleo azotato ad aprirsi essendo forzato dal nucleo benzolico idrogenato.

Con questa ipotesi riesce più facile a comprendersi che (1) anche il tetracloruro di carbonio dia col pirrolo la stessa β-cloropiridina. Basta infatti pensare che l'alcoolato sodico presente, come elimina l'HCl nel modo indicato dal tratteggio, può eliminare anche due atomi di cloro che si trovino collocati come l'H ed il Cl.

Queste esperienze e queste induzioni verranno pubblicate più estesamente nella Gazzetta Chimica Italiana.

Zoologia. — *Sul modo di adesione di alcuni Nematodi parassiti alla parete intestinale dei Mammiferi* [1]. Nota del dott. Agostino Rizzo, presentata dal Socio Todaro.

In seguito alle mie ricerche sul modo col quale l' *Uncinaria cernua* e l' *Uncinaria radiata* si fissano alla mucosa intestinale e sulle alterazioni che vi producono [2], ho voluto estendere ad altri nematodi parassiti siffatto studio, con l' intendimento di constatare; 1°, se il fatto della produzione di clave da aspirazione come mezzo di fissazione di essi si possa riscontrare in altre specie e se vi sieno modi differenti di adesione per specie che differiscono nella costituzione della loro estremità cefalica; 2°, quali alterazioni questi parassiti producano alla parete intestinale dell' ospite.

(1) Lavoro eseguito nell' Istituto zoologico della R. Università di Catania.

(2) Rizzo A., *Ricerche sull' attacco di alcune Uncinarie alla parete dell' intestino.* Rend. R. Acc. dei Lincei, 1900, vol. IX, fasc. 3°, pag. 107.

Nel cieco di due cavalli, uccisi qui in Catania, trovai numerosi esemplari di *Sclerostomum equinum* (Müller) ed in uno soltanto di essi lo *Sclerostomum tetracanthum* (Mehlis) (¹) attaccati alla parete intestinale, e, ancora aderenti, potei fissarli.

Inoltre nel cieco di due pecore trovai aderente e fissai un altro nematode, il *Trichocephalus affinis*.

Oltre al *Trichocephalus*, nel ceco di una di esse macellata a Biancavilla, prov. di Catania, trovai, in gran parte liberi in mezzo al materiale contenutovi, numerosi esemplari di *Oesophagostomum venulosum* (Rud.). Mi sembrò d'averne visto qualcuno aderente alla parete dell'intestino, ma, per quanta cura vi abbia posto, non potei fissarne alcuno che rimanesse ancora attaccato.

Gli *Sclerostomi, equino* e *tetracanto*, che appartengono alla famiglia delle *Uncinarie*, si fissano, come queste ultime, alla parete intestinale dell'ospite. Ciò è ammesso dalla maggior parte degli autori, quantunque il Neumann (²) affermi che lo *Sclerostoma tetracanto* è ordinariamente libero fra le materie intestinali e lo si considera in generale come inoffensivo. Conosce però casi in cui questi parassiti in numero di parecchie migliaia, liberi nell'intestino, determinarono un'enterite emorragica e delle coliche mortali. Una figura riportata dal Railliet (³), che mostra gli *Sclerostomi*, *equino* e *tetracanto* fissati ad un tratto di parete intestinale, basta per altro, a non tener conto dell'affermazione di tanti osservatori, a togliere ogni valore all'asserzione del Neumann.

Quanto però al modo con cui gli *Sclerostomi* si fissano alla parete intestinale e alle lesioni che vi producono,il Davaine (⁴), il Dujardin (⁵), il Perroncito (⁶), il Railliet (⁷), il Neumann (⁸) (quest'ultimo pel solo *Sclerostoma equino*) ci dicono soltanto che questi parassiti stanno fissati con la loro armatura boccale alla mucosa dell'intestino sulla quale formano, al punto in cui aderiscono, una papilla di colore scuro.

Evidentemente l'affermazione che i parassiti stanno fissati con la loro armatura boccale, non basta a spiegarci il modo con cui si fissano e con quali organi; nè la papilla di color oscuro, che il Dujardin dice prodotta succhiando e che si osserva nel punto in cui lo *Sclerostoma* s'è attaccato, è dato suffi-

(¹) Le due specie di *Sclerostoma* sono nuove per Catania; non posso dare alcuna notizia sulla loro frequenza, perchè ho esaminato solo il cieco di due cavalli.

(²) Neumann L. G., *Traité des maladies parasitaires non microbiennes des animaux domestiques*. Paris, 1892, pag. 338.

(³) Railliet, *Traité de zool. médic. et agric.*, pag. 457, fig. 315.

(⁴) Davaine, *Traité des entozoaires*. Paris, 1877.

(⁵) Dujardin, *Histoire naturelle des Helmintes*. Paris, 1845, pag. 258.

(⁶) Perroncito E., *Trattato teorico-pratico sulle malattie degli animali domestici*. Torino, 1886, pag. 278-281.

(⁷) Railliet, l. c., pag. 459, 463.

(⁸) Neumann, l. c., pag. 394.

ciente per illuminarci sulle lesioni che questi nematodi producono all' intestino dell' ospite, al quale nondimeno, secondo gli autori menzionati, recherebbero tali lesioni da produrgli la morte per colica, enterite emorragica, anemia grave, ecc.

a) Sclerostoma equinum. — Pezzi di cieco di cavallo a cui questo parassita aderisce, all' esame macroscopico mostrano una leggera elevazione della mucosa, circostante al punto in cui il nematode è fissato, che corrisponderebbe alla papilla notata dagli autori.

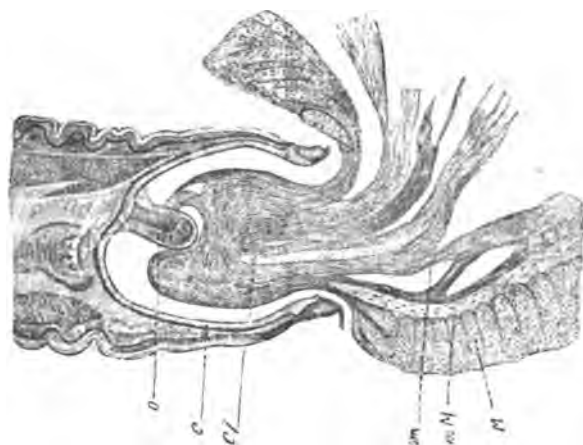



Fig. 1.

Sezione di cieco di cavallo con *Sclerostomum equinum* aderente: *C*, capsula boccale del parassita; *Cl*, clava prodotta sulla parete intestinale dell' ospite; *D*, dente del fondo della capsula; *M*, mucosa; *mM*, *muscularis mucosae*; *sm*, sottomucosa; (F. Albergo dis.).

La colorazione dei pezzi, fissati col liquido del Mingazzini, fu fatta con ematossilina Ehrlich e carminio litico; le sezioni, disposte in serie, furono trattate con una soluzione d' acido picrico (0.50 $^{00}/_{00}$) in xilolo.

Il parassita, nel punto in cui si attacca alla parete intestinale, infossa la sua estremità anteriore nella mucosa, producendo una clava (*Cl*, fig. 1) che la forma ha della capsula boccale (*C*) del nematode. Questa, in sezione longitudinale, apparisce ovoide, con l'estremità anteriore, corrispondente al margine boccale, ristretta e provvista di più serie di dentini. La parte ristretta della capsula, come un cercine, corrisponde allo strozzamento della formazione claviforme ed il fondo, slargato, al punto di maggior diametro della clava.

Quest' ultima apparisce costituita, dall'esterno verso l' interno: 1°, da un tenue strato di mucosa fortemente compresso ed in gran parte distrutto, specialmente verso la parte più slargata della clava; 2°, dalla *muscularis mucosae* anch' essa in qualche punto distrutta; 3°, da connettivo sottomucoso infiltrato

di numerosi corpuscoli linfoidi e di piccole cellule. Dei vasi sanguigni, in qualche caso di calibro piuttosto grosso, si possono vedere o sezionati trasversalmente nella clava o, anche in sezione longitudinale, si posson seguire fin dentro ad essa. La clava presenta anche delle profonde incisure prodotte dai due larghi denti chitinosi che sporgono dal fondo della capsula e che si infiggono nel tessuto dilacerandolo.

Le glandole del Lieberkühn sono compresse ed alterate nei punti circostanti alla formazione claviforme; la mucosa e la sottomucosa sono anch'esse infiltrate.

Nell'esofago e nella prima parte dell'intestino del parassita si trovano delle cellule epiteliari, più o meno alterate, detrito e qualche corpuscolo sanguigno.

b) Sclerostomum tetracanthum. — Di questo nematode potei avere pochi esemplari rimasti attaccati dopo la fissazione, ed anche questi, nelle manovre successive e nei passaggi dei varî liquidi per la colorazione e l'inclusione, si andavano staccando dal pezzo al quale erano aderenti; di ciò trovai una spiegazione nella forma della capsula, ed in conseguenza anche in quella della clava, che permette che il parassita si distacchi anche in seguito a leggeri movimenti del pezzo nel liquido in cui si immerge.

Ad ogni modo, assicuratomi che il nematode staccato era proprio lo *Sclerostoma tetracanto*, includevo il pezzo e ne facevo le sezioni attribuendo al parassita le lesioni che vi riscontravo. I pezzi vennero colorati e le sezioni trattate con gli stessi metodi usati su quelli portanti lo *Sclerostoma equino*.

Anche lo *Sclerostoma tetracanto* produce sulla parete intestinale una clava costituita da mucosa fortemente alterata, compressa ed infiltrata di piccole cellule, da *muscularis mucosae* e da connettivo sottomucoso, anch'essi, come il tessuto circostante, infiltrati e colorati con maggiore intensità. La forma della clava però è un po' differente da quella dello *Sclerostoma equino*, pel fatto che il suo diametro è quasi uniforme in tutta la sua altezza non presentando quel forte strozzamento all'inizio, ed è soltanto leggermente slargata nella parte che corrisponderebbe al fondo della capsula boccale del parassita.

È evidente dunque che gli *Sclerostomi, equino* e *tetracanto*, nel punto in cui aderiscono alla mucosa, formano come le *Uncinarie*, una clava da aspirazione che li tiene fissati alla parete intestinale dell'ospite ed ha la forma della loro capsula boccale.

Fanno parte della clava la *muscularis mucosae* e la sottomucosa che vengono aspirate, per la dilatazione dell'esofago dei parassiti, fino in fondo alla capsula. Lo *Sclerostoma equino* infigge nel tessuto della clava i suoi due potenti denti chitinosi che sporgono dal fondo della sua capsula boccale. Si alimentano dei tessuti che dilacerano e del sangue che ne esce, e possono giungere a ledere vasi di una certa importanza che decorrono nella sottomucosa.

Nei punti circostanti a quello in cui si fissano, determinano sempre una reazione infiammatoria della mucosa.

Questi fatti ci spiegano le gravi enteriti emorragiche e le anemie mortali che Railliet, Nocard, Lloyd, Williams, Perroncito, Fischer, Taylor ed altri hanno attribuito agli *Sclerostomi* contenuti in grande quantità nel ceco degli equini.

Il *Trichocephalus affinis* che si riscontra frequentemente nel ceco degli ovini (1) e di raro anche in quello dei bovini, è una specie molto vicina al *Trichocephalus dispar*, parassita proprio dell' uomo. Per molto tempo il *Tricocefalo* fu ritenuto causa di gravi e svariate malattie dell' ospite, ma successive osservazioni lo fecero ritenere invece affatto innocuo.

S' è anche discusso se i Tricocefali, tanto la specie parassita dell' uomo, quanto quella propria degli ovini, stiano attaccati o no alla parete dell' intestino.

Bellingham, Klebs, Wichmann, Blanchard ed altri affermano che essi vivono liberi nel lume intestinale dell' ospite, mentre il Wrisberg dice che fanno entrare l' una o l'altra delle loro estremità nell' orificio delle glandole del Peyer o dei follicoli; invece il Davaine (2) crede che essi stieno probabilmente fissati, durante la vita, alla parete intestinale con la testa che infossano nella mucosa. Vix e Leuckart ammettono che il verme fora la mucosa con la parte affilata del suo corpo, in maniera da non lasciar libera che l' estremità boccale e la parte posteriore rigonfia. In una figura riportata nel suo trattato di Zoologia l' Emery (3) ci mostra il *Trichocephalus dispar* con la parte sottile del suo corpo soltanto immersa nel muco intestinale. Il Perroncito (4) dice che l' esile testa dei *Tricocefali* (*dispar*) si trova ordinariamente fissa nella mucosa ed il corpo libero nel cavo dell' intestino e pel *Tricocefalo affine* ritiene che se i parassiti sono in piccol numero ordinariamente passano inavvertiti, se in gran numero possono produrre catarro intestinale e disporre all' anemia, massime se si trovano con altri elminti (con *Strongili* ecc.).

Il Railliet (5) nota che « i *Tricocefali* nell' uomo e negli animali sembra che abbiano la testa infossata nella mucosa; tuttavia, secondo Heller, questa perforazione non sarebbe la regola, l' estremità anteriore si insinuerebbe semplicemente fra le pieghe superficiali della mucosa, « en les enserrant de ses

(1) Questo parassita negli ovini è stato in Catania anche trovato da Grassi e Calandruccio, *Intorno ad una malattia parassitaria* (cachessia ittero verminosa). Atti Acc. Gioenia di sc. nat. in Catania, ser. 3ª, vol. XVIII, 1884.

(2) Davaine, *Traité des Entozoaires*. Paris, 1877, pag. 208.

(3) Emery C., *Compendio di zoologia*. Bologna, 1899, pag. 194, fig. 213.

(4) Perroncito E., *I parassiti dell' uomo e degli animali utili*, 1882, pag. 383. — *Trattato teorico pratico sulle malattie degli animali domestici*. Torino, 1886, pag. 299.

(5) Railliet, l. c., pag. 479, 482.

sinuosités ». In generale la presenza del *Tricocefalo* nell' intestino non si accompagna ad alcun disturbo patologico, tuttavia s' è citato qualche caso eccezionale in cui l'accumulo di questi parassiti coincidette con fenomeni nervosi gravi e talvolta anche mortali ».

Il Sommer ([1]), finalmente, osserva che « la fissazione del *Tricocefalo dispar* alla parete intestinale è tale che per staccarnelo si richiede una energica trazione. Questa fissazione è fatta esclusivamente dall' estremità cefalica

Fig. 2.

Sezione di cieco di pecora in cui sta infossata la testa del *Trichocephalus affinis*: *M*, mucosa; *Sm*, sottomucosa; *Im*, infossamento della mucosa prodotto dal Tricocefalo; *T*, testa del Tricocefalo; *mM*, *muscularis mucosae*; (F. Albergo dis.).

che, ridotta in anse, stringe piccoli campi della mucosa e si approfonda ugualmente negli strati superficiali del tessuto. I singoli parassiti, come i piccoli gruppi di essi, non disturbano il benessere ma se sono in gran numero non sarebbero esclusi effetti dannosi per l' ospite ».

In due ciechi di pecora che esaminai, trovai molti esemplari di *Trichocephalus affinis* aderenti alle pareti intestinali; nell' uno e nell'altro caso gli animali a cui appartenevano, i pezzi d' intestino esaminati erano stati di recente uccisi.

Alcuni pezzi, col nematode aderente, furono fissati col liquido del Mingazzini, colorati con carminio alluminoso e sezionati in serie.

Il parassita infossa la testa (*T*, fig. 2) nella mucosa dell' ospite ed a spese di quest' ultima, i cui elementi sono distrutti nella fovea (*Im*) prodottavi e le

([1]) Sommer, *Trichocephalus dispar*, in Eulenburg, Diz. encicl. di med. e chir., ediz. ital.. vol. XIV, pag. 44.

glandole del Lieberkühn sono in parte distrutte ed in parte compresse e deformate. Il resto della parte più sottile del corpo del verme, che può anche formare delle anse, produce una profonda e larga doccia sulla mucosa dell' intestino dell' ospite e vi si infossa standovi adagiato fin quasi ad esserne ricoperto e ciò, non soltanto nelle naturali insenature di essa, come pretende l' Heller, ma anche in punti in cui forma dei rilievi. Le pareti di questo solco sono costituite da tessuto fortemente alterato in cui gli elementi epiteliari sono in gran parte disfatti e le glandole del Lieberkühn distrutte e si vedono sostituite da un tessuto più o meno omogeneo intensamente colorato, che va gradatamente acquistando i caratteri della mucosa normale man mano che va allontanandosi dal focolaio.

Un fatto che m' è sembrato di una grande importanza, perchè darebbe ad un organo speciale del *Tricocefalo*, al nastro longitudinale granuloso, un significato fisiologico ben diverso da quello finora attribuitogli, è il seguente:

È noto che la parte più sottile del corpo del *Tricocefalo*, o corpo anteriore, presenta alla faccia ventrale una larga striscia longitudinale, formata da una gran quantità di rialzi puntiformi, di cui ciascuno rappresenta la estremità d' un bastoncello chitinoso che parte da una delle cellule cilindriche dello strato sottocuticolare e attraversa tutto lo spessore della cuticola, sollevando leggermente la esile pellicola cuticolare che resta intatta. Questa stria, dapprima stretta, comincia a mm. 1 dell' estremità cefalica, occupa bentosto tutta la larghezza della faccia ventrale, e si continua fino in vicinanza della parte posteriore ingrossata del corpo.

Ora, le sezioni trasversali, in cui sono conservati i rapporti tra parassita e parete intestinale dell' ospite, mostrano (fig. 3) sempre che è la faccia ventrale del nematode quella che sta in contatto colla parete intestinale; il nastro o stria longitudinale granulosa, in altri termini, sta costantemente nel solco della mucosa e nella parte più profonda di esso. Può accadere che un tratto del corpo anteriore del *Tricocefalo* abbia subìto, per così dire, una torsione sul proprio asse longitudinale, in modo che una parte maggiore o minore di questa stria bacillare ventrale non guardi direttamente in basso, ma di lato o anche in alto; ma questo fatto, oltre che non frequente e limitato a breve tratto in confronto del lunghissimo corpo anteriore, mostra un particolare notevole, e cioè, che in qualche punto la parte del solco che è in rapporto con la stria bacillare, mostra le maggiori alterazioni della mucosa, potendosi sinanco vedere alcuni elementi dell' epitelio che riveste la mucosa, intatti nella parte superiore del solco in contatto della porzione laterale o dorsale del parassita in cui non si trovano i bastoncelli di chitina.

Questo nastro longitudinale è ritenuto un organo di accoppiamento dal Blanchard (1) che crede di affermarlo in modo indubbio, il Railliet (2), evi-

(1) Blanchard R., *Traité de zool. médic.* T. 1. Paris, 1889, pag. 777.
(2) Railliet, l. c., pag. 480.

dentemente riferendosi all'opinione degli altri, dice che questa stria bacillare ventrale s'è considerata come un organo d'accoppiamento, ed il Leuckart (1) dà ad essa il carattere di un organo adesivo (Haftorgan). Non ho potuto raccogliere nella letteratura altri dati, nè so apprezzare le ragioni che inducono il Blanchard ad attribuire la funzione speciale di organo di accoppiamento a quest'organo del *Tricocefalo*; però quello che ho esposto, confortato

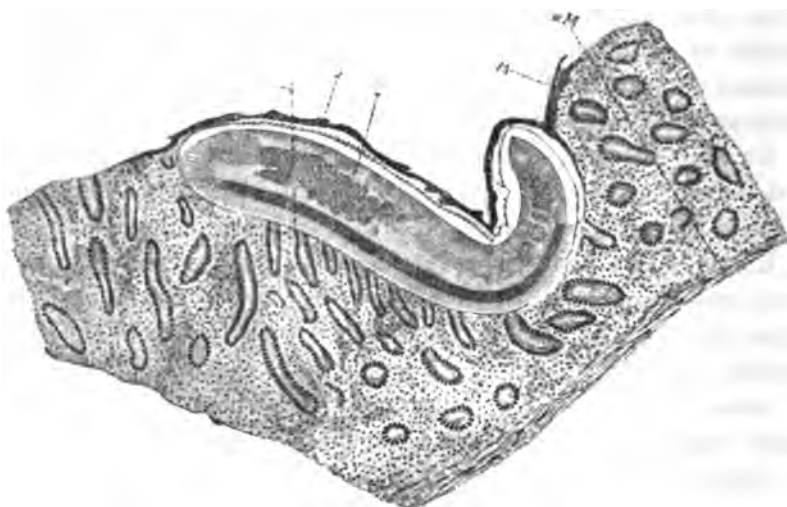



Fig. 3.

Sezione di cieco di pecora in cui sta infossata una parte del corpo anteriore del *Tricocefalo*: *d*, dorso del Tricocefalo; *sv*, stria bacillare ventrale; *T*, Tricocefalo che ha prodotto un infossamento della mucosa in cui sta adagiato; *M*, mucosa; *mM*, *muscularis mucosae*; (F. Albergo dis.).

dalla considerazione che la stria longitudinale si trova nel corpo anteriore che è la sola parte del parassita che si infossa nella mucosa, mi fanno ragionelvolmente pensare che questa stria serva piuttosto al parassita per scavarsi nella mucosa un solco in cui si annida. La punta degli innumerevoli bastoncelli chitinosi che sollevano la cuticola, dà alla superficie della stria longitudinale ventrale una particolare scabrezza, per mezzo della quale il verme strisciando sulla parete intestinale determina la formazione del solco nella mucosa. Questo solco, evidente anche nella figura qui riportata (fig. 3), non potrebbe infatti agevolmente esser prodotto dall'estremità cefalica del paras-

(1) Leuckart, *Die menschlichen Parasiten*, 1868-1878 — riportato da Heine P., *Beiträge zur Anatomie und Histologie der Trichocephalen, insbesondere des Trichocephalus affinis*. Central. für Bakt. Paras. und Infekt. Bd. XXVIII, n. 22, dicembre 1900, pag. 785.

sita che non ha muscoli tanto potenti e produce solo un leggero infossamento della mucosa, nè potrebbe essere spiegato per la pressione esercitata dal corpo anteriore del parassita che è tanto sottile e sprovveduto di uno spesso strato muscolare.

Questa interpretazione della funzione del nastro longitudinale granuloso mi sembra perciò più soddisfacente di quella che la considera come organo di accoppiamento, e credo che possa essere adottata anche perchè trova la conferma nei fatti istologici che ho più sopra riferito.

Zoologia. — *Propagazione delle filarie del sangue unicamente per la puntura delle zanzare.* 3ª Nota preliminare di G. Noè, presentata dal Socio B. Grassi.

Continuo in questa Nota il resoconto degli esperimenti istituiti l'anno scorso dal prof. Grassi e da me, per confermare il modo di propagazione delle *filarie del sangue*, com'era stato determinato da noi mediante l'infezione artificiale di un cane.

I risultati ottenuti sono veramente brillanti. Tuttavia prima di dar ragione di questi, è mio dovere far noto ai lettori ciò che mi occorse a proposito di uno degli esperimenti, citato nella mia ultima Nota preliminare (16 dicembre u. s.).

Quivi annunciavo che un cane, il quale era stato punto per un periodo di 12 giorni (13-24 agosto), presentava al 5 dicembre rari embrioni di *filaria immitis* nel sangue periferico; debbo ora aggiungere che il numero degli embrioni andò per un certo tempo aumentando, cosicchè, ai primi di febbraio, ritenendo ormai inutile la continuazione dell'esperimento, uccisi il cane per ricercarvi gli adulti. Ma quali non furono la mia meraviglia ed il mio disappunto, allorchè, non ostante le più minuziose e prolungate ricerche (furono continuate per quattro giorni), dovetti riconoscere l'inutilità delle investigazioni; difatti, nessuna filaria venne rinvenuta, mentre il cane avrebbe dovuto ospitare almeno un maschio ed una femmina.

Ripeto, le ricerche furono diligentissime, dirette in tutte quelle regioni del corpo nelle quali era possibile di spingere lo sguardo e compiute in compagnia di un individuo, fornito di vista acutissima, molto abile in tal genere di investigazioni.

È difficile pronunciare un giudizio definitivo in proposito; mi riserbo invece di farlo nel lavoro in esteso di prossima pubblicazione, dopo aver attentamente studiati gli embrioni in parola, dei quali ho verificato pure la presenza in un cane che tengo a mia disposizione.

Ai primi di febbraio, cioè quando fu ucciso il cane suddetto, un altro cane presentò gli stessi embrioni, ma ancor più rari. Questo cane, sano,

dell' età di circa due anni, era stato punto nelle notti del 23 e del 24 agosto da *Anopheles claviger* infettatisi in laboratorio succhiando il sangue di un cane filarioso.

Edotto dall' esperienza, conservai il cane, per vedere se il numero degli embrioni crescesse. Intanto, confrontati questi embrioni con quelli di *filaria immitis*, ho potuto rilevare alcune differenze, specialmente nelle dimensioni e nel modo di locomozione. Finalmente, constatato che il numero e le dimensioni degli embrioni non aumentavano, mi decisi ad uccidere il cane; il che avvenne il giorno 12 aprile. Dopo un' intera giornata di ricerche fu rinvenuto un solo individuo femminile di *filaria immitis* nascosto nel connettivo sottocutaneo. Questa filaria, della lunghezza di 6 cm., all' esame microscopico, si dimostrò non fecondata, quindi priva di embrioni, il che si deve probabilmente alla mancanza del maschio nel cane stesso; infatti non fu rintracciata alcun' altra filaria.

Quantunque rimanesse anche in questo caso insoluta la questione del rapporto esistente tra la *filaria immitis* e gli embrioni circolanti nel sangue, una cosa però era evidente, e cioè che la presenza della *filaria immitis* era dovuta all' infezione contratta dagli *Anopheles* che avevano punto il cane nell' agosto, giacchè le dimensioni del parassita non potevano far pensare ad una più lunga permanenza del nematode.

E passiamo ad un altro esperimento.

Una piccola cagna, sana, fu punta più volte dal 15 al 20 ottobre dell' anno scorso, da *Anopheles* infettatisi in laboratorio. Al 14 aprile non presentava ancora embrioni di sorta nel sangue periferico: tuttavia, fiducioso nel risultato, uccisi in questo giorno stesso la cagna; il risultato corrispose pienamente all' aspettazione. Infatti, ben nove filarie furono estratte dal suo corpo, delle quali, otto nascoste nel connettivo ed una nella cavità del pericardio; se non erro è la prima volta che si rinviene la *filaria immitis* nella cavità delle sierose. Di queste filarie, tre erano maschi. Gli individui erano tutti sessualmente maturi; le femmine erano fecondate e provviste abbondantemente di embrioni.

La lunghezza massima delle filarie rinvenute è di 5 cm. per i maschi, di 11 cm., invece, per le femmine.

Sopravvivono altri due cani che furono punti da zanzare infette; ho deciso però di serbarli in vita sino a quando presenteranno embrioni nel sangue periferico. Darò conto tra poco di questi esperimenti nel lavoro in esteso.

Viceversa, un cane, sano, che mangiò ripetutamente dal 23 luglio al 5 agosto centinaia di *Anopheles* raccolti in località dove la *filaria immitis* è frequente ed *Anopheles* infettati appositamente in laboratorio, non presentò alcuna filaria, nonostante le più minuziose ricerche.

Resta adunque confermato che le filarie del sangue si trasmettono dall'uno all'altro ospite definitivo per mezzo della puntura delle zanzare (ospiti intermedî) secondo il meccanismo da noi ideato; ogni altra via di infezione è assolutamente esclusa.

Anatomia. — *Sul sistema nervoso sottointestinale dei Miriapodi* (1). Nota preliminare del dott. Giovanni Rossi, presentata dal Socio B. Grassi.

Molto poco si conosce intorno al sistema nervoso ventrale dei Diplopodi e si può dire che, per l'anatomia, si deve ancora ricorrere al lavoro del Newport (2) e, per lo sviluppo, a quello dell'Heathcote (3). Non vi sono poi nella bibliografia che qua e là delle notizie di poco conto. Io ho fatto oggetto delle mie ricerche il sistema nervoso ventrale di *Julus terrestris*. Per studiare l'anatomia esterna, ho aperto l'animale pel dorso, previa cloroformizzazione, e l'ho trattato con soluzione diluitissima di acido osmico. Asportato il tubo digerente, riesce difficoltoso togliere anche le masse adipose laterali per lasciare allo scoperto, senza spezzarli, i nervi che ne sono inviluppati. Per isolare poi il sistema nervoso ventrale, occorre molta pratica e molta pazienza, perchè le numerose trachee che vanno in esso sono altrettanti tenaci legami che lo trattengono in sito, e la delicatezza del suo tessuto ne permette facilmente la fragmentazione. Le iniezioni vitali di azzurro di metilene sono difficili a praticarsi, data la rigidezza del tegumento e la facilità con cui esso si spezza nelle articolazioni interzoonitiche, provocando la fuoruscita degli organi interni; mi hanno dato però degli ottimi risultati.

Il sistema nervoso sottointestinale di *Julus* non è *a catena*, o *a scala a piuoli*, come negli altri Artropodi, ma è un vero cilindro appiattito, senza gangli, senza commessure, senza connettivi (fig. 1). Solo all'origine dei nervi pedali, nella faccia ventrale del cordone, esistono dei leggieri rigonfiamenti (fig. 2), a cui non può darsi il significato di gangli, poichè l'esame istologico mostra che vi manca una concentrazione di elementi nervosi.

Il modo di originarsi dei nervi in ciascun anello del corpo coincide con questa mancanza di differenziamento nella forma del cordone, in quanto le loro radici non sono raggruppate in guisa da accennare a gangli metamerici, ma sono distribuite per paia, ad intervalli quasi uguali, lungo tutto il cordone stesso. Per ogni segmento mobile del corpo vi sono quattro paia di nervi (fig. 1); ossia:

(1) Lavoro eseguito nella Stazione Zoologica di Napoli.

(2) Newport, *On the structure, relations and development of the Nervous and Circulatory System in the Miriapoda* Phil. Trans. R. S. London, 1843.

(3) Heathcote, *The Post-Embryonic Development of Julus terrestris*. Ibidem, 1888.

1° paio di nervi (N^1); partono dalla superficie inferiore del cordone, seguono un cammino obliquo dallo avanti allo indietro e vanno al primo paio di piedi.

2° paio di nervi (N^2); partono dalle superficie laterali del cordone, ad angolo retto rispetto all'asse di quest'ultimo, e vanno alle regioni laterali della porzione anteriore del zoonite.

3° paio di nervi (N^3); partono, come quelli del primo paio, dalla su-

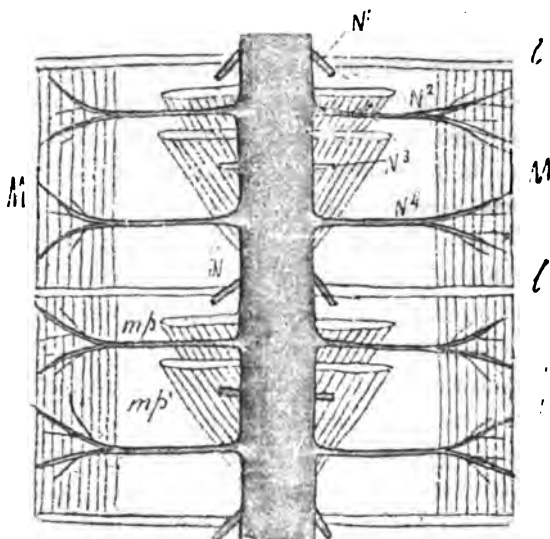



Fig. 1.

Cordone nervoso di *Julus* visto dalla regione dorsale. *M* muscoli longitudinali del tronco — *mp*, *mp'* muscoli del 1° e 2° paio di piedi — *l* introflessioni cutanee interzoonitiche.

perficie inferiore del cordone; seguono un decorso alquanto obliquo da dietro in avanti e vanno al 2° paio di piedi.

4° paio di nervi, simile al 2°; sono laterali e vanno alla porzione posteriore del zoonite (N^4).

Si alternano adunque i nervi pedali con quelli laterali del tronco.

A completare il concetto di un siffatto cordone nervoso era necessario lo studio della sua intima struttura, senza bisogno d'altronde di ricorrere, pel momento, a ricerche citologiche speciali.

Per l'esame istologico ho preferito preparare interi pezzi del tronco di *Julus* piuttosto che isolare il cordone, operazione che porta quasi sempre in questo animale a disgregamenti o a rotture. Per fissare e insieme decalcificare ho usato una soluzione al 5 °/₀ di acido nitrico in alcool a 90°, che rinnovavo di tanto in tanto. Per includere ho usato la celloidina. Affine di non ecce-

dere i limiti di questa nota, non esporrò qui i metodi di colorazione, riserbandomi di parlarne in una Memoria, che spero ben presto di ultimare.

La struttura istologica corrisponde alla forma del cordone e alla distribuzione, per così dire, sparsa dei nervi. Gli elementi nervosi, difatti, non sono raccolti in regioni gangliari, ma sono ugualmente distribuiti lungo tutto il cordone; manca la concentrazione anche nei piccoli rigonfiamenti notati allo inizio dei nervi pedali.

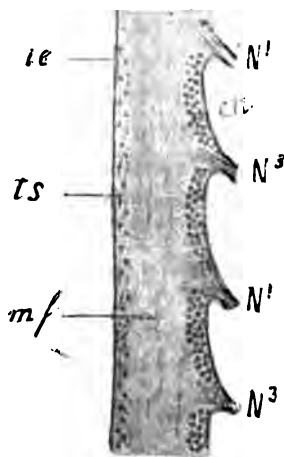



Fig. 2.

Sezione sagittale del cordone nervoso di *Julus*; *cn* nuclei delle cellule nervose.

Procedendo dal di fuori al di dentro, si notano nel cordone nervoso di *Julus* le seguenti parti:

1. Un inviluppo esterno, fornito di nuclei, di apparenza compatto, che poi, assottigliato, si continua come guaina intorno ai singoli nervi (fig. 2, *ie*).

2. Un tessuto lacunare o reticolato che si voglia dire, a nuclei rotondi destinato certamente alla circolazione dei liquidi nutritivi e tutto percorso da numerose trachee (*ts*). Per osservare queste ultime è necessario che siano riempite di aria. A tal uopo ho fatto morire l'animale, immergendolo in glicerina molto densa, e poi ho isolato il cordone. La glicerina rende trasparente il tessuto nervoso e lascia spiccare benissimo i tubi tracheali, che danno riflessi argentei, se sono guardati a luce incidente e appaiono neri guardati per trasparenza.

Questi tubi sono sottilissimi, privi di ramificazioni e di anastomosi; entrano nel cordone, per la sua faccia ventrale, raggruppati in due paia di

fascette per ogni zoonite, e si distribuiscono subito con decorso longitudinale e omogeneamente per tutta la lunghezza del cordone, senza formare in nessun punto quelli che si sogliono chiamare *gangli tracheali*. Anche ciò è consono cogli altri caratteri del cordone nervoso di *Julus*.

Il tessuto reticolato ha un massimo sviluppo nella regione dorsale, dove gli elementi nervosi sono pochi o mancanti e scarseggia nella regione ventrale.

3. Delle cellule nervose, distribuite soprattutto nella parte inferiore del cordone (*cn*). Sono unipolari, piriformi, con protoplasma granuloso, poco colorabile e con nucleo rigoglioso, rotondo. La cellula si continua con un esilissimo prolungamento che va a perdersi nella massa interna del cordone.

4. Una massa interna fibrosa (*mf*), che presenta, nelle linee mediolongitudinali ventrale e dorsale, un angolo rientrante, occupato da elementi nervosi e da tessuto lacunare e che rivela la duplicità originaria del cordone. Questa massa, oltre all'essere costituita di fibrille, presenta anche quella sostanza granulosa che è nota negli Insetti, e che non so decidere se sia una sostanza speciale o il risultato della precipitazione, in contatto coi reagenti, dei liquidi nutritivi che dal tessuto lacunare devono senza dubbio infiltrarsi nello interno del cordone. Qua e là nella regione trasversale della massa interna, se la colorazione è elettiva, vedonsi dei punti più oscuri e più compatti, che sono, a parer mio, fibrille raggruppate a fasci.

La catena sottointestinale dei Chilopodi è più nota perchè, oltre che dal Newport, è stata descritta, benchè non molto recentemente, dal Zograff in *Lithobius* (1) e in *Geophilus* (2). Intorno a quella di *Scolopendra cingulata*, che non è stata ancora oggetto, per quanto io sappia, di studio speciale, io fornirò poche mie osservazioni, collo scopo principale di comparare il sistema nervoso sottointestinale dei Diplopodi con quello dei Chilopodi.

Non mi prolungherò sulla anatomia macroscopica, essendo noto che in *Scolopendra* vi sono dei gangli che danno origine a quattro paia di nervi e che vengono collegati da connettivi.

Quanto alla intima struttura, i connettivi mancano di cellule nervose, le quali sono concentrate nel ganglio. Una sezione trasversa di quest'ultimo somiglia a una sezione trasversa del cordone di *Julus* dovunque praticata. Di fatti in essa (fig. 3) si nota dallo esterno allo interno:

1. Un inviluppo esterno, simile a quello notato in *Julus*, con nuclei allungati (*ie*).

2. Un tessuto lacunare o reticolato (*ts*), che ben si distingue dagli elementi nervosi perchè possiede nuclei più piccoli. Questo tessuto è percorso

(1) Zograff, *Anatomie von Lithobius forficatus*. Arbeit Lab. Zool. Mus. Moskau, 1880 (in russo). Idem, *Ueber das centrale Nervensystem von Lithobius forficatus*. Soc. des amis de la nature de Moscou, 1881 (in russo).

(2) Zograff, *Materialen zur Kenntniss der embryonalen Entwicklung von Geophilus ferrugineus*, 1883 (in russo).

da trachee che mostrano nella loro distribuzione lo stesso differenziamento presentato dalla catena nervosa, in quanto formano dei fasci nei connettivi e dei *gangli tracheali* nei gangli nervosi.

3. Le cellule nervose (*cn*) che sono anche qui unipolari, piriformi, con protoplasma granuloso, poco colorabile rispetto al tessuto reticolato, e con nucleo relativamente grande, ovale, quasi centrale, con nucleolo e granuli ben visibili. Le cellule però non hanno tutte la stessa grandezza, ma ve ne ha di quelle piccole e di quelle che, anche in rapporto alle minime dimensioni degli elementi dei Miriapodi, potrebbero chiamarsi gigantesche. Queste grandi cellule si riscontrano per lo più nella regione ventrale del ganglio.

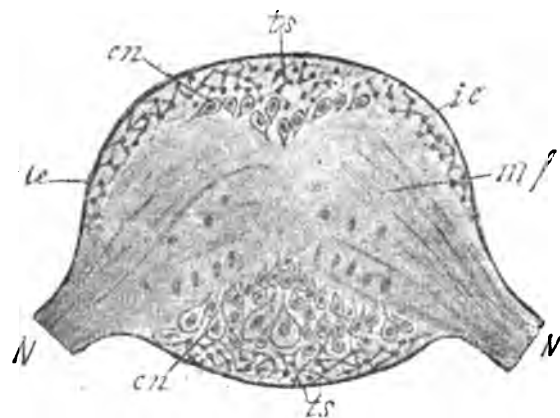
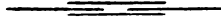



Fig. 3.
Sezione trasversale di un ganglio della catena nervosa di *Scolopendra*. — *N* nervi.

4. Una massa interna fibrosa (*mf*) che accenna anche qui, con solchi mediani longitudinali, alla natura doppia originaria del ganglio. A forte ingrandimento mostra una struttura reticolata che devesi certamente allo intreccio complicato delle fibrille nervose. Le maglie di questo reticolo fibrillare sono riempite di sostanza granulosa della stessa natura certo di quella notata in *Julus*. Anche qui si osservano in sezione trasversa dei punti più compatti e più intensamente colorati, dovuti, come pare, a fasci fibrillari longitudinali che posssono seguirsi anche in una sezione longitudinale. Dei fasci fibrillari trasversali vanno poi a formare le radici dei nervi. Nella Scolopendra vi ha dunque, ma limitata ai soli gangli, quasi la stessa struttura che si osserva nel cordone di *Julus* per tutta la sua lunghezza.

Si può conchiudere che, mentre nei Diplopodi non esistono concentramenti gangliari, nè per la forma del cordone, nè per la origine dei nervi, nè per la localizzazione delle cellule nervose, nè per la distribuzione delle

trachee; nei Chilopodi invece, per tutti questi stessi riguardi esiste un vero differenziamento di gangli, congiunti da connettivi. Epperò, pel sistema nervoso sottointestinale, v'ha una certa somiglianza negli uni con quanto riscontrasi nell'embrione degli Insetti e in alcuni Vermi, negli altri invece con quanto riscontrasi negli Insetti adulti. Nei primi adunque v' ha un importante carattere d' inferiorità rispetto ai secondi; resta a vedere se trattasi di primitività o di regresso.

V. C.

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 5 maggio 1901.

P. Blaserna, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — *Sulla distribuzione in latitudine delle macchie solari osservate al R. Osservatorio del Collegio Romano nel 1900.* Nota del Socio P. Tacchini.

Dalle latitudini calcolate per i gruppi di macchie osservati durante l'anno 1900, ho ricavato la frequenza relativa del fenomeno nelle diverse zone solari, che nel seguente quadro è data per ciascun trimestre.

1900

Latitudine	1° Trimestre		2° Trimestre		3° Trimestre		4° Trimestre	
90° ÷ 80°	0,000		0,000		0,000		0,000	
80 ÷ 70	0,000		0,000		0,000		0,000	
70 ÷ 60	0,000		0,000		0,000		0,000	
60 ÷ 50	0,000		0,000		0,000		0,000	
50 ÷ 40	0,000	0,714	0,000	0,305	0,000	0,467	0,000	0,200
40 ÷ 30	0,000		0,000		0,000		0,000	
30 ÷ 20	0,000		0,000		0,000		0,000	
20 ÷ 10	0,214		0,044		0,000		0,000	
10 . 0	0,500		0,261		0,467		0,200	
0 — 10	0,000		0,391		0,333		0,800	
10 — 20	0,286		0,304		0,200		0,000	
20 — 30	0,000		0,000		0,000		0,000	
30 — 40	0,000		0,000		0,000		0,000	
40 — 50	0,000	0,286	0,000	0,695	0,000	0,533	0,000	0,800
50 — 60	0,000		0,000		0,000		0,000	
60 — 70	0,000		0,000		0,000		0,000	
70 — 80	0,000		0,000		0,000		0,000	
80 — 90	0,000		0,000		0,000		0,000	

Le macchie si contennero durante tutto l'anno nella zona equatoriale compresa fra i paralleli $\pm 20°$, e furono più frequenti al sud dall'equatore come nel precedente anno.

Astronomia. — *L'orbita di Eros in base al periodo Agosto 1898 - Aprile 1901.* Nota del Corrispondente E. Millosevich.

Nella seduta del 16 dicembre u. s. ebbi l'onore di informare l'Accademia delle migliorie minime apportate all'orbita di Eros in base ad un nuovo luogo normale alla data 1900 ottobre 31,5 B, dedotto da osservazioni fornitemi specialmente dal prof. Antoniazzi, attivissimo astronomo della Specola di Padova.

Per mettere alla prova del cielo la nuova orbita quanto l'astro saliva a forti declinazioni e poi s'accostava alla terra fino a distarle a fine d'anno di 0.31, era necessario calcolare l'effetto delle perturbazioni per opera di Venere, Terra, Marte e Giove sulle coordinate equatoriali geocentriche; senza questo conteggio una correzione agli elementi sarebbe stata dannosa anzichè utile, poichè l'effetto delle perturbazioni, specialmente per opera della Terra, si fece, in febbraio, assai forte. Non ho mancato di fornire agli astronomi una correzione complessiva, e per corretti elementi e per le perturbazioni, all'effemeride che io aveva preparato per uso delle osservazioni internazionali per la parallasse. I miei nuovi elementi, tenuto conto delle perturbazioni, rappresentarono il cammino geocentrico dell'astro con differenze assai piccole, in condizioni di prova eccezionalmente eccellenti, cioè essendo generalmente assai forti i coefficienti differenziali delle correzioni degli elementi. Un saggio dei valori di detti coefficienti si ha nella seguente tabellina per $\Delta\alpha \cos\delta$ e $\Delta\delta$ ordinatamente.

	dL'_0	dL'_0	$d\mu$	$d\mu$	$d\Phi$	$d\Phi$	$d\psi$	$d\psi$
1900 ott. 1,5 B	+2.47	+0.50	− 8.38	+ 50.82	−3.79	−0.14	+2.82	+1.16
» nov. 15,5	+3.69	+2.40	− 16.85	+132.08	−5.17	−0.98	+4.83	+4.00
» dic. 30,5	+2.91	+2.26	− 9.02	+112.49	−3.66	−0.63	+5.03	+3.69
1901 feb. 28,5	+2.57	−1.18	+146.49	−156.77	+0.67	−1.56	+4.81	−1.09
» marz. 20,5	+2.16	−1.47	+163.27	−208.40	+1.57	−2.09	+3.69	−1.13

È da notare che i coefficenti di $d\mu$ hanno per origine del tempo la data 1900 ottobre 31,5, e che sono qua omessi i coefficenti riguardanti il piano dell'orbita riferito all'equatore. I simboli dL'_0 e $d\mu$ sono le correzioni alla longitudine d'origine e al moto medio. I simboli $d\Phi$ e $d\psi$ sono funzioni delle

correzioni del perielio e dell'eccentricità, cioè di $d\pi'$ e di $d\varphi$, in modo da avere:

$$d\pi' \operatorname{sen}\varphi = \cos\pi'\, d\Phi - \operatorname{sen}\pi'\, d\psi$$
$$d\varphi \cos\varphi = \operatorname{sen}\pi'\, d\Phi + \cos\pi'\, d\psi\,.$$

Una trentina di osservazioni fatte fra ottobre 15 e novembre 5 dagli astronomi Abetti (Arcetri), Bellamy (Oxford), queste fotografiche, Antoniazzi (Padova) insieme con alcune di Roma, perfezionarono il luogo normale alla data 1900 ottobre 31, 5 B. Esso divenne

	α	δ
1900.0	34° 14′ 7″.54;	53° 42′ 50″.43

mentre quello comunicato all'Accademia era

34° 14′ 7″.22; 53° 42′ 49″.88 .

Lo scarto dal cielo cogli elementi, che ebbi l'onore di comunicare all'Accademia nella seduta prefata, tenuto conto delle perturbazioni, raggiunse il valore seguente alla data

1901 marzo 20,5 B	Luogo normale istantaneo.	Effemeride perturbata.
15 $\varDelta\alpha = +0'\ 9''.06$	1900.0 $\alpha =$ 99° 6′ 31″.96	22″.90
$\varDelta\delta = -0\ 10.\ 55$	» $\delta = +$ 8 24 57. 41	67. 96

Esso mi derivò da osservazioni cortesemente trasmessemi dagli astronomi Cerulli (Teramo), Abetti (Arcetri), Kobold (Strasburg) congiunte con alcune mie per l'epoca intorno alla data prefata.

Mi fu facile eliminare questi piccoli scarti ottenendo le correzioni seguenti agli elementi osculanti a 1900 ottobre 31,5 B riferiti all'eclittica.

$$\begin{aligned}
\varDelta\Omega &= -3''.19\\
\varDelta i &= -0.\ 95\\
\varDelta\varphi &= +2.\ 60\\
\varDelta\pi &= -0.\ 72\\
\varDelta L &= +4.\ 33\\
\varDelta\mu &= +0.\ 0014\,.
\end{aligned}$$

Il nuovo sistema di elementi diventa il seguente:

T (epoca e osculazione) 1900 ottobre 31,5 B
M 304° 24′ 49″. 75
π 121 9 51. 03
φ 12 52 49. 98
μ 2015″.23858
Ω 303 30 42. 38
i 10 49 38. 03
log a 0,16 37 867.

Quando si mettano in conto le perturbazioni, il cammino apparente geocentrico di Eros è rappresentato coi prefati elementi in modo soddisfacen-

tissimo per l'intero periodo che va da agosto 1898 ad aprile 1901, come metterò in evidenza in altra mia Nota. I luoghi normali della seconda opposizione che posseggo ora non sono che provvisorii, ma assai prossimi al vero; essi acquisteranno in avvenire una grande precisione, quando saranno pubblicate le osservazioni dei 50 Osservatorî, che, in una maniera o nell'altra, presero parte al lavoro internazionale della parallasse.

Astronomia. — *Osservazioni astrofisiche della nuova stella in Perseo, fatte nell'Osservatorio di Catania.* Nota del Corrispondente A. Riccò.

Anatomia vegetale. — *Anatomia dell'apparato senso-motore dei cirri delle Cucurbitacee.* Nota preventiva del Corrispondente A. Borzì.

Le due Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Patologia — *L'intossicazione tubercolare della femina del maschio tubercolotico.* Nota del Corrispondente Angelo Maffucci.

Lo studio della biologia del bacillo tubercolare ha fatto rilevare, che esso emette un prodotto tossico solubile, il quale determina una serie di alterazioni degli organi dei tisici, e la lesione anatomo-patologica dove riscontrasi il bacillo è l'effetto dello stesso veleno tubercolare.

I figli dei genitori tubercolotici possono ricevere il veleno tubercolare per mezzo della generazione, della placenta e del latte materno, come rilevasi da altre mie ricerche.

La clinica ha sostenuto la tesi, che la femina del maschio tubercolotico può contagiarsi di tubercolosi per coabitazione e per l'accoppiamento, ma non ha sollevato la quistione, se mai poteva esserle di danno per l'accoppiamento il veleno tubercolare contenuto nello sperma del maschio tubercolotico, senza che la stessa divenisse tubercolotica.

La quistione è degna di considerazioni ed io l'ho presa ad esaminare, perchè dalle mie ricerche sperimentali risulta, che una femina di maschio tubercolotico (coniglio) quasi sempre finisce per profondo marasma, non molto tempo dopo l'avvenuta gravidanza od il semplice accoppiamento senza fecon-

dazione, e che questa stessa femina non fecondata, ancora messa in contatto di maschio sano nella maggioranza dei casi resta sterile.

Il marasma delle coniglie non può attribuirsi ad altra causa, che non sia l'avvelenamento tubercolare, perchè non si riscontrano nelle stesse lesioni speciali, tranne l'atrofia degli organi, come avviene in tutti gli animali sottoposti alla diretta intossicazione tubercolare.

La sterilità della femina del maschio tubercolotico non devesi al fatto di mancata naturale ovulazione, perchè molte di queste coniglie avevano dati figli con maschi sani, prima di porle in contatto di maschio tubercolotico.

Ora il vedere, che la femina del maschio tubercolotico muore per profondo marasma, deve pensarsi che il fatto sta sul conto del veleno tubercolare contenuto nello sperma, sia direttamente assorbito dagli organi genitali, sia ancora per mezzo del prodotto della fecondazione, poichè da altre mie ricerche risulta, che questo può morire durante il suo sviluppo nell'utero materno, come può nascere, crescere e morire marantico per effetto del veleno tubercolare.

Ho voluto fare una serie di esperimenti sullo sperma dei conigli tubercolotici, per assodare se realmente nello stesso si possa constatare il bacillo specifico ed il rispettivo veleno.

Questi esperimenti sono stati eseguiti coll'injettare nella giugulare dei conigli maschi delle emulsioni di bacilli tubercolari vivi, e poi si è raccolto lo sperma a diverse epoche, uccidendo il coniglio da 24 ore a tre mesi e mezzo dall'avvenuta tubercolizzazione, si esaminava lo sperma al microscopio per notare la mobilità del nemasperma e per la presenza dei bacilli tubercolari (colla nota tecnica).

Lo sperma raccolto dalle vescicchette spermatiche e dall'epididimo veniva innestato alle cavie per svelare la presenza dei bacilli tubercolari ed il veleno rispettivo, divenendo questi animali o tubercolotici o marantici.

Ora sicome il bacillo tubercolare era in circolazione specialmente nei primi giorni dell'avvenuta sua injezione nella giugulare, così poteva facilmente passare dal sangue nello sperma colle manovre per l'apertura delle vescichette spermatiche e per l'incisione dell'epididimo, e per evitare questo inconveniente allora i tagli di questi organi si facevano con ferri arroventati, per determinare l'emostasi, non che erano lavati al sublimato alla superficie esterna, prima di aprirli, e poi con una pipetta di vetro con bordi ottusi veniva aspirato il liquido dalla superficie delle vescichette spermatiche, per evitare le possibili lacerazioni della mucosa e consecutive emorragie puntiformi.

Innanzi tutto riferirò le indagini fatte sullo sperma dei conigli tubercolotici; ma poichè a questo proposito potrebbero sorgere dei dubbî sull'azione marantica dello sperma dei conigli esercitata sulla cavia innestata collo stesso, come pure col sangue, così ho voluto prima innestare a cavie sane

sangue e sperma di conigli sani, in quelle stesse proporzioni che venivano innestati sangue e sperma di animali tubercolotici; e gli animali di esperimento in questa ricerca di controllo sono restati sani.

I conigli, che furono adibiti per svelare la presenza dei bacilli e del rispettivo veleno nello sperma, senza previa legatura dei dotti deferenti, furono al numero di 10; le cavie innestate collo sperma dell'epididimo e delle vescichette spermatiche morirono di tubercolosi, quando questo innesto si faceva dopo le 48 ore dall'avvenuta iniezione di bacilli tubercolari nella giugulare del coniglio, mentre si ottenne il marasma della cavia, se l' innesto era fatto collo sperma raccolto dopo ventiquattro ore dall'avvenuta injezione di bacilli nel circolo sanguigno del coniglio.

Se poi venivano ligati prima i dotti deferenti e poi injettati i bacilli nel circolo sanguigno del coniglio ed ulteriormente veniva raccolto lo sperma contenuto nelle vescichette, il quale ivi trovavasi prima della legatura dei dotti deferenti, e veniva innestato alle cavie, queste invece morivano di marasma ancora quando erano passati alcuni giorni dall'avvenuta iniezione di bacilli tubercolari nella giugulare; però col passare molto tempo ancora collo sperma delle vescichette con dotti deferenti ligati, si poteva ottenere la cavia tubercolotica.

La presenza dei bacilli tubercolari nelle vescichette spermatiche, con dotti deferenti liberi, per mezzo del microscopio si notava dopo il nono giorno dell'avvenuta iniezione di bacilli nel circolo sanguigno, invece la presenza di bacilli tubercolari svelabili al microscopio, con dotti deferenti ligati, non è riuscita possibile ancora dopo 25 giorni dall'avvenuta iniezione di bacilli nella circolazione del coniglio; è da notarsi ancora un altro fatto, che nello sperma delle vescichette con dotti deferenti liberi, via via che passava il tempo si rendevano più abbondanti i bacilli tubercolari.

Questi fatti stanno a provare, che i bacilli vengono più facilmente eliminati dal testicolo, che dalla superficie delle vescichette spermatiche, e dall'altra parte l'avere più facilmente ottenuto il marasma dalle cavie collo sperma delle vescichette con dotti deferenti ligati, ci sta a dimostrare, che il prodotto tossico tubercolare si può segregare dalle vescichette spermatiche; ma non debbo nascondere il fatto, che qualche volta coll' innesto dello sperma dell'epididimo si è ancora ottenuto marasma della cavia.

Su sette innesti di sperma delle vescichette con dotti deferenti ligati si è avuto tre volte marasma e quattro volte la tubercolosi, cioè il marasma dopo 5-12-15 giorni dall' iniezione di bacilli tubercolari nella giugulare e dopo quest' ultima epoca si è avuto invece tubercolosi della cavia.

Su dieci innesti di sperma di vescichette con dotti deferenti liberi si è avuto due volte il marasma della cavia e propriamente dopo 24-45 ore dall'avvenuta iniezione di bacilli nella giugulare del coniglio, ed otto volte tubercolosi della cavia, cioè dopo quattro giorni fino a tre mesi e mezzo.

Tutti questi fatti depongono, che nello sperma del coniglio tubercolotico si contiene il veleno ed il bacillo tubercolare, ed il bacillo è svelabile ancora col microscopio nello sperma raccolto dalle vescichette con dotti deferenti liberi, ancora quando nel testicolo non è comparso il tubercolo.

Le coniglie state in contatto di maschio tubercolotico e che non si sono mai ingravidate sono state al numero di quattordici, alcune sono state in contatto di un solo maschio tubercolotico ed altre invece sono state in contatto di varî maschi tubercolotici, per la semplice ragione, che si sperava, che qualcuno di essi dovesse ingravidarle.

Se si enumera il tempo, dal primo contatto col maschio all' epoca della morte delle coniglie restate sterili, si hanno le seguenti proporzioni in media, tre mesi e mezzo, tre mesi, ottanta, settanta, trenta giorni.

Quali modificazioni siano avvenute nelle ovaia di queste coniglie di maschi tubercolotici restate sterili e morte per marasma, sarà oggetto di altra comunicazione.

Le coniglie state in contatto di maschio tubercolotico e fecondate sono state al numero di nove, e sono morte dopo lo sgravo od aborto per marasma colla media di questo tempo, 9, 13, 17, 23, 24, 30 giorni e due mesi, ed aggiungendovi i 30 giorni di gravidanza si hanno allora dal tempo della morte all' epoca dell' accoppiamento le seguenti date: 39, 43, 47, 53, 54 giorni, due mesi, tre mesi.

In quanto alla precocità della morte di alcune coniglie dopo lo sgravo merita un' osservazione: alcune di queste sono state due volte ingravidate da due diversi maschi tubercolotici, ed altre sono state per molto tempo in contatto di maschi tubercolotici prima di essere dagli stessi fecondate (cioè dall' ultimo maschio), ed altre infine sono state ingravidate da maschi tubercolotici con avanzata tubercolosi, così ad esempio fino dopo 55 giorni dalla malattia del maschio.

Scendendo un poco nei dettagli, si ha che la coniglia morta dopo due mesi dallo sgravo fu fecondata da un maschio tubercolotico di 24 ore, la coniglia morta dopo 14 giorni dallo sgravo fu ingravidata da un maschio tubercolotico di otto giorni, dopo essere stata un mese e mezzo prima in contatto di altri maschi tubercolotici senza essere dagli stessi fecondata; la coniglia che morì dopo nove giorni dall' aborto fu ingravidata la prima volta da un maschio tubercolotico di sette giorni, e poi dopo 11 giorni dal primo aborto fu ingravidata di nuovo da un maschio tubercolotico di quattro giorni; la coniglia morta dopo 17 giorni dallo sgravo fu ingravidata da un maschio tubercolotico di 10 giorni, la coniglia che morì dopo 24 giorni dallo sgravo fu ingravidata da un maschio tubercolotico di nove giorni, e finalmente la coniglia ingravidata da un maschio tubercolotico di 55 giorni morì dopo 20 giorni dall' aborto.

Tenendo calcolo appunto della gravezza dell'intossicazione a seconda l'epoca della malattia del maschio fecondante in rispetto alla precocità della morte delle coniglie sgravate od abortite, si potrebbe dire, che con un maschio tubercolotico di 24 ore l'intossicazione è leggiera e la coniglia dura molto tempo in vita dopo lo sgravo fino a due mesi, mentre con un maschio tubercolotico di 55 giorni la coniglia muore d'intossicazione dopo 20 giorni dall'aborto, e questo fatto si verifica ancora nelle coniglie non fecondate, ma solamente accoppiate; infatti si è potuto vedere, che coniglie le quali erano state messe in contatto di maschi tubercoloti con avanzata malattia morirono rapidamente di marasma, così ad esempio con un maschio tubercolotico di 48 giorni, la coniglia morì dopo un mese di contatto, ammesso che sia stata accoppiata il primo giorno di contatto.

I maschi furono quasi sempre injettati nella giugulare con 1 cc. di soluzione di bacilli tubercolari, e si scelsero sempre i più robusti; la loro morte avvenne dopo due mesi e mezzo a tre mesi e mezzo, ed il potere fecondante di questi animali si conservò fino a circa due mesi dall'inizio della malattia, però il potere del coito oltrepassò questo tempo, poichè coniglie sane in contatto di maschi avanzati nella tubercolosi, quantunque non ingravidate, morirono invece di marasma.

Se si fa un raffronto rispetto all'epoca della morte, tra le coniglie ingravidate e quelle semplicemente accoppiate dai maschi tubercolotici, non esiste una grande differenza, come sopra ho significato.

Se poi si fa un raffronto tra le coniglie del maschio tubercolotico e quelle gravide di maschi sani, ma innestate con bacilli morti nella giugulare, durante la gravidanza, e propriamente con mezzo centimetro cubico di soluzione lattiginosa di bacilli (che presi dai leucociti sono sciolti e trasformati in tossina tubercolare), questo raffronto intorno all'epoca della mortalità non varia di molto in rispetto alla durata dell'intossicazione; infatti le coniglie gravide intossicate per la giugulare morirono dopo 39, 32, 28 giorni collo stesso profondo marasma, come le coniglie di maschi tubercolotici.

Se si raffronta l'epoca della morte delle femine del maschio tubercolotico con l'epoca della morte delle coniglie gravide di maschi sani, ma innestate invece nella giugulare con bacilli vivi (ancora in questo caso con mezzo centimetro cubico di una soluzione lattiginosa), si nota che la morte di queste ultime coniglie avviene dopo 113, 105, 61, 19, 17, 14 giorni dalla patita infezione.

Da tutti questi fatti diversamente raffrontati, si ricava la conseguenza, che le coniglie accoppiate con maschio tubercolotico muoiono di marasma allo stesso modo come alle stesse fosse stato iniettato nella giugulare veleno tubercolare, e che la rapidità del tempo della morte dopo l'accoppiamento avviene più pronta per le coniglie abortite, che per quelle che si sono semplicemente accoppiate, come pure è in ragione diretta dell'epoca della malattia del

maschio, che lo sperma contiene la quantità di veleno che, in un solo accoppiamento è necessario per determinare la morte per marasma di una coniglia, come pure la morte del feto od il suo ulteriore marasma nella vita estrauterina.

Nello stato attuale delle nostre conoscenze per la precocità delle morte delle coniglie abortite non possiamo pensare, che il veleno tubercolare passato dal padre al feto, acquisti una maggiore efficacia, poichè sopra abbiamo addotte le ragioni per spiegare il fatto, cioè la gravezza dell' intossicazione dello sperma dei conigli avanzati in tubercolosi, od il ripetuto coito, ma se vi contribuisca ancora l'azione dell'embrione per rendere più efficace il veleno tubercolare, sono cose, che si possono pensare, ma non abbiamo argomenti di prova.

Io credo, che si possa per ora conchiudere a questo modo: che la femina del maschio tubercolotico può essere non solamente contagiata per accoppiamento, ma ancora intossicata; se poi questi studî sperimentali possono essere applicati alla clinica umana, spetta alla stessa farne l'indagine.

Meccanica. — *Sopra la deformazione dei cilindri sollecitati lateralmente.* Nota I del prof. EMILIO ALMANSI, presentata dal Socio VOLTERRA.

1. Sia dato un cilindro elastico ed isotropo, avente una sezione di forma qualunque. Riferiamo i suoi punti ad un sistema di assi coordinati $0(x, y, z)$, assumendo come asse delle z l'asse del cilindro (luogo dei baricentri delle sezioni trasversali).

Sugli elementi della superficie esterna (basi e superficie laterale) agiscano delle tensioni; e siano τ_1, τ_2, τ_3 le componenti della tensione che agisce sugli elementi della superficie laterale.

Dimostreremo che ogni qualvolta le tensioni τ_1, τ_2, τ_3 sono espresse da polinomii della forma

$$\tau_1 = \Sigma g_n z^n \;,\quad \tau_2 = \Sigma h_n z^n \;,\quad \tau_3 = \Sigma l_n z^n \;\; (n = \text{num. int. posit.})$$

ove g_n, h_n, l_n rappresentano quantità indipendenti da z, ossia costanti per ciascuna generatrice della superficie laterale (ma che del resto possono variare comunque da una generatrice all'altra), il problema di determinare la deformazione del cilindro si può ridurre all'altro di determinarne la deformazione, essendo la superficie laterale libera, e soltanto le basi soggette a tensione [1].

Supporremo che sopra il cilindro non agiscano forze di massa.

[1] Questo secondo problema fu studiato dal Saint-Venant che ha potuto risolverlo supponendo di conoscere la forza e la coppia risultante del sistema di tensioni che agiscono sugli elementi di una base (e quindi anche dell'altra), ma lasciando indeterminata la legge secondo cui queste tensioni sono distribuite.

2. Diciamo u, v, w le componenti dello spostamento del punto di coordinate x, y, z; $\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{13}$, etc. le componenti delle tensioni che agiscono sugli elementi di superficie normali agli assi; E il *modulo di elasticità*, λ il *coefficiente di contrazione*, proprii al materiale di cui il cilindro è costituito. Si hanno le equazioni:

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial \tau_{11}}{\partial x}+\dfrac{\partial \tau_{21}}{\partial y}+\dfrac{\partial \tau_{31}}{\partial z}=0\,, \\ \dfrac{\partial \tau_{12}}{\partial x}+\dfrac{\partial \tau_{22}}{\partial y}+\dfrac{\partial \tau_{32}}{\partial z}=0\,, \\ \dfrac{\partial \tau_{13}}{\partial x}+\dfrac{\partial \tau_{23}}{\partial y}+\dfrac{\partial \tau_{33}}{\partial z}=0\,. \end{cases}$$

$$(2)\quad \frac{\partial u}{\partial x}=\frac{1}{E}(\tau_{11}-\lambda\tau_{22}-\lambda\tau_{33}),\ \text{etc.},\quad \frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}=\frac{1}{G}\tau_{23}=\frac{1}{G}\tau_{32}\,,\ \text{etc.}$$

$$\left(G=\frac{E}{2(1+\lambda)}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta^2 u+k\frac{\partial\theta}{\partial x}&=0\,,\\ \Delta^2 v+k\frac{\partial\theta}{\partial y}&=0\,,\\ \Delta^2 w+k\frac{\partial\theta}{\partial z}&=0\,, \end{aligned}\right\}\ (3)\ \left\{\begin{aligned} \theta&=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\,,\\ k&=\frac{1}{1-2\lambda}\,,\\ \Delta^2&=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{aligned}\right.$$

Chiamando poi α e β gli angoli che in un punto qualunque della superficie laterale, la normale, uscente dal cilindro, forma cogli assi Ox, Oy, sarà:

$$(4)\quad \begin{cases} \tau_{11}\cos\alpha+\tau_{21}\cos\beta=\tau_1 \\ \tau_{12}\cos\alpha+\tau_{22}\cos\beta=\tau_2 \\ \tau_{13}\cos\alpha+\tau_{23}\cos\beta=\tau_3 \end{cases}$$

3. Consideriamo un caso particolare di sollecitazione del cilindro: le componenti della tensione che agisce sulla superficie laterale, siano date dalle formule:

$$(5)\qquad \tau_1'=gz^n\,,\quad \tau_2'=hz^n\,,\quad \tau_3'=lz^n\,,$$

ove n è un numero intero e positivo, e g, h, l sono quantità indipendenti da z.

Supponiamo di saper determinare una deformazione, che indicheremo con (D′), in cui siano soddisfatte le condizioni espresse dalle formule (5); e proponiamoci di determinare una deformazione (D), tale che le componenti della

tensione che agisce sugli elementi della superficie laterale siano invece:

$$\tau_1 = gz^{n+1}\,, \quad \tau_2 = hz^{n+1}\,, \quad \tau_3 = lz^{n+1} \text{ (1)}.$$

Perciò diciamo u', v', w' le componenti degli spostamenti nella deformazione (D'). Sarà:

$$(6) \qquad \Delta^2 u' + k\frac{\partial \theta'}{\partial x} = 0\,, \text{ etc. } \left(\theta' = \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z}\right).$$

Poniamo:

$$(7) \qquad \begin{cases} u'' = \int_0^z u'\,dz + u_1\,, \\ v'' = \int_0^z v'\,dz + v_1\,, \\ w'' = \int_0^z w'\,dz + w_1\,, \end{cases}$$

e cerchiamo di determinare le funzioni u_1, v_1, w_1 in modo che la deformazione (D''), definita dagli spostamenti u'', v'', w'', sia una deformazione possibile, vale a dire in modo che queste funzioni soddisfacciano ad equazioni analoghe alle (6).

Posto per brevità:

$$u''' = \int_0^z u'\,dz\,, \quad v''' = \int_0^z v'\,dz\,, \quad w''' = \int_0^z w'\,dz\,,$$

$$\theta''' = \frac{\partial u'''}{\partial x} + \frac{\partial v'''}{\partial y} + \frac{\partial w'''}{\partial z}\,,$$

$$f_1 = \Delta^2 u''' + k\frac{\partial \theta'''}{\partial x}\,, \quad f_2 = \Delta^2 v''' + k\frac{\partial \theta'''}{\partial y}\,, \quad f_3 = \Delta^2 w''' + k\frac{\partial \theta'''}{\partial z}\,,$$

e inoltre

$$\theta'' = \frac{\partial u''}{\partial x} + \frac{\partial v''}{\partial y} + \frac{\partial w''}{\partial z}\,, \quad \theta_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial z}\,,$$

dalle equazioni (7) si deduce:

$$(8) \qquad \begin{cases} \Delta^2 u'' + k\frac{\partial \theta''}{\partial x} = f_1 + \Delta^2 u_1 + k\frac{\partial \theta_1}{\partial x}\,, \\ \Delta^2 v'' + k\frac{\partial \theta''}{\partial y} = f_2 + \Delta^2 v_1 + k\frac{\partial \theta_1}{\partial y}\,, \\ \Delta^2 w'' + k\frac{\partial \theta''}{\partial z} = f_3 + \Delta^2 w_1 + k\frac{\partial \theta_1}{\partial z}\,. \end{cases}$$

(1) Poichè lasciamo indeterminate le tensioni che agiscono sulle basi del cilindro, vi saranno infinite deformazioni (D) e (D') che soddisfanno alle condizioni volute.

Affinchè (D″) sia una deformazione possibile, i primi membri di queste equazioni dovranno annullarsi; si dovrà quindi avere:

$$(9)\qquad \begin{cases} \Delta^2 u_1 + k\dfrac{\partial \theta_1}{\partial x} = -f_1\,, \\ \Delta^2 v_1 + k\dfrac{\partial \theta_1}{\partial x} = -f_2\,, \\ \Delta^2 w_1 + k\dfrac{\partial \theta_1}{\partial z} = -f_3 \end{cases}$$

Notiamo che $\dfrac{\partial f_1}{\partial z} = \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\Delta^2 u''' + k\dfrac{\partial \theta'''}{\partial x}\right) = \Delta^2 \dfrac{\partial u'''}{\partial z} + k\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial \theta'''}{\partial z}\right) =$ $= \Delta^2 u' + k\dfrac{\partial \theta'}{\partial x} = 0$; dunque f_1 non contiene la variabile z; e lo stesso accadrà di f_2 ed f_3. Vediamo allora se è possibile che le equazioni (9) siano soddisfatte, ponendo la condizione che $u_1, v_1\, w_1$ non contengano z. Dovrà aversi:

$$(10)\quad \begin{cases} \Delta^2 u_1 + k\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial u_1}{\partial x} + \dfrac{\partial v_1}{\partial y}\right) = -f_1\,, \\ \Delta^2 v_1 + k\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial u_1}{\partial x} + \dfrac{\partial v_1}{\partial y}\right) = -f_2\,, \end{cases} \qquad \Delta^2 w_1 = -f_3. \quad \left(\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)$$

Esistono infinite funzioni $w_1(x, y)$ che soddisfanno l'equazione $\Delta^2 w_1 = f_3$. Per ottenere $u_1(x, y)$ e $v_1(x, y)$ costruiremo successivamente le funzioni $u_2, v_2, \theta_2, \mathrm{P}, u_3, v_3$ delle sole variabili x ed y, che soddisfanno le equazioni:

$$\Delta^2 u_2 = -f_1\,, \quad \Delta^2 v_2 = -f_2\,, \quad \theta_2 = \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y}\,, \quad \Delta^2 \mathrm{P} = -\frac{k}{1+k}\theta_2\,,$$

$$u_3 = \frac{\partial \mathrm{P}}{\partial x}\,, \quad v_3 = \frac{\partial \mathrm{P}}{\partial y}\,,$$

e porremo

$$u_1 = u_2 + u_3\,, \quad v_1 = v_2 + v_3\,.$$

Si verifica immediatamente che le equazioni (10) sono soddisfatte. Se dunque poniamo tali funzioni u_1, v_1, w_1 nelle formule (7), la deformazione (D″) che esse definiscono sarà una deformazione possibile.

Ora dalle formule (7) si ricava $\dfrac{\partial u''}{\partial z} = u'$, ecc. Per conseguenza, se diciamo τ'_{11}, τ'_{12}, ecc., τ''_{11}, τ''_{12}, ecc. le componenti delle tensioni che si sviluppano sugli elementi normali agli assi, nelle deformazioni (D′) e (D″), sarà: $\dfrac{\partial \tau''_{11}}{\partial z} = \tau'_{11}$, $\dfrac{\partial \tau''_{12}}{\partial z} = \tau'_{12}$, etc.; e così pure, chiamando $\tau''_1, \tau''_2, \tau''_3$ le componenti

della tensione che agisce sulla superficie laterale del cilindro nella deformazione (D''), sarà:

$$\frac{\partial \tau_1''}{\partial z} = \tau_1', \quad \frac{\partial \tau_2''}{\partial z} = \tau_2', \quad \frac{\partial \tau_3''}{\partial z} = \tau_3';$$

e per le formule (5):

$$\frac{\partial \tau_1''}{\partial z} = g z^n, \quad \frac{\partial \tau_2''}{\partial z} = h z^n, \quad \frac{\partial \tau_3'}{\partial z} = l z^n;$$

e integrando

$$(11) \qquad \begin{cases} \tau_1'' = \dfrac{1}{n+1} g z^{n+1} + g_0, \\ \tau_2'' = \dfrac{1}{n+1} h z^{n+1} + h_0, \\ \tau_3'' = \dfrac{1}{n+1} l z^{n+1} + l_0, \end{cases}$$

ove g_0, h_0, l_0 sono quantità indipendenti da z, ossia costanti per ciascuna generatrice della superficie laterale.

Consideriamo ora una deformazione (D_0), definita dagli spostamenti u_0, v_0, w_0, tale che la tensione agente sulla superficie laterale abbia per componenti g_0, h_0, l_0; e poniamo:

$$(12) \qquad \begin{cases} u = (n+1)(u'' - u_0), \\ v = (n+1)(v'' - v_0), \\ w = (n+1)(w'' - w_0). \end{cases}$$

Nella deformazione definita da questi spostamenti u, v, w, le componenti della tensione che agisce sulla superficie laterale saranno:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= (n+1)(\tau_1'' - g_0), \\ \tau_2 &= (n+1)(\tau_2'' - h_0), \\ \tau_3 &= (n+1)(\tau_3'' - l_0); \end{aligned}$$

e per le formule (11):

$$\tau_1 = g z^{n+1}, \quad \tau_2 = h z^{n+1}, \quad \tau_3 = l z^{n+1}.$$

Le formule (12) definiscono dunque una deformazione (D) che soddisfa alle condizioni volute.

Così vediamo che per determinare una deformazione in cui le componenti τ_1, τ_2, τ_3 della tensione che agisce sulle superficie laterali siano $g z^{n+1}$, $h z^{n+1}$, $l z^{n+1}$, basta saper determinare due deformazioni in cui le componenti della stessa tensione siano rispettivamente $g z^n$, $h z^n$, $l z^n$, e g_0, h_0, l_0, ove g, h, l, e g_0, h_0, l_0 rappresentano quantità indipendenti da z.

Poichè questo vale qualunque sia il numero n, possiamo dire che se sapremo determinare una deformazione del cilindro per cui si abbia sulla superficie laterale

$$\tau_1 = g\,,\quad \tau_2 = h\,,\quad \tau_3 = l\,,$$

g, h, l essendo quantità assegnate, costanti lungo ciascuna generatrice, sapremo anche determinare una deformazione tale che si abbia

$$\tau_1 = gz^n\,,\quad \tau_2 = hz^n\,,\quad \tau_3 = lz^n\,,$$

essendo n un numero intero e positivo qualunque; e quindi ancora una deformazione in cui la tensione agente sulla superficie laterale abbia per componenti:

$$\tau_1 = \Sigma g_n z^n\,,\quad \tau_2 = \Sigma h_n z^n\,,\quad \tau_3 = \Sigma l_n z^n\,.$$

Le tensioni agenti sulle basi non assumeranno, in generale, i valori assegnati: per conseguenza il problema sarà ridotto a determinare la deformazione di un cilindro sollecitato soltanto alle basi.

Rimane ora a vedersi come si possa determinare la deformazione del cilindro, in modo che τ_1, τ_2 e τ_3 assumano sulla superficie laterale valori assegnati, *costanti lungo ciascuna generatrice*. Ciò sarà mostrato in una Nota successiva.

Meccanica. — *Sui moti stazionarî di un corpo rigido nel caso della Kowalevsky*. Nota I di T. Levi-Civita, presentata dal Corrispondente G. Ricci.

1. Le equazioni di Eulero, che reggono il movimento di un solido pesante. fissato per un punto Ω, sono, colle notazioni abituali,

$$\begin{cases} A\dfrac{dp}{dt} = (B-C)\,qr + P(y_0\gamma_3 - z_0\gamma_2)\,, \\ B\dfrac{dq}{dt} = (C-A)\,rp + P(z_0\gamma_1 - x_0\gamma_3)\,, \\ C\dfrac{dr}{dt} = (A-B)\,pq + P(x_0\gamma_2 - y_0\gamma_1)\,, \end{cases}$$

(l' asse fisso ζ intendendosi verticale e diretto verso il basso).

Nel caso integrato dalla Kowalevsky, $A = B = 2C$; inoltre $z_0 = 0$, cioè il baricentro O è situato nel piano equatoriale dell' ellissoide di inerzia. Essendo indifferente la scelta della coppia x, y in questo piano, si può supporre il semiasse positivo delle x diretto secondo la ΩO, talchè $y_0 = 0$, $x_0 > 0$ (e non $x_0 = 0$, intendendo così di escludere il caso di Eulero, in cui O coincide con Ω).

Rappresenterò con s^2 la frazione essenzialmente positiva $\frac{Px_0}{C}$. Questa costante s ha le dimensioni $\frac{[Px_0]^{\frac{1}{2}}}{[C]} = \frac{[ml^2 t^{-2}]^{\frac{1}{2}}}{[ml^2]^{\frac{1}{2}}} = [t^{-1}]$ e risulta quindi omogenea a p, q, r.

Aggiungendo alle equazioni precedenti le formule di Poisson, relative ai tre coseni $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, si ha in definitiva il sistema differenziale

$$(K) \begin{cases} 2\frac{dp}{dt} = qr, & 2\frac{dq}{dt} = -rp - s^2\gamma_3, \quad \frac{dr}{dt} = s^2\gamma_2; \\ \frac{d\gamma_1}{dt} = \gamma_2 r - \gamma_3 q, & \frac{d\gamma_2}{dt} = \gamma_3 p - \gamma_1 r, \quad \frac{d\gamma_3}{dt} = \gamma_1 q - \gamma_2 p. \end{cases}$$

La forza viva del corpo vale $\frac{1}{2}(Ap^2 + Bq^2 + Cr^2) = C(p^2 + q^2 + \frac{1}{2}r^2)$, il potenziale, dovuto alla gravità, $Px_0\gamma_1 = Cs^2\gamma_1$.

La energia totale H è dunque espressa (sopprimendo il fattore costante C, che si può del resto sempre supporre eguale ad 1 con opportuna scelta dell'unità di massa) da

$$H = p^2 + q^2 + \frac{1}{2}r^2 - s^2\gamma_1.$$

Le (K) ammettono, oltre all'integrale delle forze vive $H = \text{cost.}$ e all'identità geometrica $\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1$, i due integrali algebrici

$$(A) \begin{cases} (1) \quad 2(\gamma_1 p + \gamma_2 q) + \gamma_3 r = \lambda s, \\ (2) \quad \{(p + iq)^2 + s^2(\gamma_1 + i\gamma_2)\}\{(p - iq)^2 + s^2(\gamma_1 - i\gamma_2)\} = \\ \qquad = (s^2\gamma_1 + p^2 - q^2)^2 + (s^2\gamma_2 + 2pq)^2 = \mu^4 s^4 \qquad (i = \sqrt{-1}), \end{cases}$$

nei secondi membri dei quali sono posti in evidenza i fattori di omogeneità s, s^4, affinchè le costanti λ e μ si presentino come puri numeri. (È poi lecito, nel secondo membro della (2), scrivere μ^4, pur intendendo μ reale, poichè la forma del primo membro mostra che si tratta di quantità ≥ 0).

La (1) è chiaramente l'integrale delle aree per i piani orizzontali; la (2) l'integrale scoperto dalla Kowalevsky. Essi sono tra loro in involuzione, in quanto, adottando per es. come variabili canoniche gli angoli ϑ, f, φ di Kirchhoff e le loro coniugate $p_\vartheta, p_f, p_\varphi$, la (1) diviene $p_\varphi = \text{cost}$, come è ben noto, mentre p, q, r; $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, e per conseguenza anche il primo membro della (2), rimangono indipendenti dall'angolo di precessione φ.

2. *Soluzioni particolari del sistema* (K), *per cui* $r = 0$.

Supponendo $r = 0$, la $\frac{dr}{dt} = s^2\gamma_2$ mostra che anche γ_2 è identicamente nulla; inoltre, da $2\frac{dp}{dt} = qr$, segue $p = \text{cost.}$ La equazione $\frac{d\gamma_2}{dt} = \gamma_3 p - \gamma_1 r$ si riduce a $\gamma_3 p = 0$, il che porta $\gamma_3 = 0$, ovvero $p = 0$. Nel primo caso, dovrà essere $\gamma_1 = \pm 1$, e quindi, in causa della $\frac{d\gamma_3}{dt} = \gamma_1 q - \gamma_2 p$, $q = 0$, con che le (K) rimangono tutte soddisfatte. Si tratta evidentemente ($q = r = 0$,

$p = \cos t$) di rotazioni uniformi attorno all'asse baricentrico ΩO, diretto verticalmente ($\gamma_1 = \pm 1$).

Se invece $p = 0$, le (K) divengono

$$r = \gamma_2 = p = 0 ; \quad 2\frac{dq}{dt} = - s^2 \gamma_3 , \quad \frac{d\gamma_1}{dt} = - \gamma_3 q , \quad \frac{d\gamma_3}{dt} = \gamma_1 q .$$

Le soluzioni, che ne rimangono definite corrispondono, per essere $r = p = 0$, a rotazioni attorno all'asse y, necessariamente fisso anche nello spazio e orizzontale ($\gamma_2 = 0$).

È chiaro che il corpo si comporta in tale movimento come un pendolo composto. Possiamo del resto verificarlo sulle nostre equazioni. Le ultime tre, ponendovi $\gamma_1 = \cos u$, $\gamma_3 = \operatorname{sen} u$, con che u rappresenta la deviazione dalla verticale dell'asse baricentrico (contata positivamente in verso opportuno), si riassumono nella equazione tipica del moto pendolare

$$2\frac{d^2u}{dt^2} = - s^2 \operatorname{sen} u .$$

3. *Moti stazionari e loro distinzione in tre categorie.*

Il nostro problema possiede ∞^4 soluzioni stazionarie Σ, che corrispondono ai due integrali (A) e si caratterizzano [1], eliminando da H due variabili a mezzo delle (A) e ponendo eguale a zero il differenziale $d\mathbf{H}$ dell'espressione ridotta $\mathbf{H}$ di H.

Tra queste Σ sono evidentemente comprese le due sottoclassi di ∞^2 soluzioni, che corrispondono a ciascuno dei due integrali (1) e (2), isolatamente considerati. Infatti porre eguale a zero il differenziale di H, dopo aver tenuto conto della sola (1), ovvero della sola (2), implica pur sempre $d\mathbf{H} = 0$.

Giova tuttavia, come apparirà dallo studio del caso generale, considerare a parte tali soluzioni. Comincierò pertanto da esse.

4. *Moti stazionari, che provengono dall'integrale delle aree.*

Data la forma semplicissima, che assume l'integrale delle aree (1) in variabili canoniche $\vartheta, f, \varphi ; p_\vartheta, p_f, p_\varphi$, ci sarà comodo usufruirne.

In generale si ha

$$\gamma_1 = \operatorname{sen}\vartheta \cos f , \quad \gamma_2 = \operatorname{sen}\vartheta \operatorname{sen} f , \quad \gamma_3 = \cos\vartheta , \tag{3}$$

$$\begin{cases} \mathrm{A}p = \operatorname{sen} f\, p_\vartheta + \cos f \dfrac{\cos\vartheta}{\operatorname{sen}\vartheta} p_f + \dfrac{\cos f}{\operatorname{sen}\vartheta} p_\varphi , \\ \mathrm{B}q = - \cos f\, p_\vartheta + \operatorname{sen} f \dfrac{\cos\vartheta}{\operatorname{sen}\vartheta} p_f + \dfrac{\operatorname{sen} f}{\operatorname{sen}\vartheta} p_\varphi , \\ \mathrm{C}r = \qquad\qquad - p_f , \end{cases} \tag{4}$$

donde

$$\mathrm{A}p\gamma_1 + \mathrm{B}q\gamma_2 + \mathrm{C}r\gamma_3 = p_\varphi ,$$

[1] Il lettore voglia riferirsi alla regola enunciata nella Nota: *Sui moti stazionari dei sistemi olonomi*, § 5, in questi Rendiconti, 3 marzo 1901, fasc. 5°.

e, dovendosi ora porre $A = B = 2$, $C = 1$,

$$H = p^2 + q^2 + \tfrac{1}{2} r^2 - s^2 \gamma_1 =$$

$$= \tfrac{1}{4}\left(p_\vartheta^2 + \frac{\cos^2\vartheta}{\operatorname{sen}^2\vartheta} p_f^2 + \frac{1}{\operatorname{sen}^2\vartheta} p_\varphi^2 + 2\frac{\cos\vartheta}{\operatorname{sen}^2\vartheta} p_f p_\varphi\right) + \tfrac{1}{2} p_f^2 - s^2 \operatorname{sen}\vartheta \cos f,$$

$$(1') \qquad p_\varphi = s\lambda.$$

Portiamo in H il valore (1′), e sostituiamo in pari tempo a p_f una variabile ε, definita come segue:

$$(5) \qquad \varepsilon = \frac{(1 + \operatorname{sen}^2\vartheta) p_f + s\lambda \cos\vartheta}{\operatorname{sen}\vartheta \sqrt{1 + \operatorname{sen}^2\vartheta}}.$$

La H diventa una funzione di $p_\vartheta, \varepsilon, \vartheta, f$ e precisamente

$$H = \tfrac{1}{4}(p_\vartheta^2 + \varepsilon^2) + \tfrac{1}{2} s^2 \left(\frac{\lambda^2}{1 + \operatorname{sen}^2\vartheta} - 2 \operatorname{sen}\vartheta \cos f\right).$$

È bene osservare che il cambiamento di variabili (3), (4), (5) può essere eseguito senza timore di lasciar sfuggire alcuna soluzione particolare. Infatti la trasformazione, definita dalle (3), (4), (5), è biunivoca e regolare per tutti i valori finiti delle variabili, eccettuato soltanto il valore $\operatorname{sen}\vartheta = 0$, cioè $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$. Ora il sistema (K) non ammette alcuna soluzione particolare, per la quale possano annullarsi ad un tempo (qualunque sia t) γ_1 e γ_2 [1].

Secondo la regola generale, le soluzioni stazionarie, di cui andiamo in cerca, debbono soddisfare alla equazione $dH = 0$, cioè

$$\frac{\partial H}{\partial p_\vartheta} = \tfrac{1}{2} p_\vartheta = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial \varepsilon} = \tfrac{1}{2}\varepsilon = 0,$$
$$\frac{\partial H}{\partial \vartheta} = 0, \qquad \frac{\partial H}{\partial f} = s^2 \operatorname{sen}\vartheta \operatorname{sen} f = 0.$$

Ne deduciamo (dovendosi escludere, come s'è detto or ora, che $\operatorname{sen}\vartheta$ si annulli per tutti i valori di t)

$$p_\vartheta = 0, \quad \varepsilon = 0, \quad \operatorname{sen} f = 0,$$

mentre ϑ soddisferà alla equazione $\frac{\partial H}{\partial \vartheta} = 0$, ossia (ponendovi oramai $\cos f = \pm 1$) alla

$$(6) \qquad \left(\frac{\lambda^2 \operatorname{sen}\vartheta}{(1 + \operatorname{sen}^2\vartheta)^2} \pm 1\right) \cos\vartheta = 0.$$

Si vede che $p_\vartheta, \varepsilon, f, \vartheta$ assumono tutte valori costanti; costante rimane pure p_f, in virtù della (5), e, per conseguenza $\gamma_1, \gamma^2, \gamma_3$; p, q, r. Si tratta dunque di *rotazioni uniformi*.

[1] Supponendo $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ (e quindi $\gamma_3 = \pm 1$), dalle $\frac{d\gamma_1}{dt} = \gamma_2 r - \gamma_3 q$, $\frac{d\gamma_2}{dt} = \gamma_3 p - \gamma_1 r$ risulta $q = 0$, $p = 0$, nè può quindi essere soddisfatta la $2\frac{dq}{dt} = -rp - s^2\gamma_3$, che è pure una delle equazioni (K).

Da $p_\varsigma = 0$, $\operatorname{sen} f = 0$ segue che γ_2 e q si annullano, cioè che l'asse y è orizzontale ($\gamma_2 = 0$) e che l'asse di rotazione appartiene al piano meridiano contenente il baricentro ($q = 0$). Combinando queste due circostanze, risulta che l'asse di rotazione è, rispetto allo spazio, necessariamente orientato secondo la verticale; lo si può del resto anche desumere dalla formula $\gamma_3 p - \gamma_1 r = 0$, che è diretta conseguenza di $\gamma_2 = 0$.

Per fissare la posizione dell'asse di rotazione nel corpo, bisogna ricorrere alla (6), distinguendo le due eventualità

$$(6_a) \qquad \cos\vartheta = 0,$$

$$(6_b) \qquad \frac{\lambda^2 \operatorname{sen}\vartheta}{(1 + \operatorname{sen}^2\vartheta)^2} = \mp 1.$$

a) Se si annulla $\cos\vartheta$, cioè γ_3, la (5), facendovi $\varepsilon = 0$, porge $p_f = 0$; quindi anche $r = 0$ e siamo ricondotti alle rotazioni intorno all'asse baricentrico. I valori costanti degli argomenti p_ς, ε, ϑ, ed f, da cui dipende $\mathbf{H}$, sono in questo caso 0, 0, $\frac{\pi}{2}$; e 0, ovvero π, secondochè $\cos f = \pm 1$, secondochè cioè il baricentro O cade al disotto o al disopra del punto di sospensione Ω. Risguardando come variabili indipendenti p_ς, ε e $\gamma_3 = \cos\vartheta$, $\varepsilon' = \operatorname{sen} f$, dovremo di conformità porre in $\mathbf{H}$

$$\operatorname{sen}\vartheta = |1 - \gamma_3^2|^{\frac{1}{2}}, \quad \cos f = \pm |1 - \varepsilon'^2|^{\frac{1}{2}}.$$

Formiamo la $d^2\mathbf{H}$ relativa ai valori $p_\varsigma = 0$, $\varepsilon = 0$, $\varepsilon' = 0$, o, ciò che torna lo stesso, sviluppiamo $\mathbf{H}$ in serie di Mac-Laurin, lasciando i termini d'ordine superiore al secondo. Avremo

$$\mathbf{H} = \tfrac{1}{2} s^2 \left(\frac{\lambda^2}{2} \mp 2\right) + \tfrac{1}{4}\left\{p_\varsigma^2 + \varepsilon^2 + \left(\frac{\lambda^2}{2} \pm 2\right) s^2 \gamma_3^2 \pm 2 s^2 \varepsilon'^2\right\} + \cdots$$

I termini in parentesi costituiscono una forma definita, quando si adottano i segni superiori, e in questo caso soltanto (O sotto Ω). È la ben nota condizione di stabilità.

b) Se ϑ soddisfa alla (6_b), siccome l'angolo ϑ è, per sua definizione, compreso fra 0 e π e quindi $\operatorname{sen}\vartheta > 0$, deve intanto anche il secondo membro essere positivo, talchè $f = \pi$ (e non $f = 0$). Ciò posto, già lo sviluppo di $\mathbf{H}$ in funzione degli argomenti p_ς, ε, $\varepsilon' = \operatorname{sen} f$ (trattando ϑ come un parametro) mostra che c'è instabilità. Si ha infatti, a meno di termini d'ordine superiore al secondo in ε',

$$\mathbf{H} = \tfrac{1}{2} s^2 \left(\frac{\lambda^2}{1 + \operatorname{sen}^2\vartheta} + 2 \operatorname{sen}\vartheta\right) + \tfrac{1}{4}(p_\varsigma^2 + \varepsilon^2) - \tfrac{1}{2} s^2 \operatorname{sen}\vartheta \, . \, \varepsilon'^2,$$

e la parte di secondo ordine non è una quadrica definita.

5. *Moti stazionari, che provengono dall'integrale della Kowalevsky.*

Introducendo una variabile ausiliaria ε, si può evidentemente sostituire alla (2) il sistema equivalente

$$(2') \qquad s^2\gamma_1 = \mu^2 s^2 \cos\varepsilon - p^2 + q^2,$$

$$(2'') \qquad s^2\gamma_2 = \mu^2 s^2 \operatorname{sen}\varepsilon - 2pq.$$

Ci converrà, in questa ricerca, risguardare come parametri indipendenti, atti a fissare lo stato di moto del sistema (oltre l'angolo di precessione φ, che non interviene esplicitamente nelle formule) p, q, r, γ_1 ed ε, rimanendo γ_2 definita dalla (2″), e, si intende, γ_3 dalla identità $\gamma_1^2+\gamma_2^2+\gamma_3^2=1$. Rispetto a queste variabili (la cui sostituzione alle primitive è senza riserve legittima, data la forma lineare delle (2″) sì rapporto a γ_2 che a sen ε) l'integrale (2) della Kowalevsky è sostituito dalla (2′). Per trovare i moti stazionarî corrispondenti, cominceremo coll'eliminare γ_1 da H a mezzo della (2′), ciò che porge

$$\mathbf{H}=2p^2+\tfrac{1}{2}r^2-\mu^2 s^2\cos\varepsilon.$$

Ponendo eguale a zero il differenziale di questa funzione $\mathbf{H}$, si ha

$$p=0\,,\quad r=0\,,\quad \operatorname{sen}\varepsilon=0.$$

Dacchè si annullano insieme p ed r, si tratta di rotazioni attorno all'asse y, le quali avvengono (§ 2) come se il detto asse fosse tenuto fisso in posizione orizzontale.

Per la stabilità si richiede che $d^2\mathbf{H}$ equivalga ad nna quadrica definita in quattro argomenti ($2(n-m)$, dice la regola). La funzione $\mathbf{H}$ dipende da tre variabili soltanto, p, r, ε; $d^2\mathbf{H}$ equivale per conseguenza ad una forma irriducibile con tre argomenti al più. Dovremmo dedurne che c'è instabilità.

Effettivamente non si può concludere in modo diverso, se si vuol proprio aver riguardo alla completa [1] stabilità. Giova tuttavia osservare in generale che quando, come nel caso presente, si tratta di una funzione $\mathbf{H}$, che dipende da meno di $2(n-m)$ parametri, quelli che mancano assumono sostanzialmente il carattere di coordinate ignorate. Ha allora interesse, per i corrispondenti moti stazionarî, la questione della stabilità, anche se, o meglio anzi, in quanto la si restringa ai soli parametri, da cui $\mathbf{H}$ effettivamente dipende.

Ciò posto, nell'esempio attuale, saranno da considerare i soli parametri p, r, ε.

Come si rileva immediatamente dalla espressione di $\mathbf{H}$, si ha stabilità od instabilità secondochè ε ha il valore 0, oppure ha il valore π (nel caso generale, in cui la costante μ non è zero) [2].

Per interpretare questo risultato, ricorriamo alla (2′), la quale, per le soluzioni in questione, si riduce a

$$s^2\gamma_1=\pm\mu^2 s^2+q^2.$$

[1] Per quanto, si intende bene *relativa* (agli integrali, o relazioni invarianti generatrici).

[2] Per $\mu=0$, anche il parametro ε sparisce dall'espressione di $\mathbf{H}$, la quale si riduce a $2p^2+\frac{1}{2}r^2$. Dovendosi aver riguardo a questi soli parametri, le corrispondenti soluzioni sono stabili.

Supponendo $\varepsilon = 0$, bisogna prendere nel secondo membro il segno $+$, e allora γ_1 rimane costantemente positivo: se invece $\varepsilon = \pi$, allora γ_1 assume anche valori negativi. Infatti, ponendo, come a § 2, $\gamma_1 = \cos u$, la (2′) diviene

$$\left(\frac{du}{dt}\right)^2 = s^2(\mu^2 + \cos u).$$

Qualora $\cos u$ rimanesse costantemente positivo, non potrebbe u variare sempre nello stesso senso e dovrebbe quindi annullarsi $\frac{du}{dt}$, ossia $\mu^2 + \cos u$, il che implica contraddizione.

In definitiva dunque queste rotazioni attorno ad un asse orizzontale riescono stabili od instabili, secondochè il baricentro O rimane o non rimane costantemente al disotto dell'asse di rotazione.

6. *Relazioni invarianti, che caratterizzano gli ∞^4 moti stazionari Σ del caso generale.*

Dobbiamo eliminare da H due variabili a mezzo delle (A). In primo luogo ci è lecito ritenere γ_3 non identicamente nulla, poichè, per $\gamma_3 = 0$, la (1) non contiene r (la (2) ne è sempre indipendente), e quindi, rimanendo escluso che sia r tra quei parametri, che si eliminano da H a mezzo delle (A), si dovrebbe avere, per le conseguenti soluzioni stazionarie, $\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial r} = \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial r} = r = 0$; e si ricadrebbe quindi, rammentando il § 2, in uno dei due casi già considerati.

Ciò posto, adotteremo come variabili indipendenti p, q, ε (e il solito angolo di precessione φ) intendendo di eliminare, da H, γ_1, a mezzo della (2′), ed r, a mezzo della (1), il che appunto può farsi per essere γ_3 non identicamente nulla. Va da sè che, nella (1) stessa, γ_1 e γ_2 sono a ritenersi definite dalle (2′), (2″) e $\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1$.

Avremo così

$$(7)\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial\gamma_1}{\partial p} = -\frac{2}{s^2}p, \quad \frac{\partial\gamma_1}{\partial q} = \frac{2}{s^2}q, \quad \frac{\partial\gamma_1}{\partial\varepsilon} = -\mu^2\operatorname{sen}\varepsilon = -\frac{1}{s^2}(s^2\gamma_2 + 2pq),\\
&\frac{\partial\gamma_2}{\partial p} = -\frac{2}{s^2}q, \quad \frac{\partial\gamma_2}{\partial q} = -\frac{2}{s^2}p, \quad \frac{\partial\gamma_2}{\partial\varepsilon} = \mu^2\cos\varepsilon = \frac{1}{s^2}(s^2\gamma_1 + p^2 - q^2),\\
&\frac{\partial\gamma_3}{\partial p} = -\frac{1}{\gamma_3}\left(\gamma_1\frac{\partial\gamma_1}{\partial p} + \gamma_2\frac{\partial\gamma_2}{\partial p}\right) = \frac{2}{s^2\gamma_3}(\gamma_1 p + \gamma_2 q),\\
&\frac{\partial\gamma_3}{\partial q} = -\frac{1}{\gamma_3}\left(\frac{\partial\gamma_1}{\partial q} + \gamma_2\frac{\partial\gamma_2}{\partial q}\right) = -\frac{2}{s^2\gamma_3}(\gamma_1 q - \gamma_2 p),\\
&\frac{\partial\gamma_3}{\partial\varepsilon} = -\frac{1}{\gamma_3}\left(\gamma_1\frac{\partial\gamma_1}{\partial\varepsilon} + \gamma_2\frac{\partial\gamma_2}{\partial\varepsilon}\right) = \frac{2\mu^2}{\gamma_3}(\gamma_1\operatorname{sen}\varepsilon - \gamma_2\cos\varepsilon) =\\
&\qquad\qquad = \frac{1}{s^2\gamma_3}\left\{2\gamma_1 pq - \gamma_2(p^2 - q^2)\right\}.
\end{aligned}\right.$$

D' altra parte, a norma della (1),

$$\frac{dr}{dp}=\frac{\partial r}{\partial p}+\frac{\partial r}{\partial\gamma_1}\frac{\partial\gamma_1}{\partial p}+\frac{\partial r}{\partial\gamma_2}\frac{\partial\gamma_2}{\partial p}+\frac{\partial r}{\partial\gamma_3}\frac{\partial\gamma_3}{\partial p},$$
$$\frac{dr}{dq}=\frac{\partial r}{\partial q}+\frac{\partial r}{\partial\gamma_1}\frac{\partial\gamma_1}{\partial q}+\frac{\partial r}{\partial\gamma_2}\frac{\partial\gamma_2}{\partial q}+\frac{\partial r}{\partial\gamma_3}\frac{\partial\gamma_3}{\partial q},$$
$$\frac{dr}{d\varepsilon}=\frac{\partial r}{\partial\varepsilon}+\frac{\partial r}{\partial\gamma_1}\frac{\partial\gamma_1}{\partial\varepsilon}+\frac{\partial r}{\partial\gamma_2}\frac{\partial\gamma_2}{\partial\varepsilon}+\frac{\partial r}{\partial\gamma_3}\frac{\partial\gamma_3}{\partial\varepsilon},$$

dalle quali, essendo

$$\frac{\partial r}{\partial p}=-\frac{2\gamma_1}{\gamma_3},\ \frac{\partial r}{\partial q}=-\frac{2\gamma_2}{\gamma_3},\ \frac{\partial r}{\partial\varepsilon}=0,\ \frac{\partial r}{\partial\gamma_1}=-\frac{2p}{\gamma_3},\ \frac{\partial r}{\partial\gamma_2}=-\frac{2q}{\gamma_3},\ \frac{\partial r}{\partial\gamma_3}=-\frac{r}{\gamma_3},$$

segue immediatamente

$$(8)\begin{cases}\dfrac{dr}{dp}=\dfrac{2}{s^2\gamma_3^2}\{-s^2\gamma_1\gamma_3+2\gamma_3(p^2+q^2)-r(\gamma_1p+\gamma_2q)\},\\[2mm] \dfrac{dr}{dq}=\dfrac{2}{s^2\gamma_3^2}\{-s^2\gamma_2\gamma_3+r(\gamma_1q-\gamma_2p)\},\\[2mm] \dfrac{dr}{d\varepsilon}=\dfrac{2}{s^2\gamma_3^2}\{-s^2\gamma_3(\gamma_1q-\gamma_2p)+\gamma_3q(p^2+q^2)-\gamma_1pqr+\frac{1}{2}\gamma_2(p^2-q^2)r\}.\end{cases}$$

Siamo ora in grado di calcolare le derivate di $\mathbf{H}(p,q,\varepsilon)$. Infatti, sostituendo nella $\mathbf{H}$, a $s^2\gamma_1$, il suo valore (2′) e seguitando a ritenere r definita dalla (1), si può scrivere

$$\mathbf{H}=2p^2+\tfrac{1}{2}r^2-\mu^2s^2\cos\varepsilon,$$

donde

$$(9)\begin{cases}\dfrac{d\mathbf{H}}{dp}=\dfrac{\partial\mathbf{H}}{\partial p}+\dfrac{\partial\mathbf{H}}{\partial r}\dfrac{dr}{dp}=4p+\dfrac{2r}{s^2\gamma_3^2}\{-s^2\gamma_1\gamma_3+2\gamma_3(p^2+q^2)-r(\gamma_1p+\gamma_2q)\},\\[2mm] \dfrac{d\mathbf{H}}{dq}=\dfrac{\partial\mathbf{H}}{\partial r}\dfrac{dr}{dq}=\dfrac{2r}{s^2\gamma_3^2}\{-s^2\gamma_2\gamma_3+r(\gamma_1q-\gamma_2p)\},\\[2mm] \dfrac{d\mathbf{H}}{d\varepsilon}=\dfrac{\partial\mathbf{H}}{\partial\varepsilon}+\dfrac{\partial\mathbf{H}}{\partial r}\dfrac{dr}{d\varepsilon}=\mu^2s^2\,\mathrm{sen}\,\varepsilon+r\dfrac{dr}{d\varepsilon}=s^2\gamma_2+2pq+r\dfrac{dr}{d\varepsilon},\end{cases}$$

ed è facile verificare che sussiste la identità

$$(10)\qquad \frac{d\mathbf{H}}{\partial\varepsilon}=\frac{1}{2}\left\{q\frac{d\mathbf{H}}{dp}-\left(p+\frac{s^2\gamma_2}{r}\right)\frac{d\mathbf{H}}{dq}\right\}.$$

Le soluzioni stazionarie sono contraddistinte dalle condizioni

$$\frac{d\mathbf{H}}{dp}=0,\quad \frac{d\mathbf{H}}{dq}=0,\quad \frac{d\mathbf{H}}{d\varepsilon}=0,$$

le quali, in causa della (10), si riducono alle prime due (numero appunto conforme alla regola).

Dacchè, come già abbiamo notato, è da escludersi che si annulli r, la $\frac{d\mathrm{H}}{dq}=0$ equivale a

$$-s^2\gamma_2\gamma_3+r(\gamma_1 q-\gamma_2 p)=0.$$

Questa equazione ha un significato semplicissimo. Essendo per le (K)

$$\frac{dr}{dt}=s^2\gamma_2\,,\quad \frac{d\gamma_3}{dt}=\gamma_1 q-\gamma_2 p\,,$$

essa esprime che $\gamma_3\frac{dr}{dt}-r\frac{d\gamma_3}{dt}=0$, ossia che fra r e γ_3 passa, durante tutto il movimento un rapporto costante, *non nullo, nè infinito,* perchè nè r, nè γ_3 sono identicamente nulli. Potremo pertanto ritenere

$$\nu r=s\gamma_3\,, \tag{11}$$

designando con ν una costante finita e diversa da zero.

Con questa osservazione il nostro sistema

$$\frac{d\mathrm{H}}{dp}=0\,,\quad \frac{d\mathrm{H}}{dq}=0$$

diventa

$$\left\{\begin{aligned}&(2\nu p-s\gamma_1)(p+\nu s)+(2\nu q-s\gamma_2)\,q=0\,,\\ &\qquad -\gamma_2\,(p+\nu s)+\qquad\quad \gamma_1\;q=0\,.\end{aligned}\right. \tag{12}$$

Le soluzioni stazionarie corrispondenti hanno caratteri diversi, secondochè per esse il determinante

$$\Delta=\begin{vmatrix}2\nu p-s\gamma_1 & 2\nu q-s\gamma_2\\ -\gamma_2 & \gamma_1\end{vmatrix}=2\nu(\gamma_1 p+\gamma_2 q)-s(\gamma_1^2+\gamma_2^2)$$

è, o no, diverso da zero.

Geodesia. — *Determinazione astronomica di azimut eseguita a Monte Soratte nel 1900.* Nota di Vincenzo Reina, presentata dal Socio Cremona.

La mira notturna, consistente sostanzialmente in una lente dell'apertura di 15 cm., nel cui fuoco è disposta di coltello la fiamma di una lampada a petrolio, venne collocata in centro sul segnale trigonometrico di M. Mario, ad una distanza cioè di circa 35928 metri. La sua distanza zenitale rispetto all' Universale Bamberg, sistemato sullo stesso pilastro sul quale venne determinata la latitudine, risultò di 91°.00′.

Il metodo d'osservazione fu quello della misura reiterata dell'angolo fra la Mira e la Polare, distribuendo le determinazioni in serie di quattro cia-

scuna, due fatte in una posizione e due nella posizione coniugata dello strumento. Una serie risultava quindi da otto puntamenti fatti secondo lo schema

Oculare a destra M, P, P, M
» » sinistra M, P, P, M.

Dai puntamenti fatti sulla Mira, e da quelli fatti sulla Polare, in modo indipendente, si ricavava la costante di collimazione. Ogni due serie si ruotava il cerchio orizzontale di 30°.

I singoli valori ottenuti per l'azimut, non ancora corretti per l'aberrazione diurna, sono riassunti nei seguenti specchi. I valori di ogni serie sono disposti in colonna verticale, ed in testa alle coppie di serie osservate nelle diverse posizioni del cerchio, sono registrate le posizioni apparenti della Polare introdotte in calcolo. Le lettere S (sinistra) e D (destra) definiscono la posizione dell'oculare.

9 luglio 1900.

Cerchio 0° — $\alpha = 1^h.23^m.00^s.52$ $\delta = 88°.46'.21''.17$

S	A' = 186°.35'.30".4	D	A' = 186°.35'.28".4
	28. 9		29. 1
D	28. 7	S	28. 2
	30. 3		29. 6

Cerchio 30° — $\alpha = 1^h.23^m.00^s.62$ $\delta = 88°.46'.21''.18$

D	A' = 186°.35'.30"1	S	A' = 186°.35'.32".2
	29. 2		31. 4
S	31. 0	D	30. 0
	28. 3		33. 6

Cerchio 60° — $\alpha = 1^h.23^m.00^s.72$ $\delta = 88°.46'.21''.18$

D	A' = 186°.35'.29".9	S	A' = 186°.35'.32".5
	31. 7		29. 8
S	31. 4	D	33. 0
	31. 5		31. 3

10 luglio.

Cerchio 90° — $\alpha = 1^h.23^m.01^s.66$ $\delta = 88°.46'.21''.26$

S	A' = 186°.35'.32".6	D	A' = 186°.35'.33". 7
	30. 7		31. 5
D	31. 6	S	32. 5
	31. 6		32. 9

Cerchio 120° — $\alpha = 1^h.23^m.01^s.72$ $\delta = 88°.46'.21''.27$

S	A' = 186°.35'.30".7	D	A' = 186°.35'.32".5
	31. 0		32. 3
D	31. 6	S	31. 7
	29. 9		33. 3

Cerchio 150° — $\alpha = 1^h.23^m.01^s.79$ $\delta = 88°.46'.21''.27$

D	A' = 186°.35'.30".9	S	A' = 186°.35'.29".6
	29. 8		31. 4
S	31. 5	D	31. 1
	29. 4		29. 6

Cerchio 180° — $\alpha = 1^h.23^m.01^s.85$ $\delta = 88°.46'.21''.28$

D	A' = 186°.35'.30".8	S	A' = 186°.35'.30".0
	31. 4		30. 0
S	30. 1	D	30. 9
	32. 1		29. 2

15 luglio.

Cerchio 180° — $\alpha = 1^h.23^m.06^s.72$ $\delta = 88°.46'.21''.75$

S	A' = 186°.35'.31".7	D	A' = 186°.35'.33".1
	32. 5		33. 2
D	32. 5	S	33. 8
	31. 8		32. 4

Cerchio 270° — $\alpha = 1^h.23^m.06^s.76$ $\delta = 88°.46'.21''.75$

D	A' = 186°.35'.32".8	S	A' = 186°.35'.31.0
	31. 6		32 0
S	32. 1	D	32.3
	32. 2		30.8

I valori medî risultanti delle singole serie, corretti per l'aberrazione diurna, sono ancora riassunti nel seguente specchio, dove sono aggiunte le espressioni differenziali.

DATA (1)	Posizione del cerchio (2)	A (3)	c_m (4)	c_* (5)	$c_m - c_*$ (6)	Espressioni differenziali (7)
9 luglio 1900	0°	186°.35'.29''.89	− 5''.6	+ 6''.4	− 12''.0	$dA = -0.25\,d\alpha^s - 1.09\,d\delta + 0.02\,d\varphi''$
		29. 14	− 5. 3	+ 7. 9	− 13. 2	$-0.18\,d\alpha - 1.23\,d\delta + 0.02\,d\varphi$
» » »	30°	29. 97	− 5. 5	+ 7. 4	− 12. 9	$-0.03\,d\alpha - 1.35\,d\delta + 0.03\,d\varphi$
		32. 12	− 6. 3	+ 9. 1	− 15. 4	$+0.05\,d\alpha - 1.35\,d\delta + 0.03\,d\varphi$
» » »	60°	31. 44	− 6. 0	+ 8. 1	− 14. 1	$+0.20\,d\alpha - 1.22\,d\delta + 0.02\,d\varphi$
		31. 97	− 6. 8	+ 7. 3	− 14. 1	$+0.26\,d\alpha - 1.10\,d\delta + 0.02\,d\varphi$
10 » »	90°	31. 94	− 4. 0	+ 8. 5	− 12. 5	$+0.17\,d\alpha - 1.25\,d\delta + 0.02\,d\varphi$
		32. 97	− 5. 4	+ 9. 3	− 14. 7	$-0.10\,d\alpha - 1.31\,d\delta + 0.02\,d\varphi$
» » »	120°	31. 12	− 5. 9	+ 9. 0	− 14. 9	$-0.02\,d\alpha - 1.35\,d\delta + 0.03\,d\varphi$
		32. 77	− 3. 9	+ 9. 7	− 13. 6	$+0.01\,d\alpha - 1.35\,d\delta + 0.03\,d\varphi$
» » »	150°	30. 72	− 6. 0	+ 9. 1	− 15. 1	$+0.15\,d\alpha - 1.29\,d\delta + 0.02\,d\varphi$
		30. 72	− 5. 5	+ 9. 1	− 14. 6	$+0.21\,d\alpha - 1.20\,d\delta + 0.02\,d\varphi$
» » »	170°	31. 42	− 5. 6	+ 8. 4	− 14. 0	$+0.27\,d\alpha - 1.08\,d\delta + 0.02\,d\varphi$
		30. 34	− 5. 4	+ 8. 2	− 13. 6	$+0.31\,d\alpha - 0.95\,d\delta + 0.02\,d\varphi$
15 » »	180°	32. 44	− 11. 9	− 2. 2	− 9. 7	$+0.20\,d\alpha - 1.21\,d\delta + 0.02\,d\varphi$
		33. 44	− 11. 8	− 2. 1	− 9. 7	$+0.26\,d\alpha - 1.10\,d\delta + 0.02\,d\varphi$
» » »	270°	32. 50	− 13. 0	− 1. 6	− 11. 4	$+0.32\,d\alpha - 0.95\,d\delta + 0.02\,d\varphi$
		31. 85	− 13. 2	− 0. 4	− 12. 8	$+0.35\,d\alpha - 0.79\,d\delta + 0.02\,d\varphi$

Le costanti di collimazione c_m e c_* dedotte dai puntamenti fatti sulla Mira e sulla Polare rispettivamente, e le loro differenze $c_m - c_*$, registrate nelle colonne (4), (5), (6) mostrano la dipendenza del valore di tal costante dalla inclinazione del cannocchiale. Qui è a notarsi che il reticolo venne spostato la sera del 12 luglio, ciò che ha avuto per effetto di mutare i valori numerici delle costanti c_m e c_*, senza portare una variazione notevole alla loro differenza.

Dalla combinazione dei valori della terza colonna si ricava

$$A = 186°.\,35'.\,31''.\,49 \quad \pm 0''.\,14.$$

La media delle espressioni differenziali

$$dA = +0.10\,d\alpha^s - 1.18\,d\delta'' + 0.02\,d\varphi'',$$

può assumersi come esprimente la modificazione da apportarsi a questo risultato, per tener conto di eventuali variazioni nelle posizioni apparenti della Polare, oppure nella latitudine φ.

Riduzioni in centro.

Per ridurre le osservazioni dal punto S, occupato dallo strumento, al centro trigonometrico C, si collegò S a C per mezzo di un triangolo di cui

si misurarono un lato ed i tre angoli. Dalla sua risoluzione risultò l'eccentricità

$$CS = e = 22^{m}.436 .$$

Misurato poi in C l'angolo compreso fra la direzione di M. Mario e la direzione dello strumento, ed aggiuntovi l'azimut noto di M. Mario, si ottenne l'azimut della direzione dal Centro allo Strumento

$$\alpha = 324^{\circ}.\,20'.\,20''.$$

Se con questo si determinano i due angoli A_0 ed ε segnati in figura, si ha

$$A_0 = 144^{\circ}.\,20'\,20'' \qquad \varepsilon = 42^{\circ}.\,15'.\,11''.$$

La riduzione in centro della latitudine risulta quindi

$$\Delta\varphi = -\frac{e \cos \alpha}{R \operatorname{arc} 1''} = -0''.\,59 .$$

Per l'azimut invece, detta s la distanza Centro-M. Mario ($\log s = 4{,}55525$) si ha

Correzione per il centramento della direzione. . . . $= \dfrac{e \operatorname{sen} \varepsilon}{s \operatorname{arc} 1''} = 1'.\,26''.\,65$

Convergenza dei meridiani fra S e C . . . . . $= \dfrac{e \operatorname{sen} A_0}{N \operatorname{arc} 1''} \operatorname{tg} \varphi = \quad 0''.\,38$

Riduzione in centro dell'azimut . . . . $\Delta A = 1'.27''.\,03$

Queste due riduzioni, applicate ai valori precedentemente determinati, conducono ai risultati finali:

Latitudine astronomica di M. Soratte (centro del segnale)

$$\varphi = 42^{\circ}.\,14'.\,46''.\,52 \pm 0''.\,10 \quad \text{(Epoca 1900.53)}$$

Azimut astronomico della direzione M. Soratte - M. Mario

$$A = 186^{\circ}.\,36'.\,58''.\,52 \quad \pm 0''.15 \quad \text{(Epoca 1900.52)}$$

Attrazione locale.

Se si fa il confronto fra questi valori astronomici e quelli geodetici provenienti da Castanèa (assunto come punto origine) e calcolati dall'Istituto Geografico Militare, attraverso alla rete di primo ordine compensata, si ottiene

Latitudine di M. Soratte { astronomica . . . . . . $\varphi_a = 42°. 14'. 46''.52$
geodetica . . . . $\varphi_g = 42°. 14'. 40''.76$

$\varphi_a - \varphi_g = + 5''.76$

Azimut della direzione M. Soratte - M. Mario { astronomico. . . . . . . $A_a = 186°. 36'. 58''.52$
geodetico . . . . $A_g = 186. \ 37. \ 01.48$

$A_a - A_g = - 2''.96$

Le due componenti dell'attrazione locale, definite dalle formole

$$\xi = \varphi_a - \varphi_g \qquad \eta = (A_a - A_g) \operatorname{cotg} \varphi_a$$

risultano quindi

$$\xi = + 5''.76 \qquad \eta = - 3''.26 .$$

Per formarsi un concetto dell'andamento delle attrazioni locali nei dintorni di Roma, nello specchietto seguente si riuniscono i valori di ξ ed η ora trovati, a quelli precedentemente ottenuti negli altri punti. Questi punti vi sono disposti per latitudini crescenti: le longitudini riportate hanno la loro origine a Castanèa.

Punto	Latitudine geodetica	Longitudine geodetica	ξ	η
Monte Pisarello.	41°. 28'. 36''. 24	— 2°. 51'. 44''. 61	— 0''. 04	— 2''. 16
Monte Cavo	41. 45. 02. 12	— 2. 48. 39. 87	+ 1. 44	—
Fiumicino	41. 46. 12. 86	— 3. 17. 33. 23	+ 1. 88	— 2. 17
Monte Mario.	41. 55. 24. 38	— 3. 04. 06. 32	+ 1. 91	— 0. 84
Monte Soratte	42. 14. 40. 76	— 3. 01. 06. 70	+ 5. 76	— 3. 26

Di quì emerge come la componente meridiana della attrazione locale vada sempre crescendo nel procedere da Sud a Nord, fino a raggiungere a M. Soratte un valore abbastanza rilevante.

I precedenti valori delle attrazioni locali non sono però, e non possono ancora essere, definitivi. In primo luogo le coordinate astronomiche introdotte in calcolo sono riferite alle *posizioni istantanee* del Polo e non alla *posizione media.* Ciò si sarebbe potuto fare per i primi quattro punti, ma non

per il quinto, determinato in epoca alla quale ancora non si estendono gli elementi di riduzione dell'ultimo Rapporto di Albrecht (1).

Ma anche le coordinate geodetiche dovranno subire delle variazioni, in seguito alla nuova compensazione cui la rete di primo ordine dovrà essere assoggettata, almeno parzialmente, per stabilire l'accordo geometrico delle basi fra loro. Le norme generali, da adottarsi in tale compensazione, furono fissate nella seduta della Commissione Geodetica Italiana del 27 giugno 1900 (2).

In tale seduta venne riaffermata la risoluzione, precedentemente adottata, di assumere il punto di Monte Mario come origine delle coordinate geodetiche dei vertici della rete. Su proposta del prof. Schiaparelli venne stabilito di eseguire in quel punto una nuova stazione astronomica completa di latitudine, longitudine ed azimut, sia per uniformarsi alle prescrizioni della Commissione Geodetica Internazionale, la quale vuole che le stazioni astronomiche di primo ordine (punti di Laplace) siano eseguite in doppio, con strumenti diversi, metodi diversi ed anche diversi osservatori, sia per venire ad una decisione circa la discordanza che la mia latitudine presenta con quella del prof. Respighi.

Ed io non posso che affrettare col desiderio la esecuzione di tali operazioni, le quali avranno per effetto di sostituire in modo definitivo l'ellissoide di Monte Mario a quello di Castanèa, nelle ricerche aventi per oggetto la determinazione della forma del Geoide.

Fisica terrestre. — *Sul terremoto del 24 aprile 1901 nei pressi di Palombara Sabina.* Nota del dott. LUIGI PALAZZO, presentata dal Socio TACCHINI.

Còmpito della presente Nota è di dare breve comunicazione all'Accademia sul terremoto che, nel giorno 24 aprile 1901 intorno a $15^h 20^m$, fu avvertito dalla maggior parte della cittadinanza di Roma e che ebbe la sua origine nei pressi di Palombara Sabina.

Nel giorno e nell'ora anzidetta, io mi trovavo all'ultimo piano dell'Ufficio Centrale di Meteorologia e casualmente stavo in osservazione dinanzi ad un pendolo regolatore. Avvertita, per successivi sussulti del pavimento, la leggiera ma pur ben sensibile scossa, potei rilevare tosto dall'orologio a pendolo l'ora del fenomeno, che, tenuto conto della correzione spettante all'orologio, risultò essere $15^h 20^m 25^s$. Giudicai di 5-6 secondi la durata

(1) *Bericht über den Stand der Erforschung der Breitenvariation am Schlusse des Jahres 1899.* Berlin 1900.

(2) *Processo verbale delle sedute della Commissione Geodetica Italiana* tenute in Milano nel settembre 1895 e nel giugno 1900. Firenze 1900.

dello scuotimento. Subito dopo discesi nel sotterraneo, dove sono collocati gli strumenti sismici del nostro Ufficio; ed il prof. Cancani, che già mi aveva preceduto, mi fece vedere i due nitidi sismogrammi che erano stati ottenuti, l'uno col mezzo del suo sismometrografo a registrazione veloce-continua sul nerofumo (m. 10 e kg. 300), l'altro mediante il sismometrografo a doppia velocità del prof. Agamennone (m. 8 e kg. 100), nel quale ultimo la grande velocità era entrata in giuoco dopo circa 25^s dalla comparsa dei primi, piccolissimi tremiti. Il sismogramma fornito dall'apparato Cancani si iniziava a 15^h 20^m 7^s, con oscillazioni di brevissimo periodo, forse un decimo di secondo, le prime delle quali per la loro ristrettezza dovettero non riuscire percettibili all'uomo (1); in seguito, le oscillazioni rapide, pur mantenendo il medesimo periodo, divenivano più ampie; da ultimo, il sismogramma si prolungava con una serie di numerose ondulazioni di periodo relativamente lungo, ma assai appiattite cioè poco ampie. La registrazione del sismogramma ha durato complessivamente non più di quattro minuti primi (2). Tale breve durata della registrazione sismica ed il carattere particolare dei tremiti preliminari lasciavano prevedere, per l'attuale terremoto, una distanza dell'epicentro piuttosto piccola.

La supposizione che il terremoto avesse avuto un'origine vicina a Roma, ebbe conferma, nella mattina seguente, da un telegramma del Sindaco di Palombara Sabina, col quale si dava l'annuncio di forte scossa di terremoto risentita nel pomeriggio del giorno innanzi, di case crollate o lesionate nelle vicine frazioni del Comune, di vibrazioni del suolo e rombi che continuavano ad intervalli; e si invocava la presenza di un sismologo che consigliasse opportunamente la popolazione terrorizzata, la quale erasi attendata all'aperto. Pertanto, nella mia qualità di reggente l'Ufficio, disposi che il prof. Cancani partisse sollecitamente alla volta di Palombara, dandogli l'incarico di studiare sul luogo gli effetti e le particolarità della perturbazione sismica.

Il prof. Cancani, giunto sul luogo, rilevò che sebbene il paese di Palombara fosse stato colpito da scossa assai forte (tra il grado VI e il VII della scala sismica Mercalli), non ne erano conseguite che rare ed insignificanti lesioni negli edificî; e ciò perchè il paese è costruito su roccia compatta calcarea, e le case edificate con eccellenti materiali e con malte di ottima pozzolana. Queste ed altre ragioni fecero ritenere al prof. Cancani

(1) Ciò spiega l'anticipo di una ventina circa di secondi dell'ora strumentale su quella da me ricavata coll'osservazione diretta fatta al pendolo. D'altra parte l'ora da me data può stimarsi affetta da un'incertezza di ± 5^s, occorsa nel riportare la lettura dell'orologio al primo momento della percezione della scossa.

(2) Anche all'Osservatorio geodinamico di Rocca di Papa la scossa fu segnalata con bellissimi diagrammi dal sismometrografo Agamennone e dal microsismografo Vicentini.

estremamente improbabile la imminenza di grave pericolo per il paese, e valsero a ricondurre nella popolazione la calma sufficiente per rientrare nelle proprie abitazioni.

Ma se Palombara, o, specificando meglio, il nucleo principale del Comune di tal nome, erasi trovato in ottime condizioni per resistere alla violenta scossa del 24 aprile, non così era il caso per le due frazioni, Cretone e Stazzano, del comune stesso.

A Stazzano, frazione di 113 abitanti, costituita da misere casupole poggianti su terreno poco coerente (argille e sabbie del pliocene, ricoperte da un *cappellaccio* di tufo vulcanico di trasporto), quattro o cinque case erano quasi completamente diroccate, le altre divenute inabitabili. Colà il disastro avrebbe potuto essere enorme, se i paesani, in parte perchè intenti ai lavori agricoli, in parte perchè messi sull' allarme da leggere scosse che da alcuni giorni ripetutamente si avvertivano, non si fossero trovati all' aperto nel momento della scossa forte, cosicchè per fortuna non si ebbero a deplorare vittime.

La frazione di Cretone, densa di 350 abitanti, quantunque più vicina all' epicentro (come dirò più sotto), aveva subito minori danni, e perchè costituita da fabbricati in condizioni migliori, e perchè posta su terreno alquanto più resistente. Quivi nessuna casa fu completamente rovinata; molte però furono più o meno profondamente lesionate. Danni non pochi nè lievi ha sofferto il magnifico castello baronale, quantunque esso abbia mura spessissime. Il Cancani ha trovato i cretonesi molto allarmati pel frequente ripetersi di leggiere scosse, precedenti e susseguenti alla scossa forte, e pel succedersi continuo di cupi rombi spesso accompagnati da vibrazioni del terreno.

A un chilometro di distanza da Cretone, a 6 da Palombara e da Stazzano, esiste una sorgente solfurea, incrostante, della portata di circa $^1/_4$ di m^3 al secondo. Nelle adiacenze di essa si notarono gli effetti dinamici i più potenti: uomini e quadrupedi furono rovesciati a terra, qualche albero avente rami disseccati, nella violenza della scossa, ebbe questi ultimi troncati e lanciati a distanza. I rombi sembrano provenire dalla parte della sorgente. Tutto induce ad ammettere che ivi trovisi l' epicentro del terremoto, e che vi sia un nesso fra questa sorgente e gli attuali fenomeni sismici. Invero, appare ragionevole l' ipotesi che le acque della sorgente solfurea e depositante carbonato calcico, provengano da strati profondi di calcare, corrodano questo e vi scavino canali e caverne; in seguito al lento lavorìo delle acque, alcuni strati possono essere venuti a mancare del necessario sostegno, quindi ad un dato momento aver finito per dislocarsi o spezzarsi, assestandosi, e con ciò aver dato origine al terremoto. Secondo quest' ipotesi, il terremoto attuale sarebbe dunque un terremoto *per assestamento di strati*, vale a dire di origine tettonica. E anche, può forse pensarsi che nella produzione dei

rombi abbia qualche parte il gas idrogeno solforato, il cui sviluppo collegasi coll'anzidetta sorgente.

La temperatura della sorgente, rilevata dal Cancani, è di circa 12° superiore alla temperatura media annuale dell'aria; cosicchè facendo il calcolo in base al noto grado geotermico, difficilmente potrebbe assegnarsi, per la profondità dell'origine della sorgente, valore superiore al mezzo chilometro. Ammesso adunque che negli strati da cui trae origine la sorgente, risieda l'ipocentro del terremoto, si dovrebbe concludere che il centro sismico sotterraneo sia relativamente poco profondo; e se ne avrebbe la conferma nel fatto che gli effetti dinamici più violenti sono rimasti circoscritti ad un'area ristrettissima.

È poi per l'appunto cosa assai degna di nota che, ad onta della quasi superficialità dell'ipocentro e della ristrettezza dell'area epicentrale, lo scuotimento sismico delle $15^h 20^m$ del giorno 24 aprile abbia potuto propagarsi fino a grandi distanze, cioè fino a Casamicciola ed a Padova, dove fu registrato dagli strumenti dell'Osservatorio Geodinamico e dell'Istituto Fisico, rispettivamente; il che è una nuova prova dell'estrema sensibilità e squisita delicatezza degli apparati di cui dispone l'odierna sismologia.

Come già ebbi incidentalmente ad accennare nel corso del mio dire, parecchie scosse più o meno leggiere precedettero quella grande del 24 aprile, e ciò, pare, fin dal giorno 21; altre numerose poi ne seguirono, quasi quotidianamente fino ad oggi. Esse furono avvertite in special modo dagli abitanti di Palombara e delle rispettive frazioni, nonchè dai vicini paesi di Mentana, Monterotondo, Montelibretti, Moricone; buona parte di esse furono registrate dai sismografi di Roma (Collegio Romano) e di Rocca di Papa. La più notevole fra queste scossette *secondarie*, per così chiamarle, fu indubbiamente quella che seguì nella sera dello stesso giorno 24, ad ore $22^h 23^m$ circa; scossa che fu risentita anche da non poche persone in Roma stessa, a Rieti, e che giunse ad essere segnalata persino dagli strumenti dell'Osservatorio di Casamicciola.

Non sarebbe per ora possibile dare l'enumerazione completa di tutte le singole scosse, colle quali si è manifestato, e va tuttora manifestandosi, un periodo di perturbazione sismica non privo di interesse, avente il suo focolare nella regione tra Palombara Sabina e Monterotondo. Lo studio meglio approfondito e dettagliato del fenomeno, sarà fatto dal prof. Cancani, il quale si è recato una seconda volta sul posto; ed a suo tempo sarà pubblicato nel *Bollettino della Società Sismologica Italiana*.

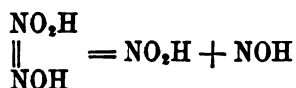
Chimica. — *Sopra una nuova reazione delle aldeidi* [1]. Nota del dott. ENRICO RIMINI, presentata dal Socio PATERNÒ.

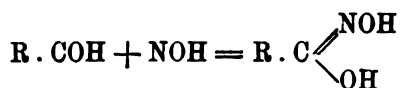
Molte delle reazioni che sono proprie delle aldeidi, come è noto, vengono fornite anche da sostanze di altra natura. Così l' idrossilammina e le idrazine reagiscono anche con i chetoni: vi sono chetoni che colorano la soluzione solforosa di fucsina, come pure vi sono molte sostanze organiche, non aldeidiche, che riducono le soluzioni alcaline di rame ed argento. Si può quindi dire che ancora non conosciamo una reazione che permetta, anche operando sopra piccolissima quantità di prodotto, di riconoscere le aldeidi e di stabilire in modo non dubbio che un composto appartenga a questa classe di sostanze.

La trasformazione dell'aldeide nel corrispondente acido richiede rilevanti quantità di materiale puro che non sempre si hanno a disposizione; quando poi si tratta di miscugli complicati, molte volte è impossibile ricavare ed identificare le piccole quantità di aldeidi che essi possono contenere.

Per queste ragioni io da molto tempo mi sono occupato per stabilire un metodo che permetta di riconoscere le aldeidi soltanto, e credo di avere risolto il problema giovandomi di una reazione che Angeli ha ultimamente scoperta nel corso dei suoi studî sopra l'*acido nitroidrossilamminico*.

Come è noto i sali di questo acido possono scindersi facilmente in acido nitroso e nel residuo (NOH):

$$\begin{matrix} NO_2H \\ \| \\ NOH \end{matrix} = NO_2H + NOH$$

ora se vi sono presenti aldeidi, queste fissano tale residuo per formare *acidi idrossammici*:

$$R.COH + NOH = R.C\begin{matrix} \nearrow NOH \\ \searrow OH \end{matrix}$$

Gli acidi idrossammici si formano nella quantità teoretica e si possono facilmente riconoscere, anche in minime quantità, per intensa colorazione rosso violetta che le loro soluzioni forniscono un cloruro ferrico. In questo caso peraltro si ha lo svantaggio che assieme all' acido idrossammico si forma del nitrito, il quale molte volte può alterare o rendere instabilissima la reazione di tali acidi, per il fatto che queste sostanze, in soluzione acida, vengono facilmente decomposte dall'acido nitroso.

[1] Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica Farmaceutica della R. Università di Palermo.

Non mi è stato difficile togliere questo inconveniente impiegando altre sostanze di struttura analoga all'acido nitroidrossilamminico.

Io ho trovato infatti che anche l'acido scoperto da Piloty $C_6H_5 . SO_2 . NHOH$ reagisce sulle aldeidi in modo identico, perchè in soluzione alcalina si scinde in acido *benzolsolfinico* e nello stesso residuo (NOH):

$$C_6H_5 . SO_2 . NHOH = C_6H_5 SO_2H + NOH .$$

Operando in tal modo, le reazioni degli acidi idrossammici sono oltremodo nette e stabilissime.

Io ho già provate molte aldeidi e sempre con risultato positivo.

Fra le altre citerò le aldeidi formica, acetica, valerianica, acrilica, citral, gliossal, aldeide glicerica, benzoica, piperonilica, anisica, salicilica, furfurolo e l'amminovaleraldeide $NH_2 . CH_2 . CH_2 . CH_2 . CH_2 . COH$ di Wolffenstein. Anche l'acido formico (che nello stesso tempo è anche aldeide), dà, per tale trattamento, la reazione degli acidi idrossammici.

PARTE SPERIMENTALE.

I. — Aldeide benzoica.

Si sciolgono, in una bevuta, grammi 3,25 di aldeide benzoica in poco alcool, si aggiungono 30 centimetri cubici di una soluzione doppio normale di potassa caustica, ed agitando si fanno cadere nella miscela 5 grammi dell'acido Piloty [1] e da ultimo si versano altri 15 centimetri cubici della soluzione potassica. Le quantità fatte reagire tanto in questo caso, quanto in quelli che si descrivono in appresso, corrispondono a tre molecole di alcali per ciascuna di acido e di aldeide.

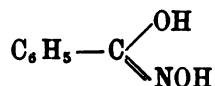
Durante tale operazione si nota un leggero riscaldamento del liquido; ma non si avverte sviluppo gassoso, fatto questo che sta a denotare che il gruppo NOH viene completamente fissato dall'aldeide, man mano viene posto in libertà dall'acido.

Allorquando la soluzione è completa ed il liquido omogeneo, si elimina l'alcool per distillazione. Si raffredda il residuo, lo si neutralizza con acido acetico, si filtra e dal filtrato, per aggiunta di una soluzione di acetato di rame, si ottiene un precipitato celeste chiaro, costituito dal sale di rame dell'*acido benzidrossammico*, mentre l'*acido benzolsolfinico*, che contemporaneamente si forma, rimane in soluzione.

[1] Per brevità d'ora innanzi indicherò l'acido benzolsolfoidrossammico col nome del suo scopritore.

Il sale, preparato nel modo su descritto, dopo essere stato ripetutamente lavato sul filtro, viene stemperato in poc'acqua e poscia decomposto con acido cloridrico diluito. Si filtra per separare quel poco di sale sfuggito alla decomposizione e si estrae più volte con etere il liquido filtrato. Per lenta evaporazione del solvente si ottiene una sostanza bianca, che dopo essere stata lavata su filtro con poco etere, viene essicata nel vuoto sino a peso costante.

Tale prodotto fonde a 131-132° ed all'analisi dà numeri che concordano con quelli richiesti dalla formula dell'acido *benzidrossammico*.

$$C_6H_5-C\begin{matrix}\diagup OH \\ \diagdown NOH\end{matrix}$$

Grammi 0,1850 di sostanza diedero centimetri cubici 16,4 di azoto misurati alla temperatura di 14 centigradi ed alla pressione di 754 millimetri.

In cento parti:

Calcolato per $C_7H_7NO_2$	Trovato
N = 10,21	10,50

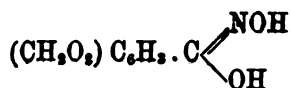
Oltre i risultati analitici, parlano altresì in favore di un acido benzidrossammico, i prodotti della sua scissione. Infatti, bollendo a ricadere per circa mezz'ora un poco dell'acido di cui si tratta, con acido solforico diluito, allorquando si raffredda la soluzione, questa in parte solidifica pel separarsi di *acido benzoico* che agevolmente si riconosce dal suo punto di fusione e perchè sublimabile.

Evaporando poi le acque madri si hanno cristalli di *solfato d'idrossilammina* che vengono identificati coi reattivi di Nessler e di Fehling, coll'acido iodico e colla reazione del nitroprussiato sodico dimostrata dall'Angeli, caratteristica per l'idrossilammina.

II. — Aldeide piperonilica.

A grammi 4,5 di piperonal sciolti in alcool ed alcalinizzati con 30 centimetri cubici di potassa, vengono addizionati 5 grammi di acido Piloty e poscia altri 15 centimetri cubici dell'alcali. Dopo aver lasciato il liquido in riposo per un poco di tempo, si distilla l'alcool, si raffredda il residuo, lo si filtra per separare piccole quantità di piperonoino che si formano per azione dell'alcali sul piperonal, e si acidifica il filtrato con acido solforico diluito. Precipita in tal modo una bellissima sostanza bianca che disseccata viene purificata cristallizzandola dall'acetone.

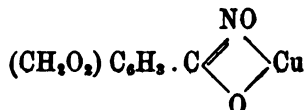
Essa fonde con decomposizione a 172-173° ed all'analisi risulta trattarsi dell'acido *piperonalidrossammico*:

$$(CH_2O_2)\,C_6H_3\,.\,C\begin{cases}NOH\\OH\end{cases}$$

Grammi 0,1646 di sostanza diedero centimetri cubici 10,9 di azoto misurati alla temperatura di 15 centigradi ed alla pressione di 754 millimetri.

In cento parti:

Calcolato per $C_8H_7NO_4$	Trovato
N = 7,73	7,81

L'acido piperonalidrossammico, analogamente alla maggior parte degli acidi idrossammici, può dare un sale di rame insolubile. Per ottenerlo si scioglie a caldo l'acido in una soluzione di carbonato sodico, e si aggiunge acetato di rame previa acidificazione con acido acetico per decomporre l'eccesso di carbonato. Si ottiene in tal modo un precipitato verde chiaro, che filtrato e seccato viene bollito a ricadere con acetone in cui si disciolgono le tracce di acido che non sono salificate. Secondo risulta dall'analisi, bisogna ammettere per questo sale la seguente formula di costituzione:

$$(CH_2O_2)\,C_6H_3\,.\,C\begin{cases}NO\\O\end{cases}Cu$$

Grammi 0,2176 di sostanza diedero centimetri cubici 12 di azoto misurati alla temperatura di 17 centigradi ed alla pressione di 745 millimetri.

In cento parti:

Calcolato per $C_8H_5NO_4Cu$	Trovato
N = 5,78	6,38

Estraendo con etere le acque madri, dalle quali fu in precedenza separato l'acido piperonalidrossamico, ed evaporando il solvente si ottiene un secondo prodotto che cristallizza in magnifici mammelloncini. Questi purificati col benzolo fondono a 83°, precisamente come è richiesto per l'acido *benzolsolfinico* $C_6H_5SO_2H$. Ciò nonostante, per eliminare ogni dubbio, ho creduto opportuno prepararne il sale argentico.

A tal uopo si scioglie la sostanza in poc' acqua calda e dopo aver filtrata la soluzione a caldo, la si raffredda e si tratta con nitrato d'argento, precipitando così il sale argentico che, filtrato, è sottoposto a replicati lavaggi con

acqua. Per determinare la percentuale di argento contenuta in questo sale, se ne sospende una certa quantità, mantenuta prima nel vuoto sino a costanza di peso, in acqua calda acidulata con acido nitrico e si versa acido cloridrico il leggero eccesso, lasciando il bicchiere in cui si opera, a bagnomaria per circa due ore. Tutto l'argento è così convertito in cloruro e come tale raccolto e pesato.

Grammi 0,5888 di sostanza diedero grammi 0,3208 di cloruro d'argento.

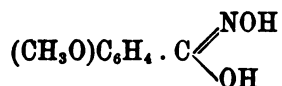
In cento parti:

Calcolato per $C_6H_8SO_3Ag$	Trovato
Ag = 43,37	43,19

III. — Aldeide anisica.

Nella soluzione alcoolica di 4 grammi di aldeide anisica mescolati con 30 centimetri cubici dell'alcali su menzionato, si fanno cadere poco a poco, mantenendo agitata la bevuta in cui avviene la reazione, 5 grammi dell'acido di Piloty, ed allorchè questo si è completamente sciolto, si aggiungono altri 15 centimetri cubici del liquido potassico. Dopo circa mezz'ora si scaccia l'alcool per distillazione, si diluisce il residuo con acqua, si filtra e dopo aver addizionato al filtrato alcune gocce di metilorange, si acidifica con acido solforico diluito.

Per tale trattamento si separa una sostanza che filtrata, seccata e purificata per successive cristallizzazioni dell'acetone, fonde a 166°. I risultati dell'analisi dimostrano trattarsi dell'acido *anisidrossammico*:

$$(CH_3O)C_6H_4 . C\begin{matrix} \diagup NOH \\ \diagdown OH \end{matrix}$$

Grammi 0,0934 di sostanza diedero centimetri cubici 6,7 di azoto misurati alla temperatura di 14 centigradi ed alla pressione di 756 millimetri.

In cento parti:

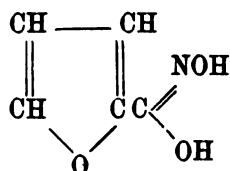
Calcolato per $C_8H_9NO_3$	Trovato
N = 8,38	8,52

IV. — Furfurolo.

Grammi 2,80 di aldeide furfurica vengono trattati, seguendo le prescrizioni ricordate pei casi precedenti, con 45 centimetri cubici della soluzione potassica e 5 grammi dell'acido di Piloty. Compiutasi la reazione, per aggiunta di acetato di rame si separa un bel precipitato color verde bottiglia corrispondente al sale di rame dell'*acido furfuridrossammico*.

Per porre questo in libertà è necessario stemperare accuratamente il sale in poca acqua ed aggiungere acido cloridrico diluito sino a che tutto il precipitato è quasi completamente disciolto. Allora si filtra, si estrae una volta il filtrato con etere, in cui l'acido furfuridrossammico è insolubile, allo scopo di eliminare buona parte delle impurità.

Dopo questo trattamento bisogna estrarre il liquido ripetutamente (non meno di dodici o quindici volte) con etere acetico. Evaporando lentamente questo solvente, rimane un prodotto che sciolto in acetone viene trattato a freddo con nero animale. In fine dopo avere eliminato l'acetone dal filtrato, si riprende il residuo con etere in cui si sciolgono le ultime tracce di impurità e rimane così la sostanza pura che fonde a 128° e che sottoposta all'analisi dà numeri i quali corrispondono a quelli richiesti dalla formula:

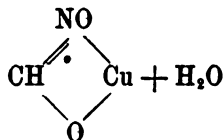
```
CH —— CH
||     ||   NOH
CH     C C⫽
 \   /    \
   O       OH
```

Grammi 0,1180 di sostanza diedero centimetri cubici 11 di azoto misurati alla temperatura di 14 centigradi ed alla pressione di 754 millimetri.

In cento parti:

Calcolato per $C_5H_5NO_3$	Trovato
N = 11,02	11,05

V. — Aldeide formica.

Grammi 3 di una soluzione di aldeide formica al 40 % vengono addizionati dapprima con 30 centimetri cubici della soluzione di potassa caustica, poscia con 5 grammi dell'acido di Piloty, mantenendo nel frattempo la bevuta bene agitata, ed allorquando l'acido si è disciolto si aggiungono altri 15 centimetri cubici dell'alcali. Per agevolare la reazione è bene scaldare leggermente a bagnomaria per circa venti minuti, trascorsi i quali si raffredda, si neutralizza con acido acetico diluito, si filtra ed al filtrato si aggiunge acetato di rame con che si ottiene un precipitato costituito dal sale di rame dell'*acido formidossammico*. Questo sale, previ ripetuti lavamenti con acqua, è dapprima disseccato all'aria e poscia nel vuoto fino a costanza di peso. Due determinazioni di azoto diedero numeri i quali conducono alla formula:

```
     NO
   ⫽   \
CH       Cu + H₂O
   \   /
     O
```

I. Grammi 0,1320 di sostanza diedero centimetri cubici 11,5 di azoto misurati alla temperatura di 14 centigradi ed alla pressione di 748 millimetri.

II. Grammi 0,1560 di sostanza diedero centimetri cubici 13,3 di azoto misurati alla temperatura di 15 centigradi ed alla pressione di 750 millimetri.

In cento parti:

Calcolato per $CHNO_2Cu + H_2O$	Trovato I	Trovato II
N = 10	10,24	10,17

VI. — Aldeide etilica.

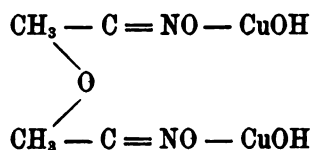
Operando sull'aldeide etilica, diluita con quattro volumi di acqua, in modo pressochè identico a quello descritto per la formaldeide, si ottiene per l'aggiunta dell'acetato di rame un precipitato voluminoso color verde bottiglia, che lavato accuratamente su filtro ed essicato all'aria, viene posto nel vuoto sino a che non abbia raggiunto un peso costante. I risultati dell'analisi portano ad ammettere per questo sale la formola $C_2H_3NO_2Cu$.

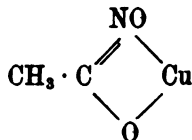
Grammi 0,1906 di sostanza diedero centimetri cubici 17,1 di azoto misurati alla temperatura di 14 centigradi ed alla pressione di 757 millimetri.

In cento parti:

Calcolato per $C_2H_3NO_2Cu$	Trovato
N = 10,29	10,67

Alcuni anni or sono il Crismer [1], per azione dell'acetato di rame sull'acido acetidrossammico preparato, secondo le prescrizioni di Hoffmann, facendo reagire l'idrossilammina sull'acetamide, ottenne un sale ch'egli ritiene costituito dall'anidride dell'acetidrossamato di rame della formola:

$$\begin{array}{l} CH_3 - C = NO - CuOH \\ \quad\;\; \diagdown \\ \qquad O \\ \quad\;\; \diagup \\ CH_3 - C = NO - CuOH \end{array}$$

Il sale da me ottenuto deve invece essere rappresentato dal seguente schema:

$$\begin{array}{ccc} & NO & \\ CH_3 \cdot C & \diagup\!\!\!\diagup \quad \diagdown & Cu \\ & \diagdown \quad \diagup & \\ & O & \end{array}$$

[1] Bulletin de la Société chimique de Paris. Troisième série, tome III, pag. 121.

VII. — Aldeide isovalerianica.

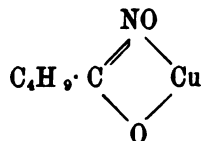
Si diluiscono grammi 2,8 di isovaleraldeide con alcool e si trattano, nel modo descritto per le aldeidi aromatiche, colle quantità richieste di alcali ed acido di Piloty. L'acetato di rame determina in questo caso la precipitazione di un sale verde chiaro, che dopo essere stato lavato alla pompa con acqua ed essicato all'aria, deve essere lavato con etere per asportare le tracce di aldeide che ancora lo inquinano. Questo sale portato nel vuoto a peso costante e sottoposto all'analisi, dà numeri quali sono richiesti della formola $C_5H_9NO_2Cu$.

Grammi 0,1560 di sostanza diedero centimetri cubici 10,5 di azoto misurati alla temperatura di 14 centigradi ed alla pressione di 748 millimetri.

In cento parti:

Calcolato per $C_5H_9NO_2Cu$	Trovato
N = 7,86	7,90

A questo sale pertanto, analogamente al sale ramico degli acidi piperonalidrossammico ed acetidrossammico, si dovrà attribuire la seguente costituzione.

$$C_4H_9\cdot C \begin{matrix} \overset{NO}{\diagup\!\!\diagup\quad\diagdown} \\ \diagdown\quad\diagup \\ O \end{matrix} Cu$$

Mi riservo di estendere lo studio di questa reazione e di applicarla alla ricerca qualitativa e quantitativa delle aldeidi, specialmente negli alcool e bevande spiritose.

Chimica. — *Costituzione dei composti organo-mercurici dell'acido benzoico.* Nota di L. Pesci, presentata dal Socio G. Ciamician.

In una mia Nota precedente [1] descrissi l'anidride ossimercuriobenzoica, $C_6H_4 \genfrac{}{}{0pt}{}{Hg}{CO}\!\!>\!O$, ed i prodotti di salificazione del corrispondente acido ossimercuriobenzoico, $C_6H_4 \genfrac{}{}{0pt}{}{Hg\,OH}{COOH.}$ Non avevo però determinato il posto occupato in questi prodotti dal mercurio, ed opinai, basandomi sui fatti più volte osservati, che il metallo si trovasse in posizione *para*.

[1] Questi Rendiconti, serie 5ª, vol. IX, 1° sem., fasc. 7°.

Nuove ricerche mi hanno messo in grado di stabilire in modo preciso quale sia questa posizione.

Studiando infatti l'azione che l'acetato mercurico esercita sopra l'acido ftalico, ho rilevato che si svolge anidride carbonica, e si produce precisamente l'anidride ossimercuriobenzoica che si ottiene tra l'acido benzoice e l'acetato mercurico.

Non vi ha quindi dubbio che il mercurio occupa in questo prodotto il posto *orto*.

Ad una soluzione di 42 gr. di ftalato di sodio in 200 c. c. di acqua si aggiunsero, scaldando, gr. 64 di acetato mercurico sciolti in 250 c. c. di acqua, si addizionò la massa di poco acido acetico, e si portò all'ebollizione in apparecchio a ricadere. Si ebbe uno svolgimento regolare di anidride carbonica e la massa non tardò ad intorbidarsi e a produrre l'anidride ortossimercuriobenzoica sotto forma di polvere bianca pesante, che poi fu raccolta, lavata, sciolta in liscivia di soda caustica diluita, e da questa precipitata mediante corrente di anidride carbonica. Il prodotto fu precipitato trasformandolo in ossimercuriobenzoato d'ammonio e decomponendo questo sale per mezzo dell'acido acetico.

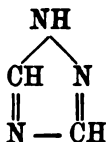
L'identità dell'anidride ossimercuriobenzoica preparata dall'acido benzoico con quella così ottenuta dall'acido ftalico, oltre che dallo stadio delle sue proprietà, fu constatata mediante la preparazione e l'esame dei composti che la medesima potè fornire, i quali erano esattamente uguali a quelli descritti nella Nota citata.

Chimica. — *Acido ortomercuriodibenzoico.* Nota di L. Pesci, presentata dal Socio G. Ciamician.

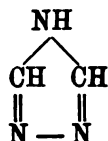
Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sintesi dei derivati del triazolo 1.3.4* (1). Nota di G. Pellizzari e C. Massa, presentata dal Socio Paternò.

Il primo dei nuclei a due atomi di carbonio e tre d'azoto conosciuti, ebbe il nome di triazolo e siccome dei triazoli isomerici ne possono esistere quattro, così per distinguerli s'indica, come è noto, con dei numeri la posizione relativa degli atomi d'azoto cominciando da quello che forma il gruppo iminico. Se nella formula del

triazolo 1.2.4 o asimetrico

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Genova.

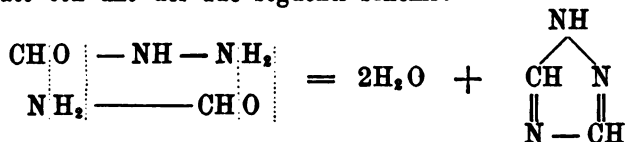
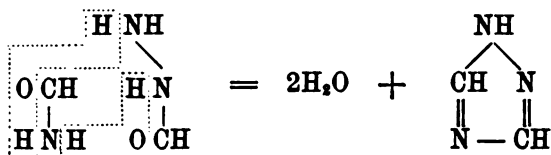
lasciando ferma la disposizione degli atomi formanti il nucleo, s'immagina soltanto che l'atomo di idrogeno legato ad uno degli azoti del residuo idrazinico, sia invece legato al terzo atomo di azoto, si ha la formula di un isomero non ancora conosciuto che potrà chiamarsi

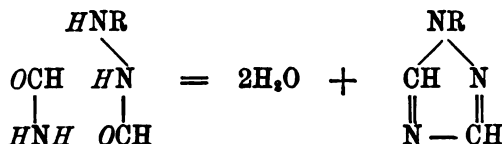
triazolo 1.3.4 o simmetrico

Mentre dei derivati del triazolo 1.2.4 se ne conoscono molti e svariate sono le reazioni colle quali si possono ottenere, dei derivati del triazolo 1.3.4 o simmetrico, non se ne conoscono che due descritti da M. Freund (1), e cioè l' 1-metil e 1-etiltriazolo ottenuti trattando con acqua ossigenata il metil e etilmercaptotriazoli preparati per eliminazione di acqua dalle corrispondenti formiltiosemicarbazidi. Colla presente Nota noi descriviamo il feniltriazolo simmetrico, ottenuto con un processo semplice, il quale oltre che ad indicare un metodo generale di sintesi dei derivati di questa serie, mostra la grande analogia e relazione di essi coi derivati del triazolo assimetrico.

Infatti fra i varî metodi coi quali fu ottenuto il triazolo, l'unico che dia subito la sostanza senza nessun passaggio è quello descritto da uno di noi (2) che consiste nell'azione della formamide sulla formilidrazide e che fu interpretato con uno dei due seguenti schemi:

$$\begin{array}{l} CH\,O \;—NH—NH_2 \\ NH_2 ——— CH\,O \end{array} = 2H_2O + \begin{array}{c} NH \\ CH \quad N \\ \| \qquad \| \\ N — CH \end{array}$$

e

$$\begin{array}{cc} & H\,NH \\ O\,CH & H\,N \\ | & | \\ H\,N\,H & O\,CH \end{array} = 2H_2O + \begin{array}{c} NH \\ CH \quad N \\ \| \qquad \| \\ N — CH \end{array}$$

Quest' ultimo schema dà inoltre ragione della formazione dell' 1 feniltriazolo 1.2.4 dalla formamide e formilfenilidrazide, e in generale degli altri derivati monosostituiti prendendo i derivati formilici di altre idrazine primarie (3)

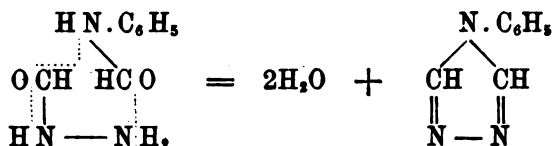
$$\begin{array}{cc} & \mathit{H}NR \\ \mathit{O}CH & \mathit{H}N \\ | & | \\ \mathit{H}N\mathit{H} & \mathit{O}CH \end{array} = 2H_2O + \begin{array}{c} NR \\ CH \quad N \\ \| \qquad \| \\ N — CH \end{array}$$

(1) Berichte XXIX, 2483.

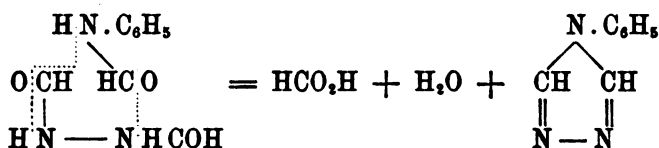
(2) Pellizzari, Gazz. chim. it., 1894, XXIV B.. 222.

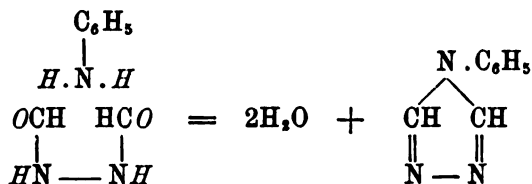
(3) Pellizzari e Massa, Gazz. chim. it., XXVI, p. 2; 413.

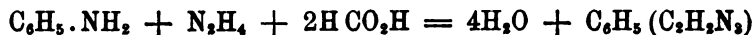
Generalizzando questa reazione, con ricerche ancora inedite, furono ottenuti in questo laboratorio anche i derivati di- e trisostituiti dello stesso triazolo 1.2.4.

Lo stesso tipo di reazione abbiamo ora trovato che può dare anche i derivati del triazolo 1.3.4. Infatti facendo agire la formilidrazide sulla formanilide si è ottenuto l'1 feniltriazolo simmetrico, e la reazione è spiegata nel seguente modo:

$$\begin{matrix} & HN.C_6H_5 & \\ OCH & & HCO \\ | & & | \\ HN & — & NH_2 \end{matrix} = 2H_2O + \begin{matrix} & N.C_6H_5 & \\ CH & & CH \\ \| & & \| \\ N & — & N \end{matrix}$$

Si può ottenere con eguale facilità lo stesso prodotto per azione della diformilidrazide sulla formanilide, e in tal caso invece di due molecole d'acqua se ne forma una di acido formico e una di acqua.

$$\begin{matrix} & HN.C_6H_5 & \\ OCH & & HCO \\ | & & | \\ HN & — & NHCOH \end{matrix} = HCO_2H + H_2O + \begin{matrix} & N.C_6H_5 & \\ CH & & CH \\ \| & & \| \\ N & — & N \end{matrix}$$

Sempre partendo dalla diformilidrazide si può avere il feniltriazolo anche per l'azione dell'anilina ed allora si eliminano due molecole d'acqua

$$\begin{matrix} & C_6H_5 & \\ & | & \\ & H.N.H & \\ OCH & & HCO \\ | & & | \\ HN & — & NH \end{matrix} = 2H_2O + \begin{matrix} & N.C_6H_5 & \\ CH & & CH \\ \| & & \| \\ N & — & N \end{matrix}$$

Questi tre procedimenti apparentemente un po' diversi, poi in sostanza non sono che modificazioni di uno stesso meccanismo di reazione. Anzi, invece di prendere i diversi derivati sopra scritti si può far derivare il feniltriazolo simmetrico direttamente da una molecola di anilina, una di idrazina e due di acido formico

$$C_6H_5.NH_2 + N_2H_4 + 2HCO_2H = 4H_2O + C_6H_5(C_2H_2N_3)$$

giacchè scaldando insieme queste sostanze, tanto che si formi in una prima fase della formilidrazide e della formanilide, come se si forma soltanto la diformilidrazide e rimane dell'anilina, si avrà poi lo stesso prodotto. Infine, se anche si adoperasse un eccesso di acido e si formasse perciò diformilidra-

zide e formanilide, la reazione avverrebbe in ogni modo e l'eccesso di acido si eliminerebbe nella seconda fase della reazione.

Parte sperimentale.

Gr. 6 di monoformilidrazide e gr. 12 di formanilide furono scaldati in una bevuta a bagno di acido solforico a 170° per circa cinque ore. Si ottenne un liquido chiaro che per raffreddamento dopo qualche tempo dà dei cristalli di feniltriazolo, che si potrebbero separare spremendoli fra carta per togliere la parte oleosa. Però meglio conviene trattare subito il prodotto con soluzione di soda a ricadere per qualche ora, allo scopo di saponificare specialmente l'anilide rimasta inalterata, quindi saturare con acido carbonico l'alcali libero, tirare a secco in capsula, scacciando così col vapor d'acqua quella po' d'anilina che può esservi ed estrarre poi col benzolo bollente dal quale si ottiene la sostanza cristallizzata che si purifica da poca acqua, impiegando un po' di carbone animale e quindi per averla purissima si ricristallizza dal benzolo.

Secondo metodo. — Gr. 11,5 di diformilidrazide e gr. 14,3 di formanilide si scaldarono a 170° per sette ore, si svilupparono vapori di acido formico e di acqua, e si ottenne un liquido giallo scuro che lasciato a sè cristallizzava; ma che fu trattato colla soda eppoi nel modo sopra descritto. Il rendimento fu circa di gr. 8.

Terzo metodo. — Si presero quantità equimolecolari di anilina e di diformilidrazide, si scaldarono per sette ore, a 170° e il prodotto si trattò nel solito modo. Non si paragonò in modo preciso il rendimento coi tre procedimenti, ma certamente possiamo dire che i primi due sono preferibili.

gr. 0,2705 di sostanza dettero gr. 0,6562 di anidride carbonica e gr. 0,1237 di acqua

gr. 0,1275 di sostanza dettero 32 c.c. d'azoto a 25°.5 e 750 mm.

e in parti centesimali

trovato	calcolato p. $C_8N_3H_7$
C = 66,13	66,20
H = 5,08	4,82
N = 28,85	28,96

Il feniltriazolo simmetrico ottenuto dal benzolo è in lunghi aghi, e dall'acqua è in prismi duri fs. a 121°. Non distilla inalterato, ma si decompone parzialmente. È molto solubile nell'acqua e nell'alcool, discretamente nel benzolo e pochissimo nell'etere. Si differenzia dunque molto dal suo isomero assimetrico che fonde a 47°, distilla a 266°, è solubilissimo in tutti i comuni solventi eccettuata l'acqua in cui è pochissimo solubile. Ricerche fatte dal dott. Paoletti nel laboratorio del prof. U. Mosso hanno dimostrato [1] per i due isomeri anche una notevole differenza nelle proprietà fisiologiche.

[1] Bullettino della R. Accademia medica di Genova, XVI.

Ecco le conclusioni del lavoro: il feniltriazolo simmetrico per qualunque via introdotto negli animali (rane, cani) mostra proprietà eccitanti che si manifestano con sussulti, scosse muscolari, convulsioni ed accessi convulsivi di varia durata od intensità secondo la dose. Esso spiega un'azione che manca al triazolo ed al feniltriazolo asimmetrico; poco attivo il primo, deprimente il secondo. Il feniltriazolo simmetrico merita di prender posto fra i medicamenti convulsivanti accanto alla stricnina, dalla quale differisce non tanto per il suo comportamento, quanto per il suo potere tossico e per il suo meccanismo d'azione. La dose minima mortale è di gr. 0,06 per Kg. di animale per il feniltriazolo simmetrico, mentre è di gr. 0,20 per Kg. di animale per l'isomero assimmetrico.

L'1 feniltrazolo simmetrico è indifferente alle carte, ma ha funzioni basiche formando dei sali ben definiti. Col solfato di rame da un precipitato azzurro chiaro e col cloruro mercurico o col nitrato d'argento un precipitato bianco.

Cloroplatinato di feniltriazolo simmetrico $(C_8N_3H_7, HCl)_2 PtCl_4$

Si ottiene sciogliendo la base nell'acido cloridrico di media concentrazione ed aggiungendo cloruro di platino in eccesso. Si separa in aghetti gialli che si possono cristallizzare dall'acido cloridrico in cui sono discretamente solubili a caldo.

gr. 0,2449 di cloroplatinato dettero per calcinazione gr. 0,0677 di platino

	trovato %	calcolato
Pt =	27,64	27,80

Tetracloroplato feniltriazolo simmetrico $(C_8N_3H_7)_2 PtCl_4$

Come i derivati del triazolo 1.2.4 anche questo triazolo simmetrico mostra la nota reazione di Anderson. Infatti il cloroplatinato normale fatto bollire a lungo in soluzione acquosa diluita, perde due molecole di acido cloridrico è dà una polvere gialla amorfa insolubile che è il tetracloroplatofeniltriazolo.

gr. 0,2161 di sostanza dettero per calcinazione gr. 0,0672 di platino

	trovato %	calcolato
Pt =	31,09	31,10

Picrato di feniltriazolo simmetrico $C_8N_3H_7, C_6H_3O(NO_2)_3$

La soluzione acquosa della base trattata con acido picrico dà un abbondante frecipitato giallo chiaro, che sciolto nell'alcool bollente cristallizza in aghi sottili gialli fusibili a 169°.

Gr. 0,1416 di picrato dettero 28 cc. di azoto a 28° e 760 mm.

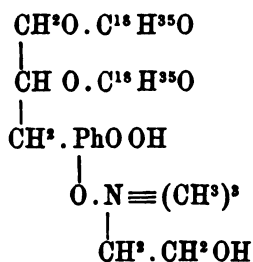
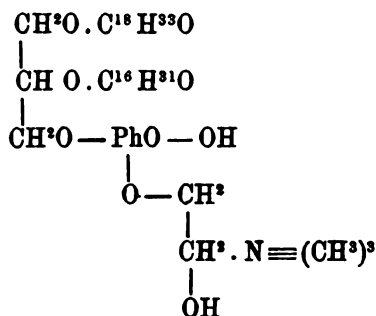
	trovato %	calcolato
N =	22,41	22,46.

Chimica. — *Attività ottica della lecitina.* Nota I di C. ULPIANI, presentata dal Socio PATERNÒ.

La costituzione della lecitina non è ancora dilucidata in tutti i suoi punti. Se fu possibile per un composto a peso molecolare così elevato, malgrado le difficoltà della preparazione e della purificazione, giungere fin dal 1869 alla formola di struttura, si deve alla facilità con cui la lecitina, così ricca di legami eterei, si decompone in costituenti di facile identificazione come l'acido glicero-fosforico, gli acidi grassi e la colina, per cui, attaccando come nei grassi naturali i radicali degli acidi grassi agli idrossili liberi della glicerina, non rimase di controverso che la maniera di aggrupparsi della colina all'acido fosforico, e da Diakonow [1] e da Strecker [2] primi investigatori della costituzione della lecitina, furono appunto emesse due formole che, prescindendo da alcune divergenze sulla natura degli acidi grassi, non differivano che per la maniera di legarsi della colina all'acido fosfo-glicerico. Diakonow ammise il legame salino, Strecker quello etereo:

$$
\begin{array}{l}
CH^2O.C^{18}H^{35}O \\
| \\
CH\ O.C^{18}H^{35}O \\
| \\
CH^2.PhO\ OH \\
\qquad | \\
\qquad O.N\equiv(CH^3)^3 \\
\qquad\quad | \\
\qquad\quad CH^2.CH^2OH
\end{array}
$$

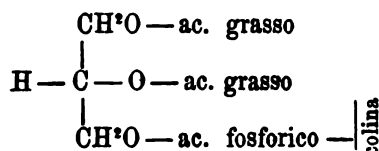
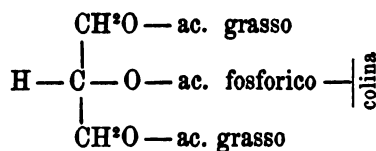
(Formola di Diakonow)

$$
\begin{array}{l}
CH^2O.C^{18}H^{33}O \\
| \\
CH\ O.C^{16}H^{31}O \\
| \\
CH^2O - PhO - OH \\
\qquad\quad | \\
\qquad\quad O - CH^2 \\
\qquad\qquad\quad | \\
\qquad\qquad\quad CH^2.N\equiv(CH^3)^3 \\
\qquad\qquad\quad | \\
\qquad\qquad\quad OH
\end{array}
$$

(Formola di Strecker)

La sintesi del distearil-glicero-fosfato di colina, fatta da Hundeshagen [3] nel 1883, dimostrò falsa la formola di Diakonow, in quanto questo sale sintetico preparato sul tracciato di Diakonow dava un cloroplatinato affatto insolubile in etere, mentre il cloroplatinato della lecitina naturale è facilmente solubile in questo solvente. Rimaneva così « per esclusione » dimostrata vera la formola di Strecker, che veniva accettata senza discussione in tutti i trattati, benchè, nello stesso lavoro di Hundeshagen, si accennasse alla possibilità dell'esistenza di due isomeri acidi glicero-fosforici e rispettivamente di

[1] Diakonow, Centr. med. Niss. 18, 68, pag. 2, pag. 97, pag. 434.
[2] Strecker, Ann. Liebig. 148, pag. 77.
[3] Hundeshagen, Iourn. für prakt. Chemie, 29, pag. 219.

due distearine una a tipo simmetrico, l'altra a tipo asimmetrico e rimanesse quindi aperta la questione: se la lecitina naturale appartenesse al tipo asimmetrico assegnatole da Strecker, in cui l'etere fosforico della colina si attacca ad un carbonio terminale della glicerina, oppure al tipo simmetrico:

```
       CH²O — ac. grasso                      CH²O — ac. grasso
        |                                      |
H — C — O — ac. grasso                 H — C — O — ac. fosforico —| colina
        |                                      |
       CH²O — ac. fosforico —| colina         CH²O — ac. grasso
```

(Tipo asimmetrico) (Tipo simmetrico)

A risolvere questa questione sono state dirette le seguenti ricerche. A me è sembrato che la ricerca del potere rotatorio della lecitina, fin'oggi non tentata, dovesse essere risolutiva in questa questione di costituzione, e che, solo dalla constatazione della sua attività ottica, potesse trovare dimostrazione la formula asimmetrica adottata generalmente; a meno che la lecitina non costituisca l'unica eccezione alla legge di Pasteur, secondo la quale ogni prodotto del metabolismo cellulare, che abbia un carbonio, asimmetrico deve esistere nella cellula allo stato di enantiomorfo.

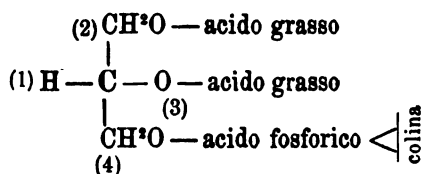
Veramente la questione, anche dal punto di vista chimico, è complessa. Fino al 1895, prima cioè dei lavori di Walden (1) che riuscì a preparare l'acido cloro-succinico attivo dall'ordinario acido levo-malico, e l'acido α-cloro-propionico attivo dal-l-lattico ecc., si dubitava perfino se la sostituzione di un alogeno ad un ossidrile in una molecola asimmetrica implicasse necessariamente la distruzione dell'attività ottica, o, in senso più generale, se per la produzione del potere rotatorio bastasse semplicemente che i quattro radicali legati al carbonio fossero comunque differenti o, non piuttosto, entrassero in giuoco altri fattori quali sopratutto la natura di questi radicali.

Hantzsch (2), nel suo trattato poneva appunto in questi termini la questione e la diceva non risoluta: Easterfield (3) negava che radicali negativi come il cloro ed il bromo potessero dare asimmetria, ed anche E. Fischer (4) notava che nei derivati alogenici non era ancora stato osservato potere rotatorio.

In ordine a queste idee, per la generalizzazione della teoria del carbonio asimmetrico, va discusso il caso della lecitina. Può dirsi « a priori »

(1) Walden, Ber. 28, pag. 1296.
(2) Hantzsch, Grundriss der Stereochemie, pag. 46.
(3) Easterfield, Iourn. of Chemical Soc.
(4) E. Fischer, Ber. 24, pag. 2687.

che la molecola della lecitina contenga un atomo di carbonio asimmetrico?

(2) CH^2O — acido grasso
|
(1) H — C — O — acido grasso
| (3)
CH^2O — acido fosforico < colina
(4)

I gruppi 2 e 4 sono gruppi alcoolici, uguali, che solo differiscono per la natura dell' acido che sostituisce l' idrogeno dell' ossidrile. Tale differenza di sostituente in due gruppi uguali basta a determinare asimmetria? Nessun caso di eteri composti misti o di sali misti è stato finora a mia conoscenza studiato sotto questo punto di vista. La legge di Oudermann (¹) secondo cui il potere rotatorio delle basi attive in soluzione acquosa diluita non viene influenzato dalla natura dell' acido cui la base è legata, è stata recentemente da Walden (²) messa su basi sperimentali in stretto rapporto colla teoria della dissociazione elettrolitica. La proprietà essenzialmente costitutiva del potere rotatorio diventa negli elettroliti (basi, sali, acidi) poco a poco additiva, mano a mano che, col crescere della diluizione, va parallelamente crescendo la dissociazione ionica, e nel caso di un elettrolita binario con due ioni attivi (sale di morfina dell' acido α-bromo-canfo-sulfonico (Walden)) diventa uguale alla somma algebrica delle rotazioni molecolari dell' anione e del catione. Quindi paragonando, per prendere il caso più semplice, il sale monopotassico e l' etere monoetilico dell' acido tartronico:

COO·(H)
(2) |
H — C — OH
(1) | (3)
COO (K
(4)

COO (H
|
H — C — OH
|
COO C^2H^5

se è facile prevedere che il sale non avrà mai, in soluzione diluita, potere rotatorio malgrado la differenza dei 4 gruppi legati al carbonio centrale, perchè la dissociazione dell' H e del K renderà uguali i gruppi 2 e 4; non è altrettanto facile prevedere per il caso dell' etere in cui il gruppo C . OOC^2H^5 non si dissocia e quindi resta differente del gruppo COO, se il carbonio centrale si comporterà come carbonio asimmetrico. La lecitina, aggruppamento etereo, asimmetrico, non elettrolita, rientra in questo ultimo caso, e, poichè ripeto, a mia conoscenza questa questione non è mai stata posta nè teori-

(¹) Oudermann, Liebig Ann. 197, pag. 66.
(²) Walden, Zeitschr. für Phys. Ch., 15, pag. 196.

camente nè sperimentalmente, non è possibile « a priori » prevedere il suo comportamento alla luce polarizzata.

Dirò subito che le ricerche seguenti hanno dimostrato che la lecitina naturale è otticamente attiva. Se si fosse dimostrata inattiva, sarebbero rimaste indecise tutte le questioni sollevate in questa introduzione, ossia:

se la lecitina ha l'acido fosforico attaccato al carbonio centrale della glicerina o al terminale;

se la lecitina, pur possedendo un carbonio asimmetrico, esista nella cellula allo stato racemico o si racemizzi nelle manipolazioni della preparazione;

se negli eteri asimmetrici del tipo della lecitina siano realizzate le condizioni per deviare il piano delta luce polarizzata.

Il risultato positivo della ricerca assegna alla lecitina la formola asimmetrica e dimostra che, mentre essa da una parte non si sottrae alla legge generale dell'Enantiomorfismo della materia vivente, dall'altra contribuisce all'allargamento della teoria del carbonio asimmetrico quale primo esempio di un etere composto misto dotato di potere rotatorio.

Preparazione del composto di lecitina e cloruro di cadmio.

Il materiale da me scelto per la preparazione della lecitina fu il giallo d'uovo. Seguendo il metodo di Strecker la lecitina venne isolata sotto forma di composto doppio di lecitina e cloruro di cadmio, eliminando soltanto la distillazione a cui Strecker sottopone il liquido alcoolico etereo adoperato per l'estrazione per allontanare l'etere. Invero tutti coloro che si sono occupati della lecitina non hanno tenuto conto del calore quale causa di racemizzazione. Diakonow e Hoppe-Seyler (1) estraggono la lecitina dal giallo d'uovo con alcool a 50° e 60° e svaporano a caldo la soluzione ottenuta. Strecker estrae con alcool ed etere e distilla quest'ultimo. Gilson (2) estrae con alcool e svapora a 50° e 60°; Schultze (3) estrae con alcool a 60° ed infine recentemente; Bergell (4) tratta addirittura il giallo d'uovo con alcool all'ebollizione. Per eliminare ogni causa possibile di racemizzazione, io ho evitato ogni riscaldamento nella preparazione della lecitina e, come si vedrà in seguito, l'esperienza ha pienamente confermato il mio modo di vedere, dimostrando che la lecitina rapidamente si racemizza o, almeno, s'idrolizza sotto l'influenza del calore.

Venti tuorli d'uova erano in un separatore agitati con mezzo litro di alcool ed etere nella medesima proporzione del 75 % di alcool e del 25% di etere. L'estrazione durava due ore. Dopo filtrazione la massa era di nuovo

(1) Hoppe-Seyler, Zeitschr. für. Phys. Ch. I, pag. 347.
(2) Gilson. Zeitschr. für Phys. Ch. 12, pag. 585.
(3) Schultze e Likiernik, Ber. 24, pag. 71.
(4) Peter Bergell, Ber. 33, pag. 2584.

trattata con un altro mezzo litro di alcool ed etere nelle medesime proporzioni. Dopo altre due ore si filtrava, si succhiava la massa residua alla pompa e si mescolavano insieme i liquidi ottenuti. Per allontanare la massima parte dell' etere, si faceva gorgogliare per circa un' ora una rapida corrente d' aria attraverso al liquido, ottenendo così la separazione di una massa oleosa che in discreta quantità si depositava in fondo.

Sul liquido filtrato si versava poco a poco una soluzione satura a freddo di cloruro di cadmio in alcool a 95°. Le prime gocce di questa soluzione determinano un intorbidamento che scompare per agitazione: seguitando ad aggiungerne, l' intorbidamento aumenta, diventa persistente e per agitazione si determina un precipitato che si raccoglie in fiocchi voluminosi nel fondo del recipiente. Questo precipitato, filtrato dalle acque madri, viene sospeso e lavato ripetutamente prima con alcool e poi con etere per liberarlo completamente dal cloruro di cadmio dai grassi e dalla colesterina.

Il composto di lecitina e cloruro di cadmio così ottenuto si presenta sotto forma di una massa perfettamente bianca che al microscopio risulta formata da sferule molto rifrangenti. Dopo essiccamento completo nel vuoto, il composto si presenta come una massa compatta, dura e traslucida come la cera, che si lascia facilmente ridurre nel mortaio in polvere fine e perfettamente bianca. Il rendimento oscilla fra gr. 0,50-0,60 per uovo. Una ulteriore estrazione della massa dai gialli d' uovo non produce un sensibile aumento di rendimento.

Il composto di lecitina e cloruro di cadmio fonde a 199°-200°. È solubile incompletamente negli ordinari solventi: dà soluzioni torbide cogli acidi diluiti: si scioglie abbastanza bene in una mescolanza di glicerina ed alcool: è perfettamente solubile, circa il 7 %, in condizioni, che in seguito saranno dettagliatamente esposte, in una mescolanza di solfuro di carbonio ed alcool o di solfuro di carbonio ed etere.

Attività ottica della Lecitina.

Da questo composto di lecitina e cloruro di cadmio preparato secondo Strecker e che le analisi dimostrano identico a quello di Strecker, io ho tentato di ottenere la lecitina per farne l' esame polarimetrico.

Il primo mezzo tentato fu quello usato da Strecker, ossia la demolizione con idrogeno solforato del composto doppio di cadmio e lecitina ridotto in polvere e sospeso in alcool. I risultati non mi sembrarono soddisfacenti. Prima di tutto la decomposizione non è totale, poichè si formano dei grumi collosi che non si sciolgono e non reagiscono quindi con l' idrogeno solforato; si ha anche produzione di un puzzo disgustosissimo che non scompare neanche portando a secco. Inoltre sembra che l' idrogeno solforato eserciti in queste condizioni una azione saponificante e produca la decomposizione di buona

parte della lecitina libera. In una esperienza in questo senso si ebbero perdite molto forti: da 9 gr. di composto, dopo demolizione con idrogeno solforato ed eliminazione di questo, non si riottennero più che due grammi del composto primitivo. In ogni modo anche con questo metodo si ottengono soluzioni limpide che dànno al polarimetro deviazioni destrogire e che svaporate nel vuoto lasciano un residuo colloso giallastro che però non sono riuscito ad ottenere secco e pesabile.

Provai allora altri metodi. Ottenni buoni risultati trattando il composto di cadmio e lecitina in sospensione alcoolica con idrato di piombo a freddo per tre ore circa. Si ottiene così una soluzione ben limpida, destrogira, esente di cadmio ma che contiene però sempre tracce di cloro. La presenza della lecitina in questa soluzione è provata, perchè dà il composto con cloruro di cadmio. Migliori risultati si hanno sostituendo all' idrato di piombo l'ossido d'argento. La soluzione di lecitina che si ottiene è ben limpida, esente di cadmio e di cloro, dà deviazioni destrogira e svaporata nel vuoto lascia la lecitina sotto forma di cera bianca solubilissima nell' alcool, ma che non sono mai riuscito ad ottenere secca e pesabile. L' idrato di piombo e l' ossido di argento debbono determinare una considerevole decomposizione parziale delle soluzioni di lecitina, perchè da queste si riottiene una quantità del composto col cloruro di cadmio molto inferiore all' originaria.

Tentai di ottenere la lecitina non alterata da queste soluzioni per cristallizzazione, usando il raffreddamento a bassissima temperatura. In diverse prove fatte su soluzioni di lecitina molto concentrate, usando l' acido carbonico solido e l' aria limpida ho ottenuto sempre formazione di fiocchi bianchi voluminosi di lecitina che restano in sospensione nel liquido. Però, quando si cerca di filtrare, questi fiocchi si depositano sulle pareti del filtro impedendo la filtrazione anche se aiutata da forte aspirazione. Siccome poi i fiocchi di lecitina si sciolgono con grande rapidità col crescere della temperatura, non sono riuscito che a raccoglierne quantità trascurabili.

Quantunque non abbia potuto ottenere la lecitina allo stato pesabile in modo da fare determinazione di potere rotatorio specifico per la lecitina pura, basta il fatto di aver ottenuto da tutte le soluzioni di lecitina deviazione destrogira per togliere ogni dubbio sulla sua attività ottica. Mi risolsi allora a studiare il potere rotatorio del composto cadmico e le ricerche furono coronate da successo, perchè dopo lunghe prove riuscii finalmente a trovare pel composto cadmico un solvente adatto.

Se si mette in un separato del solfuro di carbonio e poi poco a poco si aggiunge alcool, agitando, si ha un intorbidamento e si separano due strati torbidi. Si continua ad aggiungere alcool, a poco a poco finchè i due strati si separano presto e perfettamente limpidi. Lo strato superiore scioglie poco il composto cadmico e la soluzione s' intorbida facilmente, lo strato inferiore lo scioglie presto e bene fino a concentrazioni di circa il 7 $^0/_0$; la soluzione

è limpida, non si intorbida, filtra bene e svaporata lascia depositare il composto cadmico col medesimo punto di fusione.

Le determinazioni polarimetriche furono fatte con questo solvente pesando un palloncino da 25 cm³ vuoto e poi con la sostanza, quindi aggiungendo il liquido, agitando e portando a volume. La soluzione limpida veniva filtrata rapidamente nel tubo del polarimetro.

Sostanza (in 25 cm³)	Deviazione ottenuta	Temperatura
gr. 0.2492	+ 0°,15	24°
» 0,4984	+ 0 ,30	26°
» 0.7556	+ 0 ,45	24°
» 0.9978	+ 0 ,48	26°
» 1.5006	+ 0 ,59	24°

Il potere rotatorio specifico per le prime tre determinazioni è:

$$1^a \ [\alpha]_D^{24°} \quad (c = 0.9968) = 11.41$$
$$2^a \ [\alpha]_D^{26°} \quad (c = 1.9936) = 11.41$$
$$3^a \ [\alpha]_D^{24°} \quad (c = 3.0224) = 11.29$$

Col crescere della concentrazione il potere rotatorio specifico diminuisce. Mi riserbo in un altra serie di esperienza di stabilire con esattezza il rapporto che passa fra la concentrazione delle soluzioni ed il potere rotatorio specifico.

Nella Nota che segue, descriverò i metodi analatici seguiti per dimostrare che la sostanza portata al polarimetro era effettivamente il composto doppio di lecitina e cloruro di cadmio; accennerò intanto ad un'esperienza instituita per dimostrare l'azione racemizzante del calore sulla soluzione di lecitina.

A tale scopo, svaporate nel vuoto le soluzioni di composto cadmico portate al polarimetro, ottenni gr. 3.5 di composto indubbiamente attivo e lo trattai con ossido d'argento. La soluzione di lecitina ottenuta era attiva e deviava di + 1°, 3′ T 23°.

Raccolta con ogni cura la soluzione portata al polarimetro fu svaporata a 50°-60°. La massa collosa di lecitina ottenuta fu portata al polarimetro sciolta in alcool. Essa era attiva ma dava una deviazione di + 0°, 32′ t, 23° molto minore dunque della prima.

Raccolta ancora con ogni cura questa soluzione fu tenuta a ricadere per quattro ore e portata al polarimetro. Essa era inattiva.

Raccolto finalmente il liquido e trattato con cloruro di cadmio, si ebbe abbondante precipitato che diminuì sensibilmente nei lavaggi con alcool ed etere. Il residuo insolubile che era di gr. 0.7, era composto di cadmio puro e fondeva a 199°-200° come il primitivo composto attivo.

Dai risultati di questa esperienza credo poter affermare che la lecitina libera in soluzione, per prolungata azione del calore, si decompone in parte e la parte non decomposta perde la sua attività ottica. E mi sembra così spiegabile come ai chimici che prima di me ebbero ad occuparsi della lecitina, sia sfuggita la sua attività ottica.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Segretario Cerruti comunica che alle condoglianze inviate all'Accademia per la morte del Presidente senatore Messedaglia, e delle quali venne dato annuncio nella seduta del 14 aprile 1901, debbonsi aggiungere quelle dei Soci stranieri Maspero, Rönggen e Schmiedeberg, della R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona, e dell' Istituto farmacologico della Università di Strasburgo.

Il Socio Foà legge la seguente *Commemorazione* del defunto accademico prof. Giulio Bizzozero.

L'8 aprile 1901 si spegneva in Torino la nobile esistenza del Senatore Giulio Bizzozero, professore di Patologia generale in quella Università.

Avea sortito i natali a Varese il 20 marzo 1846, onde da poco egli aveva compiuto il suo 55° anno di età. Percorse a Milano gli studî classici e fu sempre tra i più distinti della scuola; indi passò all' Università di Pavia, ove dopo un breve dubbio se avesse dovuto consacrarsi alle lettere, elesse gli studî di Medicina.

Ebbe la laurea a soli 20 anni, e nello stesso anno prestò servizio durante la campagna di guerra come medico nell' esercito regolare.

Passò alcuni mesi a Zurigo presso il Frey onde impadronirsi della tecnica istologica; indi fu alcuni mesi a Berlino presso il Virchow, quando ancora fresca era la grande impressione che aveva fatto nel mondo scientifico la « Patologia cellulare » e quando erano ancora sul divenire le giovani forze di un Recklinghausen e di un Cohnheim.

Durante la sua vita universitaria Pavese era stato allievo di Eusebio Ohl da poco assunto a maestro di fisiologia sperimentale, quale vigoroso rampollo della scuola di Vienna, e respirava, a così dire, l'aria del nuovissimo ambiente che con mirabile convergenza di forze e di intenti andavano creando in Pavia, Salvatore Tommasi, Arnaldo Cantani e Paolo Mantegazza.

Era uno schiudersi a novella vita, dell' anima scientifica italiana; era un sintomo precursore di ciò che avrebbe potuto divenire la Nazione intera. Bizzozero fu allievo e assistente di Mantegazza e lo sostituì nell' insegnamento

della Patologia generale dal 1869 sino al 1873, anno in cui fu nominato per concorso, professore ordinario di Patologia generale a Torino nella età di soli 27 anni. Quivi ben tosto aperse il corso d' Istologia normale, che non ha più abbandonato per tutta la vita. Fu Rettore della Università; fu Direttore della scuola veterinaria, fu membro eletto dalle Facoltà, del Consiglio superiore di istruzione, fu membro sino dalla prima istituzione dopo la nuova legge sanitaria, del Consiglio superiore di Sanità che più volte ha presieduto e del quale fu parte attivissima. Nel 1883 riuscì vincitore del cospicuo premio Riberi dell'Accademia di Medicina di Torino per i suoi lavori sul sangue.

Nel 1890 fu eletto membro della Camera vitalizia. Fu Presidente della Società Piemontese d' Igiene e della R. Accademia di Medicina, Socio nazionale dei Lincei, Direttore di Classe presso l'Accademia delle Scienze di Torino, rieletto dopo il 1° triennio pochi giorni innanzi la sua morte; fu pure corrispondente di molte altre accademie nazionali ed estere, e venne insignito di alte onorificenze.

Fu promotore di opere di rinnovamento scientifico in Torino, e molto si deve alla sua iniziativa nella fondazione dei nuovi Istituti scientifici e nella costituzione di quel Consorzio universitario al cui sapiente aiuto si deve il mantenimento dei predetti istituti all' altezza in cui si trovano.

Prese parte attivissima e principale a molte imprese di pubblica utilità, quale l' istituzione dell' ospedale Principe Amedeo per le malattie d' infezione in Torino, il Comitato per i bagni e le cucine popolari, e le amministrazioni dell' ospedale oftalmico e del manicomio.

Fondò in Torino l'Archivio per le scienze mediche nel quale si videro schierate tutte le giovani forze della medicina italiana. Condivise la direzione della Rivista italiana d' Igiene.

Giulio Bizzozero fu una notevole personalità alla quale l' Italia deve una parte importante nella storia del suo rinnovamento scientifico. Egli si è trovato studente a Pavia quando appena appena, in mezzo a vivi contrasti sollevati dai fautori delle vecchie scuole empiriche o filosofiche della medicina, cominciava a penetrare il primo soffio della nuova scienza Germanica, la quale divenne presto la scienza di tutto il mondo.

Un precursore geniale dal largo intuito, Salvatore Tommasi aveva stampato un libro di fisiologia avidamente ricercato dai giovani studiosi, e nel quale erano fuse le dottrine fisiologiche di Giovanni Müller e quelle istologiche di Kölliker. Arnaldo Cantani aveva portato da Praga ed Eusebio Oehl da Vienna, un' eco della Clinica e della Fisiologia Tedesche; Paolo Mantegazza insegnava a considerare la Patologia generale come una Fisiologia patologica, secondo le idee che ebbero a maestro fondamentale Rodolfo Wirchow. La massa del pubblico era però ancora lontana dallo spirito nuovo; le vecchie generazioni difendevano gli antichi pregiudizi di scuola e vi aggiungevano quello di un funesto spirito nazionalistico, secondato dal momento politico

in cui si trovava l'Italia durante le guerre della sua indipendenza, e che praticamente si risolveva in un'apoteosi dei vecchi insegnanti tuttora dominanti le scuole italiane, e in un'aspra resistenza contro le novità e contro le persone che le professavano. In questo periodo di tempo si deve allo Stato, in cui predominava una illuminata accolta di personaggi, la creazione della Università nazionale moderna; cioè, tanto lontana dal meschino spirito regionale, sempre attivo e sempre minaccioso, quanto favorevole ad ogni sorta di progresso scientifico. Mi sia lecito ricordare qui con grato animo, l'azione altamente benefica che in questo periodo di tempo ha svolto in favore degli studî di medicina, il compianto Tommasi-Crudeli, che fu tra i più antichi estimatori e amici di Giulio Bizzozero.

È in un ambiente sociale di tal fatta che il giovine Bizzozero, animato da una viva passione scientifica e dotato di quello spirito di combattività che prorompe dalle forti convinzioni urtanti contro le più tenaci resistenze passive, iniziò collo studio e coll'esempio il periodo di rinnovazione delle scuole mediche italiane. Egli fu a quei tempi tra i pochissimi e il più efficace cultore della Istologia normale e patologica, e si circondò di un'eletta schiera di giovani, i quali accorrevano a lui come a unico maestro possibile a quel tempo, e come a centro di formazione di una nuova generazione di studiosi.

Il fatto stesso che da varie parti di Lombardia e Piemonte dapprima, e più tardi di tutta l'Italia accorrevano a lui i giovani realmente desiderosi d'imparare, contribuisce a spiegare il grande successo ottenuto perchè in quella spontanea convergenza verso il nuovo focolaio scientifico, si aveva l'indice negli accorrenti di una mente eletta e di un proposito serio. Non fa quindi meraviglia se quando Bizzozero fu nominato a Torino a soli 27 anni Professore ordinario di Patologia, egli aveva già avuto diversi allievi, quali il Manfredi, il Golgi, il Bassini, il Griffini, il Foà ed altri.

È assai degno di nota questo periodo che segna il principio in Italia della istituzione del laboratorio scientifico nella Facoltà di medicina, nel senso moderno della parola. Esso non era nella nostra tradizione, neppure nei tempi classici della nostra coltura. L'Italia vide nascere in quella zona relativamente ristretta di terra, che sta fra Scandiano e Forlì, dei creatori della medicina scientifica. Essa ebbe in Bologna i preparatori della dottrina della circolazione del sangue; essa ebbe in Malpighi, in Morgagni e nello Spallanzani i fondatori della Istologia, dell'Anatomia Patologica e della Fisiologia sperimentale, ma non ebbe mai la scuola di laboratorio come oggidì l'intendiamo; cioè, la scuola aperta a tutti gli uomini di buona volontà, a tutte le misure d'ingegno, e destinata a raccogliere anche le minime contribuzioni allo sviluppo della conoscenza. Un primo accenno di laboratorio di tal fatta aveva diretto il Mantegazza assistito dal giovine Bizzozero. Questi poi ne allargò l'applicazione e gli intenti, ed ebbe il merito di dirigere per la Patologia

il modello di tal genere d'istituti, quali più ampi e più ricchi sorsero e si moltiplicarono successivamente per tutta l'Italia.

Appena giunto in Torino Bizzozero ebbe dal savio appoggio di Timmermans un principio di laboratorio, ove pure raccolse alcuni studiosi, e ove iniziò il suo corso desideratissimo d'Istologia normale; ma l'anno appresso dopo la morte di Timmermans, quel simulacro di laboratorio gli venne tolto, e fu lasciato privo di mezzi. Il giovane Professore ordinario non si diede per vinto; raccolse, anzi, a battaglia le sue forze, e lungi dal cedere ad altre seduzioni che avevano dominato l'animo di altri suoi contemporanei, anche illustri, resistette vigoroso e creò nella sua propria casa un laboratorio, di dove con generoso animo rendeva del bene a quell'ambiente in cui aveva fino allora ricevuto solo delle ripulse.

Egli avrebbe potuto, forte della sua inamovibilità, consacrarsi come altri suoi colleghi, anche illustri, all'esercizio professionale della Medicina, oppure come i tempi consentivano, e gli esempî non mancavano, egli avrebbe potuto darsi alla politica, cercando o nel guadagno o nel potere, quelle soddisfazioni che l'ambiente accademico gli rifiutava. Invece, egli tenne fede agli studî e cercò la soddisfazione e l'onore nel solo proseguimento di un fine ideale.

Sia lecito a me di rilevare, poichè ebbi con Bizzozero 34 anni di consuetudine, che quello è stato il periodo più elevato e più nobile della sua carriera d'insegnante, precursore di altri fatti benefici che nella maturità degli anni egli avrebbe saputo compiere.

L'attività scientifica di Bizzozero abbraccia diversi periodi, in cui dapprima si sente l'influenza delle dottrine dominanti nel suo tempo e le predilezioni dei suoi stessi maestri, e più tardi si sente la maturità, l'autonomia e la genialità sua propria nelle ricerche.

È degno di nota che il suo primo lavoro fu compiuto a 16 anni nel laboratorio di Eusebio Oehl. Esso riguarda la struttura del tessuto osseo nei batraci, e in tutto lo scritto di piccola mole traspare quell'ingenuo entusiasmo che è proprio di un'anima giovanile intenta per la prima volta a penetrare nei misteri della natura. Lo stile risente ancora di qualche ricercatezza letteraria appresa nel Liceo, e alla fine del lavoro, l'autore non può trattenersi dall'esprimere la gioia scientifica che gli avevano dato i suoi preparati. In seguito fu allievo di Mantegazza, di cui ripete, ampliandole, le ricerche sperimentali sull'autonomia degli elementi e degli organi innestati.

Nel 1864 pubblicò un lavoro sulle cellule cigliate della epidermide, delle mucose e dei cancroidi, nel quale corresse una inesatta interpretazione di fatti, da lui più esattamente descritti, e ne ebbe l'approvazione di Kölliker.

Nel 1865 il Mantegazza leggendo una comunicazione all'Istituto Lombardo sulle scoperte dei movimenti ameboidi delle cellule di varia provenienza fatta da diversi autori, annunciava che il suo giovine allievo Bizzozero aveva fatto la bella osservazione che anche le cellule incolori del midollo

delle ossa, simili a quelle del sangue presentano dei movimenti ameboidi. Con questo lavoro, Bizzozero iniziò quel complesso di ricerche sul midollo delle ossa che lo trasse nel 1868 a dividere con Neumann l'onore di avere riconosciuto nel midollo delle ossa il significato di un organo ematopoetico.

Nel 1866 pubblicò un lavoro sulla neoproduzione del connettivo in cui secondo le idee predominanti intese a dimostrare la gran parte che in quella avevano le cellule semoventi. Ammise che le stesse avrebbero potuto generare tutti i tessuti che formano il gruppo dei connettivi, e quindi anche le cartilagini e le ossa; dubitò persino, e lo noto solo come segno di quei tempi, che le semoventi potessero formare delle cellule epiteliali. È di questa epoca una ricerca istologica, prima di tal fatta nel mondo scientifico, sulla struttura dei tubercoli prodotti per inoculazione di materiale specifico. L'autore aveva abbracciato la nuova dottrina di Villemin sulla contagiosità e sulla trasmessibilità della tubercolosi, e aveva assistito agli esperimenti di inoculazione sperimentale nel coniglio, che il dottor Biffi aveva fatto all'Ospedale Maggiore di Milano. È sugli organi di quegli animali inoculati che il giovine istologo fece le sue osservazioni esattissime tuttodì nella sostanza, se pure l'interpretazione di alcuni particolari non corrisponda interamente a quello che si è venuto più tardi imparando.

Altri lavori sulla cicatrizzazione dei tendini recisi, sul parenchima della ghiandola pineale e sui linfatici del cervello sono di questo periodo di tempo, e fu parimente pubblicata da Bizzozero una traduzione del manuale di tecnica microscopia del suo maestro Frey di Zurigo. Questo libro gli ha servito molto nell'esercitare gli allievi del suo laboratorio, ed ebbe cura per molti anni di aggiungere alla traduzione i nuovi procedimenti che venivano introdotti man mano nella tecnica microscopica.

Nell'ottobre 1868, pubblicò le sue ricerche sulla vitalità degli elementi contrattili, e nel 1869 diede alle stampe il suo lavoro riassuntivo sul midollo delle ossa. Come già ho rilevato, colle sue ricerche il Bizzozero concorse con Neumann alla dimostrazione che il midollo delle ossa avesse a considerarsi come organo ematopoetico. Egli aveva scoperto la contrattilità delle cellule del midollo, come già era stata osservata quelle delle cellule della milza e del giovine connettivo.

Egli aveva descritto il decorso dei vasi, da cui risultava il corso lento della circolazione nel midollo, come era nella milza e nelle ghiandole linfatiche. Vide la moltiplicazione per scissione dei globuli rossi nucleati scoperti e indicati da Neumann come forme embrionali di globuli rossi normali; descrisse le cellule globulifere e le interpretò giustamente come indicanti la distruzione dei globuli rossi; descrisse i capillari del midollo, dimostrò la differenza che esiste fra i Mieloplassi di Robin e le cellule a nucleo centrale in gemmazione. Portò una prima contribuzione allo studio del midollo delle ossa in varie malattie.

Gli studî sul midollo hanno aperto la via ad una serie di ricerche numerosissime e ancora attive rinnovanti il concetto che delle variazioni e delle malattie del sangue si erano formati i nostri antichi. Poche scoperte istologiche furono più di questa fruttuose per la fisiologia e per la patologia.

Una rivista critica sulla infiammazione pubblicò Bizzozero nel 1870, la quale si legge tuttora col più vivo interesse, ed ebbe il pregio di fornire comodamente ai docenti di Patologia l'insieme delle dottrine che si andarono man mano svolgendo in quel vastissimo campo della patologia. Una simile rivista pubblicò sui Tumori, e gli studiosi ancora inesperti nella ricerca, ma tuttavia bramosi di mettersi al corrente dei progressi degli studî, ebbero assai care queste pubblicazioni, di cui esaltavano il valore al di sopra delle stesse ricerche originali, da essi meno esattamente comprese. Importante, di questo periodo, è lo studio sulla produzione endogena delle cellule purulenti, nel quale è dimostrata in certe suppurazioni l'esistenza di grosse cellule, che introducendo nel proprio protoplasma contrattile i globuli di pus, o i globuli rossi, costituivano una delle vie per le quali il pus e il sangue venivano assorbiti. Negavasi pertanto la supposta produzione endogena del pus, dimostrandosi che i corpuscoli purulenti erano stati introdotti nel protoplasma di elementi contrattili, e non già originati entro di essi.

Altra importante comunicazione riguarda gli effetti che hanno sui muscoli le resezioni dei nervi rispettivi. È una ricerca fatta con Golgi, da cui gli autori ricavarono la produzione sperimentale di una paralisi pseudo ipertrofica, ossia della sostituzione di tessuto adiposo al tessuto muscolare negli arti paralizzati. Infine nel 1872, poco prima di lasciare l'Università di Pavia, Bizzozero pubblicò fra altre piccole memorie, anche una sulla struttura del reticolo dei seni nelle ghiandole linfatiche in cui dimostrava che le cellule rispettive stavano applicate sulle fibre del reticolo stesso e non ne facevano parte continua e integrante, e che anche i cordoni midollari erano rivestiti di endotelio. Un piccolo ma importante volumetto di quel tempo raccoglieva tutti i lavori eseguiti da Bizzozero e dai suoi allievi nel laboratorio di Patologia generale di Pavia, preludio di altre numerosissime pubblicazioni che sempre rinnovati allievi avrebbero nel corso degli anni sparse per tutto il mondo.

Nei primi anni di sua residenza in Torino, Bizzozero pubblicò col prof. Bozzolo una lunga particolareggiata descrizione istologica dei tumori della dura madre, e un altro lavoro sui rapporti della tubercolosi con altre malattie, e una lezione sul crup e della difterite in cui sono esposti con minuta esattezza i reperti istopatologici di quelle affezioni nei varî organi.

Pubblicò con Manfredi uno studio assai diligente dal lato morfologico sul Mollusco contagioso, e più tardi con mano maestra trattò la delicata struttura delle sierose in collaborazione col dott. Salvioli Gaetano.

Dimostrarono gli autori che nell'uomo i linfatici del peritoneo diaframmatico hanno una disposizione affatto speciale e comunicano per mezzo di fori numerosi acclusi appena da strati endotelici, col cavo addominale e attraverso i quali passano le materie granulari disposte sul peritoneo, come già Mascagni, e più tardi Recklinghausen avevano sperimentalmente dimostrato.

È nel 1879 che comparisce colla descrizione del Cromocitometro una prima serie di lavori ematologici che dovevano aggiungere nuovi titoli alla fama scientifica di Bizzozero. L'istrumento che egli ha introdotto per la ricerca quantitativa della emoglobina del sangue ha dei pregi notevoli di praticità e di esattezza, onde ha servito al suo tempo ad una falange di studiosi per lo studio delle variazioni del sangue nelle varie malattie.

Lo stesso Bizzozero con Salvioli ha studiato le variazioni emoglobiniche del sangue in seguito al salasso, e con Golgi l'azione che ha sul contenuto emoglobinico la trasfusione del sangue nel cavo peritoneale. Trovò con Salvioli il ritorno dell'attività ematopoetica della milza nelle cavie adulte, lavoro che diede origine a molte ricerche successive da parte di altri autori. Se oggi la dottrina dell'ematopoesi è alquanto modificata, se non tutti i casi almeno, di ematopoesi splenica possono attribuirsi realmente ad un risveglio delle facoltà embrionali della milza, persiste tuttavia in tutta la sua interezza l'importanza del reperto, come indice di profonde variazioni nella crasi del sangue, o nella meccanica della circolazione.

A questi lavori seguirono molte altre ricerche fatte con Torre sulla produzione dei globuli del sangue negli uccelli, in cui rilevò che in questi animali la produzione dei globuli rossi ha luogo da elementi giovani colorati leggermente in giallognolo, solo nel midollo delle ossa e appunto entro i suoi vasi, mentre la milza non partecipa affatto al processo.

In altro lavoro sperimentale con Sanquirico mirò a difendere l'utilità delle trasfusioni peritoneali di sangue, i cui globuli rimangono funzionanti nell'organismo in cui sono introdotti.

Più tardi Bizzozero dimostrò che quella moltiplicazione per scissione che egli aveva osservato nel midollo delle ossa poco dopo la scoperta dei globuli rossi nucleati fatta da Neumann, aveva luogo secondo il tipo della cariocinesi, sia negli animali con sangue a globuli rossi nucleati, sia in quelli il cui sangue ha globuli privi di nucleo.

Il 9 dicembre 1881, Bizzozero comunicava all'Accademia di Medicina di Torino la sua prima nota sopra un nuovo elemento morfologico del sangue dei mammiferi e sulla sua importanza nella trombosi e nella coagulazione. Ad essa seguirono altre note nell'anno susseguente, e nel 1883 comparve il lavoro intero sull'argomento predetto. In questo è riassunta con grande fedeltà e imparzialità, la storia di tutte le osservazioni che hanno precedute le sue ricerche, e vi è una difesa esauriente delle obbiezioni che gli erano state mosse. Le piastrine, come egli ha denominato, e come tutti accettarono di

denominare il terzo elemento morfologico del sangue, erano state già vedute e descritte, o integralmente, o nei loro derivati, ma la descrizione non era esatta, o si era data di esse una interpretazione erronea, come quella di Hayem che le ritenne quali stadi di sviluppo dei globuli rossi. Bizzozero oltre a coreggere ed ampliare la conoscenza che già si aveva del predetto elemento, aggiunse la dimostrazione indispensabile della sua preesistenza nel sangue circolante dei mammiferi, e accolse il concetto che ad esso fossero equivalenti alcuni elementi nucleati che circolano nel sangue dei batraci. Descrisse la parte grandissima che le piastrine hanno nella formazione del trombo bianco, e alla decomposizione di esse e non a quella dei globuli bianchi, attribuì l'origine di quella sostanza che determina la produzione della fibrina.

Quelle classiche ricerche ne originarono molte altre, e accesero un dibattito, di cui gli atti non sono ancora definitivamente chiusi. Non tutti, infatti, accolgono l'idea che la piastrina sia realmente un elemento morfologico, ossia indipendente del sangue; in varî autori tende a prevalere l'idea che esse sieno piuttosto una derivazione della distruzione dei globuli rossi. La parte che spetterebbe alle piastrine nella coagulazione sarebbe piuttosto quella di formare il trombo provvisorio, o il trombo di agglutinamento; non quella, o per lo meno non esclusiva ad esse, della produzione della fibrina. Con tutto ciò la scoperta di Bizzozero segna un punto di avanzamento nella storia della ematologia, alla quale egli ha legato il suo nome imperituro.

È di questa epoca, cioè del 1882, un pregevole discorso inaugurale letto dal Bizzozero all'Università di Torino, intitolato: *Sulla difesa della società contro le malattie infettive*, nel quale sono lucidamente esposte le nuove dottrine sui morbi infettivi, e vi è dimostrata la necessità di prevenirli con adatti provvedimenti d'igiene. Eravamo ancora lontani dalla promulgazione della legge sanitaria del Regno, e della rinnovazione del governo della sanità: l'Italia doveva ancora sperimentare a proprie spese le ultime applicazioni dei vecchi sistemi di difesa, già fin d'allora condannati dalla scienza e dalla esperienza di altri popoli; epperò è opportuno di rilevare questa prima manifestazione nel campo dell'igiene, di un uomo, il quale negli anni successivi doveva avere larga parte nell'applicazione dei nuovi progressi in materia sanitaria.

Nel 1885 Bizzozero pubblicò la prima volta il suo celebre *Manuale di microscopia clinica*, che è arrivato ora alla sua 5ª edizione in Italia, e che fu tradotto in tutte le lingue del mondo civile. È un manuale di tecnica per le indagini sui prodotti morbosi, sulle secrezioni organiche e sui parassiti, di somma utilità pratica, e fatto con una grande esattezza, cosicchè si è ben sicuri di non errare applicando esattamente ciò che vi è descritto sino nei più minuti particolari. È qualità che si riscontra in tutte le ricerche tecniche di Bizzozero quella di una meticolosa esattezza, onde un suo precetto tecnico, è garanzia sicura del risultato per chiunque lo segua fedelmente.

Dopo un breve lavoro sulla produzione dei nodi leucemici secondarî, che Bizzozero ha dimostrato essere originati non da semplice deposito, ma da reale neoproduzione di elementi linfatici, noi lo vediamo iniziare con Vassale nel 1887 gli studî sulla produzione e sulla rigenerazione fisiologica degli elementi ghiandolari. A questo lavoro fecero seguito parecchie note sulle ghiandole tubulari del tubo gastroenterico, e sui rapporti del loro epitelio coll' epitelio di rivestimento della mucosa. Di questi studî e di altri sullo stesso argomento o su argomenti analoghi ispirati nel suo laboratorio, il Bizzozero diede un riassunto completo nell' ottimo discorso che tenne al Congresso internazionale di medicina a Roma nel 1893. Era antico e principale argomento della biologia lo studio del modo in cui crescono e si rigenerano i varî tessuti del corpo, e quello della parte che in tale accrescimento ha l' afflusso del materiale di nutrizione, o l' azione diretta dei nervi, o la virtù che è insita negli elementi stessi dei tessuti. Malgrado la quantità notevole di ricerche apparse dopo la Patologia cellulare di Virchow, gli autori erano tra loro sensibilmente discordi su tali argomenti, i quali più tardi traversarono un periodo di sosta per la grande attrazione che avevano esercitate sugli studiosi le nuove ricerche bacteriologiche.

A ricondurre gli studiosi alla ricerca degli antichi problemi della medicina scientifica, valse la scoperta che Flemming aveva fatto dei fenomeni cariocinetici, ossia della moltiplicazione nucleare indiretta.

In questo processo i biologi hanno trovato un indice sicuro e sensibilissimo della esistenza di un fatto di proliferazione, e della energia con cui esso decorre. Bizzozero coi suoi allievi ha tratto largo profitto dalla nuova scoperta, e con un' assiduità e una costanza meravigliosa, si pose alla ricerca di molti tessuti in molte specie di animali, e in diverse condizioni di vita, ricavandone conclusioni generali di molta importanza scientifica. Riconobbe l' esistenza di tessuti ad elementi labili e altri ad elementi stabili (come le ossa) e altri a elementi perenni (come i nervi e i muscoli striati); divise le ghiandole a secrezione amorfa in due gruppi; in quelle che hanno una rigenerazione attiva dei proprî elementi, e in quelle in cui la rigenerazione cellulare è quasi nulla.

Alle prime appartengono le ghiandole sebacee, le fossette mucipare dello stommaco, le ghiandole tubulari dell' intestino e dell' utero; al secondo, invece, appartengono le ghiandole più altamente differenziate quali il pancreas, le ghiandole sudorifere, la ghiandole lacrimali, il fegato, il rene, ecc. È nel fondo delle ghiandole di Lieberkün e nel fondo delle fossette gastriche che Bizzozero ha scoperto il focolaio di rigenerazione dell' epitelio gastroenterico, e che le cellule epiteliali ivi prodotte strisciano coll' estremità inferiore sulla superficie su cui sono impiantate per arrivare sulla superficie libera della mucosa ove terminano la loro vita. Ammise il carattere indipendente e specifico delle cellule mucipare; trovò che la ghiandola mammaria durante l' al-

lattamento non offre cariocinesi, onde ammise che la formazione del latte non fosse legata a perdita di elementi epiteliali. Rimase da quelle ricerche definitivamente vinto l'errore che gli elementi epiteliali potessero essere prodotti dai globuli bianchi del sangue o dagli elementi connettivi. Ogni elemento è solo generato da altri della stessa specie.

Ottenne dagli allievi la dimostrazione che il difetto di nutrizione non è causa sufficiente a diminuire il processo di proliferazione, il quale continua per virtù insita negli elementi, mantenendo, per un certo tempo almeno, una relativa indipendenza dalle condizioni della nutrizione. La congestione da taglio dei nervi o da riscaldamento, vale bensì a favorire una proliferazione già in corso, ma non può ridestare un processo di proliferazione che sia già spento o sospeso. Nel 1896 Bizzozero pubblicò una Nota col dottor Sacerdotti sulla influenza della temperatura e dell'afflusso sanguigno sulla attività produttiva degli elementi, nella quale è dimostrato che essa agisce su tutti gli elementi in via di sviluppo, sieno essi labili o stabili o perenni, i quali ultimi non danno proliferazioni cariocinetiche, ma aumentano bensì la produzione di sostanze secondarie, come è la sostanza contrattile delle fibre muscolari striate.

Fu questa l'ultima Nota di patologia sperimentale pubblicata da Bizzozero, il quale sventuratamente in questa epoca cominciò a soffrire di una coroidite che gli ha impedito di occuparsi ulteriormente al microscopio. Fu sventura per la scienza e per lui che venne crudelmente colpito proprio in quell'organo che gli aveva fatto acquistare tanti titoli di gloria. Bizzozero sopportò stoicamente il suo male, come sempre fece delle sue non poche sofferenze fisiche, senza crucciare il mondo colle minute e persistenti descrizioni di quelle, come è difetto di tanti. Anche i più intimi, anche le persone della famiglia appena s'accorgevano che egli avesse tanto malore.

Arrivato al colmo della gloria scientifica e degli onori, egli avrebbe potuto trovare nelle stesse sue sofferenze una ragione plausibile per ritirarsi dall'arringo e per godere, se così può dirsi di uno che visse di lavoro, un bene meritato riposo. Ma così non volle il Bizzozero, il quale non fece che mutare il campo della sua attività, quasi fosse una trasformazione di energia, e si consacrò ad opere di volgarizzazione nel campo dell'Igiene. Nella « Nuova Antologia » e nei Congressi d'Igiene di Torino e di Como si adoperò a svolgere il concetto moderno della provenzione delle malattie, e più particolarmente del còmpito dello Stato nella tutela della salute pubblica. Sottopose ad acuta critica la legge sanitaria italiana del 1865, difese più volte con grande calore la nuova legge sanitaria, e la costituzione della direzione centrale di sanità. Combattè vivamente con grande insistenza la separazione dell'amministrazione dalla parte tecnica nella direzione di sanità, e ora avrebbe veduto soddisfatto il suo voto, poichè si è di nuovo ricostituita la direzione centrale della sanità, come era all'epoca della sua fondazione dopo la legge Crispi.

Bizzozero ha combattuto una brillante campagna in favore della vaccinazione jenneriana. A tutta prima potrebbe taluno domandarsi se proprio in Italia fosse ancora necessario persuadere il pubblico dell'utilità della vaccinazione, dapoichè la pratica di essa vi è antica, e non mai stata sistematicamente combattuta come lo fu in altri paesi. Ma se si pone mente che molte parti d'Italia presentavano un'alta mortalità per vajuolo, indizio certo o di non eseguita, o di cattiva vaccinazione; se si considera che sull'esempio d'Inghilterra non mancavano tra noi gli apostoli dell'antivaccinazione, i quali col sussidio di statistiche raccolte senza critica, o di fatti enunciati senza un'attenta disamina delle circostanze, avrebbero potuto coll'accento della convinzione e della buona fede con cui sostenevano le loro teorie, far breccia a poco a poco nelle nostre masse inerti, e convertire al più comodo non far nulla buona parte della popolazione, si trova che l'opera di Bizzozero, svolta da pari suo con molta serietà di dottrina e con larga prova di fatti, è stata utilissima non solo a confermare la necessità che la vaccinazione fosse fatta seriamente in ogni parte d'Italia, ma anche a prevenire l'influenza di dottrine pericolose, in quanto non erano basate sulla realtà dei fatti.

Un'altra serie di articoli popolari d'igiene si devono a Bizzozero sull'argomento vitale della lotta contro la tubercolosi; articoli che furono seguiti da un aureo libricino popolare sullo stesso argomento.

Accolta che egli ebbe favorevolmente l'idea dei sanatori popolari, si fece difensore di tale desiderata istituzione e presiedette il comitato che doveva sciegliere il migliore disegno di sanatorio presentato al concorso governativo. Da ultimo, diffuse le nuove dottrine sulla malaria e difese la nuova legge sul chinino, di cui egli era stato relatore al Senato, così come si accingeva ad esserlo per la legge futura sui provvedimenti contro la malaria.

Questi sono gli scritti principali cui si collegano altri sull'igiene degli alberghi, sull'acqua bollita, sulle macchine da scrivere, sulla profilassi della rabbia, e sul cancro, e che gli hanno dato la soddisfazione di occupare col vantaggio e con plauso del pubblico, il tempo che la sua infermità oculare non gli consentiva più di dedicare alle ricerche di microscopia. Queste tuttavia egli continuò a promuovere, come sempre, nel suo laboratorio, aggiungendo sempre nuovi nomi alla falange di allievi di cui ha coperto tutta l'Italia, e per tutte le branche delle scienze mediche.

Tale è stata l'opera complessiva scientifica e sociale di Giulio Bizzozero; opera vasta e benefica racchiusa in un periodo breve, e quale io mi studiai di rendere il meno imperfettamente che mi fu possibile, pur sapendo di non aver dato relazione di qualche pubblicazione di minore estensione uscita dalla penna di lui.

La produzione scientifica di Bizzozero ha segnato tre punti culminanti. Il 1° s'aggira intorno alla funzione ematopoetica del midollo delle ossa; il

2° comprende le numerose ricerche ematologiche e mette capo alla scoperta delle piastrine nel sangue circolante; il 3° abbraccia quelle numerose ricerche sulla cariocinesi, che udite frammentariamente sembrarono lavoro discretamente facile e troppo esteso, ma che considerate nel loro insieme, hanno dato origine a una sintesi di molta importanza sui fenomeni della produzione cellulare negli organismi.

L'attività di Bizzozero nel campo dell'igiene non ebbe per fine la ricerca originale, ma sibbene la coordinazione e la divulgazione di quei fatti e di quelle dottrine, dalla cui piena conoscenza soltanto è lecito sperare il progresso sanitario della società, sia nell'azione sempre insufficiente dei singoli, sia nell'azione integrante, più sicura ed efficace dello Stato.

Bizzozero non ebbe tempo come il dottor Faust d'esclamare: « T'arresta! Oh sei pur bello! » innanzi di morire, nè egli era stato mai interamente abbandonato da quel

> .... corruccio onde s'attinge
> Possanza, alacrità.

Egli avrebbe pertanto dovuto continuare la sua nobile esistenza, ma se il dottor Faust esclamava:

> .... sarebbe
> L'ultima e maggior delle conquiste
> Se io giungessi a seccar quel pestilente
> Stagno, aprirne lo spazio a mille a mille
> Non sol per abitarlo in sicurezza
> Ma in operosa libertà! Vedervi
> Lieti, fertili campi; il nuovo suolo
> Dell'uom comodo albergo e della greggia [1].

egli ha, invece, potuto compiacersi di aver veduto risanare le nostre città, e bonificare le nostre paludi, e presto avrebbe potuto, lo speriamo, cancellare il ricordo racchiuso in questi versi:

> .... a pie' della montagna
> Vapora una maremma, e tutto ammorba
> Ciò che noi rassodammo.

Egli avrebbe dovuto vivere ancora, se

> .... della vita è degno
> Degno di libertà colui soltanto
> Che debba a ciascun dì farsene acquisto.

ed egli, infatti, ogni suo dì consacrava all'acquisto del bene.

[1] Faust di Goethe. Traduzione di Andrea Maffei. Firenze 1866.

COLLEGHI!

In una sua commemorazione di Teodoro Schwann, Bizzozero rifletteva che quando ci accade di leggere una commemorazione fatta su di un fresco tumulo, pendiamo incerti sul quanto spetti alle virtù del defunto, e sul quanto gli accordi meritamente la facile liberalità del vivo.

Questa acuta riflessione, io penso, meglio si adatti a coloro che traversando l'esistenza piena di azione e di tumulto, lasciano dietro di sè un lievito di passione che appena il tempo può ridurre nella sua giusta misura; meno perfettamente, invece, si adatti a coloro, che non ebbero a commuovere, ma a persuadere, e che non mossero ad agire per impulso della immaginazione, ma col freddo e ragionato esercizio del metodo sperimentale. Epperò noi possiamo affermare che il bene che diciamo di Bizzozero gli è sin d'ora sicuramente dovuto. Noi lo abbiamo conosciuto dalla statura superiore alla media; dalla delicata struttura del corpo; dall'aspetto nobile; spesso assalito da sofferenze fisiche, e ciò malgrado di spirito vivace e talvolta faceto; cortese invariabilmente con tutti; corretto sino allo scrupolo nelle norme pratiche della vita; devoto alla famiglia; fidatissimo agli amici, dei quali apprezzava più la costanza che lo slancio; di criterio pratico, di sentimenti che venivano abbracciando un sempre più largo orizzonte quanto più egli maturava nella età e nelle opere. Egli era esatto e scrupoloso nell'adempiere tutti i suoi doveri, anche i più piccoli, così come era esatto e scrupoloso nella sua ricerca scientifica. Di mente acuta e libera, nessun argomento gli era estraneo; nessuna aspirazione nuova respingeva senza saggiarne liberamente il valore. Insegnante pieno di coscienza e di precisione, conquistò sè stesso nell'arte di esporre, in cui divenne efficacissimo.

Egli ebbe dal consenso spontaneo, universale e continuato dei suoi colleghi, un primato che egli nobilmente esercitava per promuovere la pace e l'operosità di ciascuno.

L'azione prolungatamente esercitata nei pubblici e privati consigli a favore dell'incremento scientifico delle Università nostre e del risanamento del nostro paese, gli assicurano la nostra universale riconoscenza.

Onore alla sua memoria!

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario CERRUTI presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle dei Soci DE LAPPARENT, HELMERT, LOCKYER, PFLÜGER, ed i fascicoli 17° e 18°, contenenti i risultati delle *Campagne scientifiche* del PRINCIPE DI MONACO.

Il Socio TODARO, a nome dell'autore, presenta l'opera del Socio LUCIANI intitolata: *Fisiologia dell'uomo*; il Socio Todaro accompagna la presentazione con un breve cenno dell'importanza scientifica della pubblicazione.

CORRISPONDENZA

Il Segretario CERRUTI dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Società zoologica di Amsterdam; la Società geografica del Cairo; la Società geologica di Sydney; l'Università di Upsala.

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società geologica di Darmstadt; la Società di scienze naturali di Francoforte s. M.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 5 maggio 1901.

Albert Ier de Monaco. — Notes de géographie biologique marine. Communication faite au VIIe Congrès international de Géographie à Berlin en 1899. Berlin, 1900. 8°.

Alberti V. — Riassunti decadici e mensili delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nel 1899-1900. Napoli, 1900-901. 8°.

Album de estatistica graphica dos Caminhos de ferro portuguezes das Provincias Ultramarinas. 1898. Lisboa, 1899. f.°

Bohn G. — L'évolution du pigment. Paris, 1901. 8°.

Carta idrografica d'Italia. — Fiume Marta e Lago di Bolsena ecc. Roma, 1901. 8°.

Colombo Ch. e *Diamanti M.* — Le photothérapie. Études physiopathologiques et cliniques sur les bains de lumière électrique. Rome, 1901. 8°.

De Lapparent A. — Vers les pôles. Paris, 1901. 8°.

Demtchinsky N. — Y sommes nous? S. Pétersbourg 1901. 4°.

Geologische Karte des Grossherzogtums Hessen. VI. Lieferung. Darmstadt, 1901. f.°

Helmert F. R. — Der normale Theil der Schwerkraft in Meeresniveau. Berlin, 1901. 8°.

Id. — Die dreizehnte Allgemeine Conferenz der Internationalen Erdmessung in Paris 1900. Stuttgart, 1901. 8°.

Lockyer N. — Spectre of Sun-Spots 1879-1897. Deduced from Observations made at the Solar Physics Observatory South Kensington. London, 1900. 4°.

Id. — The New Star in Perseus. Preliminary Note. London, 1901. 8°.

Id. e *W. J. S.* — On Solar Changes of Temperature and Variations in Rainfall in the Region surrounding the Indian Ocean. London, 1900. 8°.

Malfatti P. — Contributo alla Spongiofauna del Cenozoico italiano. Pisa, 1900. 4°.

Meli R. — Sulle Chamacée e sulle Rudiste del Monte Affilano presso Subiaco. Roma, 1901. 8°.

Osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nel 1899-1900. Napoli, 1900-901. 8°.

Pflüger E. — Fortgesetzte Untersuchungen ueber die Resorption der künstlich gefärbten Fette. Bonn, 1901. 8°.

Reports to the Malaria Committee. 5th Series. London, 1901. 8°.

Résultats des Campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert Ier Prince de Monaco. Fasc. XVII. XVIII. Monaco, 1900. 4°.

Ronna A. — L'agriculture de l'avenir. Paris, 1900. 4°.

Rütimeyer L. — Gesammelte Kleine Schriften allgemeinen Inhalts aus dem Gebiete der Naturwissenschaft. Bd. I. II. Basel, 1898. 8°.

Savastano L. — Sguardo all' agrumicoltura italiana. Roma, 1900. 8°.

Tedeschi V. — Variazioni della declinazione magnetica osservate nella R. Specola di Capodimonte negli anni 1898-1900. Napoli, 1899-1901. 8°.

Vollü L. N. — Explication scientifique de la formation des mondes. Rio de Janeiro, 1901. 8°.

V. C.

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 19 maggio 1901.

P. Blaserna, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — *Osservazioni astrofisiche della nuova stella in Perseo, fatte nell'Osservatorio di Catania.* Nota del Corrispondente A. Riccò.

L'Accademia fu già informata dal Socio prof. Millosevich della comparsa di questo nuovo astro, e delle prime osservazioni fatte da lui e da altri; quindi io mi limiterò a riferire sulle osservazioni astrofisiche, fatte all'Osservatorio di Catania.

A noi la notizia di questo importante avvenimento astronomico arrivò solo al 4 marzo, per mezzo del periodico *Astronomische Nachrichten:* inoltre dal 22 febbraio al 3 marzo in Catania il cielo alla sera fu sempre più o meno completamente annuvolato, eccetto il 1° marzo, in cui fu vario: perciò sarebbe stato impossibile, o per lo meno molto difficile, accorgerci dell'apparizione della nuova stella.

Alla sera del 4 marzo ci mettemmo subito all'osservazione, io e l'ingegnere A. Mascari.

Fotografie della Nova. Alla sera del 4 marzo ed in altre seguenti si sono fatte, coll'equatoriale fotografico di m. 0,33 d'apertura, sei fotografie di 4 gradi quadrati di cielo colla *Nova* nel centro, e con esposizioni multiple, dalle quali si potrà, fatte le necessarie misure, ricavare la posizione e grandezza fotografica della *Nova.*

Intensità luminosa o *grandezza della* Nova. Nelle prime sere, fino al 12 marzo, si è stimata la grandezza della *Nova*, confrontandola con stelle vicine; dopo si sono fatte misure fotometriche con un eccellente fotometro registratore a cuneo di vetro grigio, costruito da O. Töpfer di Potsdam, secondo le idee del prof. G. Müller. Questo strumento, essendoci arrivato da

poco tempo, non si potè adoprarlo prima del 13 marzo; si è applicato all'equatoriale Cooke, dell'apertura di m. 0,15.

Tutte queste osservazioni sono state fatte nelle prime ore della notte.

Le grandezze ottenute sono date nella seguente Tabella I, ove la *n* presso alcune date indica la presenza di nubi o nebbia, e quindi la minor sicurezza delle misure fotometriche. Negli ultimi giorni la *Nova*, essendo più vicina al sole, si è dovuta osservare quando era molto bassa, e durante il crepuscolo, perciò le misure fotometriche sono meno esatte.

TABELLA I.

Grandezze della " Nova „ in Perseo.

DATA t. m. Catania			Grandezza	DATA t. m. Catania			Grandezza
Marzo	4	$8^h.41^m$	2,5	Aprile	2	$10^h.12^m$	5,6
"	5	8. 43	2,6?	"	3	9. 5	6,0
"	7	8. 40	3,3	"	4	8. 44	4,7
"	12 *n*	9. 20	3,2	"	5	8. 22	4,9
"	13	9. 30	3,9	"	6	8. 45	5,5
"	14	10. 25	3,6	"	7 *n*	8. 26	5,0?
"	15	10. 00	4,1	"	9	8. 58	5,2
"	16	8. 39	4,0	"	10 *n*	8. 21	5,6
"	17	8. 46	4,1	"	12	8. 17	5,5
"	18 *n*	9. 30	3,6?	"	14	8. 10	5,6
"	20 *n*	8. 44	3,2	"	17	8. 15	5,9
"	21	9. 26	4,2	"	19	8. 36	5,1
"	22 *n*	9. 55	5,6	"	20	8. 16	5,9
"	23	8. 42	4,3	"	21	8. 26	5,9
"	27 *n*	9. 35	4,4	"	23	8. 25	4,7
"	28 *n*	9. 45	4,8	"	24	8. 8	5,8
"	29	8. 38	4,8	"	27	8. 7	5,0
"	30 *n*	8. 13	4,5?	"	30	8. 16	5,7
				Maggio	1 *n*	8. 34	6,4?
				"	2	8. 10	4,7

È evidente la generale diminuzione della luce della *Nova*, ed è anche facile riconoscere le alternative continue della intensità; inoltre considerando i minimi più sicuri, cioè compresi fra due sere di osservazione d'intensità maggiore, si ha:

Marzo 22 ad Aprile 6 = 15 giorni = 3 × 5 giorni;

e considerando i massimi sicuri, si ha:

14 Marzo a 4 Aprile = 21 giorni = 3 × 7 giorni.

Dunque si ha un periodo di circa 3 giorni, al quale si raccordano abbastanza bene anche gli altri minimi e massimi meno determinati.

Pare quindi si possa concludere che la *Nova* è divenuta una stella *variabile*.

Colore della NOVA. All'epoca della prima apparizione era bianco-azzurrognolo; divenne poi bianco e poi giallo, come fu constatato anche dai professori Celoria (1) e Millosevich; al 4 marzo trovammo la stella di color giallo-aranciato: ma poi, anche il colore ebbe delle variazioni periodiche verso il rosso o verso il bianco. Fu notato da noi il color *rosso-aranciato* al 22 e 29 marzo, 3, 6, 14, 20, 21, 24 aprile, cioè prossimamente alle epoche di minimo di luce; invece al 23 fu notato il colore quasi *bianco*, in corrispondenza ad un forte massimo: ciò è in relazione a quanto insegna la Fisica riguardo ai cambiamenti di colore ed al prevalere dei raggi delle varie lunghezze d'onda col variare dell'intensità delle sorgenti luminose.

Spettro della NOVA. Nella sera del 4 marzo e nelle seguenti, applicato al refrattore Merz dell'apertura di m. 0,33, uno spettroscopio stellare di Clean, abbiamo osservato un brillantissimo spettro, formato specialmente da righe allargate o zone lucide, indicanti gaz e vapori incandescenti; vi abbiamo riconosciuto le righe *C, F, G* (o meglio H_α H_β H_γ) dell'idrogeno, la *D* del sodio, la *b* del magnesio; si vedevano inoltre due righe molto diffuse o zone, al di là della *C*, nel rosso: un'altra riga (D_3?) o due, deboli, incerte nel giallo, un'altra riga molto lucida fra la *b* e la *F*, poi due zone lucide diffuse tra *F* e *G*; il fondo continuo dello spettro era assai poco luminoso: anzi fra le righe lucide vi erano vere zone oscure di assorbimento, specialmente al lato più refrangibile di *F* e *G*.

Alla sera del 5 marzo si è fatta la fotografia dello spettro collo spettrografo Vogel, applicato all'equatoriale fotografico, colla fessura dello spettroscopio larghissima, con posa di un'ora e lastra isocromatica *Perutz*, all'eosina, sensibile dal giallo all'ultra-violetto. Si è ottenuto uno spettro quasi lineare, con ingrossamenti o nodi, corrispondenti alle righe lucide.

Al 7 marzo si è fatta un'altra di queste fotografie con fessura stretta e posa di 2 ore: i nodi vi sono più decisi che nella prima fotografia, ma pur sempre allargati e diffusi; il che vuol dire che veramente le corrispondenti emissioni di luce sono di lunghezze d'onda diverse.

Questa larghezza e diffusione dei detti nodi, o righe, costituisce una difficoltà per l'esatta misura e determinazione della lunghezza d'onda; le misure sono state prese da me 4 volte in sensi opposti col *macromicrometro*. In questi spettri si riconoscono facilmente le righe *b*, *F*, *G*, ed inoltre la *h* (o H_δ) dell'idrogeno e le H e K del calcio. Valendosi delle lunghezze d'onda note di queste righe, il dott. L. Mendola ha determinato le lunghezze d'onda delle altre righe o zone, che per il detto non possono aspirare a grande precisione.

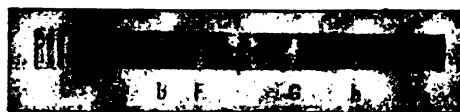
(1) Rendiconti del R. Ist. Lomb. di sc. e lett., serie 2ª, vol. XXXIV, 1901.

La Tabella II fornisce i dati principali relativi a tutte le righe o zone.

TABELLA II.

Spettro della “ Nova „ in Perseo.

	562,7	zona forte, diffusa
	555,1	zona forte, diffusa
	530,0	zona debole, diffusa
b	516,8	zona distinta
	501,9	zona poco distinta
	492,3	zona debolissima
H_β	486,2	zona la più forte
	468,1	zona debole aderente alla seguente
	463,6	zona forte che pare doppia
	460,9	zona *oscura* d'assorbimento
	458,7	zona forte, netta
	454,1	zona larga, diffusa
	449,3	zona larga, diffusa
	441,2	zona diffusa
H_γ	434,1	zona larga, forte
	431,0	zona debole, diffusa
	423,5	zona debole, diffusa
	417,9	zona debole, diffusa
H_δ	410,2	zona mediocre, larga
	407,1	zona debole
	403,9	zona debole, incerta
	401,5	zona debole, incerta
H	396,9	zona larga, diffusa, debole
K	393,3	zona larga, diffusa, debolissima.

L'unita figura è la riproduzione di uno spettro in positivo, che si è allargato facendo scorrere la carta sensibile sotto alla negativa: vi si è poi aggiunta a mano ed approssimativamente la parte ottica, non riuscita nella fotografia, a scopo puramente dimostrativo ed a fine di rendere completo lo spettro.

Non essendovi nel nostro spettrografo una disposizione per ottenere uno spettro di comparazione, non abbiamo potuto studiare lo spostamento delle righe, come altri hanno fatto.

Lo spettro della *Nova* in seguito si è fatto più debole al diminuire della luce dell'astro, ma non ha cambiato carattere. Al 15 aprile, secondo un'osservazione dell'ing. Mascari, fatta collo spettroscopio Clean applicato all'equatoriale Cooke, si vedevano solo tre righe cioè la *b*, la *F*, ed una intermedia: lo spettro si estendeva verso il rosso di uno spazio circa eguale all'intervallo fra *b*, ed *F*, finendo con una riga lucida molto debole; lo spettro si estendeva oltre la *F* verso il violetto di circa metà del detto intervallo; non si vedevano più le righe *C*, *D*, *G*, nè le altre intermedie.

Anatomia vegetale. — *Anatomia dell'apparato senso-motore dei cirri delle Cucurbitacee.* Nota preventiva del Corrispondente A. Borzì.

Questa brevissima Nota giova ad annunziare e a riassumere i risultamenti di una serie di ricerche da me compiute sull'apparato senso-motore dei cirri delle Cucurbitacee. Un lavoro particolareggiato su questo argomento è già pronto per la stampa ed io non ho bisogno ora che soltanto accennare alle principali deduzioni, quelle, cioè, che principalmente interessano la dottrina del meccanismo dei moti di detti organi. Non è nemmeno necessario il ricordare che le meravigliose attitudini di senso e moto che i cirri manifestano in contatto ad appropriati sostegni hanno già formato oggetto di particolare studio da parte di molti fisiologi; mentre le ragioni strumentali, morfologiche e prime che presiedono alla esplicazione di tali fenomeni restano tuttora molto oscure o di gran lunga manchevoli a rappresentare fedelmente al pensiero l'essenza del meccanismo di funzionamento dei cirri. L'odierna dottrina dei moti di questi organi infatti si fonda sul principio che in presenza di un sostegno di determinate qualità fisiche, variano le condizioni d'incremento dei tessuti situati lungo le due facce opposte del cirro, in modo che quelli corrispondenti al lato esterno crescono molto più che quelli della faccia interna, i quali anzi contemporaneamente contraggonsi. Come effetto finale di coteste due azioni antagonistiche il cirro s'avvolge torno torno al sostegno e vi si avviticchia tenacemente. Siffatto variare delle condizioni incrementali dei tessuti, secondo la teoria, è determinato dallo stimolo della pressione esercitata da corpi duri e scabri sulla superficie del cirro. In realtà trattasi di un mutamento istantaneo, come ce lo dimostra il microscopio orizzontale opportunamente disposto, mutamento che continua e diventa più distinto se non cessa l'azione dello stimolo, ma che vien meno se l'eccitazione stessa è sospesa. In quest'ultimo caso l'organo conserva la suscettibilità a nuove eccitazioni.

Date tali condizioni di funzionamento, è chiaro che le manifestazioni dell'attività di un cirro non possono attribuirsi a variazioni nei processi ordinarî d'accrescimento, essendo questi, com'è noto, molto tardi e lentissimi nei loro effetti, ma invece esse ci si palesano come fatti consoni all'attività caratteristica del protoplasma. E spontanea sorge la domanda se alla specifica differenziazione della sensibilità dei cirri presiedano particolari protoplasti, quali ne sono i caratteri e il modo loro di funzionamento.

Le cognizioni anatomiche sui cirri non sono state ancora sufficientemente approfondite. I vecchi lavori del Palm e del Mohl sono troppo superficiali. Lo stesso si può dire di quelli più recenti del Leclerc du Sablon e del

Müller. Pfeffer e Haberlandt studiando i cirri di alcune Zucche notavano nei protoplasti epidermici delle minutissime emergenze papilliformi ed attribuirono ad esse la funzione tattile.

Non altro che questo ci è noto. Queste mie ricerche, spero, valgano a colmare le molte lacune che presenta l'argomento.

Premetto anzitutto che ho potuto rivolgere la mia attenzione ad una sessantina di specie di Cucurbitacee: in tutte il piano fondamentale di struttura dei cirri è il medesimo, salvo lievissime insignificanti differenze.

La considerazione di un cirro va fatta naturalmente nel momento in cui esso ha raggiunto quel grado di maturità fisiologica normale che lo rende idoneo al suo pieno funzionamento.

Ciò posto, si noti che l'arrampicamento di un cirro è un fatto d'indole ecologica (biologica): i cirri stessi non sono che organi biologici per eccellenza. Come tale considerato, il fenomeno si compone di tre momenti distinti che rappresentano altrettante fasi caratteristiche della vita di un cirro. A ciascuna di esse corrispondono determinate condizioni morfologiche esterne ed intime dell'organo, le quali occorre passare in rassegna.

Tali fasi biologiche sono:

1. Appoggio al sostegno per mezzo dell'estremità libera e circumnutante nello spazio;
2. Ravvolgimento al sostegno per mezzo della porzione superiore.
3. Consolidamento definitivo di tutto il cirro al sostegno.

Prima fase. — Il cirro è diritto, salvo all'apice, ove presenta una lieve incurvatura. L'estremità è costituita da una sostanza resistente, quasi cornea, lucida, dovuta a una particolare conformazione della epidermide e a straordinario ispessimento della cuticola in quella regione. Curvatura dell'apice e callosità terminale rappresentano due distinte disposizioni biologiche degne di nota. La prima giova ed assicura al cirro un pronto appoggio o appiglio al sostegno, mentre che esso, sospinto dal crescere e dai moti di circumnutazione e apogeotropici dei rami, si solleva e si aggira attorno in cerca di un punto di appoggio. Di fatti non essendo possibile immaginare nell'aria una calma assoluta, la forma uncinata dell'apice del cirro serve a favorire l'appoggio momentaneo di questo, mentre tanto le parti della pianta, quanto il sostegno sono agitati e tenuti in movimento dalle correnti aeree. La callosità è non solo in armonia a tale necessità biologica, ma giova altresì a favorire il procedere innanzi dell'apice del cirro durante il moto attorno il sostegno.

La incurvatura dell'apice del cirro è determinata da una lieve differenza di accrescimento dei tessuti posti sui due lati dell'organo nella sua parte estrema.

Seconda fase. — Il cirro, appoggiato già al sostegno, vi si avvolge, descrivendo parecchi passi di spirale. In tal guisa il ramo, a cui appartiene il cirro, è da questo tirato e portato sempre più in vicinanza al sostegno.

Solo una parte della porzione basale dell'organo resta esclusa dall'arrampicamento.

Durante questa fase sono messe in azione tutte le attitudini sensibili caratteristiche del cirro. Il grado di sensibilità varia nelle diverse regioni di uno stesso cirro. Sensibilissima al contatto è la faccia concava o interna, così pure lo sono le due regioni longitudinali marginali; nulla o debolissima è la sensibilità del lato convesso o esterno.

L'anatomia di un cirro qualunque dà ragione di tali condizioni. Difatti alle indicate tre regioni sensibili di un cirro corrispondono altrettanti fasci sottoepidermici di fibre protoplasmatiche d'aspetto collenchimatoideo, eminentemente contrattili. Ampio è il fascio mediano corrispondente alla faccia interna e distinto dai due laterali che sono più esili.

La contrazione delle fibre ha luogo sotto l'azione dello stimolo della pressione; la quale azione è trasmessa da particolari protoplasti periferici corrispondenti topograficamente e morfologicamente a quelli epidermici.

Siffatti protoplasti dunque assumono il carattere di elementi di *senso*, mentre le fibre vanno considerate come elementi di *moto*. Morfologicamente gli uni e gli altri sono differenti: i primi provengono e appartengono all'epidermide; gli altri sono d'origine periblemica.

Tutti i protoplasti epidermici di un cirro (salvo quelli della porzione basale dell'organo) sono cellule di senso. Ma più adatti all'esercizio della funzione sensitiva sono quelli che appartengono alle regioni particolarmente sensibili dell'organo.

Ogni cellula di senso è fornita nella sua parte direttamente in contatto coll'ambiente di una o 3, 5, 7, 9, 11 particolari appendici di recezione o *corpi tattili*. Questi sono in forma di brevissime papille protoplasmatiche a sommità tozza e slargata, le quali attraversano le pareti esterne della epidermide e raggiungono sotto il livello della cuticola. Verso i reattivi coloranti il protoplasma dei corpi tattili accenna a comportarsi in modo tutto affatto particolare o almeno sembra che differisca da quello interno. Gli stessi reattivi in preparati fissati coll'acido picrico-solforico, rivelano nel corpo cellulare una marcatissima struttura fibrillare. Il nucleo è relativamente molto grosso. Allo stato fresco si scorgono sovente attivissime correnti protoplasmatiche.

Le aperture parietali attraversate dai corpi tattili, viste dall'alto, hanno la forma di un'ellissi più o meno allungata: l'asse maggiore è perpendicolare a quello longitudinale del cirro. Gli orli dell'apertura sono ispessiti a mo' di labbra, ma meno o nulla lo sono ai poli della figura, in modo che l'apertura si può facilmente restringere nel senso longitudinale quando il cirro comincia a curvarsi. Per effetto di tale costrizione la sommità del corpo tattile viene più fortemente eccitata. Un aumento di eccitazione può seguire per intrusione di minutissimi corpi cristallini dentro la sostanza delle papille (Haberlandt) tattili.

I protoplastici di senso stanno in connessione tra di loro mediante laterali appendici protoplastiche. Queste attraversano le membrane cellulari sotto forma di tenuissime fibre protoplasmatiche. Ai punti di passaggio di dette fibrille esistono delle placche minutamente forate.

La connessione tra le cellule di senso e le fibre di moto si stabilisce mediante eguali processi fibrillari protoplasmatici, di facile rilievo per lo sviluppo notevole che prendono. Anche nei punti di comunicazione si notano delle piastrine forellate.

Le fibre motrici hanno pareti relativamente spesse, ma formate di una materia eminentemente compressibile e di consistente colloide quale si riscontra in tutti gli elementi caratteristici del collenchima. Fra le diverse fibre componenti un medesimo fascio, esistono dei meati intercellulari più o meno vistosi. Il protoplasma di ogni fibra è copioso, denso di granulazioni che si scorgono spesso in attivo movimento di circolazione. V'è un nucleo molto vistoso, allungato, sovente fusiforme.

Il grado di compressibilità e di contrazione delle fibre motrici è veramente notevole, come lo dimostra la plasmolisi. Ogni fibra può allora ridurre il primitivo volume del 25 al 30 %. I circostanti meati intracellulari agevolano la contrazione delle fibre motrici.

Date quindi tali condizioni di struttura, è possibile concepire come l'azione dello stimolo della pressione possa trasmettersi alle fibre motrici, per mezzo dei protoplasmi epidermici: le *appendici* o *corpi tattili* di cui sono forniti questi ultimi rappresentano la prima parte, deputata alla funzione recettiva dell'apparato senso-motore de cirri.

Ma il tradursi di siffatto impulso esterno in movimento esige nuove particolari disposizioni meccaniche, morfologiche, strumentali. E difatti allo stato crettile e vergine tutti i tessuti interni e specialmente il parenchima possiedono un elevato grado di tensione, così come risulta dalle indagini di tutti gli autori e particolarmente del De Vriese, e come la plasmolisi chiaramente mette in rilievo. Lo stimolo, di cui l'azione è trasmessa alle fibre motrici, su queste agisce modificando lo stato di loro normale turgescenza; anzi abbassando e deprimendo il potere osmotico del protoplasma, così che, divenuto questo impotente a ritenere la propria acqua d'imbibizione, la fibra diviene floscia e si contrae passivamente.

Essendo il fascio di fibre motrici posto sopra una faccia dell'organo, verrà appunto verso questa parte a mancare la resistenza allo espandersi dei circostanti tessuti. Il cirro dovrà in conseguenza curvarsi sul lato corrispondente al fascio di fibre motrici, cioè sulla faccia interna. Iniziato il movimento, questo si propaga; la curvatura si fa più profonda, mentre che nuovi punti di contatto si stabiliscono tra la faccia interna del cirro e il sostegno.

A completare il meccanismo di avvolgimento si aggiungono alcuni espedienti morfologici. Essi sono:

1. La forma convessa, sporgente dalle pareti esterne dell'epidermide della faccia sensibile. I corpi tattili essendo situati nel punto più culminante di detta regione sporgente, si comprende la facilità e rapidità colle quali tali appendici possano essere influenzate dalla pressione.

2. L'estrema compressibilità degli strati cuticulari interni delle pareti esterne epidermiche. Ciò è dovuto al fatto che detti strati risultano di una sostanza quasi di consistenza colloide. In tal modo la più lieve compressione esercitata sulla cuticola si può immediatamente trasmettere sulla sommità delle papille.

3. La presenza di minutissime frequenti rughe trasversali poste sul lato convesso del cirro e di un ampio solco longitudinale che percorre lo stesso lato a partire dalla base. Tali depressioni hanno il medesimo significato meccanico-morfologico delle pliche a mantice che si osservano trasversalmente ai cuscinetti fogliari delle Sensitive, e giovano quindi a facilitare l'incurvatura e la espansione dei tessuti corrispondenti alla faccia convessa del cirro.

Terza fase. — Il cirro acquista una consistenza quasi sublignea ed una grande elasticità. La porzione basale non ravvolta al sostegno si contorce e descrive varî passi di spirale di una perfetta regolarità geometrica. In tal guisa il ramo si accosta sempre più al sostegno. In ciò consiste il consolidamento definitivo dell'organo. La spirale della parte libera, com'è noto, rappresenta un apparato a molla destinato a regolare i rapporti fra la pianta e il sostegno in presenza degli urti bruschi e delle scosse determinate dagli agenti esterni e specialmente dal vento.

La considerazione di questo periodo della vita di un cirro è importante, perchè serve a stabilire un limite netto fra ciò che spetta all'attività del protoplasma e di particolari elementi sensibili, e ciò che dipende da processi incrementali e azioni meccaniche. Tutti coloro che si sono occupati della ricerca del meccanismo di moto dei cirri hanno esclusivamente rivolto la loro attenzione a questi ultimi fattori concomitanti del movimento stesso.

Si noti infatti che se il contatto fra cirro e sostegno non è continuato per alcuni istanti, il cirro medesimo non perde la facoltà di subire l'impulso di nuove eccitazioni. Solo invecchiando, in esso vien meno tale capacità, e rimane alla mercè dei processi incrementali. Si può allora contorcere ma irregolarmente; nè raggiunge quel vigore caratteristico dei cirri normalmente avviticchiati a un sostegno; anzi ben presto dissecca e cade come un corpo morto. Il contatto dunque sveglia nuove intime attitudini che la chimica o fisica possono determinare solo nei loro effetti ultimi.

La durata dello stato di contrazione delle fibre motrici e quindi del movimento dei cirri attivi e sensibilissimi essendo in rapporto alla durata delle eccitazioni, è necessario che quando l'organo ha raggiunto l'*optimum* delle condizioni utili al suo funzionamento, renda definitiva e stabile la sua posizione; cioè, occorre che la sua forma venga *fissata*. A questo scopo giova un

particolare plesso di fibre sclerenchimatiche o meccaniche, il quale propongo di chiamare *lamina del Bianconi*. È stato infatti il prof. Bianconi di Bologna, nel 1856, il primo a notare che nei cirri della Zucca esiste in vicinanza dei fasci libero-legnosi, sul lato spettante alla faccia concava dell'organo, un plesso molto compatto di elementi fibriformi, lignificati, e ne intuì subito l'ufficio meccanico. Questi elementi sono comuni a molti cirri ed esistono in tutti quelli delle Cucurbitacee. Essi prendono origine di buon'ora da modificazione delle cellule del parenchima che circonda i fasci, ma soltanto sul lato prospiciente la faccia interna del cirro. Sicchè la lamina del Bianconi ha una posizione unilaterale ed è separata dalle fibre motrici da un doppio o triplo strato di cellule parenchimatiche. Sulla sezione trasversale di un cirro piglia la forma di un arco che segue il perimetro dei 5 o 7 fasci libero-legnosi, ed aperto verso il lato convesso o esterno del cirro. Quest'arco tende a chiudersi a misura che ci avviciniamo alla base del cirro; ma non si chiude giammai perfettamente restando così in posizione unilaterale.

La lamina del Bianconi, appena il cirro ha cominciato le sue circonvoluzioni attorno al sostegno, si lignifica; e questo processo si propaga man mano verso la base, assicurando all'organo quella necessaria tenacità e resistenza utile al suo funzionamento.

Nella parte libera del cirro, mentre le fibre della lamina del Bianconi ispessiscono e lignificano le loro pareti, le cellule del parenchima circostante crescono di volume. Evvi così uno spiccato antagonismo di accrescimento, rappresentando la predetta lamina una resistenza all'accrescimento dei tessuti circostanti; antagonismo che ha per risultato finale la contorsione a spira della porzione libera dell'organo.

Anche a tarda età le pareti delle cellule del parenchima del cirro si lignificano senza subire un notevole ispessimento. Le membrane delle fibre motrici diventano allora rigide e quasi cornee.

Meccanica. — *Sopra la deformazione dei cilindri sollecitati lateralmente*. Nota II [1] del prof. Emilio Almansi, presentata dal Socio Volterra.

1. In una Nota precedente ho dimostrato che il problema di determinare la deformazione di un cilindro, sollecitato alle basi e sulla superficie laterale, nel caso che le componenti τ_1, τ_2, τ_3 della tensione che agisce sulla superficie laterale siano espresse da polinomî della forma $\Sigma g_n z^n$, $\Sigma h_n z^n$, $\Sigma l_n z^n$, ove g_n, h_n, l_n sono quantità indipendenti da z (come asse delle z si è assunto l'asse del cilindro) può sempre ridursi al problema di determinare la deformazione del cilindro sollecitato soltanto alle basi, purchè si

[1] V. pag. 333.

sappia determinarne la deformazione nel caso che sulla superficie laterale si abbia

$$\tau_1 = g\,, \quad \tau_2 = h\,, \quad \tau_3 = l\,,$$

$g\,, h\,, l$ essendo quantità indipendenti da z.

Vediamo come può risolversi questo secondo problema.

Perciò osserviamo che se si eliminano le funzioni $u\,, v\,, w$ tra le equazioni (2) e (3) della Nota precedente, e si pone per brevità $T = \tau_{11} + \tau_{22} + \tau_{33}$, si trovano sei nuove relazioni tra le tensioni, a cui possiamo dare la forma seguente:

$$(13) \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta^2\tau_{11} &= -\frac{1}{1+\lambda}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, & \Delta^2\tau_{23} &= -\frac{1}{1+\lambda}\frac{\partial^2 T}{\partial y\,\partial z}, \\ \Delta^2\tau_{22} &= -\frac{1}{1+\lambda}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, & \Delta^2\tau_{31} &= -\frac{1}{1+\lambda}\frac{\partial^2 T}{\partial z\,\partial x}, \\ \Delta^2\tau_{33} &= -\frac{1}{1+\lambda}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, & \Delta^2\tau_{12} &= -\frac{1}{1+\lambda}\frac{\partial^2 T}{\partial x\,\partial y}. \end{aligned} \right.$$

Si dimostra facilmente che date sei funzioni $\tau_{11}\,, \tau_{22}\,, \tau_{33}\,, \tau_{23} = \tau_{32}\,, \tau_{31} = \tau_{13}\,, \tau_{12} = \tau_{21}$ le quali soddisfino alle equazioni (1) e (13), è sempre possibile trovare tre funzioni $u\,, v\,, w$ che verificano le equazioni (2). Noi potremo perciò assumere quelle sei funzioni come incognite del problema, e cercare di determinarle in modo che in tutto il cilindro risultino soddisfatte le equazioni (1) e (13), e sulla superficie laterale le (4).

Notiamo poi che se sapremo determinare la deformazione del cilindro, ponendo la condizione che sulla superficie laterale τ_2 e τ_3 assumano i valori assegnati, e τ_1 risulti uguale a 0, sapremo anche risolvere il problema analogo. ma più semplice, di determinare la deformazione del cilindro, quando si ponga la condizione che τ_2 e τ_3 risultino uguali a zero, e τ_1 assuma i valori assegnati. Combinando le formule relative a questi due casi, otterremo quelle relative ad un terzo caso, in cui tutte e tre le componenti della tensione che agisce sugli elementi della superficie laterale assumeranno i valori assegnati.

Perciò, invece di trattare il problema in tutta la sua generalità, noi ci occuperemo del caso speciale in cui si abbia $\tau_1 = 0$.

2. Sieno $\varphi\,, \psi\,, \chi\,, \Phi$ funzioni *delle sole variabili x ed y* che soddisfano le equazioni:

$$(14) \qquad \Delta^2\varphi = 0\,, \quad \Delta^2\psi = 0\,, \quad \Delta^2\chi = 0\,,$$

$$(15) \qquad \Delta^2\Delta^2\Phi = 0\,,$$

ed $a\,, b\,, c$ delle costanti. Poniamo:

$$(16) \qquad p = a\varphi + b\psi\,, \quad q = a\varphi + b\psi + a\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}x^2 y - \frac{1}{3}y^3\right),$$

$$
(17)\left\{\begin{array}{ll}
\tau_{11}=\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}-p\,, & \tau_{23}=z\left(\dfrac{\partial q}{\partial y}+2bx\right)+\dfrac{\partial\chi}{\partial y}+cy\,,\\
\tau_{22}=\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}-q\,, & \tau_{31}=z\left(\dfrac{\partial p}{\partial x}-2by\right)+\dfrac{\partial\chi}{\partial x}+cx\,,\\
\tau_{33}=\lambda\Delta^2\Phi+p+q+a(yz^2-\frac{1}{3}y^3)-cz\,, & \tau_{12}=-\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial x\,\partial y}-b(x^2-y^2).
\end{array}\right.
$$

Si verifica senza difficoltà che le equazioni (1) e (13) sono soddisfatte [1]. Vediamo se si possono determinare le funzioni φ, ψ, χ, Φ e le costanti a, b, c, in modo che sulla superficie laterale siano soddisfatte le (4), ove si ponga, come è stato convenuto, $\tau_1=0$.

L'ultima delle (4), sostituendo a τ_{13} e τ_{23} le loro espressioni date dalla 4ª e dalla 5ª delle (17), diventa:

$$
\left\{z\left(\frac{\partial p}{\partial x}-2\,by\right)+\frac{\partial\chi}{\partial x}+cx\right\}\cos\alpha+\left\{z\left(\frac{\partial q}{\partial y}+2\,bx\right)+\frac{\partial\chi}{\partial y}+cy\right\}\cos\beta=\tau_3.
$$

Poichè p, q, χ e τ_3 non dipendono da z, l'equazione precedente dovrà scindersi nelle due:

$$
(18)\qquad\left\{\begin{array}{l}
\left(\dfrac{\partial p}{\partial x}-2by\right)\cos\alpha+\left(\dfrac{\partial q}{\partial y}+2bx\right)\cos\beta=0\,,\\
\left(\dfrac{\partial\chi}{\partial x}+cx\right)\cos\alpha+\left(\dfrac{\partial\chi}{\partial y}+cy\right)\cos\beta=\tau_3\,;
\end{array}\right.
$$

e queste due equazioni dovranno esser verificate in tutti i punti del contorno s di una sezione trasversale A, α e β essendo gli angoli che la normale al contorno, rivolta verso l'*esterno*, forma colle direzioni $0x, 0y$.

Consideriamo la prima delle equazioni (18). Sostituendo a p e q le loro espressioni (16), ed annullando separatamente i coefficienti di a e di b, in modo che l'equazione stessa sia verificata qualunque valore venga poi attribuito alle costanti a, b, avremo:

$$
\begin{array}{l}
\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}\cos\alpha+\dfrac{\partial\varphi}{\partial y}\cos\beta+\left(\dfrac{\lambda}{1+\lambda}\,x^2-y^2\right)\cos\beta=0\,,\\
\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\cos\alpha+\dfrac{\partial\psi}{\partial y}\cos\beta+2(x\cos\beta-y\cos\alpha)=0\,.
\end{array}
$$

[1] Per verificare le equazioni (13) si osserverà che

$$
T=\tau_{11}+\tau_{22}+\tau_{33}=(1+\lambda)\,\Delta^2\Phi+a(yz^2-\tfrac{1}{3}\,y^3)-cz\,;
$$

si noterà ancora che, per le equazioni (14) e (16), le funzioni p, q delle variabili x, y, soddisfano le equazioni $\Delta^2 p=0$, $\Delta^2 q=-\dfrac{2a}{1+\lambda}\,y$; e infine che $\dfrac{\partial^2\Delta^2\Phi}{\partial y^2}=-\dfrac{\partial^2\Delta^2\Phi}{\partial x^2}$.

Diciamo n la normale al contorno s, diretta verso l' *interno* di A. Sarà:

$$\frac{\partial}{\partial n} = -\left(\frac{\partial}{\partial x}\cdot\cos\alpha + \frac{\partial}{\partial y}\cdot\cos\beta\right);$$

e le equazioni precedenti potremo scriverle:

$$(19)\qquad \frac{\partial\varphi}{\partial n} = \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\,x^2 - y^2\right)\cos\beta\,,\quad \frac{\partial\psi}{\partial n} = 2(x\cos\beta - y\cos\alpha)\,.$$

Affinchè queste equazioni siano compatibili colle (14)' (1^a e 2^a), è necessario che sia:

$$(20)\qquad \int_s\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\,x^2 - y^2\right)\cos\beta\,ds = 0\,,\quad \int_s (x\cos\beta - y\cos\alpha)\,ds = 0\,.$$

Ricordando le note formule di trasformazione

$$(21)\qquad \int_s f\cos\alpha\,ds = \int_A \frac{\partial f}{\partial x}\,dA\,,\quad \int_s f\cos\beta\,ds = \int_A \frac{\partial f}{\partial y}\,dA\,,$$

vediamo che la seconda delle equazioni (21) è soddisfatta. La prima diventa:

$$(22)\qquad -2\int_A y\,dA = 0\,,$$

e questa pure è soddisfatta, giacchè l'asse delle z passa per il baricentro di A (§ 1), e quindi l'integrale $\int_A y dA$, rappresentando il momento statico di A rispetto ad una retta baricentrica, è nullo.

Dunque le equazioni (19) e (14) sono compatibili tra loro, e definiscono le funzioni $\varphi(x,y)$, $\psi(x,y)$, a meno di costanti additive, a cui attribuiremo valori arbitrarî [1].

Riprendiamo ora la seconda delle equazioni (18). Essa può scriversi:

$$(23)\qquad \frac{\partial\chi}{\partial n} = -\tau_3 + c\,(x\cos\alpha + y\cos\beta)\,.$$

Questa equazione sarà compatibile colla terza delle (14) purchè sia:

$$\int_s \left\{-\tau_3 + c\,(x\cos\alpha + y\cos\beta)\right\} ds = 0\,,$$

ovvero:

$$(24)\qquad c\int_s (x\cos\alpha + y\cos\beta)\,ds = \int_s \tau_3\,ds\,;$$

[1] Questa indeterminatezza dipende dal fatto che non teniamo conto delle condizioni relative alle basi del cilindro.

Trasformando l'integrale del primo membro mediante le formule (21), e risolvendo rispetto a c, abbiamo:

$$c = \frac{1}{2A} \int_s \tau_3 \, ds .$$

Attribuito alla costante c questo valore, le equazioni (14) 3ª e (23) definiscono la funzione $\chi(x, y)$ a meno di una costante che non ha influenza.

Abbiamo così determinate le funzioni φ, ψ, χ e la costante c. Resta a determinarsi la funzione Φ, e le costanti a, b.

3. Consideriamo la prima e la seconda delle equazioni (4), di cui non abbiamo ancora tenuto conto. Sostituendo a $\tau_{11}, \tau_{22}, \tau_{12}$ le loro espressioni (17), e facendo $\tau_1 = 0$, abbiamo:

$$\left\{ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - p \right\} \cos\alpha + \left\{ - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \, \partial y} - b(x^2 - y^2) \right\} \cos\beta = 0 ,$$

$$\left\{ - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \, \partial y} - b(x^2 - y^2) \right\} \cos\alpha + \left\{ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - q \right\} \cos\beta = \tau_2 ,$$

ossia

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \cos\alpha - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \, \partial y} \cos\beta = p \cos\alpha + b(x^2 - y^2) \cos\beta ,$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \, \partial y} \cos\alpha - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \cos\beta = - \tau_2 - q \cos\beta - b(x^2 - y^2) \cos\alpha .$$

Se attribuiamo al contorno s di A un verso positivo, individuato dalla formula:

$$\frac{\partial}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial y} \cdot \cos\alpha - \frac{\partial}{\partial x} \cdot \cos\beta ,$$

le equazioni precedenti potremo scriverle:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) = p \cos\alpha + b(x^2 - y^2) \cos\beta ,$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) = - \tau_2 - q \cos\beta - b(x^2 - y^2) \cos\alpha .$$

Aggiungiamo la condizione che in un punto P_0 del contorno sia $\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0$. In un altro punto qualunque P sarà:

$$(25) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= \int_{P_0}^{P} \left\{ p \cos\alpha + b(x^2 - y^2) \cos\beta \right\} ds , \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= - \int_{P_0}^{P} \left\{ \tau_2 + q \cos\beta + b(x^2 - y^2) \cos\alpha \right\} ds . \end{aligned} \right.$$

Affinchè ritornando al punto P_0, dopo aver percorso l'intero contorno, si ritrovino per $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ e $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ gli stessi valori, dovrà essere:

$$\int_s \{ p \cos\alpha + b(x^2 - y^2) \cos\beta \} ds = 0 ,$$

$$\int_s \{ \tau_2 + q \cos\beta + b(x^2 - y^2) \cos\alpha \} ds = 0 ;$$

ma

$$\int_s b(x^2 - y^2) \cos\beta \, ds = -2b \int_A y dA = 0 ,$$

$$\int_s b(x^2 - y^2) \cos\alpha \, ds = 2b \int_A x dA = 0 ;$$

dovremo dunque avere:

$$\int_s p \cos\alpha \, ds = 0 , \quad \int_s q \cos\beta \, ds = -\int_s \tau_2 \, ds$$

e sostituendo a p e q le loro espressioni (16):

$$(26) \begin{cases} a\int_s \varphi \cos\alpha \, ds + b\int_s \psi \cos\alpha \, ds = 0 , \\ a\int_s \varphi \cos\beta \, ds + b\int_s \psi \cos\beta \, ds + a\int_s \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} x^2 y - \frac{1}{3} y^3\right) \cos\beta \, ds = -\int_s \tau_2 \, ds. \end{cases}$$

Calcoliamo $\int_s \varphi \cos\alpha \, ds$. Osserviamo perciò che tanto φ come x soddisfano all'equazione $\Delta^2 = 0$: quindi sarà:

$$\int_s \left(\varphi \frac{\partial x}{\partial n} - x \frac{\partial \varphi}{\partial n}\right) ds = 0 ;$$

ovvero, osservando che $\frac{\partial x}{\partial n} = -\cos\alpha$, e sostituendo a $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$ il suo valore dato dalla prima delle formole (19):

$$\int_s \varphi \cos\alpha \, ds = -\int_s x \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} x^2 - y^2\right) \cos\beta \, ds ;$$

e trasformando il secondo membro in un integrale esteso ad A:

$$\int_s \varphi \cos\alpha \, ds = 2\int_A xy \, dA .$$

Fin qui la direzione degli assi $0x$, $0y$ si è lasciata indeterminata. Ora

supponiamo che essi siano gli *assi principali d' inerzia* della sezione passante per l' origine. Sarà allora $\int_A xy\, dA = 0$, e perciò:

$$\int_s \varphi \cos\alpha\, ds = 0.$$

Con un procedimento perfettamente analogo, osservando che $\cos\beta = \frac{\partial y}{\partial n}$, e tenendo conto della seconda delle formule (19), si troverebbe;

$$\int_s \varphi \cos\beta\, ds = -\int_A \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} x^2 - 3y^2\right) dA\,,$$
$$\int_s \psi \cos\alpha\, ds = 0\,, \int_s \psi \cos\beta\, ds = 0\,.$$

Così vediamo che la prima delle formule (26) è identicamente soddisfatta; la seconda diventa:

$$-a\int_A \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} x^2 - 3y^2\right) dA + a\int_s \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} x^2 y - \frac{1}{3} y^3\right) \cos\beta\, ds = -\int_s \tau_2\, ds.$$

Da questa equazione, trasformando anche il secondo integrale in un integrale esteso ad A, e ponendo $\int_A y^2\, dA = I$, si deduce:

$$a = -\frac{1}{2I}\int_s \tau_2\, ds\,.$$

Attribuito alla costante a questo valore, le quantità $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ e $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$, quali son date dalle formule (25), assumono un sol valore in tutti i punti del contorno.

4. Il valore della funzione Φ, in un punto qualunque P' di s, ponendo la condizione che nel punto P_0 debba essere $\Phi = 0$, sarà dato dalla formula:

$$\Phi = \int_{P_0}^{P'} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi}{\partial y} dy\right),$$

ovvero, chiamando U, V i valori di $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ e $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ dati dalle formule (25):

$$\Phi = \int_{P_0}^{P'} (U dx + V dy)\,. \tag{27}$$

Affinchè nel punto P_0, dopo aver percorso l' intero contorno, si ritrovi per Φ il valore 0, dovrà essere:

$$\int_s (U dx + V dy) = 0\,,$$

e integrando per parti:

$$\int_s (xd\mathrm{U} + yd\mathrm{V}) = 0\,.$$

Ma per le formule (25):

$$d\mathrm{U} = -\{\tau_2 + q\cos\beta + b(x^2 - y^2)\cos\alpha\}\,ds\,,$$
$$d\mathrm{V} = \{p\cos\alpha + b(x^2 - y^2)\cos\beta\}\,ds\,.$$

Dovrà dunque aversi:

$$(28)\int_s [-x\{\tau_2 + q\cos\beta + b(x^2-y^2)\cos\alpha\} + y\{p\cos\alpha + b(x^2-y^2)\cos\beta\}]\,ds = 0.$$

Se in questa formula sostituiamo a p e q le loro espressioni (16), vediamo che tutte le quantità che vi figurano sono note, tranne la costante b. Detto C il coefficiente di b, si troverà:

$$(29)\qquad \mathrm{C} = \int_s \{\psi(y\cos\alpha - x\cos\beta) + (x^2 - y^2)(y\cos\beta - x\cos\alpha)\}\,ds\,.$$

Affinchè la determinazione di b sia possibile, occorrerà che C sia differente da zero.

Per dimostrare che C è effettivamente differente da zero, osserviamo che la seconda delle formule (19) può scriversi:

$$y\cos\alpha - x\cos\beta = \tfrac{1}{2}\frac{\partial\psi}{\partial n} + 2(y\cos\alpha - x\cos\beta)\,,$$

e per conseguenza la (29), sostituendo ad $y\cos\alpha - x\cos\beta$ questa sua espressione:

$$\mathrm{C} = \tfrac{1}{2}\int_s \left\{\psi\frac{\partial\psi}{\partial n} + 4\psi(y\cos\alpha - x\cos\beta) + 2(x^2 - y^2)(y\cos\beta - x\cos\alpha)\right\} ds\,.$$

Trasformiamo il secondo membro in un integrale esteso ad A, osservando che, in virtù dell'equazione $\Delta^2\psi = 0$, si ha:

$$\int_s \psi\frac{\partial\psi}{\partial n}\,ds = -\int_{\mathrm{A}} \left\{\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2\right\} d\mathrm{A}\,.$$

Otterremo:

$$\mathrm{C} = -\tfrac{1}{2}\int_{\mathrm{A}} \left\{\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2 - 4\left(y\frac{\partial\psi}{\partial x} - x\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) + 4(x^2 + y^2)\right\} d\mathrm{A}\,;$$

ovvero:

$$\mathrm{C} = -\tfrac{1}{2}\int_{\mathrm{A}} \left\{\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} - 2y\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y} + 2x\right)^2\right\} d\mathrm{A}\,.$$

Questa formula mostra che C è sempre negativo: affinchè fosse nullo dovrebbero sussistere le due equazioni

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 2y\,, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = -2x\,,$$

che sono incompatibili tra loro.

Ne segue che dall'equazione (28) si può sempre ricavare il valore della costante b, in modo che la formula (27) dia per Φ un valore unico in tutti i punti del contorno. Determinata la costante b, nei secondi membri delle equazioni (25) figurano soltanto quantità note. Quindi mediante la formula (27) che può anche scriversi

$$\Phi = \int_{P_0}^{P'} (V \cos\alpha - U \cos\beta)\, ds$$

conosceremo il valore della funzione $\Phi(x\,,y)$ in un punto qualunque del contorno s. Mediante la formula

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\cos\alpha + \frac{\partial \Phi}{\partial y}\cos\beta\right) = -(U\cos\alpha + V\cos\beta)$$

potremo poi conoscere, in ogni punto di s, la derivata normale della funzione Φ. E poichè questa funzione deve soddisfare all'equazione $\Delta^2\Delta^2 = 0$, essa sarà determinata in tutta l'area A, ossia in tutto il cilindro.

La determinazione effettiva della funzione Φ può farsi per un grandissimo numero di aree. In tali casi pertanto il problema è risoluto.

Meccanica. — *Sui casi d'equilibrio d'un corpo elastico isotropo, che ammettono sistemi isostatici di superficie.* Nota di ADOLFO VITERBI, presentata dal Corrisp. RICCI.

§ I.

Il problema che forma oggetto della presente Nota trae le sue origini dalle seguenti proposizioni enunciate dal Lamé:

1ª. « Un corpo in equilibrio elastico può sempre essere diviso in parallelepipedi elementari mediante un sistema triplo di superficie ortogonali, dette dal Lamé stesso « Superficie isostatiche » (mentre il sistema triplo costituito dalle superficie in discorso si dirà « Sistema isostatico di superficie » o anche semplicemente « Sistema isostatico »), le quali sono sollecitate normalmente dalle forze elastiche » [1].

Quindi per un corpo in equilibrio elastico ogni sistema triplo di superficie ortogonali può divenire isostatico, quando le sue superficie che costituiscono il contorno del solido siano soggette a sforzi normali. [1].

[1] Lamé, *Leçons sur le Coordonnées Curvilignes* ecc. Paris, 1859, pag. 272-273.

2ª. « Esistendo un sistema isostatico in un corpo solido omogeneo in equilibrio elastico, per ogni superficie di questo sistema triplo ortogonale le componenti tangenziali si annullano e rimangono soltanto le componenti normali. Queste sono le forze elastiche principali (o pressioni principali) che danno in ogni punto le direzioni e le grandezze degli assi dell'ellissoide d'elasticità » (1).

Se non che il Weingarten (2) osservò che la prima di queste proposizioni non era esatta, nel senso che in generale non esistono i sistemi isostatici pei corpi in equilibrio elastico, ma esistono invece soltanto sotto date condizioni. E nella citata Memoria egli stabilì appunto le condizioni necessarie e sufficienti all'esistenza di tali sistemi. Chiarito però questo punto, rimane pur sempre la grande importanza che hanno i sistemi isostatici nello studio del problema dell'equilibrio dei corpi elastici. Quest'importanza si rileva tosto dalla seconda delle citate proposizioni del Lamé. Invero risulta da questa, che ai diversi tipi di sistemi isostatici che potessero esistere, corrispondono casi d'equilibrio elastico notevoli per la legge che presiede alla distribuzione degli sforzi. Si fu appunto partendo da queste considerazioni ch'io mi proposi il problema seguente, che forma oggetto della presente Nota. Esso consiste nel

« Determinare e classificare tutti i possibili tipi di sistemi isostatici, relativi ai corpi elastici isotropi in equilibrio, e dederminare di più i corrispondenti tipi di pressioni principali, e delle componenti della deformazione che loro fanno equilibrio nel caso, però che non agiscano forze interne (o di massa) ».

La risoluzione della seconda parte del problema si ricava facilmente da quella della prima. — Concepito dal punto di vista strettamente meccanico questo problema si potrebbe anche enunciare così:

« Integrare le equazioni d'equilibrio d'un corpo elastico isotropo in tutti quei casi nei quali esistono sistemi tripli ortogonali soggetti a pressioni puramente normali ».

Le componenti della deformazione si possono riguardare come un sistema doppio covariante associato al quadrato dell'elemento lineare dello spazio (3). A questo proposito è particolarmente notevole il fatto, che immediatamente risulta dalle formole, che il sistema di linee nelle cui direzioni agiscono le pressioni principali è altresì il sistema di linee delle deformazioni principali, nel senso che assunte tali linee come coordinate di riferimento,

(1) Weingarten, *Zur Theorie der isostatischen Flächen.* (Vol. XC del Giorn. di Crelle, pag. 18-33).

(2) Per spiegazioni intorno a concetti, come questo, appartenenti al calcolo differen ziale assoluto v. fra varie altre pubblicazioni particolarmente Ricci e Levi-Civita, *Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications*. Vol. LIV dei Mathem. Annalen.

(3) Lamé, op. cit. pag. 274.

rimangono soltanto le tre componenti delle deformazioni che agiscono secondo esse, mentre le altre tre s'annullano.

I calcoli che mi guidarono alla risoluzione del problema propostomi, risoluzione fondata sull'integrazione di due sistemi d'equazioni a derivate parziali, sono piuttosto lunghi e laboriosi: e pertanto mi limito in questa Nota ad enunciare i risultati a cui pervenni, riserbandomi di pubblicare poi dettagliatamente, in un altro lavoro, i procedimenti ed i calcoli. Qui però stimo opportuno accennare come nella trattazione del problema in discorso mi valsi del « Calcolo differenziale assolulo » del prof. Ricci, calcolo che fu già da autorevoli matematici riconosciuto essere validissimo strumento in ricerche del genere di quelle contenute nella presente Nota. Per parte mia mi permetto d'esprimere l'opinione ch'io debba in massima parte all'uso di detto calcolo l'essere giunto al fine prefissomi.

Ciò premesso passerò nel successivo paragrafo all'esposizione dei risultati a cui pervenni.

§ II.

1°. Nella classificazione dei possibili tipi di sistemi isostatici e dei corrispondenti casi d'equilibrio elastico, classificazione che forma oggetto del presente §, dirò sempre x, y, z i parametri delle tre famiglie di superfici costituenti il sistema, parametri che naturalmente saranno anche le coordinate curvilinee che si assumeranno. Le tre pressioni principali agiscono rispettivamente nelle direzioni delle linee x, y, z cioè normalmente alle singole famiglie di superfici del sistema isostatico.

Dirò brevemente p_1 la pressione principale agente secondo la direzione delle linee x, p_2 quella agente secondo la direzione y, p_3 quella agente secondo la direzione z. Quelle tre componenti della deformazione che non s'annullano, facenti equilibrio alle pressioni principali p_1, p_2, p_3, ogni volta considerate, si designeranno rispettivamente con ξ_1, ξ_2, ξ_3.

2°. Ed ora veniamo all'accennata classificazione dei vari casi che si presentano nel problema studiato.

I. Le tre pressioni principali sono tutte eguali fra di loro. *Allora esse devono essere altresì costanti: le componenti della deformazione devono essere altrettante funzioni lineari (arbitrarie però) delle coordinate. Il sistema isostatico corrispondente può allora essere qualunque, vale a dire non è soggetto ad alcuna restrizione* (1).

(1) Reputo opportuno accennare come avendo studiata la questione qui trattata anche per gli spazi a curvatura costante, trovai che in questi spazi non esistono sistemi isostatici di tipo analogo, poichè quando il sistema isostatico non sia soggetto ad alcuna restrizione geometrica, le componenti della deformazione devono annullarsi.

Come è evidente però è questo un caso affatto *triviale* d'equilibrio elastico, quale si presenta ad es. per una massa fluida.

II. Delle tre pressioni principali due siano uguali. Sia ad esempio:

$$p_2 = p_3$$

Allora si possono presentare questi sottocasi:

a). La famiglia di superficie $x =$ cost. si riduce ad un « fascio » di piani; tutto essendo simmetrico rispetto all'asse del fascio. In questo caso pertanto il problema è ricondotto ad un problema a due dimensioni.

b). Si ottengono tipi che non sono se non tipi speciali di sottocasi compresi nel caso III del quale ora passiamo ad occuparci.

III. Le tre pressioni principali sono fra loro distinte. *I sottocasi che allora si possono avere sono i seguenti:*

a). Una delle tre famiglie di superficie si riduce ad un sistema di piani paralleli. Quella delle pressioni principali che agisce normalmente a tali piani, e la differenza fra le altre due pressioni principali sono indipendenti dalla variabile fornita dal parametro di questa famiglia di piani. Il problema dell'equilibrio elastico è allora ricondotto ad un problema a due dimensioni negli accennati piani.

Di questo problema, come di quello che si presenta nel sottocaso II a) mi propongo d'occuparmi in altra occasione, poichè è evidente che un'ulteriore loro trattazione esorbiterebbe dall'obbiettivo propostomi in questa Nota.

b). Il sistema isostatico di superficie si riduce ad un sistema di piani ortogonali: cioè il sistema di linee x, y, z ad un sistema di tre assi Cartesiani ortogonali.

Le pressioni principali hanno la forma:

$$\begin{aligned} p_1 &= \varphi(y) + \psi(z) + \vartheta_2(y, z) + Y_2 Z_2 + \bar{Y}_2 + \bar{Z}_2 \\ p_2 &= f(x) + \psi(z) + \eta_2(x, z) + X_2 Z_2 + \bar{X}_2 + \bar{\bar{Z}}_2 \\ p_3 &= f(x) + \varphi(y) + z_2(x, y) + X_2 Y_2 + \bar{\bar{X}}_2 + \bar{\bar{Y}}_2 \end{aligned}$$

Le componenti della deformazione hanno allora la forma:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= F(x) + H_2(x, z) + Z_2(x, y) + Y_2 + Z_2 \\ \xi_2 &= \Phi(y) + \bar{Z}_2(x, y) + \Theta_2(y, z) + X_2 + Z_4 \\ \xi_3 &= \Psi(z) + \bar{H}_2(x, y) + \bar{\Theta}_2(y, z) + X_4 + Y_4 \end{aligned}$$

dove designino:

$F(x)$ *e* $f(x)$, $\Phi(y)$ *e* $\varphi(y)$, $\Psi(z)$ *e* $\psi(z)$ *altrettante coppie di funzioni rispettivamente della sola x, della sola y, della sola z, tali che, detta* K, *una costante dipendente dalle costanti d'isotropia del corpo, la cui deter-*

minazione si vedrà nell'accennato più ampio lavoro sia:

$$\frac{d^2(K_0 F(x) - f(x))}{dx^2}, \qquad \frac{d^2(K_0 \Phi(y) - \varphi(y))}{dy^2}, \qquad \frac{d^2(K_0 \Psi(z) - \psi(z))}{dz^2}$$

altrettante costanti. Di più devono designare:

$$\vartheta_2(y, z), \qquad \eta_2(x, z), \qquad z_2(x, y)$$

altrettante funzioni quadratiche rispettivamente delle sole y, z, delle sole x, z, delle sole x, y e così pure $H_2(x, z)$, e $\overline{H}_2(x, z)$, $Z_2(x, y)$ e $\overline{Z}_2(x, y)$, $\Theta_2(y, z)$ e $\overline{\Theta}_2(y, z)$ devono designare coppie di funzioni quadratiche delle sole x, z delle sole (x, y) e delle sole y, z.

Finalmente devono designare: X_4, Y_4, Z_4 tre funzioni di quarto grado rispettivamente della sola x, della sola y, della sola z, X_2, $\overline{X}_2$, $\overline{\overline{X}}_2$ funzioni di secondo grado della sola x, Y_2, $\overline{Y}_2$, $\overline{\overline{Y}}_2$ funzioni di secondo grado della sola y, Z_2, $\overline{Z}_2$, $\overline{\overline{Z}}_2$ funzioni di secondo grado della sola z, mentre devono essere le differenze:

$$\frac{d^2X_4}{dx_2} - X_2, \qquad \frac{d^2Y_4}{dy_2} - Y_2, \qquad \frac{d^2Z_4}{dz_2} - Z_2$$

altrettante costanti. Evidentemente il caso II C *può riguardarsi come una specializzazione di questo.* Con ciò è esaurito l'elenco di tutti i casi che nel problema studiato si possono presentare. Nello svolgimento dei calcoli, come si vedrà nel lavoro più ampio a cui accennai, si presentano sottocasi in cui le pressioni principali e così pure le componenti delle deformazioni hanno forme più speciali che si presentano come casi particolari di quelle testè indicate. Poichè mi limitai ad indicare i tipi *più generali* che possono avere tali funzioni nei singoli casi.

Sono pure degni d'interesse, specie per le applicazioni che se ne possono fare, i risultati che si ottengono introducendo, in taluno dei casi esaminati, qualche condizione restrittiva. Così, ad esempio, se nel caso in cui il sistema isostatico si riduce ad un sistema di tre piani ortogonali, si suppongono nulle due delle pressioni principali, evidentemente s'ottiene un caso interessante d'equilibrio d'un solido omogeneo elastico di forma prismatica soggetto ad una pressione agente su una delle sue tre coppie di facce opposte.

3°. Nel chiudere la presente Nota sembrami opportuno porre in rilievo un fatto emergente dagli esposti risultati. Esso è che l'asserzione del Lamé (V. I) che per un corpo in equilibrio elastico ogni sistema triplo di superficie ortogonali può rendersi isostatico applicando alle superficie contornanti il corpo sforzi normali è bensì vera astrattamente, ma in realtà per sistemi tripli di superficie ortogonali affatto generali, non rientranti quindi nei tipi speciali enumerati or ora, il fatto di divenire isostatici si verifica solo quando gli sforzi normali che si applicano siano fra loro uguali e costanti.

Chimica. — *Acido ortomercuriodibenzoico.* Nota di L. Pesci, presentata dal Socio G. Ciamician.

Aggiungendo ad una soluzione concentrata di ortoossimercuriobenzoato di sodio la quantità calcolata di solfuro di sodio, si ottenne un precipitato bianco che fu raccolto e seccato fra carta. Esso si sciolse alquanto nell'alcool a caldo e ne cristallizzò per raffreddamento in forma di sottili aghi, solubili discretamente nell' acqua.

Questo composto è il sale di sodio dell' acido *ortosolfomercuriobenzoico* cioè $S<{Hg - C_6H_4COONa \atop Hg - C_6H_4COONa}$.

All'analisi diede:

Hg % 54,27; 54,98. Na % 6,31. — Calcolato: Hg 55,56. Na 6,39.

Dalla soluzione acquosa di questo sale per mezzo dell' acido acetico si precipitò l'acido *solfomercuriobenzoico* sotto forma di massa gelatinosa che facilmente si decompone.

La stessa soluzione fu scaldata lungamente all' ebollizione in apparecchio a ricadere, con che si separò solfuro mercurico e si produsse il sale di sodio del nuovo *acido ortomercuriodibenzoico* $Hg<{C_6H_4COOH \atop C_6H_4COOH}$. Il prodotto della reazione, filtrato, fu addizionato a piccole frazioni di uno sciolto di cloruro di calcio fino a che non si produsse più precipitato: si filtrò rapidamente, si aggiunse un forte eccesso di questo sale e si abbandonò la massa a sè in un luogo fresco. Si separò lentamente il mercuriodibenzoato di calcio ben cristallizzato in mammelloni bianchissimi, che furono raccolti, lavati con acqua, e seccati. Questo sale di calcio fu poi stemperato in acqua e decomposto mediante carbonato di sodio, operando a caldo. Si separò per filtrazione il carbonato di calcio formatosi e si precipitò dal filtrato l' acido mercuriodibenzoico mediante l' acido acetico.

È una sostanza bianca, leggera, solubile alquanto nell' alcool bollente, dal quale, per raffreddamento, si separa cristallizzata in forma di aghetti brillanti. È insolubile nell' acqua. Per azione del calore si decompone senza fondere.

All' analisi diede:

Hg% 45,16; 45,17; 45,35. C 36,68. H 2,45.— Calc.: Hg 45,25. C 38,01. H 2,26.

Il sale di calcio, $Hg{C_6H_4COO \atop C_6H_4COO}>Ca$, è insolubile nell'acqua e nell'alcool.

All' analisi diede:

Hg % 41,32; 41,10. Ca 8,71; 8,20. — Calcolato: Hg 41,67; Ca 8,33.

Chimica. — *Derivati monosostituiti del Triazolo* 1. 3. 4 (1). Nota di Guido Pellizzari e Matteo Bruzzo, presentata dal Socio Paternò.

In una Nota precedente uno di noi e il dott. Massa descrissero l'1-feniltriazolo 1. 3. 4, che può anche chiamarsi 1-feniltriazolo simmetrico, ottenendolo sia per azione della formanilide sulla formilidrazide o sulla diformilidrazide, come dall'anilina e diformilidrazide. Colla presente Nota abbiamo esteso il metodo ad altri composti dello stesso tipo che si possono derivare da una molecola di un'amina primaria, da una d'idrazina e da due di acido formico.

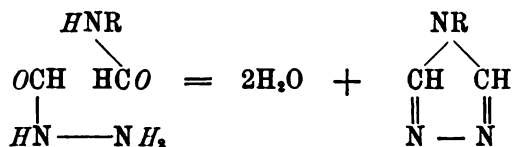
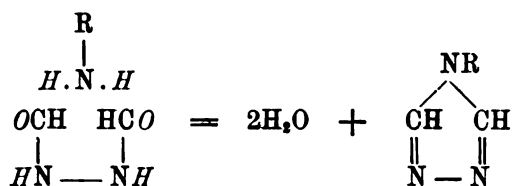
$$R.NH_2 + N_2H_4 + 2HCO_2H = 2H_2O + R.C_2N_3H_2$$

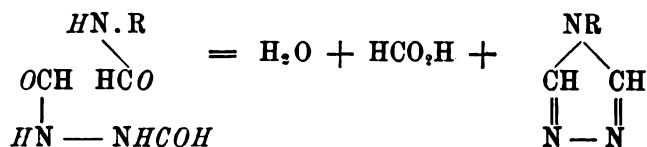
Praticamente le reazioni si eseguiscono coi derivati formilici delle basi e in tre modi differenti:

I. Azione dei derivati formilici delle amine primarie sulla formilidrazide:

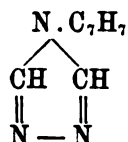
$$\begin{array}{ccc} & \mathit{H}NR & \\ & \diagdown & \\ \mathit{O}CH & HC\mathit{O} & \\ | & & \\ \mathit{H}N & \text{——} & N\mathit{H}_2 \end{array} = 2H_2O + \begin{array}{ccc} & NR & \\ \diagup & & \diagdown \\ CH & & CH \\ \| & & \| \\ N & - & N \end{array}$$

II. Azione di un'amina primaria sulla diformilidrazide:

$$\begin{array}{ccc} & R & \\ & | & \\ & \mathit{H}.N.\mathit{H} & \\ \mathit{O}CH & & HC\mathit{O} \\ | & & | \\ \mathit{H}N & \text{——} & N\mathit{H} \end{array} = 2H_2O + \begin{array}{ccc} & NR & \\ \diagup & & \diagdown \\ CH & & CH \\ \| & & \| \\ N & - & N \end{array}$$

III. Azione del derivato formilico di un'amina primaria sulla diformilidrazide: in questo caso in luogo di una delle molecole d'acqua se ne elimina una di acido formico:

$$\begin{array}{ccc} & \mathit{H}N.R & \\ & \diagdown & \\ \mathit{O}CH & HC\mathit{O} & \\ | & & \\ \mathit{H}N & \text{——} & N\mathit{HCOH} \end{array} = H_2O + HCO_2H + \begin{array}{ccc} & NR & \\ \diagup & & \diagdown \\ CH & & CH \\ \| & & \| \\ N & - & N \end{array}$$

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Genova.

Applicando i tre procedimenti alla sintesi dei derivati *p* e *o*- toluici e α e β- naftilici abbiamo avuto sempre buoni rendimenti. Praticamente troviamo consigliabile il terzo per la facilità colla quale si può preparare la diformilidrazide dal solfato di idrazina, col metodo descritto da uno di noi, mentre col primo metodo, benchè si abbia un rendimento un po' superiore, occorre partire dalla monoformilidrazide che si ottiene soltanto coll' idrato di idrazina.

1 p. Toliltriazolo simmetrico

I. Grammi 5.4 di monoformilidrazide e gr. 12 di formil-*p*- toluide furono scaldati in una bevuta a bagno di acido solforico a 150° per due ore e quindi a 200° per altre due ore. Nella reazione si sviluppano numerose bollicine di vapor d'acqua, e la massa prima gialla si fa sempre più scura. Il prodotto fu trattato in capsula con idrato sodico diluito facendo bollire per più di un'ora allo scopo di saponificare quella parte dei prodotti iniziali che non avessero reagito e scacciandone, per quanto era possibile, le rispettive basi col vapore d'acqua. Il *p*- tolitriazolo che non è trasportato dal vapore, si separa per raffreddamento in masse giallo chiare. Il rendimento fu di gr. 10,5 di prodotto greggio.

II. Gr. 10 di diformilidrazide e gr. 12,1 di *p*- toluidina furono scaldati per due ore a 150° e quindi per altre due ore a 200°. Il trattamento del prodotto fu identico a quello sopra descritto, altrochè fu necessario far bollire più a lungo colla soda, riaggiungendo acqua mano a mano che evaporava, allo scopo di scacciare una maggior quantità di toluidina inalterata, che era rimasta e che rendeva più impuro il prodotto. Il rendimento fu di gr. 11,4.

III. Gr. 12,1 di diformilidrazide e gr. 18,5 di formiltoluide si scaldarono gradatamente fino a 160°, e si mantenne questa temperatura per due ore e quindi per altre due ore a 200°. Il prodotto trattato nel solito modo ci dette gr. 11,4 di toliltriazolo.

Riassumendo i rendimenti di prodotto greggio ottenuto:

1°	metodo dette	un rendimento del	73	°/₀	del teoretico
2°	»	»	63	»	»
3°	»	»	68	»	»

L' 1 *p*- toliltriazolo simm. si purifica cristallizzandolo dall' acqua bollente dopo averlo decolorato col carbone animale. È in pagliette bianche,

lucenti che contengono una molecola e mezza di acqua di cristallizzazione che perdono nell' essiccatore e riprendono esattamente, benchè lentamente, all'aria. Quando è idrato fonde a 83°, e anidro fonde a 116°
gr. 0,259 di sostanza persero nella stufa gr. 0,0379 di acqua.

	Trovato %	Calc. p. $C_9H_9N_3$, 1 $^1/_2$ H_2O
H_2O	14,64	14,62

Per brevità omettiamo le altre determinazioni eseguite e che dettero lo stesso risultato lasciando la sostanza idrata nell' essiccatore fino a peso costante e controllando la ripresa dell'acqua all'aria.
gr. 0,220 di sostanza anidra dettero $CO_2 = 0,5463$ e $H_2O = 0,1192$
gr. 0,1827 » » dettero 40,1 cc. d'azoto e 12° e 760 mm.

	Trovato %	Calcolato
C	67,72	67,92
H	6,02	5,66
N	26,27	26,41

Il *p*- toliltriazolo simmetrico è solubilissimo nell'alcool e nel cloroformio, assai nel benzolo e nell'etere, poco nell' acqua e nella ligroina. Cogli acidi minerali si scioglie facilmente formando dei sali e riprecipita colla potassa.

Cloroplatinato di p- toliltriazolo simmetrico $(C_9H_9N_3 . HCl)_2 PtCl_4$. Si ottiene sciogliendo la base nell'acido cloridrico concentrato a leggero calore e quindi si aggiunge il cloruro di platino pure concentrato. Cristallizza in lamine aranciate che si decompongono verso 215-220°
gr. 0,4009 di sostanza dettero per calcinazione gr. 0,1076 di platino.

	Trovato %	Calcolato
Pt	26,83	26,84

Tetracloroplatotoliltriazolo simmetrico $(C_9H_9N_3)_2 Pt Cl_4$. Si ottiene dal cloroplatinato normale per ebullizione della sua soluzione acquosa e si precipita come polvere gialla, amorfa, insolubile.
gr. 0,3605 di sostanza dettero gr. 0,1096 di platino.

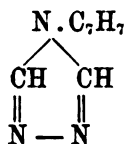
	Trovato %	Calcolato
Pt	30,40	29,69

Una seconda determinazione portò allo stesso risultato un po' elevato, cosa spiegabile non potendosi purificare il prodotto colla cristallizzazione.

Picrato di p- toliltriazolo simmetrico $(C_9H_9N_3) C_6H_3O (NO_2)_3$. Si prepara sciogliendo la base nell'acqua calda e aggiungendo acido picrico. È assai solubile nell' alcool da cui si ottiene in aghi sottili, gialli, setacei fusibili a 172°.
gr. 0,2117 di sostanza dettero 40,2 cc. d'azoto a 15°,1 e 758 mm.

	Trovato %	Calcolato
N	21,82	21,70

1 o. Toliltriazolo simmetrico

$$\begin{array}{c} N.C_7H_7 \\ \diagup \quad \diagdown \\ CH \quad CH \\ \| \quad\quad \| \\ N - N \end{array}$$

I. Gr. 5,3 di monoformilidrazide e gr. 12 di formil-*o*- toluide furono scaldati a bagno di acido solforico. A 150° la reazione era vivace per copiose bollicine che si sviluppavano: dopo tre ore s'innalzò la temperatura a 200° e si mantenne così per altre due ore. Il prodotto denso e bruno fu trattato in capsula con idrato sodico, facendo bollire per tre ore e riaggiungendo acqua mano a mano che evaporava. Poi si saturò l'alcali con anidride carbonica; si tirò a secco e si estrasse il prodotto col benzolo. Il rendimento fu di gr. 10.

II. Gr. 5 di diformilidrazide e gr. 6,05 di *o*- toluidina furono scaldati per tre ore a 150° e altre tre ore a 200°. Il prodotto trattato nel modo su esposto dette un rendimento di *o*- toliltriazolo greggio di gr. 5,65.

III. Gr. 10 di diformilidrazide e gr. 15,3 di formotoluide furono scaldati a 170° finchè si svolgevano bollicine gassose in discreta quantità, cioè per circa tre ore e poi per un'altra ora a 200°. Col solito trattamento si ottennero gr. 12 di prodotto greggio. Riassumendo si ebbe col

1° metodo	un rendimento del	71	°/₀	del teoretico.
2° "	"	51	"	"
3° "	"	66	"	"

L'1 *o*- tolitriazolo simmetrico greggio si purifica cristallizzandolo dall'acqua e decolorandolo con un po' di carbone animale. È in prismi circolari fusibili a 104°.

gr. 0,2106 di sostanza dettero gr. 0,5263 di CO_2 e gr. 0,101 di H_2O.
gr. 0,1963 " " 44 cc. d'azoto a 19°.2 e 753 mm.

Trovato °/₀		Calcolato
C	68,15	67,92
H	5,32	5,66
N	25,93	26,41

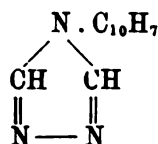
È solubilissimo nell'alcool e nel cloroformio, assai solubile nell'acqua e nel benzolo e discretamente nell'etere. Il *Cloroplatinato di o- toliltriazolo simmetrico* non si riuscì ad averlo puro perchè anche a freddo e in presenza di acido cloridrico concentrato si trasforma parzialmente in

Tetracloroplatotoliltriazolo simmetrico $(C_9H_9N_3)_2 PtCl_4$ il quale bene si ottiene aggiungendo cloruro platinico ad una soluzione acquosa e bollente della base. Si depone come polvere gialla chiara insolubile
gr. 0,5059 di sostanza dettero gr. 0.1504 di platino.

Trovato %	Calcolato
Pt 29,72	29,69

Picrato di o- toliltriazolo simmetrico $C_9H_9N_3, C_6H_3O(NO_2)_3$. Precipitato da una soluzione acquosa della base con acido picrico e cristallizzato dall'alcool acquoso si ottiene in aghi sottili fusibili a 174°
gr. 0,1856 di sostanza dettero 34,7 cc. d'azoto a 20° e 755 mm.

Trovato %	Calcolato
N 21,63	21,70

1 α- Naftiltriazolo simmetrico

I. Gr. 3,7 di monoformilidrazide e gr. 10,5 di formil-α- naftilamina furono scaldati per un'ora a 150° e per circa un'altra ora a 200°. Il prodotto era scuro e per raffreddamento cristallizzò parzialmente. Trattato con acido cloridrico diluito e bollente per qualche ora, si separò una sostanza resinosa scura. Il liquido limpido fu reso fortemente alcalino con idrato sodico e fatto bollire per parecchio tempo in capsula, indi si estrasse col benzolo il prodotto che era gr. 6,6.

II. Gr. 8 di diformilidrazide e gr. 13 di α- naftilamina furono scaldati per un'ora a 150° e poi per due ore a 200°. Il prodotto trattato nel modo suesposto dette gr. 8,4 di α- naftiltriazolo così impuro che non cristallizzava.

III. Gr. 5 di diformilidrazide e g. 9,7 di formil- α- naftilamina scaldati per un'ora a 160° e per due ore a 200° dettero col solito trattamento gr. 6,05 di prodotto greggio.

Riassumendo si ebbe col

1° metodo un rendimento di 63 % del teoretico.
2° » » 48 » »
3° » » 54 » »

Il prodotto estratto dal benzolo è però così impuro che non cristallizza ed occorre trasformarlo in picrato e questo, decomposto colla soda, separa

il naftiltriazolo che si estrae col benzolo, dal quale con ripetute cristallizzazioni si ottiene in cristalli bianchi fusibili a 120°.
gr. 0,2012 di sostanza dettero gr. 0,5458 di CO_2 e gr. 0,0842 di H_2O.
gr. 0,2032 » » 38,8 cc. d'azoto a 24°.2 e 758 mm.

Trovato %	Calcolato
C 74,22	73,85
H 4,64	4,61
N 21,79	21,54

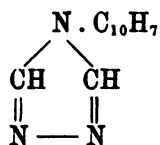
È molto solubile nel benzolo, nel cloroformio e nell'alcool, discretamente nell'etere e pochissimo nella ligroina e nell'acqua. Il cloroplatinato normale non si può ottenere puro, perchè si trasforma parzialmente in

Tetracloroplato α- naftiltriazolo simmetrico $(C_{12}H_9N_3)_2\,PtCl_4$ che bene si prepara facendo bollire la soluzione cloridrica della base con cloruro di platino. È una polvere giallo-chiara insolubile.
gr. 0,1486 di sostanza dettero gr. 0,0384 di platino.

Trovato %	Calcolato
Pt 26,51	26,82

Picrato di α- naftiltriazolo simmetrico $(C_{12}H_9N_3),\,C_6H_3O\,(NO_2)_3$. Si preparò dal prodotto greggio sciolto in acqua cloridrica per aggiunta di acido picrico. Cristallizzato dall'alcool si ottiene in cristallini fusibili a 164°.
gr. 0,1285 di sostanza dettero 22,3 cc. d'azoto a 23° e 756 mm.

Trovato %	Calcolato
N 19,89	19,85

1 β. Naftiltriazolo simmetrico

I. Gr. 4 di monoformilidrazide e gr. 13.5 di formil β- naftilamina furono scaldati a 150° per due ore e poi a 200° per un'altra ora. Il prodotto fu trattato con acido solforico diluito facendo bollire per un paio d'ore a ricadere, quindi per raffreddamento si separò dal solfato di β- naftilamina che è poco solubile, mentre il β- naftiltriazolo rimasto in soluzione, liberato con idrato sodico, fu raccolto separatamente e cristallizzato dal benzolo.

II. Gr. 8 di diformilidrazide e gr. 13 di β- naftilamina si scaldarono come nel caso precedente e si ottenne anche qui collo stesso trattamento una discreta quantità di prodotto.

III. Gr. 10 di diformilidrazide e gr. 19 di formilnaftilamina scaldati a 150° per due ore e per un'ora a 200°, dettero un prodotto non molto colorato che per raffreddamento solidificò. Trattato nel modo solito, fornì una discreta quantità di β- naftiltriazolo. Per questo derivato non potemmo fare una valutazione neanche approssimata del rendimento. La purificazione del prodotto si fece per cristallizzazione dal benzolo e si ebbe in minutissimi cristalli fusibili a 160°.

gr. 0,161 di sostanza dettero gr. 0,4381 di CO_2 e gr. 0,0645 di H_2O.
gr. 0,1818 » » 33,5 cc. d'azoto a 21°,5 e 775 mm.

Trovato %		Calcolato
C	74,21	73,85
H	4,45	4,61
N	21,13	21,54

È molto solubile nell'alcool, discretamente nel benzolo e nel cloroformio, pochissimo nell'etere e nell'acqua. Si scioglie negli acidi e riprecipita colla potassa. Il cloroplatinato normale non si ottiene puro perchè si trasforma parzialmente in

Tetracloroplato β-naftiltriazolo simmetrico $(C_{12}H_9N_3)_2\,PtCl_4$. La trasformazione è completa e rapida nell'acqua bollente e si ottiene come polvere amorfa gialla.

gr. 0,2786 di sostanza dettero gr. 0,0741 di platino.

Trovato %		Calcolato
Pt	26,56	26,82

Picrato di β- naftiltriazolo simmetrico $(C_{12}H_9N_3)\ C_6H_3O\ (NO_2)_3$. Si ottiene dalla soluzione cloridrica della base per aggiunta di acido picrico e fu cristallizzato dall'alcool, ottenendolo in piccolissimi aghi fs. a 205°.

gr. 0,1855 di sostanza dettero 31.5 cc. d'azoto a 20° e 755 mm.

Trovato %		Calcolato
N.	19,70	19,85

Ecco un confronto fra i punti di fusione di questi derivati del triazolo 1. 3. 4 e quelli corrispondenti del triazolo 1. 2. 4 descritti da uno di noi col dott. Massa [1].

	1. 3. 4	1. 2. 4
p- tolitriazolo	fs. 83°	fs. 67°
o- tolíltriazolo	» 104°	» 45°
α- naftiltriazolo	» 120°	» 99°
β- naftiltriazolo	» 160°	» 111°

[1] Gazz. chim. it. XXVI. p. 2, 413.

Chimica. — *Attività ottica della lecitina.* Nota II (1) di C. ULPIANI, presentata dal Socio PATERNÒ.

Analisi del composto di lecitina e cloruro di cadmio.

Ecco i risultati delle analisi eseguite sul medesimo campione di sostanza, che è servito per le determinazioni polarimetriche descritte nella nota precedente:

gr. 0.5530 di sostanza, bruciati con ossido di Cu, cromato di Pb, spirale di Cu ridotto, spirale di Ag dettero gr. 1.0182 di CO^2 e gr. 0.4072 di H^2O . . . . C % 50·21
H % 8,18

gr. 0.4698 di sostanza nelle stesse condizioni dettero gr. 0.8610 di CO^2 e gr. 0.3476 di H^2O . . . . C % 49.97
H % 8,22

gr. 0.4579 di sostanza nelle stesse condizioni dettero gr. 0.8446 di CO^2 e gr. 0.3490 di H^2O . . . . C % 50.29
H % 8.46

gr. 1.4000 di sostanza bruciati con ossido di Cu e spirale di Cu ridotta dettero cmc. 18 di Az alla temp. di 21° e alla pressione di 767 mm. . . . . Az % 1.39

gr. 0.7376 di sostanza bruciati nelle stesse condizioni dettero cmc. 9.4 di Az alla temp. di 24° e alla pressione di 765 mm. Az % 1.35

gr. 0.7890 di sostanza bruciati in tubo chiuso con $H\,NO^3$ in presenza di $Ag\,NO^3$ dettero gr. 0,2840 di Ag Cl . . . Cl % 8.89

gr. 1.1416 bruciati in tubo chiuso con $H\,NO^3$, precipitati con molibdato ammonico e dosati come pirofosfati di magnesio dettero gr. 0.1268 di $Mg^2\,Ph^2\,O^7$ . . . . Ph % 3.09

gr. 1.0232 bruciati in tubo chiuso con $H\,NO^3$, precipitato il Cd come solfuro e dosato come ossido dettero gr. 0.1668 di CdO Cd % 14.26

gr. 0.8560 bruciati in tubo chiuso con $H\,NO^3$ dettero con $H^2\,S$ gr. 0.1498 di solfuro di cadmio . . . . Cd % 13.59

Riassumo i risultati nel seguente specchietto e pongo al lato i numeri trovati da Strecker.

(1) V. pag. 368.

	% trovati			media	% trovati da Strecker		
					1° Campione		2° Campione
C	50.21,	49.97,	50.29	50.15	50.75	50.85	—
H	8.18,	8.22,	8.46	8.28	8.38	8.44	—
Az	1,39,	1.35	—	1.37	—	—	—
Ph	3.09	—	—	3.09	—	—	—
Cl	8.89	—	—	8.89	9.03	9.11	—
Cd	14.26,	13.59	—	13.92	13.07	13.14	15.20

Il confronto fra i numeri da me trovati e quelli di Strecker dimostra che la sostanza da me portata al polarimetro è presso a poco identica a quella di Strecker. Invero identico è stato il materiale e il metodo di preparazione: solo io ho evitato con cura ogni riscaldamento.

Nel calcolo delle analisi io ho trovato le stesse difficoltà che si sono presentate a Strecker; il rapporto fra cloro e cadmio è quello dei loro equivalenti, ma fra lecitina e cloruro di cadmio non vi è il rapporto di una molecola ad una molecola e tanto meno quello di una a due molecole. Strecker gira la difficoltà sottraendo dal cento totale i numeri che si riferiscono al Cl e al Cd (21.4%) e calcolando sul resto la composizione della lecitina. Io invece trovo, che, se si calcolano tre molecole di lecitina per quattro molecole di $Cd\,Cl^2$, tanto il Cl, che il Cd hanno un' espressione ponderale soddisfacente nella molecola del composto di lecitina e $Cd\,Cl^2$:

	Calcolati			Trovati
	per 3 dipalmito-lecitina + 4 $Cd\,Cl^2$	per 3 distearo-lecitina + 4 $Cd\,Cl^2$	per 3 dioleo-lecitina + 4 $Cd\,Cl^2$	Media
C	48.21	50.21	50.40	50.15
H	8.23	8.55	8.21	8.28
N	1.41	1.33	1.34	1.37
Ph	3.11	2.94	2.95	3.09
Cl	9.49	8.99	9.02	8.89
Cd	15.05	14.25	14.30	13.92

Come risulta dalla precedente tabella, i dati analitici ottenuti concordano ugualmente bene coi calcolati di una lecitina contenente due molecole di acido stearico come con quelli di una lecitina che contenga due molecole di acido oleico. Data la piccola differenza nel peso molecolare fra l'acido stearico e l'acido oleico, era necessario isolare l'acido grasso contenuto nella lecitina per poterlo riconoscere.

A tale scopo, saponificando il composto di lecitina e cloruro di cadmio con barite e demolendo il sapone con acido cloridrico, si ebbe la separazione della massa degli acidi grassi alla superficie del liquido. Tale massa ben

lavata ed asciutta fondeva a 43°. Fatto il sale di piombo e trattato questo sale con etere, ebbi una frazione che si sciolse in questo solvente e che riconobbi per oleato di piombo. La frazione insolubile in etere fu demolita con acido cloridrico e allo scopo di allontare le ultime tracce di acido oleico, che potevano essere rimaste, sottoposi l'acido grasso ottenuto a forte pressione fra carta da filtro. Rimase una massa grassa molto più consistente della primitiva, che, ricristallizzata parecchie volte dall'alcool, dopo ebollizione con carbone animale fondeva a circa 63°, punto di fusione abbastanza vicino a quello dell'acido stearico che fonde a 69°.

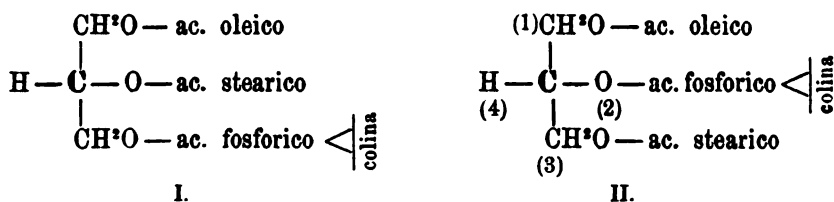
Da questa esperienza risulta, che, o nel composto di lecitina e cloruro di cadmio ottenuto col metodo di Strecker, esiste una lecitina che contiene nella molecola il residuo dell'acido stearico e il residuo dell'acido oleico, o il suddetto composto è una mescolanza sopratutto di dioleo- e di distearo-lecitina. Nè i dati analitici, nè il riconoscimento dell'acido grasso risolvono la questione. D'altra parte questa questione è intimamente connessa con la discussione della costituzione della lecitina.

Se si ammette infatti la prima ipotesi, possono darsi per la oleo-stearo-lecitina due formule di struttura:

$$\begin{array}{l} \quad\;\; CH^2O - \text{ac. oleico} \\ \quad\;\; | \\ H - C - O - \text{ac. stearico} \\ \quad\;\; | \\ \quad\;\; CH^2O - \text{ac. fosforico} \lhd \text{colina} \end{array}$$

I.

$$\begin{array}{l} \quad\;\; (1)CH^2O - \text{ac. oleico} \\ \quad\;\; | \\ H - C - O - \text{ac. fosforico} \lhd \text{colina} \\ (4) \quad | \quad (2) \\ \quad\;\; CH^2O - \text{ac. stearico} \\ \quad\;\; (3) \end{array}$$

II.

Entrambe le formule posseggono un atomo di carbonio assimmetrico, e quindi la constatata attività ottica del composto di cadmio non potrebbe più rigorosamente essere invocata per stabilire la posizione terminale dell'acido fosforico nella molecola della oleo-stearo-lecitina, per quanto però la tenue differenza di peso (283 : 285) fra i due radicali 1 e 3 della formola II non potrebbe determinare una deviazione del piano della luce polarizzata così marcata, quale si osserva per il composto di cadmio, per cui anche nel caso della oleo-stearo-lecitina attiva, la formola II sarebbe per le leggi di Guy estremamente improbabile.

Del resto, io ritengo vera la seconda ipotesi, ed attualmente ho in corso delle ricerche con cui spero di dimostrare che il composto di lecitina e cloruro di cadmio è una mescolanza di diverse lecitine che nella loro molecola contengono due radicali di acidi grassi eguali.

Intanto fo notare:

1. Strecker [1] riconosce che il suo composto non è un individuo chimico determinato, ma *una mescolanza di corpi diversi sebbene simili.*

2. Diakonow ottiene dal giallo d'uovo una distearil-lecitina, la quale per demolizione dà solamente acido stearico. Io non ho potuto avere la Memoria originale di Diakonow per poter ripetere la preparazione di questa distearo-lecitina, per cui mi limito a riferire la notizia sulla fede di Strecker.

3. P. Bergell [2] in una Nota pubblicata l'anno scorso sulla preparazione della lecitina fa accenno ad una lecitina che demolita dà acido oleico e soltanto tracce di acidi grassi solidi.

Ho ripetuto la preparazione secondo il metodo di Bergell; solamente, invece di estrarre con alcool all' ebollizione, ho tenuto la massa dei gialli d' uovo per 24 ore nell' alcool alla temperatura ordinaria. Il precipitato ottenuto col cloruro di cadmio, filtrato e seccato, è stato estratto con etere dal quale solvente appunto, secondo Bergell, per evaporazione si ottiene questa lecitina a solo acido oleico.

Questo composto di lecitina e cloruro di cadmio si presenta molto colorato e in questo stato è stata analizzato e demolito da Bergell. Per ottenerlo puro mi sono servito dell'alcool che lo scioglie a caldo e lo lascia depositare per raffreddamento bianco e in granuli, che al microscopio appaiono ammassi di aghi trasparenti aggruppati in rosette. La sostanza fonde a 199°-200°.

gr. 1,0904 di sostanza dettero cmc. 13,6 di N alla temperatura di 14° e alla pressione di 764 mm.

	calcolato per 3 dioleo-lecitina + $CdCl^2$	trovato
N %	1,34	1,47

gr. 1,4056 di sostanza sciolti in 25 cmc. di una mescolanza di solfuro di Carbonio ed etere dettero al polarimetro una deviazione di + 0,98 (t = 18°, l = 2,2).

Il resto della sostanza, sciolto in cloroformio, fu precipitato frazionatamente con acetone. L'ultima frazione fu saponificata col solito metodo e sulla massa degli acidi grassi fu fatto l'indice di iodio col metodo di Hübl. gr. 0,1142 di acidi grassi assorbirono gr. 0,09396 di iodio corrispondenti a gr. 0,1045 di acido oleico, quindi la massa degli acidi grassi derivati da questa frazione contiene il 91,5 % di acido oleico, ossia è costituita quasi esclusivamente da questo acido.

La massa principale del composto di cloruro di cadmio che non si scioglie nell' etere, tenuta in un pallone a bagno-maria a ricadere nell' alcool vi si scioglie in gran parte. L' alcool, filtrato caldo, lascia depositare un' altra frazione di composto di cloruro di cadmio perfettamente bianca e cristallina.

(1) Strecker, Ann. Liebig, 148, pag. 77.
(2) Peter Bergell, Ber. 33, pag. 2584.

Nel pallone rimane indietro una terza frazione che non si scioglie nell'alcool e che è invece totalmente solubile nel solfuro di carbonio, da cui per evaporazione si riottiene subito come una massa dura e polverizzabile.

Questa differenza di comportamento di fronte all'etere, all'alcool e al solfuro di carbonio, parla in favore dell'esistenza di parecchie lecitine e spiega, forse, come per sciogliere il composto di cloruro di cadmio in una soluzione limpida da potersi portare al polarimetro, dovessi ricorrere a una mescolanza d'alcool e solfuro di carbonio. Spero, con l'aiuto specialmente delle cristallizzazioni dall'alcool, di poter presto riuscire all'isolamento di qualche lecitina.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Vicepresidente Blaserna dà annuncio della perdita fatta dall'Accademia nella persona del Socio straniero E. A. Rowland, e legge la seguente commemorazione del defunto accademico.

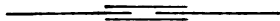
« Enrico Augusto Rowland nacque il 27 novembre 1848 a Houesdale in Pennsilvania, studiò nel Politecnico Rensselaer di Troy e vi conseguì il diploma d'ingegnere nel 1870. Fu nominato assistente professore in questo Politecnico nel 1874; si recò a Berlino nell'Istituto fisico di Helmholtz e al suo ritorno in patria fu nominato (1876) professore di fisica nell'Università John Hopkins in Baltimora, ove rimase fino alla prematura sua fine, avvenuta nel 16 aprile del corrente anno.

« Già sotto la direzione di Helmholtz egli dimostrò, che un corpo carico di elettricità statica, posto in rapido movimento, esercita la stessa azione magnetica di una corrente, la cui intensità è uguale al prodotto della carica nella velocità; risultato a cui devesi attribuire importanza fondamentale, sebbene non sia ancora universalmente riconosciuto. Tornato in sua patria, egli si diede a ricerche di alta precisione: determinò l'unità assoluta di resistenza e l'equivalente dinamico della caloria. Con quest'ultimo lavoro, collegato con una esposizione critica magistrale di tutte le indagini precedenti su tale argomento, egli prese parte ad un concorso internazionale bandito dall'Istituto Veneto e vi ottenne il premio. Le sue ricerche di confronto fra il termometro a mercurio e quello ad aria hanno ancora un valore, quantunque sulle sue traccie molti altri indagatori siano giunti a risultati più completi. Il lavoro suo, forse più importante e che ha prodotto una vera rivoluzione in spettroscopia, riguarda la meravigliosa costruzione dei reticoli di diffrazione, la determinazione delle lunghezze d'onda e le splendide fotografie dello spettro solare. Negli ultimi tempi egli si diede a ricerche elettrotecniche e immaginò un sistema di telegrafia multipla.

« L'ingegno e le attitudini di Rowland presentano un' unione ben rara di facoltà diverse. Alle indagini rigorosamente scientifiche egli accoppiava grande abilità pratica, il che rese possibili i suoi più importanti lavori, in ispecie la costruzione dei suoi celebri reticoli e le conseguenti indagini spettroscopiche.

« Fin dai suoi primi anni egli era inoltre appassionato per i cavalli, che egli montava con maestria. Si racconta, che nello stesso anno egli vincesse il premio all' Istituto Veneto ed uno steeple-chase, montando il proprio cavallo; nè si è mai potuto sapere, quale dei due premi gli abbia fatto maggior piacere.

« Rowland apparteneva all'Accademia nostra dal 1894, in qualità di Socio straniero, e assieme all' illustre astronomo Newcomb, rappresentava presso di noi la giovane America. »

V. C.

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Adunanza generale del 1° giugno 1901.

P. BLASERNA, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — *Sulla Nova* (3. 1901) *Persei* [1]. Nota II del Corrispondente A. RICCÒ.

Alle osservazioni sulla nuova stella in Perseo, pubblicate nel fascicolo precedente [2], aggiungo ora le seguenti.

Ho potuto continuare le osservazioni a stento, in causa del chiarore del crepuscolo e della posizione troppo bassa della *Nova*, fino al 9 maggio, e così in questo mese ho ottenuto le seguenti misure fotometriche:

		h m		
1°	maggio:	8 34	grandezza	6,4
2	"	8 10	"	4,7
4	"	8 20	"	6,2
5	"	8 11	"	5,9
8	"	8 11	"	5,0
9	"	7 55	"	6,0

Ho creduto bene di calcolare queste ultime misure (e ricalcolare quelle del 1° e 2 maggio) col valore medio della scala fotometrica, ottenuto nelle sere con chiarore della luna o del crepuscolo, per cercare di diminuire l'influenza dannosa della luce del fondo nelle misure stesse.

Ad ogni modo le grandezze della *Nova* che ho ottenuto in maggio non si possono ritenere che approssimate. Ho poi notato che dopo le oscillazioni di luce col periodo di circa tre giorni, che arrivano fino al 6 aprile, si hanno

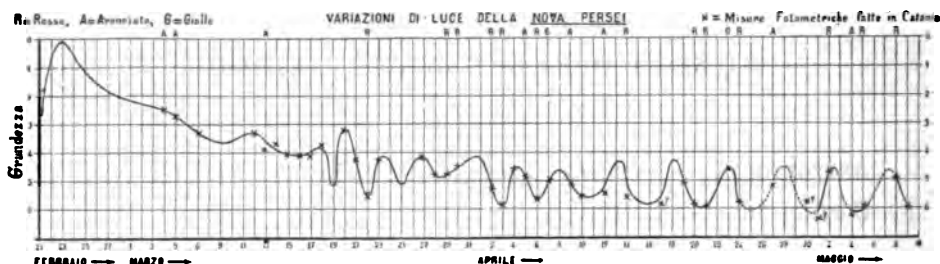
(1) Lavoro eseguito nel R. Osservatorio di Catania, 31 maggio 1901.

(2) V. pag. 391.

altre oscillazioni con periodo di circa cinque giorni: infatti, considerando i due minimi sicuri, cioè compresi fra due giorni in cui si è osservata maggiore luce, si ha:

6 aprile al 1° maggio = 25 giorni = 5 × 5 giorni.

Dalle nostre osservazioni, in causa dei vuoti prodotti specialmente dallo stato del cielo, non si possono avere in questo intervallo massimi sicuri.

Ricorrendo alle determinazioni fotometriche fatte altrove, e specialmente a quelle pubblicate nelle *Astronomische Nachrichten*, e valendosi di una rappresentazione grafica di tutta la serie, che riproduciamo nella unita figura,

si vede confermato il periodo di circa tre giorni fra la metà di marzo ed il 6 aprile, avendosi dei minimi ben distinti alle date:

marzo 19, 22, 25, 28

e dei massimi a

marzo 20, 23, 26;

e poi si ha il periodo di circa cinque giorni con minimi più o meno distinti alle date:

aprile 6, 11, 16, 21, 25, 31, 35,

e con massimi alle date:

aprile 8, 13, 18, 23, 28, 32, 37.

Si vede poi in questo diagramma che i cambiamenti di luce sono stati assai varî ed irregolari: da principio si ebbe un rapidissimo aumento fino al 23 febbraio, seguito da una subitanea e quasi altrettanto rapida diminuzione fino al 27; poi la diminuzione divenne meno forte e la luce rimase quasi stazionaria fino al 18 marzo; poi cominciarono le notevoli ed irregolari oscillazioni col periodo di circa tre giorni fino al 6 aprile, poi si ebbero oscillazioni più regolari con periodo di circa cinque giorni fino alla fine delle nostre osservazioni.

Abbiamo già detto che anche il colore della *Nova* risente di questa periodicità, poichè fu *rosso* o *rosso-aranciato* nelle epoche di minimo di luce

o presso di esse, come si vede chiaramente nel diagramma, ove si sono distinte con una R le date in cui fu osservata l'una o l'altra delle due suddette tinte; si sono poi indicati con A e G i giorni in cui fu notato il colore aranciato o giallo; le crocette × indicano le nostre misure fotometriche.

Inoltre è da notare che il sig. E. von Gothard ha osservato delle periodiche variazioni anche nello spettro della *Nova*, il quale gli risultò continuo al 31 marzo, 8, 18, 27 aprile, ed a righe lucide al 6, 11, 21, 22, 25, 29 aprile. È facile vedere nel diagramma che lo spettro continuo fu osservato in giorni di massimo o presso di essi, e che lo spettro dei gas fu osservato nei minimi di luce della *Nova*, o presso di essi; il che era da aspettarsi: perchè la luce complessiva di poche righe o radiazioni luminose facilmente è superata da quella complessiva di uno spettro continuo.

Questa periodicità del colore e dello spettro della *Nova Persei* è poi quella che si osserva ordinariamente nelle stelle *variabili*.

Tale periodicità così spiccata che si manifesta in varî modi e che pare, dalle osservazioni fatte finora, si faccia sempre più distinta, regolare ed uniforme, è molto singolare e notevole in una stella che presenta lo spettro tipico delle stelle *temporarie*, ed indurrebbe a pensare che la *Nova Persei* tenda a divenire e restare come stella *variabile*; mentre invece nella *Nova Aurigae* comparsa nel 1892, lo spettro che da principio era eguale all'attuale della *Nova Persei*, divenne poi continuo, colle righe lucide delle nebulose, e quella *Nova* rimase comme piccola *stella nebulosa*.

Resterà da vedere se la *Nova* attuale avrà la stessa sorte, o se piuttosto rimarrà come *variabile* a somiglianza di quel che accadde alla *Nova* comparsa nel 1885 presso *χ' Orionis*. Devesi però notare che questa stella aveva lo spettro *a colonnato*, caratteristico delle *variabili*.

Le osservazioni ulteriori, che si faranno quando il sole si sarà allontanato di nuovo dall'astro novello, risolveranno questo dubbio in modo definitivo.

Meccanica. — *Sui moti stazionarî di un corpo rigido nel caso della Kovalevsky.* Nota II (1) di T. Levi-Civita, presentata dal Corrispondente G. Ricci.

7. *Soluzioni, per cui Δ non si annulla identicamente* (2). *Rappresentazione geometrica del movimento. Condizioni di stabilità.*

Per $\Delta \gtrless 0$, le (12) equivalgono a

$$(12_a) \qquad p = -\nu s\,, \quad q = 0\,.$$

(1) V. pag. 338.

(2) Queste ∞^4 soluzioni sono già state segnalate dal sig. Stekloff. Egli ha in pari tempo osservato che esse convengono anche a solidi, con una distribuzione di massa alquanto più generale di quella supposta dalla Kovalevsky. Cfr. l'Jahrbuch über die Fort-

Essendo inoltre

(11) $$\nu r = s\gamma_3,$$

si ottiene dalle (K) il sistema ridotto

$$(\mathrm{K}_a) \qquad \frac{d\gamma_1}{dt} = \frac{s}{\nu}\gamma_2\gamma_3, \quad \frac{d\gamma_2}{dt} = -\frac{s}{\nu}\gamma_1\gamma_3 - \nu s\gamma_3, \quad \frac{d\gamma_3}{dt} = \nu s\gamma_2,$$

il quale ammette, oltre al solito $\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1$, un secondo integrale

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + 2\nu^2\gamma_1 = \text{cost}$$

ed è quindi integrabile per funzioni ellittiche.

Si può osservare che quest'ultimo integrale non è altro che quello della Kovalevsky, ridotto a mezzo delle (12_a), cioè

$$(2_a) \qquad (\gamma_1 + \nu^2)^2 + \gamma_2^2 = \mu^4.$$

La equazione $q = 0$ mostra che il cono di polodia si riduce al piano meridiano baricentrico.

La verticale di Ω descrive, rispetto al corpo, un cono di quart'ordine V, che si ottiene proiettando da Ω la intersezione del cilindro circolare retto

$$(x + \nu^2)^2 + y^2 = \mu^4$$

colla sfera

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

Per riconoscerlo, basta notare che γ_1, γ_2 sono le coordinate x, y di quel punto della verticale, che si trova alla distanza 1 da Ω, e aver riguardo alla (2_a).

Ciascuna falda di V (per es. quella corrispondente alla direzione positiva della verticale) consta di due nappe distinte oppure di una nappa unica, secondochè il cerchio Γ, di centro $\mathrm{M}(-\nu^2, 0)$, e raggio μ^2,

$$(x + \nu^2)^2 + y^2 = \mu^4$$

---

schritte der Matematik, 1895, pag. 838. Rimane naturalmente estraneo al punto di vista dell'A. quel che risulta invece dal nostro, e cioè:

1) il comportamento stazionario, che le soluzioni in parola hanno nel caso della Kovalevsky, *e non in generale negli altri.* (Faranno probabilmente eccezione i casi del sig. R. Liouville, in cui le equazioni del movimento ammettono, oltre l'integrale delle aree e quello delle forze vive, un ulteriore integrale algebrico. Quanto agli altri casi, manca un corrispondente integrale uniforme ed esistono quindi soltanto le ∞^2 soluzioni stazionarie, che provengono dall'integrale delle aree);

2) le condizioni di stabilità.

rimane o no tutto interno (¹) al cerchio C di centro Ω e raggio 1, secondochè cioè $\mu^2 + \nu^2 < 1$, ovvero $\mu^2 + \nu^2 > 1$ (figg. 1 e 2). Nel caso intermedio $\mu^2 + \nu^2 = 1$ (Γ tangente a C) le due nappe si saldano, e il cono ha l'asse baricentrico per generatrice doppia.

La successione delle posizioni occupate dal corpo (se non la legge, con cui esse vengono percorse al variare del tempo) rimane individuata in modo

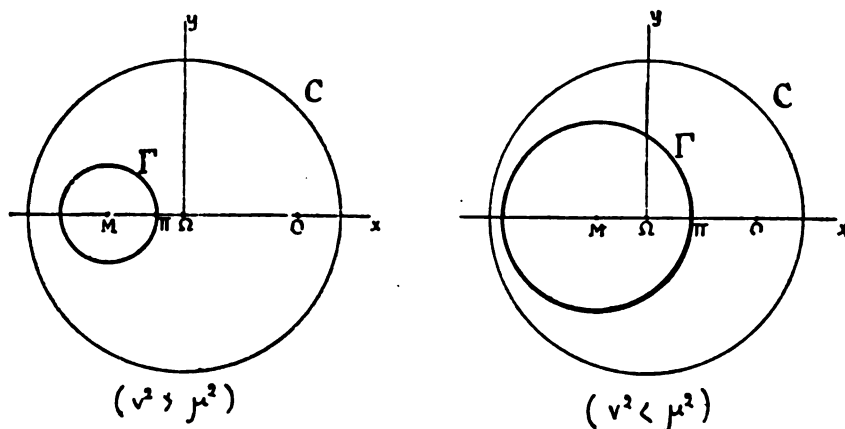



Fig. 1. $(\mu^2+\nu^2<1)$

assai semplice. Basta portare l'una dopo l'altra le generatrici di V in posizione verticale mediante rotazioni elementari attorno a rette del piano meridiano baricentrico (cono di polodia). A partire da una data posizione di V, la rotazione elementare deve dunque avvenire intorno alla intersezione del detto piano meridiano col piano normale a V, condotto per la generatrice verticale.

Lo studio completo dei caratteri del movimento, e in particolare la determinazione dei nove coseni direttori in funzione ellittica del tempo ci porterebbe troppo in lungo. Mi limiterò ad una indicazione, circa il modo di variare di $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, che si desume immediatamente dalle (K_a).

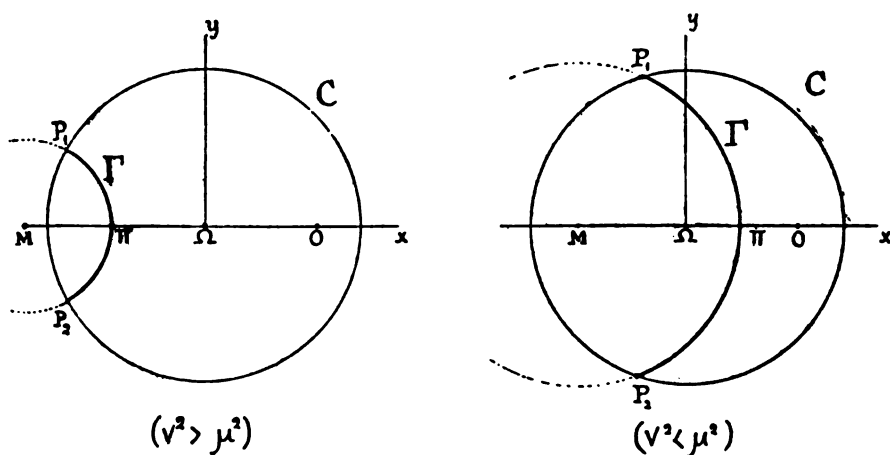
Sia P_t il punto della circonferenza Γ, che, in un generico istante t, rappresenta (colle sue coordinate x, y) i valori di γ_1, γ_2. Il quadrato della velocità, con cui P_t descrive la curva Γ è dato da

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \left(\frac{d\gamma_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\gamma_2}{dt}\right)^2 = \frac{s^2}{\nu^2}\{\gamma_2^2 + (\gamma_1 + \nu^2)^2\}\gamma_3^2,$$

(¹) Dobbiamo evidentemente escludere che il cerchio Γ rimanga tutto al difuori di C, poichè la (2_a) non sarebbe in tal caso soddisfatta da alcun sistema di valori di γ_1, γ_2 inferiori all'unità.

ossia, in causa della (2_a), da $\frac{s^2 \mu^4}{\nu^2} \gamma_3^2$. Esso non si annulla, se non con γ_3, cioè nei punti, in cui Γ incontra C.

Quando Γ è tutta interna a C (fig. 1), il moto non può cambiare di senso; P_t descrive dunque periodicamente l'intera circonferenza.

Fig. 2. ($\mu^2 + \nu^2 > 1$)

Se invece Γ non resta tutta entro C, allora le intersezioni P_1 e P_2 (fig. 2) sono effettivamente punti di regresso per il movimento di P_t, il quale risulta per conseguenza oscillatorio e periodico.

Di quà segue tra altro che P_t raggiunge in qualsiasi eventualità la posizione Π (punto di Γ più vicino ad Ω); si ha cioè, per qualche valore di t, $\gamma_1 = \mu^2 - \nu^2$, $\gamma_2 = 0$, quindi, a tenore delle (2'), (2'') e (12_a), $\varepsilon = 0$.

Occupiamoci ora delle condizioni di stabilità.

In primo luogo, ponendo

$$a_{11} = \frac{d^2 \mathrm{H}}{dp^2}, \quad a_{12} = a_{21} = \frac{d^2 \mathrm{H}}{dp\, dq}, \quad a_{22} = \frac{d^2 \mathrm{H}}{dq^2};$$

$$\mathrm{Q} = \sum_{1}^{2}{}_{rs}\, a_{rs}\, u_r\, u_s$$

(dove le u designano due indeterminate generiche), si ha in Q una forma

ridotta di $d^2\mathbf{H}$, per valori delle variabili, che verificano le equazioni

$$\frac{d\mathbf{H}}{dp}=0\,,\quad \frac{d\mathbf{H}}{dr}=0 \text{ [1]}.$$

Il calcolo delle a si può fare speditamente mettendo in evidenza nelle espressioni (9) di $\frac{d\mathbf{H}}{dp}$, $\frac{d\mathbf{H}}{dq}$ i fattori $rp+s^2\gamma_3$, q (che, per le (11) e (12_a) hanno valore nullo).

Con questo criterio le (9) si scrivono

$$\frac{d\mathbf{H}}{dp}=\frac{2}{s^2\gamma_3^2}\{(2\gamma_3 p-\gamma_1 r)(rp+s^2\gamma_3)+(2\gamma_3 q-\gamma_2 r)\,q\},$$
$$\frac{d\mathbf{H}}{dq}=\frac{2r}{s^2\gamma_3^2}\{\quad -\gamma_2\;(rp+s^2\gamma_3)+\quad \gamma_1 r\;\;q\}.$$

Dobbiamo derivare queste formule, rapporto a p e a q, attribuendo alle lettere (a derivazione eseguita) i valori, che loro competono sopra le nostre soluzioni stazionarie.

Ne viene che i coefficienti di $rp+s^2\gamma_3$ e di q si possono trattare come costanti aventi addirittura i valori corrispondenti alle (11) e (12_a); anzi, siccome (conformemente alla regola generale più volte ricordata) i caratteri

[1] Quando infatti sussiste una equazione, come la (10), del tipo

$$\frac{d\mathbf{H}}{d\varepsilon}=c_1\frac{d\mathbf{H}}{dp}+c_2\frac{d\mathbf{H}}{dq}$$

(dove le c designano funzioni regolari per i valori considerati), derivando rapporto a p e a q e tenendo conto delle $\frac{d\mathbf{H}}{dp}=0$, $\frac{d\mathbf{H}}{dq}=0$, si deduce

$$\frac{d^2\mathbf{H}}{d\varepsilon\,dp}=a_{11}c_1+a_{12}c_2\,,\quad \frac{d^2\mathbf{H}}{d\varepsilon\,dq}=a_{21}c_1+a_{22}c_2\,;$$

derivando invece rapporto ad ε,

$$\frac{d^2\mathbf{H}}{d\varepsilon^2}=c_1\frac{d^2\mathbf{H}}{d\varepsilon\,dp}+c_2\frac{d^2\mathbf{H}}{d\varepsilon\,dq}=a_{11}\,c_1^2+2a_{12}\,c_1\,c_2+a_{22}\,c_2^2.$$

La $d^2\mathbf{H}$ può così essere scritta

$$a_{11}(dp+c_1\,d\varepsilon)^2+2a_{12}(dp+c_1\,d\varepsilon)(dq+c_2\,d\varepsilon)+a_{22}(dq+c_2\,d\varepsilon)^2$$

e coincide precisamente, salvo la designazione delle indeterminate, colla forma binaria Q.

algebrici della forma Q sono sempre gli stessi, qualunque sia il valore di ε [1], sarà opportuno, per maggiore semplicità, di riferirsi al valore $\varepsilon = 0$, che compete al punto Π e per cui quindi si deve porre

$$\gamma_1 = \mu^2 - \nu^2, \quad \gamma_2 = 0.$$

Con ciò le superiori espressioni di $\frac{d\mathbf{H}}{dp}$, $\frac{d\mathbf{H}}{dq}$ divengono

$$\frac{d\mathbf{H}}{dp} = -\frac{2}{\nu s \gamma_3}(\mu^2 + \nu^2)(rp + s^2\gamma_3),$$
$$\frac{d\mathbf{H}}{dq} = \frac{2}{\nu^2}(\mu^2 - \nu^2)\,q.$$

Dalle (7) e (8), introducendovi i valori attuali, abbiamo

$$\frac{\partial\gamma_3}{\partial p} = -\frac{2\nu}{s\gamma_3}(\mu^2 - \nu^2), \quad \frac{\partial\gamma_3}{\partial q} = 0,$$
$$\frac{dr}{dp} = \frac{4}{\gamma_3}\nu^2, \quad \frac{dr}{dq} = 0.$$

quindi

$$a_{11} = \frac{d^2\mathbf{H}}{dp^2} = -\frac{2}{\nu^2\gamma_3^2}(\mu^2 + \nu^2)(1 - \mu^4 - 3\nu^4),$$
$$a_{12} = \frac{d^2\mathbf{H}}{dp\,dq} = 0,$$
$$a_{22} = \frac{d^2\mathbf{H}}{dq^2} = \frac{2}{\nu^2}(\mu^2 - \nu^2).$$

Ne concludiamo (limitandoci al caso generale, in cui il discriminante della forma Q non si annulla) [2] che la condizione di stabilità è espressa dalla disuguaglianza

$$(\nu^2 - \mu^2)(1 - \mu^4 - 3\nu^4) > 0. \tag{13}$$

Se $1 - \mu^4 - 3\nu^4 > 0$, la (13) si riduce a $\nu^2 > \mu^2$. Vi ha dunque stabilità allorchè Ω resta fuori di Γ.

L'opposto avviene per $1 - \mu^4 - 3\nu^4 < 0$. La condizione di stabilità è allora che Ω cada entro Γ.

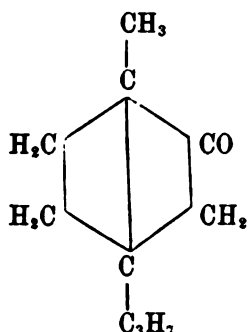
[1] Bisogna soltanto accertare che si tratta di un valore del parametro effettivamente assunto lungo la particolare soluzione, che si considera. Non si può infatti escludere a priori che l'insieme di tutti i valori del parametro rimanga distinto in più intervalli discreti, corrispondenti a soluzioni diverse, e quindi eventualmente a diversi caratteri della forma Q. Nel caso attuale si tratta proprio di un valore del parametro effettivamente raggiunto, per quanto abbiamo osservato più innanzi.

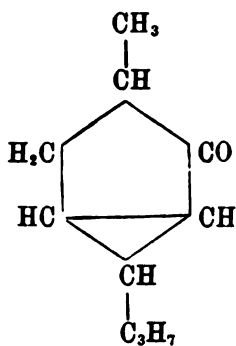
[2] Il discriminante di Q si annulla per $\nu^2 - \mu^2 = 0$, ovvero $1 - \mu^4 - 3\nu^4 = 0$. Per decidere se le corrispondenti soluzioni sono o no stabili, bisognerebbe prendere in esame i differenziali di **H** d'ordine superiore al secondo, ciò che qui omettiamo per brevità. Si noti che si tratta necessariamente in tali casi di soluzioni multiple (delle equazioni invarianti caratteristiche). Potremmo anche dire, con ovvia estensione di un appellativo introdotto dal sig. Poincaré (Acta Mathematica, T. VII, 1885), *soluzioni di biforcazione*. La condizione (13) è appunto conforme al *principio dello scambio delle stabilità*.

Chimica fisiologica. — *Sull'azione fisiologica del carone* [1].

Nota del dott. ENRICO RIMINI, presentata dal Socio PATERNÒ.

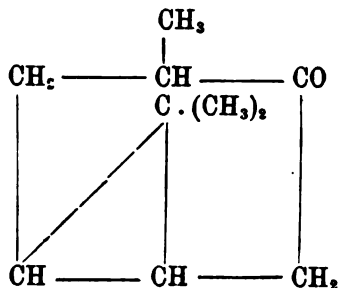
Alcuni anni or sono A. von Baeyer per azione dell'acido bromidrico sul diidrocarone e successivamente della potassa alcoolica sul prodotto bromurato, pervenne ad una sostanza ch'egli denominò *carone*, isomera della canfora, di natura chetonica, stabile a freddo al permanganato, che rappresentò collo schema:

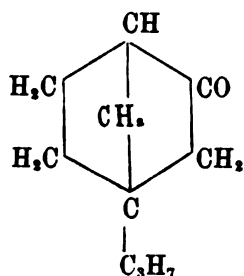
CH_3
C
H_2C CO
H_2C CH_2
C
C_3H_7

In appresso peraltro il Baeyer stesso avendo riscontrato che il carone, per azione del cloruro di nitrosile, dà analogamente al mentone, un composto nitroso terziario, fu indotto ad escludere l'esistenza di un legamento *para* e ad ammettere invece quella di *un nucleo trimetilenico*, ed in conseguenza la costituzione:

CH_3
CH
H_2C CO
HC CH
CH
C_3H_7

La possibilità di un legamento in posizione para fu altresì esclusa dal Wagner, il quale propose pel carone la formula:

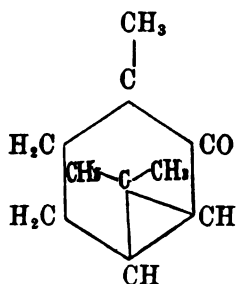
[1] Lavoro eseguito nei Laboratorî della Sanità Pubblica, di Roma.

come la più probabile.

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & CH_3 & & \\
 & & | & & \\
CH_2 & — & CH & — & CO \\
| & & C.(CH_3)_2 & & | \\
| & / & | & & | \\
CH & — & CH & — & CH_2
\end{array}
$$

In seguito ad ulteriori ricerche il Baeyer diede pel composto in parola la formula di struttura:

$$
\begin{array}{ccc}
 & CH & \\
H_2C & | & CO \\
 & CH_2 & \\
H_2C & | & CH_2 \\
 & C & \\
 & | & \\
 & C_3H_7 &
\end{array}
$$

come quella che meglio si prestava a spiegare il comportamento coll'acido cloridrico, tanto del bisnitrosocarone quanto del carone stesso.

Ma neppure questa è da ritenersi definitiva, poichè il Baeyer in base ai prodotti di ossidazione ed alla sintesi dell'acido caronico ammise di nuovo nella struttura del carone un anello trimetilenico e lo rappresentò collo schema:

$$
\begin{array}{ccc}
 & CH_3 & \\
 & | & \\
 & C & \\
H_2C & & CO \\
 & CH_3 - C - CH_3 & \\
H_2C & & CH \\
 & CH &
\end{array}
$$

Il carone, come ce lo descrive il Baeyer, è un liquido oleoso, incoloro di odore gradito di canfora e menta piperita, che bolle, con decomposizione, a pressione ordinaria verso 210°. Il carone che ha servito per le esperienze descritte in appresso, lo preparai io stesso partendo da diidrocarvone purissimo della casa Heine e C.

Azione generale sulle rane. — Sono state fatte iniezioni nei sacchi linfatici dorsali e nel peritoneo: le dosi hanno oscillato da $^1/_{100}$ ad $^1/_{10}$ di c.c. del prodotto.

Le rane iniettate con $^1/_{100}$ di c.c. presentano un leggiero grado di torpore che va aumentando nel primo giorno, rilasciatezza di tutti i muscoli, reazione peraltro viva agli stimoli elettrici anche i più deboli, sia che la corrente venga applicata sul muscolo, sul nervo o sul midollo spinale. In seguito le rane così trattate vanno rimettendosi ed al quarto giorno ritornano normali. Ad alcune cui è stato messo allo scoperto il cuore, si è visto pulsare con frequenza ed intensità poco differenti dal normale.

Una iniezione di $^1/_{30}$ di c.c. determina gli stessi fenomeni, ma più intensi, e produce anche la morte dell'animale per quanto in un periodo di tempo abbastanza lungo.

Fra le varie esperienze eseguite con tale dose, riporto la seguente:

Rana esculenta femmina del peso di grammi 42.

Ore 3. — Iniezione nel sacco dorsale di $^1/_{30}$ di c.c. di carone in soluzione oleosa.

» 3,6'. — La rana è meno vivace, salta meno vivamente; ma risponde a tutti gli stimoli applicati sia nelle parti più sensibili quanto nelle meno sensibili.

» 3,12'. — Si accentuano la insensibilità e la paralisi.

» 3,20'. — Stimolata salta con difficoltà: sono bene conservati i movimenti ioidei.

» 3,25'. — Messa sul dorso si rovescia con difficoltà.

» 3,30'. — Messa sul dorso più non si rovescia, la gamba distesa non è più retratta; esistono i movimenti respiratori.

» 4. — La rana reagisce ancora agli stimoli tattili e dolorifici.

» 4,20'. — Sono cessati i movimenti ioidei.

» 6. — La rana è immobile, stimolata fortemente reagisce con qualche movimento. Il giorno successivo la rana è ancor viva: la morte si verifica al terzo giorno.

Con $^1/_{20}$ di c.c. di carone i fenomeni sono molto più evidenti, la morte avviene nel giorno successivo all'iniezione ed il cuore si arresta in semidiastole. Con $^1/_{10}$ di c.c. si ottiene la morte abbastanza rapidamente; infatti dopo 5 ore dall'iniezione tutte le rane sono morte, alcune di esse entro un minimum di tre ore.

Azione generale sui mammiferi. — Le vie di somministrazione sono state la peritoneale e la sottocutanea: animali d'esperimento cavie e topi. Il comparire dei fenomeni naturalmente ritarda più o meno a seconda del modo di somministrazione. Per via sottocutanea occorre una dose tripla o quadrupla perchè si ottengano gli stessi effetti che per via peritoneale. Due

decimi di c.c. di carone, dose mortale per topi del peso di circa 200 grammi, iniettati sottocute cagionano appena un poco di malessere consistente in torpore e sonnolenza da cui ben presto gli animali si vanno rimettendo, tanto che dopo due ore da che furono iniettati, sono completamente ristabiliti. Le iniezioni di $^4/_{10}$ di c.c. in topi da 200 grammi producono pressochè gli stessi fenomeni, iniezioni di $^6/_{10}$ per alcuni topi sono spesso letali, mentre per altri (sempre del peso di 200 grammi) talvolta occorrono $^8/_{10}$ di c.c.

Si notano due periodi; un primo periodo subito dopo l'iniezione in cui si ha abbattimento dell'animale, abbattimento dal quale sembra che l'animale si ristabilisca completamente; infatti dopo due ore reagisce agli stimoli, mangia, ecc., ed un secondo periodo in cui l'animale ricade, e il deperimento va man mano aumentando in modo, che già entro le 24 ore dall'iniezione si ha la morte.

Le respirazioni si fanno sempre più superficiali, poi avviene la paralisi in semidiastole dei ventricoli, mentre le orecchiette continuano a contrarsi, ed in fine queste pure si paralizzano.

Le iniezioni peritoneali di $^1/_{10}$ di c.c. di carone nei topi, del peso di circa 200 grammi, corrispondono pei loro fenomeni alle iniezioni sottocutanee di $^2/_{10}$ di c.c.; ma dopo tre ore dall'iniezione si inizia il miglioramento che va sempre più aumentando sino alla guarigione dell'animale.

Ciò che costantemente si osserva, comunque il carone venga somministrato, è la mancanza di orientazione dell'animale che cammina barcollante come se fosse ubbriaco.

Dosi di $^2/_{10}$ di c.c. riescono sempre letali, sopravvenendo la morte nel periodo di tre ore, in mezz'ora invece con $^4/_{10}$ di c.c.

La paralisi si inizia dal treno posteriore, poi si estende all'anteriore; mai si verificano fenomeni convulsivi; la respirazione si va facendo sempre più superficiale sino al suo arresto mentre il cuore continua a pulsare; ma poi anch'esso si arresta in semidiastole, perchè le ultime contrazioni ravvicinate non riescono a cacciare il sangue dai ventricoli.

Le cavie si sono mostrate più resistenti dei topi; l'iniezione peritoneale di $^1/_{10}$ di c.c. è tollerata senza alcuna difficoltà, e solo $^2/_{10}$ danno fenomeni di barcollamento e di lentezza nel rispondere agli stimoli; fenomeni dai quali peraltro ben presto si ristabiliscono.

In una cavia di 185 grammi $^4/_{10}$ di c.c. hanno invece prodotto la morte in 4 ore coi fenomeni già osservati nei topi.

Una dose di $^6/_{10}$ di c.c. in una cavia di circa 200 grammi ha determinato la morte in poco più di mezz'ora. Alla necroscopia si sono riscontrati i medesimi fatti che nei topi, cioè semidiastole con evidente ripienezza di tutti i vasi venosi toracici.

Si vede dunque che il carone agisce principalmente sul sistema nervoso, ed a dosi letali l'arresto del respiro precede quello del cuore.

Azione sul sangue e sul cuore. — Se in una soluzione di sangue animale si fa cadere una goccia di carone, si osserva allo spettroscopio che le strie dell'ossiemoglobina vanno gradatamente perdendo di intensità sino a scomparire in capo ad un quarto d'ora, nè vengono sostituite da altre bande di assorbimento. Tutto lo spettro si è fatto leggermente più scuro ed al fondo della provetta si trova un precipitato dovuto al proteide alterato.

L'azione sul cuore per iniezione nelle sierose non è molto sollecita, specialmente a piccole dosi.

Anche in questo caso si osserva la diminuzione progressiva del numero delle pulsazioni, dovuta principalmente alla prolungata pausa e diastole.

Nella seguente tavola sono riassunte le osservazioni in proposito:

Rane del peso di grammi 37.

Tempo	Numero delle pulsazioni in un minuto			Osservazioni
	Rana A	Rana B	Rana C	
Ore 10	57	54	50	Cuore allo scoperto da 1/4 d'ora senza aver mostrato mai variazioni nel polso.
» 10,15	. .	. .	. .	Iniezione di 1/50 di c.c. di carone nella rana A.
» 10,17	60	52	48	Iniezione di 1/20 di c.c. nella rana B.
» 10,20	57	49	45	Iniezione di 1/10 di c.c. nella rana C.
» 10,40	55	48	40	
» 11	53	44	39	
» 11,40	53	39	38	
» 12	53	38	38	
» 12,15	53	39	38	
» 12,30	53	39	37	
» 1	52	39	35	Nella rana C esistono ancora le pulsazioni; ma sono superficiali e non si ha lo svuotamento completo.
» 2	52	38	36	
» 3	54	36	—	
» 4	53	—	—	
» 5	—	—	—	Nella rana A il giorno successivo il cuore pulsava ancora.

Il contatto diretto della sostanza sul miocardio produce invece una variazione fortissima sul numero delle pulsazioni. Queste, come si può rilevare dalla sottoposta tabella, si fanno rare e la diastole è così prolungata che si ha un soverchio riempimento del cuore.

Il colore del cuore è cianotico in modo evidentissimo.

Rane esculente del peso di grammi 42.

Tempo	Numero delle pulsazioni in un minuto		Osservazioni
	Rana A	Rana B	
Ore 9,17	58	54	
» 9,18	. .	. .	Instillazione di 2 goccie di una soluzione oleosa di carone al 10 0/0.
» 9,19	36	21	
» 9,20	32	18	
» 9,24	24	16	
» 9,30	22	14	
» 9,35	23	12	
» 9,40	20	10	
» 9,45	16	—	
» 9,50	14	—	
» 10,00	11	—	
» 10,20	11	—	
» 11,10	13	—	

Azione sul sistema nervoso. — I fenomeni descritti trattando dell' azione generale, dimostrano che il carone agisce principalmente come agente paralizzante, mai come convulsivante.

Il modo di svilupparsi della paralisi già faceva comprendere, specie nei mammiferi, che i primi ad essere lesi sono i centri cerebrali coordinatori, poi i centri bulbari. Ad ogni modo per meglio dilucidare i fatti si sono fatte delle esperienze. Si sono adoperate rane alle quali 24 ore prima dell' esperienza si era sezionato il midollo allungato e distrutto l' encefalo, lasciando intatto il midollo spinale. In questo modo venivano eliminati i movimenti volontari e rimanevano solo gli effetti dell' attività riflessa del midollo spinale. La paralisi avveniva; ma con un ritardo di tempo ed anche in questi casi non si è mai osservata rigidità della rana, quindi non eccitazione dei centri spinali; inoltre la conduzione laterale del midollo era ben conservata per un certo tempo. Nelle preparazioni alla Bernard non si sono mai riscontrate differenze notevoli fra le parti avvelenate e quelle non soggette all' avvelenamento, come pure l' eccitazione portata sul muscolo si mostrava sempre efficace.

La paralisi quindi si deve ad azione prevalente sui centri motori e coordinatori come già è stato detto.

Concludendo: Il carone è un prodotto non molto attivo, la sua azione si esplica principalmente con fenomeni paralitici, prima dei movimenti muscolari volontari e poi della respirazione: il cuore resiste all' azione della sostanza

quando gli pervenga per mezzo della circolazione; ma se la sostanza è messa ad immediato contatto del muscolo cardiaco, si ha una notevole diminuzione nel numero delle contrazioni sino all'arresto del cuore, arresto che si verifica in breve tempo. L'arresto cardiaco è sempre in uno stato di semidiastole.

Secondo l'ipotesi da me esposta in un precedente lavoro (1) e di recente accettata anche da Lazzaro e Pitini (2), che cioè fra i chetoni isomeri della canfora soltanto quelli saturi e diciclici avrebbero la proprietà di determinare nei mammiferi convulsioni epilettiformi, si sarebbe dovuto attendere che anche il carone fosse convulsivante.

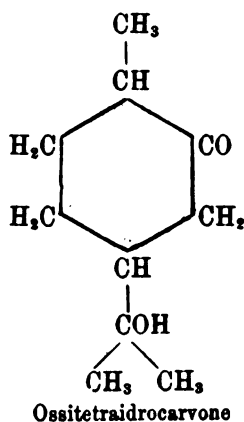
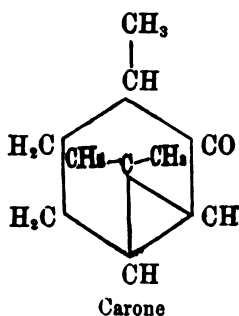
Il diverso modo di agire del carone riesce, a parer mio, spiegabile qualora si consideri che il carone nel suo comportamento chimico differisce in alcune reazioni in modo notevole dagli altri chetoni terpenici, diciclici, isomeri quali ad es. la canfora ed il fencone.

La canfora ed il fencone, infatti, presentano una resistenza straordinaria anche rispetto ai reattivi i più energici; nel carone invece uno degli anelli si apre con grande facilità: basta infatti agitare il prodotto con acido solforico diluito perchè subisca una « *idrolisi* » con formazione di *ossitetraidrocarvone:*

CH_3 — CH; H_2C, CO; H_2C, CH; CH_3—C—CH_3; CH

Carone

CH_3 — CH; H_2C, CO; H_2C, CH_2; CH — COH — CH_3 CH_3

Ossitetraidrocarvone

Questo fatto rende molto probabile che anche nell'organismo, in una prima fase, si compia un processo analogo, talchè l'azione del carone in ultima analisi si ridurrebbe a quella di un *chetone monociclico* affine al *carvone.*

(1) Enrico Rimini, *Ricerche fisiologiche sugli isomeri della canfora* ecc... Boll. Reale Acc. Medica di Roma, anno XXV, I, fasc. 7.

(2) Lazzaro e Pitini, *Sull'azione dell'isocanfora e dei suoi derivati.* Archivio di farmacologia e terapeutica, vol. IX, fasc. 2° e 3°.

Chimica. — *Sull' azione dell' acido nitrico sull' acetilene.* Nota di G. Testoni e di L. Mascarelli [1], presentata dal Socio G. Ciamician.

Le Memorie che il sig. Julius Schmidt [2] ha pubblicate poco tempo fa nei Berichte *Sopra i due stereoisomeri difenildinitroetileni* e *Sopra l' azione dell'acido nitroso sullo stilbene e sul difenildinitroetano simmetrico*, ci costringono a render noti subito alcuni nuovi risultati da noi ottenuti esperimentando l'azione dell' acido nitrico sull' acetilene.

Già fino dallo scorso anno A. Baschieri [3], in questo laboratorio, aveva trovato che facendo passare per lungo tempo l' acetilene a traverso l' acido nitrico di densità 1,52 si formavano diverse sostanze interessanti che dovevano essere considerate come prodotti di ossidazione, di nitrazione ed anche di condensazione dell' acetilene stesso. Egli ottenne infatti, accanto a grandi quantità di anidride carbonica e di trinitrometano, anche una sostanza di carattere neutro della composizione centesimale corrispondente alla formula $C_6H_4N_4O_3$.

Noi, volendo estendere queste ricerche anche ad altri composti contenenti il triplo legame, ci siamo proposti anzitutto di studiare più profondamente il comportamento dell' acetilene in questa reazione di carattere fondamentale.

Abbiamo infatti ottenuto, variando leggermente le condizioni di esperienza, due nuove sostanze, una di carattere neutro e l' altra di carattere spiccatamente acido, le quali devono senza dubbio considerarsi come prodotti simultanei di condensazione e di nitrazione.

Operiamo nel modo seguente.

Facciamo passare lentamente l' acetilene puro e secco a traverso acido nitrico di densità 1,52 contenuto in apparecchi a bolle che teniamo immersi nell' acqua. Quando l' acido ha assunto un color verde scuro (dopo 24 ore circa) lo versiamo a poco a poco in molta acqua fresca, con che si ottiene un abbondante sviluppo di vaporini trosi e di acido carbonico e la separazione di un precipitato di color giallo-paglia costituito da piccolissime squamette sericee caratteristiche.

Questa nuova sostanza raccolta su filtro, lavata e seccata nel vuoto, esplode violentemente per brusco riscaldamento in tubetto o per percussione

[1] Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Bologna.
[2] Berichte XXXIV, pag. 619, 623.
[3] Questi Rendiconti, vol. IX, 1. sem., serie 5ª, fasc. 12.

e fonde a 78° circa decomponendosi. Quando si tenta di purificarla cristallizzandola, per esempio, dal benzolo o dall'etere di petrolio, si scompone, anche per azione di un moderato calore, svolgendo abbondanti quantità di vapori nitrosi, mentre si vanno contemporaneamente separando in seno al liquido dei cristalli incolori trasparenti che, allo stato puro, fondono costantemente a 108°.

Li abbiamo analizzati e ci hanno fornito i numeri corrispondenti alla formula

$$C_4H_2N_4O_3$$

Infatti:

gr. 0,2103 di sostanza dettero gr. 0,2408 CO_2 e 0,0302 H_2O
gr. 0,2112 » » gr. 0,2416 CO_2 e 0,0312 H_2O
gr. 0,1641 » » 52,6 c. c. di azoto a 24° e 762^{mm}.

In 100 parti:

	Trovato		Calcolato per $C_4H_2N_4O_3$
C	31,23	31,20	31,16
H	1,60	1,65	1,29
N	—	35,95	36,36

La determinazione di peso molecolare:

gr. 0,0558, gr. 0,1089 in 17,530 gr. di acido acetico dettero rispettivamente $\Delta = 0,09$ e $\Delta = 0,185$.

Trovato	Calcolato per $C_4H_2N_4O_3$
138	154
131	

Adoperando come solvente il benzolo, ottenemmo i seguenti dati:

gr. 0,0526 di sostanza in gr. 15,44 di benzolo dettero $\Delta = 0,115$

Trovato	Calcolato
145	154

La sostanza in parola è neutra e non si scioglie a freddo negli alcali e negli acidi. Cristallizza inalterata anche dall'acqua bollente e si scioglie con facilità in quasi tutti i solventi organici.

Il liquido filtrato contiene ancora il nitroformio, il corpo neutro $C_6H_4N_4O_3$ di Baschieri ed un nuovo acido, solido. Il corpo neutro $C_6H_4N_4O_3$ si ottiene in assai piccola quantità estraendo con etere il liquido reso alcalino: da questo, per successiva acidificazione, si ottiene poi assieme al nitroformio il nostro acido solido che, separato opportunamente, si presenta in bei cristalli grossi di color bianco tendente appena al giallo, fondenti dopo varie cristallizzazioni dal toluolo a 149°.

L' analisi e la determinazione di peso molecolare dimostrano che gli spetta la formula empirica

$$C_4H_3NO_3$$

Infatti:

gr. 0,2076 di sostanza diedero gr. 0,3228 CO_2 e gr. 0,0538 H_2O
gr. 0,1148 » » 13,2 cc. di azoto a 24° e 756^{mm}.

In 100 parti:

	Trovato	Calcolato per $C_4H_3NO_3$
C	42,41	42,47
H	2,90	2,65
N	12,78	12,40

Determinazione di peso molecolare.

gr. 0,0493, gr. 0,0982 di sostanza in gr. 15,958 di acido acetico dettero rispettivamente $\Delta = 0,12$ e $\Delta = 0,225$.

Trovato	Calcolato per $C_4H_3NO_3$
100	
109	113

Si scioglie facilmente negli alcali e in quasi tutti gli ordinarî solventi. E monobasico. La sua soluzione acquosa reagisce fortemente acida e può venir titolata con potassa impiegando qualsivoglia indicatore.

Dà un sale argentico stabile, che si ottiene sotto forma di precipitato caseoso giallastro quando si tratta la soluzione del suo sale ammonico con nitrato d'argento, e che fonde decomponendosi con leggiera esplosione a 165° circa.

Il rendimento di queste sostanze è, purtroppo, scarsissimo tanto che per metterne assieme una quantità sufficiente per alcune ricerche, occorre il lavoro assiduo di un paio di mesi: noi non possiamo quindi, per ora, dir nulla di sicuro riguardo alla loro costituzione.

Nutriamo fiducia che la presente Nota ci permetta di proseguire indisturbati le nostre ricerche.

Chimica. — *Derivati trisostituiti del Triazolo* 1. 3. 4 [1]. Nota di Guido Pellizzari e Antonio Alciatore, presentata dal Socio Paternò.

Del triazolo 1. 3. 4 o simmetrico, non si conoscevano fino ad ora che alcuni derivati monosostituiti in posizione 1, due con radicale grasso, ottenuti da M. Freund [2] e cinque con radicale aromatico preparati in questo labo-

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Genova.
[2] Berichte, vol. XXIX, pag. 2483-2486.

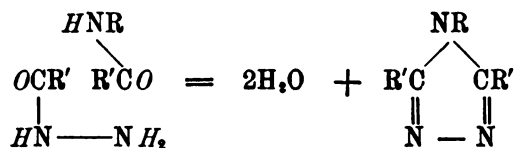
ratorio (1). Scopo del presente lavoro fu la sintesi di derivati trisostituiti e precisamente:

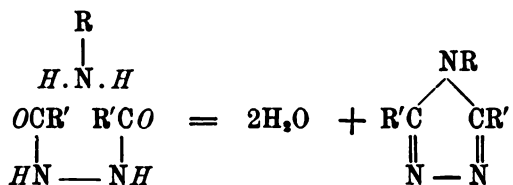
1 fenil 2-5 dimetiltriazolo simmetrico
1 *o*- tolil 2-5 dimetiltriazolo »
1 *p*- tolil 2-5 dimetiltriazolo »
1. 2. 5 trifeniltriazolo »

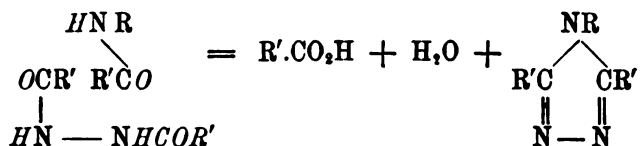
Per ottenere questi prodotti ci siamo serviti della reazione colla quale fu ottenuto il feniltriazolo (l. c.) simmetrico, adoperando in luogo dei derivati formilici dell'idrazina e dell'amina primaria, i derivati di acidi superiori. Anche in questo caso possiamo dire che i derivati trisostituiti del triazolo simmetrico si possono considerare come la condensazione di una molecola di amina, una di idrazina e due di acido per eliminazione di due molecole d'acqua

$$R.NH_2 + N_2H_4 + 2R'.CO_2H = 2H_2O + R(C_2N_3)R'_2.$$

Praticamente la reazione si compie prendendo i derivati acidilici dell'amina primaria e della idrazina

$$\begin{array}{ccc} & \mathit{H}NR & \\ & \diagdown & \\ \mathit{O}CR' & R'C\mathit{O} & \\ | & & \\ \mathit{H}N & —— & N\mathit{H}_2 \end{array} = 2H_2O + \begin{array}{ccc} & NR & \\ \diagup & & \diagdown \\ R'C & & CR' \\ \| & & \| \\ N & — & N \end{array}$$

Un secondo metodo consiste nel far reagire le diacidilidrazidi sull'amina, ed in tal caso il meccanismo della reazione è chiaramente spiegato dal seguente schema:

$$\begin{array}{ccc} & R & \\ & | & \\ & \mathit{H}.N.\mathit{H} & \\ \mathit{O}CR' & & R'C\mathit{O} \\ | & & | \\ \mathit{H}N & — & N\mathit{H} \end{array} = 2H_2O + \begin{array}{ccc} & NR & \\ \diagup & & \diagdown \\ R'C & & CR' \\ \| & & \| \\ N & — & N \end{array}$$

Prendendo poi una diacidilidrazide ed il derivato acidilico dell'amina, si arriva allo stesso prodotto ma colla eliminazione di una molecola di acido ed una di acqua invece di due di acqua.

$$\begin{array}{ccc} & \mathit{H}NR & \\ & \diagdown & \\ \mathit{O}CR' & R'C\mathit{O} & \\ | & & \\ \mathit{H}N & — & N\mathit{HCOR'} \end{array} = R'.CO_2H + H_2O + \begin{array}{ccc} & NR & \\ \diagup & & \diagdown \\ R'C & & CR' \\ \| & & \| \\ N & — & N \end{array}$$

(1) Vedi le due Note precedenti: Pellizzari e Massa, Pellizzari e Bruzzo, a pag. 363 e 414 di questo volume.

Un quarto modo sarebbe nel fare agire la diacetilanilina sull'idrazina. Però è da notare che i prodotti presi possono, prima di reagire nel senso espresso dalle formule, modificarsi in modo da formare, per doppia decomposizione, altri prodotti che però saranno sempre tra quelli considerati in uno dei quattro procedimenti contemplati; così per esempio è certo che dalla diacetilanilina e idrazina si formerà della mono o della diacetilidrazide, rimanendo quindi della acetanilide o della anilina.

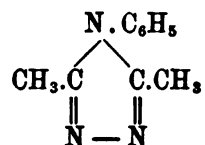
È questa anzi la ragione per la quale il metodo non è praticamente applicabile alla produzione di triazoli sostituiti con tre radicali differenti ed in posizione determinata, giacchè partendo da idrazidi ed amidi derivanti da acidi diversi, nella reazione può avvenire uno scambio parziale dei radicali acidi ed allora si formerebbero varî isomeri triazolici la cui separazione sarebbe difficile.

I procedimenti indicati, non essendo in sostanza che modificazioni di uno stesso concetto generale di reazione, non abbiamo creduto necessario eseguirli tutti per ciascun caso, ed abbiamo preferito quei due che si eseguiscono colle diacidilidrazidi per la facilità colla quale queste si possono preparare direttamente dal solfato d'idrazina (1).

I rendimenti furono sempre assai scarsi e la ragione sta nel fatto che tanto le mono come le diacidilidrazidi danno per conto loro derivati tetrazolinici, e quindi soltanto in parte reagiscono coll'amina o col suo derivato acidilico per formare il nucleo triazolico.

Parte sperimentale.

1 Fenil 2.5 dimetiltriazolo simmetrico

$$\begin{array}{ccc} & N.C_6H_5 & \\ CH_3.C & & C.CH_3 \\ \| & & \| \\ N & — & N \end{array}$$

Descriviamo prima il metodo che ci dette il miglior risultato. Gr. 10 di diacetilidrazide e gr. 11,6 di acetanilide furono messi in una storta tubulata e scaldati a bagno di sabbia. Il riscaldamento si regolava in modo che dalla massa fusa si vedessero sempre svilupparsi delle bollicine di vapore, la cui temperatura era segnata da un termometro adattato alla tubulatura della storta. Il colore della massa fusa prima giallo, andò sempre più scurendosi; i vapori sviluppatisi erano di reazione acida. Dapprima distillarono acqua, acido acetico, e un po' di acetanilide trasportata dal vapor

(1) Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, vol. VIII, 1° sem., serie 5ª, fasc. 7.

d' acqua. Aumentando infine la temperatura fino a distillare tutto il prodotto, si raccolse separatamente la porzione che passa oltre i 260° che contiene il fenildimetiltriazolo. L'operazione durò in tutto quattro ore e mezzo. Il prodotto distillato fu sciolto in acqua bollente e per raffreddamento si separarono delle lamine madreperlacee fusibili a 115° che erano di acetanilide che non aveva preso parte alla reazione. La soluzione acquosa liberata più che fu possibile dall'acetanilide per concentrazione, fu poi fatta bollire a ricadere per qualche ora con soda ed un po' di alcool: quindi saturato l'alcali con anidride carbonica, si tirò a secco e si estrasse con alcool forte il fenildimetiltriazolo. Esso venne decolorato con carbone animale eppoi cristallizzato dal benzolo. Il rendimento fu molto scarso e cioè di gr. 1,60.

Per ottenere il fenildimetiltriazolo dalla diacetilidrazide e anilina abbiamo preso gr. 4 della prima e gr. 3,20 della seconda, che messi in una storta furono scaldati come nella reazione precedente, e del distillato non si tenne conto che della porzione passata oltre i 260°, trattandola nel modo su esposto. Il rendimento fu piccolissimo e quindi questo procedimento non è consigliabile.

Quantità equimolecolari di monoacetilidrazide ed acetanilide fatte reagire nello stesso modo ci condussero pure alla formazione dello stesso prodotto.

L' 1 fenil 2.5 dimetiltriazolo simmetrico cristallizzato dal benzolo si ottiene in piccoli aghetti bianchi serici fusibili a 237°.

gr. 0,2330 di sostanza dettero $CO_2 = 0,5935$ e $H_2O = 0,1323$;
gr. 0,1507 di sostanza dettero 31,1 cc. di N a 16°,5 e 754 mm.

Trovato %		Calcolato
C	69,44	69,36
H	6,30	6,35
N	24,24	24,27

È solubilissimo nell'alcool e nel cloroformio, assai solubile nell'acqua e nel benzolo, meno nell'etere e poco nella ligroina. È solubile negli acidi minerali e riprecipita con potassa concentrata. Scaldato sulla lamina di platino o in tubetto di vetro si mostra volatile.

Cloroplatinato di 1 fenil 2.5 dimetiltriazolo simmetrico

$$(C_{10}H_{11}N_3 . HCl)_2 Pt Cl_4 .$$

Sciogliendo la base in acido cloridrico concentrato ed aggiungendo cloruro platinico, si separò in cristalli giallo-aranciati che furono raccolti e lavati prima con acido cloridrico concentrato eppoi con poco alcool. Cristalliz-

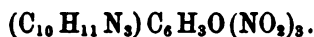
zato dall'acido cloridrico, si ha in aghetti riuniti a ciuffo che fondono decomponendosi a 256-257°.

gr. 0,5584 di sostanza dettero gr. 0,1431 di platino.

	Trovato %	Calcolato
Pt	25,62	25,69

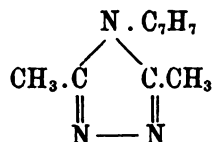
La soluzione acquosa di questo cloroplatinato bollita, anche per diverso tempo, non dette nessun precipitato che indicasse la formazione di un composto secondo la reazione di Anderson.

Picrato di 1 fenil 2.5 dimetiltriazolo simmetrico

$(C_{10}H_{11}N_3)C_6H_3O(NO_2)_3$.

La soluzione acquosa della base trattata con acido picrico precipita in fiocchi gialli, i quali cristallizzati dall'acqua o meglio dall'alcool dànno dei bei cristalli gialli allungati di discreta grandezza fusibili a 175°.

gr. 0,1579 di sostanza dettero 29 cc. di N a 24°,1 e 760 mm.

	Trovato %	Calcolato
N	21,09	20,94

1 *o*- Tolil 2.5 dimetiltriazolo simmetrico

Questa sostanza fu preparata soltanto col seguente metodo: gr. 15 di diacetilidrazide e gr. 19,2 di aceto-*o*-toluide furono scaldati in una storta a bagno di rena, in modo che si avesse sempre un regolare sviluppo di bollicine dalla massa fusa. Un termometro immerso nei vapori che distillavano ci indicò che prima passava del vapor d'acqua eppoi dell'acido acetico. Incalzando col riscaldamento distillavano altri prodotti, e si tenne conto soltanto di ciò che passava oltre i 200°. Quest'ultima porzione riunita a quel poco di sostanza che era rimasta nella storta, venne portata in un bicchiere sciogliendola in poco alcool, e quindi aggiungendo acqua si scacciò l'alcool e per raffreddamento si separò dell'acetotoluide che non aveva reagito. Concentrando la soluzione si aggiunse poi della potassa, la quale precipitò il tolildimetiltriazolo, che raccolto sul filtro e cristallizzato poi dal benzolo si ebbe in cristallini bianchi fusibili a 168°.

gr. 0,2400 di sostanza dettero $CO_2 = 0,6207$ e $H_2O = 0,1498$;
gr. 0,1427 di sostanza dettero 27,5 cc. di N a 16°,5 e 754 mm.

Trovato %		Calcolato
C	70,50	70,58
H	6,91	6,95
N	22,53	22,45

È solubilissimo nell'acqua, nell'alcool e nel cloroformio, assai solubile nel benzolo, discretamente nell'etere ed un po' meno nella ligroina. Scaldato in tubettino si volatilizza facilmente. Sciolto negli acidi riprecipita con potassa concentrata in cui è poco solubile.

Cloroplatinato di 1 o- tolil 2.5 dimetiltriazolo simmetrico

$$(C_{11}H_{13}N_3HCl)_2PtCl_4$$

Si ottenne aggiungendo cloruro di platino alla soluzione della base in poco acido cloridrico concentrato. Cristallizzato dall'acido cloridrico si ebbe in aghi di discreta grossezza raggruppati a ciuffo e fusibili con decomposizione a 244-245°.

gr. 0,4367 di sostanza dettero per calcinazione gr. 0,1089 di platino.

Trovato %		Calcolato
Pt	24,93	24,77

Tetracloroplato 1 o- tolil 2.5 dimetiltriazolo simmetrico

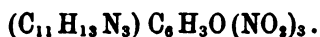
$$(C_{11}H_{13}N_3)_2PtCl_4.$$

Si ottiene dal cloroplatinato normale, per eliminazione di due molecole di acido cloridrico, facendolo bollire per circa mezz'ora in soluzione acquosa diluita. È una polvere amorfa giallo-chiara, insolubile nell'acqua, che si decompone verso 255°.

gr. 0,4528 di sostanza dettero per calcinazione gr. 0,1234 di platino.

Trovato %		Calcolato
Pt	27,25	27,32

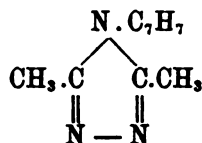
Picrato di o- tolil 2.5 dimetiltriazolo simmetrico

$$(C_{11}H_{13}N_3)C_6H_3O(NO_2)_3.$$

Si ottiene come precipitato giallo aggiungendo acido picrico ad una soluzione acquosa della base. Cristallizzato dall'alcool si ebbe in bellissimi cristalli aghiformi fusibili a 164°.

gr. 0,1565 di sostanza dettero 27,8 cc. di N a 24° e 759 mm.

Trovato °/₀	Calcolato
N 20,37	20,24

1 *p*-Tolil 2.5 dimetiltriazolo simmetrico

$$\begin{array}{ccc} & N.C_7H_7 & \\ CH_3.C & & C.CH_3 \\ \| & & \| \\ N & — & N \end{array}$$

Gr. 10 di diacetilidrazide e gr. 12,8 di aceto-*p*-toluide furono scaldati in storta tubulata a bagno di rena in modo che dalla massa si svolgevano numerose bollicine di vapore di acqua, che si condensava poi nella tubulatura della storta. Aumentando il riscaldamento, distillò anche dell'acido acetico ed infine altri prodotti secondarî insieme ad un po' di acetotoluide che non aveva reagito. Un termometro immerso nei vapori segnò dapprima 100° circa per quasi un'ora, poi innalzando la temperatura gradatamente andò a 250° impiegando altre tre ore; a questo punto si cessò il riscaldamento, avendo in complesso la reazione durato quattro ore. Il prodotto rimasto nella storta era bruno e solido; fu portato in una capsula sciogliendolo a caldo in poco alcool, quindi si aggiunse acqua, si evaporò l'alcool e per concentrazione si separò molta acetotoluide. Le acque madri ridotte a piccolo volume separarono il tolildimetiltriazolo per aggiunta di potassa. Fu cristallizzato dal benzolo e si ebbe in minutissimi aghi fusibili a 228°.

gr. 0,2497 di sostanza dettero $CO_2 = 0,6458$ e $H_2O = 0,1550$;
gr. 0,1480 di sostanza dettero 28,1 cc. di N a 16°,3 e 759 mm.

	Trovato °/₀	Calcolato
C	70,52	70,58
H	6,88	6,95
N	22,36	22,45

È solubilissimo nell'acqua, nell'alcool e nel cloroformio, un po' meno nel benzolo e nell'etere e pochissimo nella ligroina.

Tetracloroplato 1 p-tolil 2.5 dimetiltriazolo simmetrico

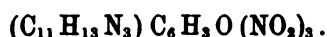
$$(C_{11}H_{13}N_3)_2 PtCl_4.$$

Sciolta la base nell'acido cloridrico concentrato per aggiunta di cloruro di platino non si ebbe il cloroplatinato normale, e anche concentrando rimase un sciroppo che non cristallizzava. Aggiungendo acqua e facendo bollire si ottenne una polvere gialla insolubile che corrisponde alla formula soprascritta. Fonde decomponendosi fra 250-254°.

gr. 0,3845 di sostanza dettero per calcinazione gr. 0,1055 di platino.

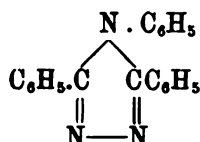
Trovato °/₀	Calcolato
Pt 27,41	27,32

Picrato di 1 p-tolil 2.5 dimetiltriazolo simmetrico

$(C_{11}H_{13}N_3)\,C_6H_3O\,(NO_2)_3$.

Si ottiene come i precedenti, e cristallizzato dall'alcool, in cui è molto più solubile che nell'acqua, si presenta in minutissimi, leggeri cristallini gialli fusibili a 158°.

gr. 0,1496 di sostanza dettero 26,3 cc. di N a 24° e 761 mm.

Trovato °/₀	Calcolato
N 20,20	20,24

1. 2. 5. Trifeniltriazolo simmetrico.

Gr. 20 di dibenzoilidrazide e gr. 16,4 di benzanilide furono scaldati in storta a bagno di rena. A 200° la massa era fusa e cominciò la reazione svolgendosi numerose bollicine gassose. Si aumentò la temperatura della miscela fino a circa 290° e si mantenne così per 6 ore. Distillò vapor d'acqua, acido benzoico ed altri prodotti secondarî fra cui un po' di benzonitrile. Tolto il termometro dalla materia fusa e lasciato il bulbo nei vapori che distillavano, si seguitò a scaldare finchè il termometro non si vide salire, quasi ad un tratto sopra i 300°, per un'onda di vapore che s'innalza lentamente e che lo porterebbe a temperature ancora più elevate se non si cessasse subito il riscaldamento. Il prodotto verde cupo, rimasto nella storta, fu sciolto a caldo in molto alcool, e quindi si filtrò per togliere qualche impurezza insolubile e dalla soluzione limpida cristallizzò per raffreddamento il trifeniltriazolo in minutissimi aghi. Per concentrazione delle acque madri si ebbe ancora un po' di prodotto; poi cristallizzò del difenilbiazossolo impuro che, come ha dimostrato uno di noi, si forma per perdita di acqua dalla dibenzoilidrazide. Nell'ultime acque madri ed in piccola quantità si trova anche del difeniltriazolo, che si può separare e purificare approfittando della sua solubilità nella potassa diluita.

Il trifeniltriazolo fu preparato anche nel seguente modo che crediamo raccomandabile: Gr. 10 di dibenzoilidrazide e gr. 3,87 di anilina furono scaldati in una storta a circa 250° per 6 ore, quindi tolto il termometro

dalla sostanza e tenutolo invece nei vapori, si aumentò gradatamente il riscaldamento finchè, come si è già detto pel caso precedente, un'onda di vapore non fece salire la temperatura rapidamente oltre i 300°. Il prodotto verde rimasto nella storta, trattato nel modo suindicato, dette un discreto rendimento di trifeniltriazolo, e maggiore di quello che non si aveva avuto nella reazione colla benzanilide. Il trifeniltriazolo simmetrico cristallizzato un paio di volte dall'alcool si ottiene in minutissimi e leggeri aghetti bianchi fusibili a 304°-305°.

gr. 0,2260 di sostanza dettero $CO_2 = 0,6681$ e $H_2O = 0,1078$;
gr. 0,1594 di sostanza dettero 19 cc. di N a 11°,6 e 759 mm.

	Trovato °/₀	Calcolato
C	80,61	80,80
H	5,26	5,05
N	14,27	14,14

È insolubile nell'acqua, nell'etere e nella ligroina, assai poco solubile nell'alcool e nel benzolo. Ha caratteri basici poco accentuati; sciolto nell'acido cloridrico caldo dà per raffreddamento il

Cloridrato di trifeniltriazolo simmetrico $C_{20}H_{15}N_3 . HCl$ in cristallini bianchi che furono raccolti, lavati con acido cloridrico e seccati sulla calce.

gr. 0,1078 di sostanza nella determinazione del cloro col metodo di Volhard consumarono 3,1 cc. di soluzione N/10 di nitrato d'argento corrispondenti a gr. 0,011 di cloro.

	Trovato °/₀	Calcolato
Cl	10,28	10,64

Non si ebbe nè il cloroplatinato, nè il picrato di questo derivato triazolico.

Chimica. — *L'ossicloruro di fosforo come solvente in crioscopia.* Nota V di G. Oddo, presentata dal Socio Paternò [1].

Nella trattazione della chimica inorganica a partire dai primi capitoli s'incontrano spesso delle quistioni intorno alle quali l'insegnante, più di tutti, resta perplesso, perchè male definite e con notizie talvolta anche contraditorie.

Alcune di queste ho cercato di risolvere in lavori precedenti [2]; di altre, che non riuscii allora a definire [3], ho continuato ad occuparmi, e nella serie di ricerche che pubblico ho voluto studiarle:

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Cagliari.
(2) Gazz. chim. ital. XXIX (1899), II, 318, 330, 343 e 345; Rend. Accad. Lincei 1899, 244, 252, 281, 328.
(3) Gazz. chim. ital., ibid. 352; Rend. Acc. Lincei, ibid. 288.

1°) A che cosa si debba attribuire l'esistenza di due monocloruri di iodio.

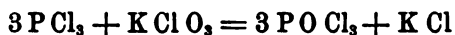
2°) Quale sia la funzione chimica del tricloruro di iodio, che ha comportamento alquanto diverso da quello dei composti alogenati dei veri metalloidi.

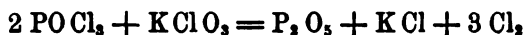
3°) In che cosa consista la differenza tra le due modificazioni di anidride solforica che esistono: una liquida a temperatura ordinaria, p. f. 14°,8, instabile, e l'altra solida, fibrosa, stabile.

Per questi ed altri argomenti analoghi, che ho in corso di studio, ho dovuto procurarmi un solvente adatto, e poichè nell'esperienze già pubblicate i solventi organici, dei quali allora feci uso, non si prestavano per sostanze della natura di quelle cimentate, diressi la mia attenzione alla ricerca di un solvente inorganico e nell'ossicloruro di fosforo trovai quanto m'era necessario.

Ne pubblico quindi in questa Nota lo studio al quale lo sottoposi, prima d'impiegarlo.

Lo preparai col metodo di Derwin [1], ossidando cioè il tricloruro di fosforo con clorato potassico, e per ottenerlo puro feci agire un piccolo eccesso di questo sale sulla quantità calcolata: a questo modo non resta alcuna traccia di tricloruro e, compita la reazione, incomincia a svolgersi, come ho detto in altra Memoria, del cloro, il quale indica la fine di questa prima fase d'ossidazione:

$$3\,PCl_3 + KClO_3 = 3\,POCl_3 + KCl$$

e il principio dell'altra successiva:

$$2\,POCl_3 + KClO_3 = P_2O_5 + KCl + 3\,Cl_2$$

Si distilla e nel liquido che passa, il quale può essere giallo ancora per cloro, si fa gorgogliare una corrente di aria secca sino a decolorazione completa e si ritorna a distillare: passa allora quasi completamente a 107-108° a pressione ordinaria.

Per purificarlo ulteriormente lo sottoposi a cristallizzazioni frazionate per due o tre volte, decantando sempre la parte liquida: ottenni così un liquido incoloro, che cristallizzò bene a 1°,782. Però, conservandolo in vaso a smeriglio, a tenuta perfetta, paraffinato o no, il punto di fusione nei giorni successivi andava aumentando lentamente, mentre si depositavano sulle pareti e al fondo del recipiente dei prodotti d'idratazione, sotto forma di gocce trasparenti, gommose. E poichè usava tutte le cure per impedire l'assorbimento d'umidità dall'aria, è da ritenere che tali prodotti restassero in soluzione nell'ossicloruro, malgrado tutto il processo di purificazione, e da

[1] Compt. Rend. 1897, 576.

esso venissero abbandonati, forse in seguito a trasformazioni che avvengono nelle loro molecole; ovvero che l'ossicloruro possa trattenere tenacemente in soluzione delle tracce di acqua, con le quali reagisce a lungo andare; in tal caso, però, all'apertura del vaso si dovrebbero sviluppare fumi di acido cloridrico, che non ebbi mai occasione d'osservare.

Qualunque sia la causa, vedremo nella Memoria sulle anidridi solforica e disolforica come sia riuscito a superare le difficoltà che può offrire la presenza di tali prodotti in seno al solvente.

Crioscopicamente ho eseguito sull'ossicloruro di fosforo due serie di esperienze: la prima per determinare la costante di abbassamento molecolare; la seconda per osservare se questo solvente, come l'acqua, ionizza i sali.

Metodo sperimentale. — Feci uso del solito tubo di Beckmann, con agitatore di vetro e turaccioli di sughero. Questi vengono relativamente poco intaccati dai vapori del solvente, tanto che durante tutto il corso dell'esperienze, che descrivo, non vennero mai rinnovati. L'agitatore passava per un piccolo tubo di vetro, inserito nel tappo, e quindi a sfregamento per un tubo di gomma attaccato al precedente, e veniva mosso a mano: così tutto l'apparecchio restava chiuso e si evitava l'assorbimento d'umidità dall'aria durante l'esperienze.

Anche il solvente veniva pesato in una grande pipetta Beckmann, che ho appositamente costruita, capace di contenerne per tre o quattro determinazioni, e le estremità di essa venivano chiuse con tubi di gomma.

Malgrado però queste cure, è bene sempre eseguire le determinazioni tenendo il crioscopo sotto una cappa, nella quale funzioni un buon tiraggio, per evitare, al momento in cui si deve fare l'innesto, l'azione irritante dell'ossicloruro sulle mucose e specialmente sulla congiuntiva.

I.

Determinazione della costante crioscopica.

Impiegai quattro sostanze: due organiche (tetraclorometane e toluene) e due inorganiche (protocloruro di zolfo e bromo). Ecco i risultati ottenuti:

Tetraclorometane.

Concentrazione	Abbass. punto cong.	Costante
3,4635	1°,637	72,78
5,2306	2, 471	72,76

Toluene.

Concentrazione	Abbass. punto cong.	Costante
2,2074	1°,671	69,64

Protocloruro di zolfo.

2,3681	1°,217	69,38
3,0578	1, 571	69,32

Bromo.

3,9086	1°,668	68,28
6,5364	2, 631	68,98

Se si eccettua il tetraclorometane, col quale si ottengono valori un po' più elevati, le determinazioni con le altre sostanze hanno dato risultati abbastanza concordanti: oscillano intorno al numero 69, che ho adottato come costante, invece della media di tutti i valori ottenuti 70,16.

Per quanto io sappia, non è conosciuto il calore latente di fusione dell'ossicloruro di fosforo per controllare questo risultato, calcolando l'abbassamento molecolare con la nota formola di Van't Hoff [1]

$$t = \frac{0.02\ T^2}{W} \text{ o più esattamente } \frac{0.0198\ T^2}{W}$$

II.

Sulla dissociazione ionica nelle soluzioni in ossicloruro di fosforo.

È noto che da parecchio tempo i cultori di questo campo di discipline si sono occupati di ricercare se esistono altri solventi diversi dall'acqua che abbiano la proprietà di dissociare ionicamente i sali, gli acidi e le basi disciolte.

Per i solventi organici basterà citare le belle ricerche eseguite sugli alcooli metilico ed etilico, sull'acetone e l'acetonitrile [2], le quali hanno condotto al risultato alquanto strano che mentre per mezzo della conducibilità elettrica si ottengono valori per i quali si deve ammettere in questi solventi avvenga dissociazione ionica, talvolta anche più avanzata che nelle soluzioni acquose, col metodo ebullioscopico invece la dissociazione che si riscontra o è molto limitata, come nell'alcool etilico, o manca del tutto, come nelle soluzioni bollenti in acetone.

Tra i solventi inorganici Bouty [3] ha studiato l'acido nitrico ed ha osservato che quando esso contiene in soluzione deboli quantità di nitrati

(1) Vorlesungen über Theoretische und Physikalische Chemie, Zweites Heft. 49.

(2) Carrara, Gazz. Chim. ital. XXIV, II, 504 (1894); XXVI, I, 119 (1896); XXVII, I, 207, 422 (1897); Dutoit et Aston, Bull. Soc. chim. 17, 927; Dutoit et Friederich, ibid. 19, 321.

(3) Compt. Rend. 1888, 1°, 595 e 654.

alcalini, la sua conducibilità aumenta in proporzioni considerevoli. Sono inoltre degni di maggior attenzione i lavori di Walden ([1]) sull'anidride solforosa liquida e di Cardy ([2]) e Franklin e Kraus ([3]) sull'ammoniaca liquida, solventi i quali hanno condotto a risultati paragonabili a quelli dei solventi organici, che ho riferito. Difatti con l'anidride solforosa liquida tutte le soluzioni saline esaminate mostrano una conduttività molecolare considerevole, che oltrepassa talvolta il valore trovato in soluzione acquosa. Invece nelle determinazioni ebullioscopiche KI, NaI, RbI, NH_4I e CNSK danno un peso molecolare che è sensibilmente il doppio del teorico, e $S(CH_3)_3I$, $N(CH_3)_4I$ e $N(C_2H_5)_4I$ un valore quasi normale, e in nessun caso la dissociazione, che sembrerebbe dimostrata con la conducibilità, si trova confermata con l'ebullioscopia.

L'ammoniaca liquida, quantunque come hanno fatto bene osservare Franklin e Kraus, somigli all'acqua per molte sue proprietà fisiche e specialmente per l'estrema debolezza di conduttività propria, per il valore eccezionalmente grande del suo calore specifico, del suo calore d'evaporazione, e il suo fattore d'associazione, tuttavia come solvente si comporta in modo diverso: difatti Franklin e Kraus hanno trovato per gli elettroliti binarî una conducibilità μ_v e $\mu\infty$ maggiore che per le soluzioni acquose della medesima concentrazione, prese alla medesima temperatura, mentre i tre sali KI, $NaNO_3$ e NH_4NO_3, che sono stati studiati da loro anche col metodo ebullioscopico, in soluzioni molto diluite (0,3-0,4 per litro) forniscono delle grandezze molecolari un po' più basse delle teoriche, a concentrazione di circa 2 per litro raggiungono presso a poco questo valore e in seguito i primi due sali l'oltrepassano, rivelando uno stato di polimerizzazione.

Per tutti questi solventi organici ed inorganici, per i quali la conducibilità elettrica non si è trovata in correlazione con un peso molecolare frazionario, accusato dall'elettrolita nelle soluzioni bollenti, si vanno cercando di già altre cause per interpretare la loro azione mobilizzante, cause che non entrano nel mio còmpito per discuterle.

L'ossicloruro di fosforo invece, dentro certi limiti di concentrazione, possiede come l'acqua la proprietà di dissociare i sali, come dimostrano l'esperienze seguenti:

Cloridrato d'anilina.

Concentraz.	Abbass. punto cong.	Peso molecolare
0,9023	0°,989	62,94
2,1171	1, 878	77,78

Per $C_6H_5NH_3Cl$ si calcola p. m. 129,5

" $\frac{C_6H_5NH_3Cl}{2}$ " " 64,75

([1]) Ber. deut. chem. Gesell. *32,* 2862 (1899).
([2]) Journ. of phys. chem. 1.
([3]) Amer. chem. Journ. *20, 21, 23* e *24.*

Cloridrato di piridina.

0,7476	0, 667	77,34
1,7525	1, 367	88,4
3,1078	2, 072	103,5

Per $C_5 H_5 NH Cl$ si calcola p. m. 115,5
„ $\frac{C_5 H_5 NH Cl}{2}$ „ „ 57,75

Questo sale viene quindi dissociato un po' più difficilmente del cloridrato d'anilina: la dissociazione non è completa anche per soluzioni diluite, come quella 0,7476 °/₀, ed è quasi cessata all'ultima concentrazione, che pure non è molto elevata.

Cloruro ferrico.

Impiegai il sale sublimato che fornisce Kahlbaum.

Concentraz.	Abbass. punto cong.	Peso molecolare
0,5307	0°,575	63,67
1,8426	0, 942	135,07
2,8633	1, 548	127,61

Per $Fe Cl_3$ si calcola p. m. 162,35
„ $\frac{Fe Cl_3}{2}$ „ „ 81,18

Il cloruro ferrico si avvicina al comportamento di quello di piridonio: è dissociato a piccola concentrazione, e lo è poco a concentrazioni un po' più elevate.

È degno di nota poi il fatto che la dissociazione non avviene in 4 ioni: Fe, Cl, Cl, Cl, bensì in circa due ioni soltanto. Vedremo ripetersi questo fatto con i cloruri di platino e d'oro, e ne darò l'interpretazione nella Memoria sul tricloruro di iodio, il quale si comporta ugualmente.

Tetracloruro di platino.

Concentraz.	Abbass. punto cong.	Peso molecolare
0,5410	0°,218	171,23
3,1874	0, 678	324,3
3,7114	0, 800	320,10

Per $Pt Cl_4$ si calcola p. m. 336,6
„ $\frac{Pt Cl_4}{2}$ „ „ 168,3

Tricloruro d'oro.

2,0952	0°,645	224,14
3,2000	1, 263	174,08
3,6819	1, 610	157,79

Per $Au\,Cl_3$ si calcola p. m. 303,55

" $\frac{Au\,Cl_3}{2}$ " " 151,77

Con questo sale avviene il fenomeno opposto ai tre casi precedenti: si ottengono valori un po' più elevati a concentrazione minore, mentre alla concentrazione di 3,6819 si ha già la dissociazione quasi completa, che anche in questo caso avviene in due ioni e non in quattro, come si sarebbe potuto credere a priori.

I cloruri di ferro, di platino e d'oro tendono però a combinarsi con l'ossicloruro di fosforo, dando composti che sto studiando in collaborazione con lo studente Tealdi e che descriveremo prossimamente.

Concludendo, la costante crioscopica dell'ossicloruro di fosforo è 69, e questo solvente, come l'acqua, ma dentro limiti più ristretti, ionizza le soluzioni diluite dei sali.

PERSONALE ACCADEMICO

Colle norme prescritte dallo Statuto, l'Accademia procedette, nella seduta del 1° giugno, all'elezione del Presidente. Lo spoglio dei voti venne fatto dai Soci Lanciani e Volterra.

La votazione finale dette i risultati seguenti:

Votanti 49. — Villari P. 29; Comparetti 17; Schede bianche 3. — Eletto Villari Pasquale.

Questa elezione, a termini dell'art. 15 dello Statuto, sarà sottoposta all'approvazione di S. M. il Re.

CORRISPONDENZA

Essendo giunta, durante la seduta, la notizia della nascita della Principessa Reale, l'Accademia unanime, su proposta del Socio Cremona, approvava l'invio del seguente telegramma alle Loro Maestà.

« A S. E. il Primo Aiutante di Campo di S. M. il Re.

« La R. Accademia dei Lincei, riunita in assemblea plenaria, apprendendo fausto avvenimento che allieta la Reggia e la Nazione, manda le sue rispettose felicitazioni alle LL. MM., e fa voti per la preziosa salute della graziosissima Regina e della Reale neonata ».

Il Vicepresidente
Pietro Blaserna

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 1º giugno 1901.

Bisleri F. — Contributo alla terapia delle febbri malariche. Milano, 1901. 4°.

Boccardi G. — Di alcuni diagrammi astronomici. Catania, 1900. 4°.

Brioschi F. — Opere matematiche pubblicate per cura del Comitato per le onoranze a F. B. T. I. Palermo, 1901. 4°.

Centenario della scoperta di Cerere. Catania, 1901. 4°.

Coronas J. — El bagujo del 8 de septiembre 1900. Manila, 1900. 4°.

De Angelis C. — La Geologia agricola e le rocce della provincia di Roma, e di Perugia. Siena, 1901. 8°.

Durán-Loriga J. — Charles Hermite. Città di Castello, 1901. 8°.

Fremy. — Encyclopédie chimique. T. III, f. 3. — *Leidié E.* Palladium, Iridium, Rhodium. Paris, 1901. 8°.

Graça F. C. da — Posições astronomicas de Cabo Frio e Santos. Rio de Janeiro, 1888. 4°.

Lockyer N. — Further Observations on Nova Persei. London, 1901. 8.

Maluta G. — Principî di suggestione terapeutica. Padova, 1901. 8°.

Mascari A. — Sulla frequenza e distribuzione in latitudine delle macchie solari osservate al R. Osservatorio di Catania nel 1899. Catania, 1900. 4°.

Masoni U. — Di alcune recenti esperienze sui grandi sifoni da Cancello a Napoli nell'acquedotto di Serino. Napoli, 1901. 8°.

Nansen F. — The Norvegian North Expediction 1893-1896. Scientific results. Vol. II. London, 1901. 4.

Oddone E. — Sul coefficiente medio di trasparenza dell'aria per grandi visuali terrestri. Milano, 1901. 8°.

Pagliani L. — Giulio Bizzozero. Commemorazione. Torino, 1901. 8°.

Riccò A. — Comunicazione telefonica all'Osservatorio etneo col filo sulla neve. Catania, 1901. 4°.

Id. — La nuova stella nella costellazione di Perseo. Catania, 1901. 8°.

Id. e *Eredia F.* — Risultato delle osservazioni meteorologiche del 1900 fatte nel R. Osservatorio di Catania. Catania, 1901. 4°.

Silvado A. B. — Istrucções meteorologicas. Rio de Janeiro, 1900. 8°.

Zeuner G. — Technische Thermodynamik. 2ª Aufl. Bd. II. Leipzig, 1901. 8°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 16 giugno 1901.

P. Blaserna, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Meccanica. — *Sui moti stazionari di un corpo rigido nel caso della Kovalevsky.* Nota III [1] di T. Levi-Civita, presentata dal Corrispondente G. Ricci.

8. *Studio delle soluzioni, per cui si annulla il determinante Δ.*

Alla prima delle (12) si può sostituire $\Delta = 0$, onde abbiamo il sistema

$$(12_b)\qquad \begin{cases} \gamma_1 p + \gamma_2 q = \dfrac{s}{2\nu}(\gamma_1^2 + \gamma_2^2), \\ -\gamma_2 p + \gamma_1 q = \nu s \gamma_2, \end{cases}$$

a mezzo del quale e della (11), convien ridurre le (K). Si raggiunge lo scopo nel modo più comodo ricorrendo alle variabili ϑ, f, φ e sostituendo prima di tutto, nelle (12_b) e (11), a $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ i loro valori, con che si ha

$$(12'_b)\qquad \begin{cases} p\cos f + q \operatorname{sen} f = \dfrac{s}{2\nu}\operatorname{sen}\vartheta, \\ -p\operatorname{sen} f + q\cos f = \nu s \operatorname{sen} f, \end{cases}$$

$$(11')\qquad \nu r = s\cos\vartheta.$$

Tenendo conto di queste equazioni, le note formule

$$p = \operatorname{sen} f\frac{d\vartheta}{dt} + \operatorname{sen}\vartheta\cos f\frac{d\varphi}{dt},$$

$$q = -\cos f\frac{d\vartheta}{dt} + \operatorname{sen}\vartheta\operatorname{sen} f\frac{d\varphi}{dt},$$

$$r = \cos\vartheta\frac{d\varphi}{dt} - \frac{df}{dt}$$

[1] V. pag. 429.

(le quali non soltanto equivalgono alle tre ultime (K), ma servono altresì a definire l'angolo di precessione φ) danno

$$(14) \qquad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{s}{2\nu};$$

$$(K_b) \qquad \frac{d\vartheta}{dt} = -\nu s \operatorname{sen} f, \quad \frac{df}{dt} = -\frac{s}{2\nu}\cos\vartheta.$$

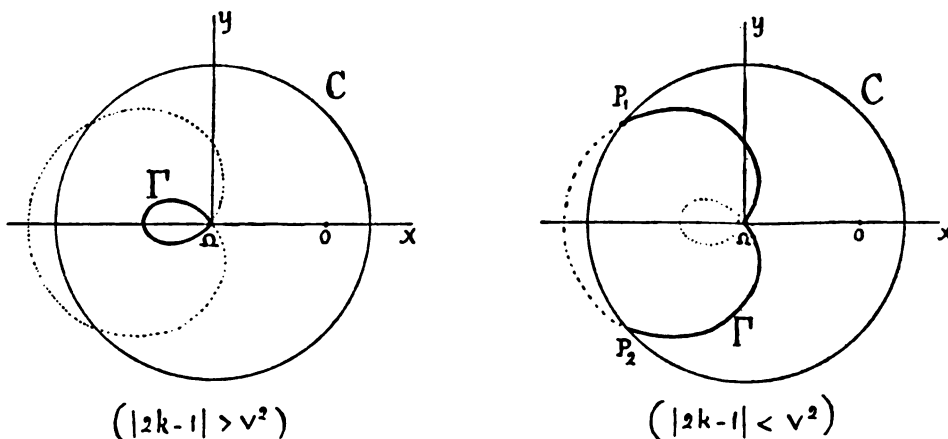



Fig 3. $(|k| < \nu^2)$

La (14) ci dice intanto che l'angolo di precessione φ varia proporzionalmente al tempo; le (K_b) ammettono poi l'integrale

$$(15) \qquad \operatorname{sen}\vartheta + 2\nu^2 \cos f = 2k$$

(k designando una costante), donde subito risulta che le funzioni trigonometriche di ϑ e di f sono funzioni ellittiche del tempo.

Anche ora possiamo assegnare il luogo delle direzioni occupate dalla verticale rispetto al corpo. In coordinate ϑ ed f l'insieme di queste direzioni rimane definito dalla (15). Ciò è quanto dire che il cono V, descritto dalla verticale, si ottiene proiettando da Ω la curva sferica (15). Consideriamo la proiezione ortogonale di questa curva sul piano equatoriale. Essa ha evidentemente per equazione polare ciò che diventa la (15), ponendovi $\varrho = \operatorname{sen}\vartheta$, ossia

$$(16) \qquad \varrho + 2\nu^2 \cos f = 2k,$$

la quale rappresenta una *lumaca di Pascal* (quartica bicircolare). Come è ben noto, possiamo generarla portando sopra ogni raggio vettore, da una

parte e dall' altra delle sue intersezioni colla circonferenza

$$(x+\nu^2)^2+y^2=\nu^4,$$

un segmento di lunghezza costante $2|k|$.

Per $|k|<\nu^2$ (fig. 3), la lumaca consta di due cappi, intrecciantisi nel l' origine Ω. Sopra uno soltanto di questi cappi, che dirò Γ, è effettivamente

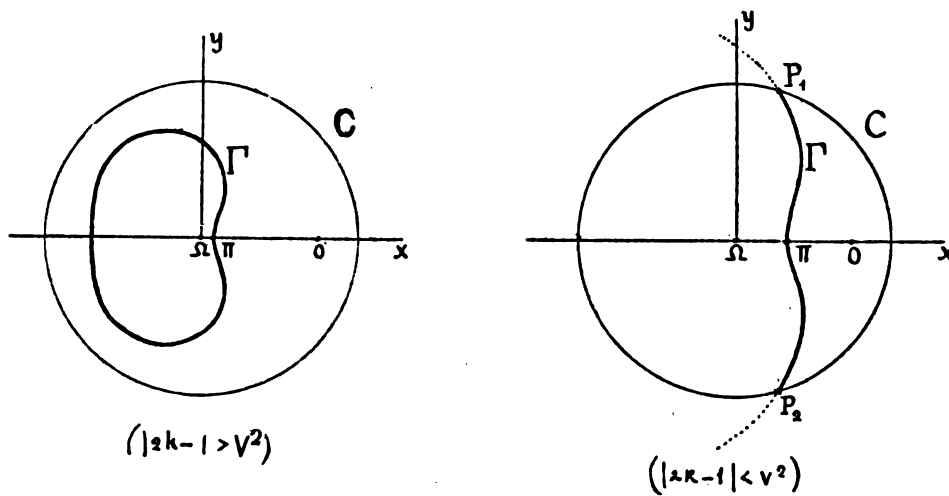



Fig. 4 ($k>v^2$)

verificata la (16), mentre per l' altro si ha

$$\varrho+2\nu^2\cos f=-2k.$$

Se è $|k|>\nu^2$ (fig. 4) (nel qual caso si può addirittura supporre $k>\nu^2$, dacchè la (16) deve rappresentare una curva reale) la lumaca consta di un' unica linea chiusa Γ comprendente nel suo interno l' origine Ω. Per $k=\nu^2$ si ha la cardioide, linea chiusa con cuspide in Ω.

I coseni direttori γ_1 e γ_2 della verticale sono rappresentati, in un generico istante t dalle coordinate cartesiane x, y di un punto P_t di Γ (interno evidentemente al cerchio C di raggio 1); così le coordinate polari dello stesso P_t sono sen ϑ ed f.

Possiamo facilmente acquistare un' idea del modo, con cui P_t descrive Γ. In primo luogo la seconda delle (K_b) mostra che $\frac{df}{dt}$ si annulla soltanto per $\cos\vartheta=0$. Ne viene che il moto di P_t seguita sempre nello stesso senso, a meno che non si annulli $\cos\vartheta$, a meno che cioè non si tratti di un punto di intersezione di Γ con C. Ciò posto, il punto P_t descriverà l' intera curva Γ

di moto progressivo periodico, se Γ è tutta interna a C; ne descriverà invece con moto oscillatorio l'arco compreso entro C, se Γ e C si tagliano.

La discriminante di questi due casi si ha subito dalla (16), ponendovi $\varrho = 1$. Se $|2k-1| > 2\nu^2$ non esistono soluzioni reali, ossia Γ non incontra C; se invece $|2k-1| < 2\nu^2$, si hanno per f due valori reali, eguali ed opposti, e quindi le due curve si tagliano in due punti P_1, P_2 simmetricamente situati rispetto all'asse x.

Dalle cose dette risulta subito che, quando la curva Γ passa per Ω ($|k| \leq \nu^2$), il punto P_t attraversa effettivamente questa posizione (ad eguali intervalli di tempo); vi son quindi valori di t, per cui si annullano insieme γ_1 e γ_2. Quando invece Ω è interno a Γ ($k > \nu^2$), una posizione certamente occupata da P_t è quella del punto Π di Γ più vicino ad Ω. Si ha, in Π, $f = 0$ e si annulla quindi γ_2, mentre $\gamma_1 > 0$. La seconda delle (12_b) mostra poi che anche $q = 0$.

Per la rappresentazione geometrica del movimento si può, come nel precedente paragrafo, ricorrere al cono V. È questo nel caso attuale un cono dell'ottavo ordine, poichè, come abbiam detto, lo si ottiene proiettando da Ω l'intersezione colla sfera di raggio 1 del cilindro retto, che ha per traccia la curva di quart'ordine Γ. Il movimento del corpo avviene in modo che le generatrici di V coincidono successivamente colla verticale. L'asse istantaneo di rotazione si ha, come nel caso precedente, intersecando il cono di polodia col piano normale a V, condotto per la generatrice verticale. Però il cono di polodia non si riduce qui ad un piano, ma è di sedicesimo ordine, come facilmente si ricava dalle ($12'_b$) e ($11'$), tenendo conto della (15).

Condizioni di stabilità. — Supponendo dapprima $|k| \leq \nu^2$, potremo riferirci ai valori $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$, cioè $\operatorname{sen} \vartheta = 0$, $\gamma_3 = \pm 1$, cui corrisponde, per la (15), $\cos f = \frac{k}{\nu^2}$ e, per le ($12'_b$), $p = -\nu s \operatorname{sen}^2 f$, $q = \nu s \operatorname{sen} f \cos f$. Le (7) e (8) danno per questi valori

$$\frac{\partial \gamma_3}{\partial p} = \frac{\partial \gamma_3}{\partial q} = 0\,; \quad \frac{dr}{dp} = \frac{4}{s^2 \gamma_3}(p^2+q^2)\,, \quad \frac{dr}{dq} = 0\,,$$

con che la derivazione delle (9) porge

$$a_{11} = \frac{d^2 \mathrm{H}}{dp^2} = 4 + \frac{16}{s^4}(p^2+q^2)^2 + \frac{2r}{s^2\gamma_3}\left\{6\gamma_3 p + \frac{2r}{s^2}(p^2+q^2)\right\} =$$
$$= 4\left\{1 + (4\nu^4 - 2)\operatorname{sen}^2 f\right\}\,,$$

$$a_{12} = \frac{d^2 \mathrm{H}}{dp\,dq} = \frac{4qr}{s^2\gamma_3} = \pm 4 \operatorname{sen} f \cos f = \pm 4\sqrt{1 - \frac{k^2}{\nu^4}} \cdot \frac{k}{\nu^2}\,,$$

$$a_{22} = \frac{d^2 \mathrm{H}}{dq^2} = \frac{2r}{s^2\gamma_3}\left\{2\gamma_3 p + \frac{2r}{s^2}(p^2+q^2)\right\} = 0\,.$$

(¹) Rimangono esclusi i due casi $k=0$ (cerchio) e $k=\nu^2$ (cardioide), per i quali sarebbe d'uopo ricorrere ai differenziali d'ordine superiore.

L'annullarsi di a_{22}, senza che in generale (1) si annulli il discriminante $a_{11}\, a_{22} - a_{12}^2 = -16\left(1 - \frac{k^2}{\nu^4}\right)\frac{k^2}{\nu^4}$, mette in evidenza l'instabilità di questa classe di movimenti.

Per l'altro caso, $k > \nu^2$, ci riferiremo ai valori, che corrispondono al punto *II*, cioè

$$\gamma_1 > 0\,, \quad \gamma_2 = 0\,; \quad p = \frac{s}{2\nu}\gamma_1\,, \quad q = 0.$$

Abbiamo allora dalle (7) ed (8)

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial p} = -\frac{1}{\nu s}\gamma_1\,, \quad \frac{\partial \gamma_1}{\partial q} = 0\,; \quad \frac{\partial \gamma_2}{\partial p} = 0\,, \quad \frac{\partial \gamma_2}{\partial q} = -\frac{1}{\nu s}\gamma_1\,;$$
$$\frac{\partial \gamma_3}{\partial p} = \frac{1}{\nu s\,\gamma_3}\gamma_1^2\,, \quad \frac{\partial \gamma_3}{\partial q} = 0\,; \quad \frac{dr}{dp} = -\frac{2\gamma_1}{\gamma_3}\,, \quad \frac{dr}{dq} = 0\,,$$

e per conseguenza

$$\frac{d}{dp}(2\gamma_3 p - \gamma_1 r) = \frac{\gamma_1 + 2\nu^2}{\nu^2\gamma_3}\,, \quad \frac{d}{dq}(2\gamma_3 p - \gamma_1 r) = 0\,.$$

La espressione (7) di $\frac{dH}{dp}$ (prescindendo dai termini in $\gamma_2 q\,, q^2$, che, anche derivati, hanno valore zero) si può porre sotto la forma

$$\frac{2}{s^2\gamma_3^2}(rp + s^2\gamma_3)\,(2\gamma_3 p - \gamma_1 r)\,.$$

Per i valori, cui ci riferiamo, l'ultimo fattore si annulla. Avremo pertanto

$$a_{11} = \frac{2}{s^2\gamma_3^2}(rp + s^2\gamma_3)\frac{d}{dp}(2\gamma_3 p - \gamma_1 r) = \frac{(\gamma_1 + 2\nu^2)^2}{\nu^4\gamma_3^2}\,,$$
$$a_{12} = \frac{2}{s^2\gamma_3^2}(rp + s^2\gamma_3)\frac{d}{dq}(2\gamma_3 p - \gamma_1 r) = 0\,.$$

Essendo ancora, per la (7),

$$\frac{dH}{dq} = \frac{2r}{s^2\gamma_3^2}\left\{-s^2\gamma_2\gamma_3 + r(\gamma_1 q - \gamma_2 p)\right\}$$

ed annullandosi γ_2 e q, potremo ritenere

$$\frac{d^2H}{dq\,dp} = \frac{2r}{s^2\gamma_3^2}\left\{-s^2\gamma_3\frac{\partial\gamma_2}{\partial p} - rp\frac{\partial\gamma_2}{\partial p}\right\}$$
$$\frac{d^2H}{dq^2} = \frac{2r}{s^2\gamma_3^2}\left\{-s^2\gamma_3\frac{\partial\gamma_2}{\partial q} + r\left(\gamma_1 - p\frac{\partial\gamma_2}{\partial q}\right)\right\},$$

la prima delle quali torna evidentemente a dirci che a_{12} è zero e la seconda porge

$$a_{22} = \frac{\gamma_1}{\nu^4}(\gamma_1 + 2\nu^2).$$

Tanto a_{11} che a_{22} risultano positivi (dacchè $\gamma_1 > 0$). Le soluzioni di questo tipo sono dunque stabili.

9. *Riassunto.*

I movimenti stazionarí, che competono ad un corpo rigido pesante, fissato per un suo punto Ω, nel caso della Kovalevsky, sono:

1°. Rotazioni attorno alla verticale diretta nel corpo

a) secondo l'asse baricentrico ΩO. La condizione di stabilità è che il baricentro O cada al disotto del punto di sospensione Ω.

b) secondo un'altra retta del piano meridiano baricentrico (piano, che contiene O e l'asse di simmetria dell'ellissoide di inerzia). Queste rotazioni sono essenzialmente instabili.

2°. Rotazioni attorno ad un asse orizzontale, coincidente nel corpo coll'asse y (asse equatoriale perpendicolare al baricentrico). Il movimento avviene come se l'asse y fosse tenuto fisso, cioè colle leggi del pendolo composto, e può quindi essere rotatorio progressivo od oscillatorio. Vi ha stabilità solo in quest'ultimo caso, purchè inoltre la deviazione massima dalla verticale dell'asse baricentrico non superi i 90°.

3°. Movimenti, nei quali il luogo delle posizioni, occupate (rispetto al corpo) da un punto qualunque della verticale, si proietta sul piano equatoriale

a) secondo un cerchio col centro sul prolungamento dell'asse baricentrico ΩO. Considerando in particolare quel punto della verticale, che è situato alla distanza 1 da Ω, dicasi μ^2 il raggio del cerchio corrispondente, ν^2 la distanza del centro da Ω.

La condizione di stabilità è

$$(\nu^2 - \mu^2)(1 - \mu^4 - 3\nu^4) > 0.$$

b) secondo una lumaca di Pascal col polo in Ω. Si ha stabilità allora e allora soltanto che la curva non passa per Ω (quando cioè Ω è, rispetto alla curva, un punto coniugato, e non un punto doppio reale).

Matematica. — *Sulle serie doppie di Taylor.* Nota di ONORATO NICCOLETTI, presentata dal Socio LUIGI BIANCHI.

È dovuto al Pringsheim un criterio che dà le condizioni necessarie e sufficienti perchè una funzione $f(x)$ di una variabile reale x sia sviluppabile in serie di Taylor, relativa ad un valore a, in un intervallo $(a, a+R)$. È perciò necessario e sufficiente che la $f(x)$ abbia nell'intervallo le derivate di tutti gli ordini (nel punto a solo le derivate a destra o a sinistra, secondochè R è positivo o negativo) e che inoltre il resto di Cauchy

$$R_n(a, h) = \frac{(1-\theta)^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n)}(a+\theta h) \,.\, h^n$$

tenda *uniformemente* allo zero, quando n tende all'infinito, per tutti i valori di h e θ che soddisfanno (per $R > 0$) alle disuguaglianze: $0 \leq h < R$; $0 \leq \theta \leq 1$ [1].

Nulla di simile si ha per le funzioni di più variabili reali. La ragione ne va forse cercata nel modo col quale si ottiene per esse funzioni lo sviluppo di Taylor. Limitandoci, per semplicità, alle funzioni di due variabili reali x ed y, il processo che ordinariamente si tiene per trovare per esse la formula di Taylor, corrisponde infatti a cercare la somma della serie *semplice*, che si deduce dalla serie *doppia* di Taylor, relativa alla funzione data:

$$\text{(E)} \qquad \sum_{0}^{\infty}{}_{\mu,\nu} \frac{1}{\mu!\,\nu!}\left(\frac{\partial^{\mu+\nu} f}{\partial x^{\mu}\, \partial y^{\nu}}\right)_{x_0 y_0} (x-x_0)^{\mu}\, (y-y_0)^{\nu},$$

riunendo insieme i termini che appartengono ad una stessa *diagonale* [2] della (E) (per i quali cioè $\mu+\nu$ ha un valore costante). Una qualsiasi delle ordinarie espressioni del *restó* esprime infatti la differenza tra la funzione $f(x\,y)$ e la somma dei primi n termini della serie semplice così definita. Non è nota invece, almeno a mio credere, alcuna formula che esprima la differenza tra il valore della funzione $f(x\,y)$ e la somma S_{mn} dei primi $(m+1)(n+1)$ termini della (E), pei quali cioè è $0 \leq \mu \leq m$, $0 \leq \nu \leq n$.

Una tal formula io mi propongo di dare in questa Nota: essa conduce in modo semplice ad estendere, nel senso ora detto, alle funzioni di due variabili reali le forme del resto di Schlömilch e Roche, di Lagrange e di Cauchy;

(1) A. Pringsheim, *Zum Taylor'schen Lehrsatz.* Math. Ann., Bd. XLIV; s. 73.
(2) A. Pringsheim, *El. Theorie der un. Doppelreihen.* Münch. Berichte, 1897 S. 121. London — *Ueber Doppelfolgen und Doppelreihen* (Math. Ann. Bd. LIII).

estendendo inoltre a queste funzioni le considerazioni svolte dal Pringsheim per le funzioni di una sola variabile, essa porta ad un criterio *necessario e sufficiente* per la sviluppabilità di una funzione $f(x\,y)$ in serie doppia (reale) di Taylor, *quando si ponga insieme la condizione dell'assoluta convergenza della serie stessa nel campo che si considera.* Questa ulteriore condizione, imposta invero dal metodo di dimostrazione, è però anche necessario sia soddisfatta quando si voglia che la serie doppia converga incondizionatamente nel suo campo di convergenza e rappresenti quindi la funzione data, in qualunque modo i suoi termini vengano ordinati od associati, in particolare quindi anche quando, sommandola per diagonali, si tenga l'ordinario procedimento che serve ad ottenere la formula di Taylor.

È quasi inutile aggiungere come formule e risultati affatto analoghi valgano per funzioni di un numero qualunque di variabili reali.

1. Siano u e v due funzioni delle due variabili reali x ed y, finite e continue per $x_0 \leq x \leq x_1$, $y_0 \leq y \leq y_1$ insieme con quelle loro derivate, che dovremo considerare. Indicando col simbolo $\big\} f \big\{_{ab}$ il valore di una funzione $f(x\,y)$ nel punto (a,b), un semplice processo d'induzione dimostra senza difficoltà la formula [1]:

$$
(A)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\int_{x_0}^{x_1}\!\int_{y_0}^{y_1} u \frac{\partial^{m+n} v}{\partial x^m\,\partial y^n}\,dx\,dy - \int_{x_0}^{x_1} \left\{ \sum_1^n{}_\nu (-1)^\nu \frac{\partial^{\nu-1} u}{\partial y^{\nu-1}} \frac{\partial^{m+n-\nu} v}{\partial x^m\,\partial y^{n-\nu}} \right\}_{x y_0} dx \\
&- \int_{y_0}^{y_1} \left\{ \sum_1^m{}_\mu (-1)^\mu \frac{\partial^{\mu-1} u}{\partial x^{\mu-1}} \frac{\partial^{m+n-\mu} v}{\partial x^{m-\mu}\,\partial y^n} \right\}_{x_0 y} dy + \\
&\qquad\qquad + \sum_1^m{}_\mu \sum_1^n{}_\nu (-1)^{\mu+\nu} \left\{ \frac{\partial^{\mu+\nu-2} u}{\partial x^{\mu-1}\,\partial y^{\nu-1}} \frac{\partial^{m+n-\mu-\nu} v}{\partial x^{m-\nu}\,\partial y^{n-\nu}} \right\}_{x_0 y_0} = \\
&= (-1)^{m+n} \Bigg\{ \int_{x_0}^{x_1}\!\int_{y_0}^{y_1} v \frac{\partial^{m+n} u}{\partial x^m\,\partial y^n}\,dx\,dy + \\
&\qquad\qquad + \int_{x_0}^{x_1} \left\{ \sum_1^n{}_\nu (-1)^\nu \frac{\partial^{\nu-1} v}{\partial y^{\nu-1}} \frac{\partial^{m+n-\nu} u}{\partial x^m\,\partial y^{n-\nu}} \right\}_{x y_1} dx + \\
&+ \int_{y_0}^{y_1} \left\{ \sum_1^m{}_\mu (-1)^\mu \frac{\partial^{\mu-1} v}{\partial x^{\mu-1}} \frac{\partial^{m+n-\mu} u}{\partial x^{m-\mu}\,\partial y^n} \right\}_{x_1 y} dy + \\
&\qquad\qquad + \sum_1^m{}_\mu \sum_1^n (-1)^{\mu+\nu} \left\{ \frac{\partial^{\mu+\nu-2} v}{\partial x^{\mu-1}\,\partial y^{\nu-1}} \frac{\partial^{m+n-\mu-\nu}}{\partial x^{m-\mu}\,\partial y^{n-\nu}} \right\}_{x_1 y_1} \Bigg\}.
\end{aligned}
\right.
$$

Poniamo nella (A):

$$
u = \frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}\,; \quad v = (-1)^{m+n} \frac{(x_1 - x)^m\,(y_1 - y)^n}{m!\,n!}\,;
$$

[1] Cfr. Bianchi, *Sull'estensione del metodo di Riemann* ecc. R. Lincei, 3 marzo 1895; Niccoletti, *Sull'estensione* ecc. Mem. della R. Acc. di Napoli, vol. VIII, s. 2ª, 1896.

eseguendo le integrazioni e ricordando la formula di Taylor per le funzioni di una sola variabile (¹), otteniamo la formula cercata:

$$\text{(B)} \qquad f(x_1\, y_1) = \sum_0^m{}_\mu \sum_0^n{}_\nu \frac{1}{\mu\,!\,\nu\,!}\left(\frac{\partial^{\mu+\nu} f}{\partial x^\mu\, \partial y^\nu}\right)_{x_0 y_0} (x_1 - x_0)^\mu (y_1 - y_0)^\nu + R_{mn},$$

dove si è posto:

$$\text{(1)} \qquad R_{mn} = X_m + Y_n - Z_{mn} =$$

$$= \frac{1}{m\,!}\int_{x_0}^{x_1} (x_1 - x)^m \left(\frac{\partial^{m+1} f}{\partial x^{m+1}}\right)_{x y_1} dx + \frac{1}{n\,!}\int_{y_0}^{y_1} (y_1 - y)^n \left(\frac{\partial^{n+1} f}{\partial y^{n+1}}\right)_{x_1 y} dy -$$

$$- \frac{1}{m\,!\,n\,!}\int_{x_0}^{x_1}\int_{y_0}^{y_1} (x_1 - x)^m (y_1 - y)^n \frac{\partial^{m+n+2} f}{\partial x^{m+1}\,\partial y^{n+1}}\, dx\, dy\,.$$

2. Il *resto* R_{mn}, dato dalla (1), esprime, come è chiaro dalla (B), la differenza tra il valore della $f(x\,y)$ nel punto $(x_1\,y_1)$ e la somma S_{mn} dei primi $(m+1)(n+1)$ termini della corrispondente serie (E) di Taylor. Esso può porsi agevolmente sotto una forma priva di segni integrali che estende al nostro caso la nota formula di Schlömich e Roche. Applicando infatti il teorema del valore medio a ciascuna delle tre parti X_m, Y_n, Z_{mn} di R_{mn}, si ha senza difficoltà alcuna la formula, cui alludevamo:

$$\text{(2)} \qquad R_{mn} = \frac{(1-\theta_1)^{m-p+1}}{m\,!\,p}(x_1 - x_0)^{m+1}\left\{\frac{\partial^{m+1} f}{\partial x^{m+1}}\right\}_{[x_0+\theta_1(x_1-x_0)\,,\,y_1]} +$$

$$+ \frac{(1-\theta_2)^{n-q+1}}{n\,!\,q}(y_1 - y_0)^{n+1}\left\{\frac{\partial^{n+1} f}{\partial y^{n+1}}\right\}_{[x_1\,,\,y_0+\theta_2(y_1-y_0)]} -$$

$$- \frac{(1-\theta_3)^{m-r+1}(1-\theta_4)^{n-s+1}}{m\,!\,n\,!\,r\,.\,s}(x_1-x_0)^{m+1}(y_1-y_0)^{n+1}\left(\frac{\partial^{m+n+2} f}{\partial x^{m+1}\,\partial y^{n+1}}\right)_{[x_0+\theta_3(x_1-x_0),\,y_0+\theta_4(y_1-y_0)]},$$

con $0 < \theta_i < 1\ (i = 1, 2, 3, 4)$; $0 < p, r \leq m+1$, $0 < q, s \leq n+1$.

Ponendo in questa formula successivamente:

$$p = r = m+1,\quad q = s = n+1;\quad p = q = r = s = 1;$$

si ottengono due formule, che possono riguardarsi come la generalizzazione di quelle di Lagrange e di Cauchy.

Poniamo infine nella (B) $x_1 = x_0 + h$, $y_1 = y_0 + k$; essa diverrà:

$$\text{(B*)} \qquad f(x_0 + h\,, y_0 + k) = \sum_0^m{}_\mu \sum_0^n{}_\nu \frac{1}{\mu\,!\,\nu\,!}\left(\frac{\partial^{\mu+\nu} f}{\partial x^\mu\,\partial y^\nu}\right)_{x_0 y_0} h^\mu\,.\,k^\nu + R_{mn}$$

ed il resto R_{mn}, *che scriveremo sotto la forma di Cauchy,* sarà:

$$\text{(3)}\ R_{mn} = \frac{(1-\theta_1)^m}{m\,!} h^{m+1}\left(\frac{\partial^{m+1} f}{\partial x^{m+1}}\right)_{(x_0+\theta_1 h,\, y_0+k)} + \frac{(1-\theta_2)^n}{n\,!} k^{n+1}\left(\frac{\partial^{n+1} f}{\partial y^{n+1}}\right)_{(x_0+h,\, y_0+\theta_2 k)} -$$

$$- \frac{(1-\theta_3)^m (1-\theta_4)^n}{m\,!\,n\,!} h^{m+1} k^{n+1}\left(\frac{\partial^{m+n+2} f}{\partial x^{m+1}\,\partial y^{n+1}}\right)_{(x_0+\theta_3 h,\, y_0+\theta_4 k)}$$

(¹) Cfr. ad es. Genocchi-Peano, *Calcolo infinitesimale,* pag. 332.

con $0 < \theta_i < 1$; e le θ_i dipenderanno naturalmente dagli indici m ed n, dalla funzione f, dai valori di h e di k.

3. Si supponga ora che si abbia:

$$(4)\qquad f(x_0+h\,,y_0+k)=\sum_0^{\infty}{}_{\mu,\nu}\frac{1}{\mu\,!\,\nu\,!}\left(\frac{\partial^{\mu+\nu}f}{\partial x^\mu\,\partial y^\nu}\right)_{x_0y_0}h^\mu\,.\,k^\nu$$

per tutti i valori di h e k che soddisfano alle disuguaglianze $0\leq h<R_1$, $0\leq k<R_2$, e per questi valori di h e k la serie del secondo membro sia *assolutamente* convergente, converga cioè la serie dei valori assoluti dei suoi termini. Per gli stessi valori di h e di k è allora lecito derivare termine a termine la serie tante volte quante si vuole e ciascuna delle serie derivate sarà nello stesso campo assolutamente convergente. Poniamo allora col Pringsheim (¹):

$$(15)\qquad \varphi_{rs}(x_0+h\,,y_0+k)=$$
$$=\sum_{r,s}^{\infty}{}_{m,n}\frac{1}{(m-r)\,!\,(n-s)\,!}\left|\frac{\partial^{m+n}f}{\partial x^m\,\partial y^n}\right|_{x_0y_0}h^{m-r}\,k^{n-s}\quad(r\,,s=0\,,1\,,2\ldots);$$

sarà $\varphi_{rs}(x_0+h\,,y_0+k)$ una funzione finita e continua con tutte le sue derivate delle due variabili $x=x_0+h\,,y=y_0+k$ nel campo considerato. Essa ha inoltre evidentemente le proprietà seguenti:

$$(6)\qquad \left\{\frac{\partial^{m-r+n-s}\varphi_{rs}(xy)}{\partial x^{m-r}\,\partial y^{n-s}}\right\}_{x_0y_0}=\left|\frac{\partial^{m+n}f}{\partial x^m\,\partial y^n}\right|_{x_0y_0};$$

$$(7)\qquad \varphi_{r+i,s+l}(x_0+h\,,y_0+k)=\frac{\partial^{i+l}\varphi_{rs}(x_0+h\,,x_0+k)}{\partial x^i\,\partial y^l}\quad(i\,,l=0\,,1\,,2\ldots);$$

$$(8)\qquad \left|\frac{\partial^{r+s}f(x_0+h\,,y_0+k)}{\partial x^r\,\partial y^s}\right|\leq\varphi_{rs}(x_0+h\,,y_0+k)\,.$$

Poniano $h=h_1+h_2\,,k=k_1+k_2$ con $h_1\,,k_2$ numeri positivi o nulli; avremo per la (6):

$$\varphi_{rs}(x_0+h\,,y_0+k)=\varphi_{rs}(x_0+h_1+h_2\,,y_0+k_1+k_2)=$$
$$=\sum_0^{\infty}{}_{m,n}\frac{1}{m\,!\,n\,!}\left(\frac{\partial^{m+n}\varphi_{rs}}{\partial x^m\,\partial y^n}\right)_{x_0y_0}(h_1+h_2)^m\,(k_1+k_2)^n;$$

e sviluppando in questa serie tutti i binomî $(h_1+h_2)^m, (k_1+k_2)^n$ e riunendo i termini che portano le stesse potenze di h_2 e k_2 (come è possibile, poichè la serie stessa avendo tutti i termini positivi è assolutamente convergente), avremo per la (7):

$$(9)\qquad \varphi_{rs}(x_0+h_1+h_2\,,y_0+k_1+k_2)=\varphi_{rs}(x_0+h\,,y_0+k)=$$
$$=\sum_0^{\infty}{}_{m,n}\frac{1}{m\,!\,n\,!}\frac{\partial^{m+n}\varphi_{rs}(x_0+h_1\,,y_0+k_1)}{\partial x^m\,\partial y^n}h_2^m\,k_2^n$$

(¹) Cf. A. Pringsheim, *Zum Taylor'schen Lehrsatz*, s. 63.

per tutti i valori di h_1, h_2, k_1, k_2 definiti dalle disuguaglianze:

$$(10) \qquad 0 \leq h_1 \leq h_1 + h_2 = h < R_1; \quad 0 \leq k_1 \leq k_1 + k_2 = k < R_2;$$

e per questi valori di h_1, h_2, k_1, k_2 la serie (9) è ancora assolutamente convergente. Poichè inoltre i suoi termini sono tutti positivi e la sua somma è una funzione finita e continua di h e k, e quindi di h_1, h_2, k_1, k_2 nel campo definito dalle (10), si avrà, per un teorema noto sulle serie a termini variabili [1], che in questo campo la serie stessa convergerà anche in egual grado: assegnato quindi un numero reale σ positivo e piccolo a piacere, potranno trovarsi due numeri μ e ν (funzioni in generale degli indici r ed s), tali che quando sia $m \geq \mu$, $n \geq \nu$, in tutto il campo definito dalle (15) il resto R_{mn} della (9) sarà minore di σ; e poichè tutti i termini di R_{mn} sono positivi, si avrà *a fortiori*:

$$\frac{1}{m!\,n!}\left(\frac{\partial^{m+n}\varphi_{rs}}{\partial x^m\,\partial y^n}\right)_{x_0+h_1,y_0+k_1} h_2^m\,k_2^n < \sigma$$

e quindi anche per la (8) e la (7):

$$(11) \qquad \frac{1}{m!\,n!}\left|\frac{\partial^{m+n+r+s}f}{\partial x^{m+r}\,\partial y^{n+s}}\right|_{x_0+h_1,y_0+k_1} h_2^m\,k_2^n < \sigma$$

per tutti i sistemi di valori di m ed n, *che soddisfano una almeno delle due condizioni* $m \geq \mu, n \geq \nu$.

Poniamo ora:

$$(10') \qquad \begin{array}{l} h_1 = h\theta_1\,,\; h_2 = (1-\theta_1)h\,;\; 0 \leq \theta_1 \leq 1\,,\; 0 \leq h \leq R_1\,; \\ k_1 = k\theta_2\,,\; k_2 = (1-\theta_2)k\,;\; 0 \leq \theta_2 \leq 1\,;\; 0 \leq k \leq R_2\,; \end{array}$$

moltiplicando la (11) per $h^r k^s$, si avrà, per gli stessi valori di m e di n e per *tutti* i valori di h, k, θ_1, θ_2 definiti dalle (10′), la formula:

$$(12) \qquad \frac{(1-\theta_1)^m\,(1-\theta_2)^n}{m!\,n!}\left|\frac{\partial^{m+n+r+s}f}{\partial x^{m+r}\,\partial y^{n+s}}\right|_{x_0+\theta_1 h,y_0+\theta_2 k} h^{m+r}\,k^{n+s} < \sigma.$$

4. Facciamo nella (12) successivamente:

$$a)\; r=1, n=s=0, \theta_2=1\,; \quad b)\; s=1, m=r=0, \theta_1=1\,;$$
$$c)\; r=s=1,\; \theta_1=\theta_3, \theta_2=\theta_4\,;$$

[1] Dini, *Fondamenti*, p. 110.

indicando con μ, ν due numeri tali che per i valori precedenti di r e s la (12) sia soddisfatta, avremo:

$$(13)\quad \begin{cases} a) \left|\dfrac{(1-\theta_1)^m}{m!}\dfrac{\partial^{m+1} f(x_0+\theta_1 h, y_0+k)}{\partial x^{m+1}} h^{m+1}\right| < \sigma & \text{per } m \geq \mu \\ b) \left|\dfrac{(1-\theta_2)^n}{n!}\dfrac{\partial^{n+1} f(x_0+h, y_0+\theta_2 k)}{\partial y^{n+1}} k^{n+1}\right| < \sigma & \text{per } n \geq \nu \\ c) \left|\dfrac{(1-\theta_3)^m (1-\theta_4)^n}{m!\, n!}\dfrac{\partial^{m+n+2} f(x_0+\theta_3 h, y_0+\theta_4 k)}{\partial x^{m+1}\partial y^{n+1}} h^{m+1} k^{n+1}\right| < \sigma & \\ \qquad \text{per } m \geq \mu \text{ oppure } n \geq \nu. \end{cases}$$

Ne segue che ciascuna delle tre espressioni:

$$(14)\quad \begin{cases} a) \dfrac{(1-\theta_1)^m}{m!}\dfrac{\partial^{m+1} f(x_0+\theta_1 h, y_0+k)}{\partial x^{m+1}} h^{m+1} \\ b) \dfrac{(1-\theta_2)^n}{n!}\dfrac{\partial^{n+1} f(x_0+h, y_0+\theta_2 k)}{\partial y^{n+1}} k^{n+1} \\ c) \dfrac{(1-\theta_3)^m (1-\theta_4)^n}{m!\, n!}\dfrac{\partial^{m+n+2} f(x_0+\theta_3 h, y_0+\theta_4 k)}{\partial x^{m+1}\partial y^{n+1}} h^{m+1} k^{n+1} \end{cases}$$

tende *uniformemente* allo zero per *tutti* i valori di $h, k, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ che soddisfano alle disuguaglianze: $0 \leq h < R_1$, $0 \leq k < R_2$, $o \leq \theta_i \leq 1$ ($i = 1, 2, 3, 4$), quando m ed n si facciano tendere all'infinito, o ambedue, o uno solo, in un modo qualunque.

Inversamente, se queste condizioni sono soddisfatte, la serie (E) converge assolutamente per $0 \leq h < R_1$, $0 \leq k < R_2$ e rappresenta la funzione $f(x_0+h, y_0+k)$.

Poniamo infatti nelle (13) a), b), c) rispettivamente:

$$a)\ k=0,\ 0<h=h_1<R_1,\ \theta_1=0;\quad b)\ h=0,\ 0<k=k_1<R_2,\ \theta_2=0;$$
$$c)\ 0<h=h_1<R_1,\ 0<k=k_1<R_2,\ \theta_3=\theta_4=0;$$

ne segue facilmente che i termini della serie (E) sono per $h = h_1$, $k = k_1$ tutti inferiori in valore assoluto ad un numero finito: la serie stessa convergerà dunque assolutamente ed uniformemente per tutti i valori positivi o nulli di h e k rispettivamente minori di h_1 e k_1, cioè, poichè h_1 e k_1 sono prossimi ad R_1 ed R_2 tanto quanto si vuole, per tutti i valori di h e k tali che sia:

$$0 \leq h < R_1,\ 0 \leq k < R_2.$$

La sua somma, per questi stessi valori di h e di k, sarà uguale inoltre alla $f(x_0+h, y_0+k)$, poichè per la formula (3) del n. 2, la differenza tra la $f(x_0+h, y_0+k)$ e la somma S_{mn} dei primi $(m+1)$ $(n+1)$ termini

della (E) (cioè il *resto* R_{mn}) si compone di tre parti X_m, Y_n, Z_{mn}, ciascuna delle quali, a causa delle (13), ha per limite lo zero, quando m ed n tendono all'infinito, o insieme, o da soli, in un modo qualunque.

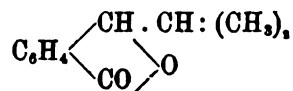
Possiamo dunque enunciare il teorema:

« Condizione necessaria e sufficiente perchè una funzione $f(x\,y)$ di due variabili reali x ed y sia sviluppabile in serie doppia di Taylor, relativa al punto $(x_0\,y_0)$ per tutti i valori di h e k tali che $0 \leq h < R_1$, $0 \leq k < R_2$, in guisa che la serie stessa sia per questi valori assolutamente convergente, è (oltre all'aver la $f(x\,y)$ nel campo considerato le derivate di tutti gli ordini finite e continue) che ciascuna delle tre quantità (14) tenda *uniformemente* allo zero per *tutti* i valori di h e k che soddisfanno alle disuguaglianze superiori e delle θ_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ tali che $\theta \leq \theta_i \leq 1$, quando m ed n tendano all'infinito, o insieme o da soli, in un modo qualunque ».

Condizioni affatto analoghe, che è inutile enunciare, si hanno quando una o ambedue le h e k prendano valori negativi o valori negativi e positivi insieme.

Chimica. — *Sull'isopropilftalide* [1]. Nota di P. Gucci, presentata dal Corrisp. A. Piccini.

In una precedente Nota dal titolo: *Intorno all'azione del joduro isopropilico sull'anidride ftalica in presenza di polvere di zinco* ecc. [2], feci menzione di una sostanza oleosa da me ottenuta, la quale, per la sua origine, per il modo con cui l'isolai e per la sua composizione, poteva essere l'isopropilftalide

$$C_6H_4\left<\begin{matrix}CH\,.\,CH:(CH_3)_2\\ \\ CO\end{matrix}\right>O$$

e anzi feci rilevare che il suo punto di ebollizione e altri caratteri corrispondevano a quelli dell'isopropilftalide di Roser [3] da lui preparata colla riduzione dell'acido isobutirrilbenzoico ed espressa coll'indicata formula. Malgrado questo, non volli riguardare in modo assoluto tale sostanza quale isopropilftalide non essendo tutti, come accennai, di pieno accordo sulla verità della formula assegnata da Roser al detto prodotto di riduzione dell'acido isobutirrilbenzoico. La quantità di sostanza di cui poteva disporre era troppo poca, e così per continuarne lo studio ho dovuto aspettare a quando ho potuto riprenderne la costosissima preparazione. Ed ora, tanto per ottenere il prodotto grezzo, quanto

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Siena.
(2) Gazz. Chim. ital., t. XXVIII, parte seconda.
(3) Ber., 17, 2777.

per depurarlo, ho fatto come descrissi nella mia Nota surricordata, ed ho avuto resultati presso che eguali, ricavando, in media, gr. 0,25 di ftalide per ogni preparazione fatta con gr. 20 di anidride ftalica, gr. 50 di polvere di zinco e gr. 50 di joduro isopropilico.

Non mi pare inutile riferire che in due preparazioni fatte collo zinco depurato dall'ossido due anni prima, sebbene conservato in bottiglia di vetro con turacciolo a smeriglio, ebbi 16 grammi d'olio invece di circa 6, ma era quasi tutto ftalato isopropilico e non vi potei ricavare che gr. 0,27 di ftalide grezza e tracce soltanto di acido isobutirrilbenzoico.

Ora, per decidere se la sostanza in parola fosse veramente l'isopropilftalide, la sottoposi, come le altre ftalidi alchiliche da me studiate (1), all'azione degli alcali caustici coi quali avrebbe dovuto fornire benzoati ed isobutirrati; e così ne fu scaldato un grammo a bagno di lega con circa gr. 6 di soda all'alcool e un poco d'acqua, operando come già descrissi nelle Note citate. A circa 240° (*t* del bagno) cominciò a svolgersi l'idrogeno e verso 260° era scomparso ogni segno di reazione.

Il residuo, massa solida giallognola, fu sciolto nell'acqua e la soluzione fu agitata più volte con etere, il quale estrasse un po' di materia gialla appiccicaticcia di odore aromatico indefinito. Ciò fatto, fu acidificato il liquido con acido cloridrico e di nuovo agitato a più riprese coll'etere; e distillato quest'etere rimase un olio giallastro d'intenso odore butirrico, che ben presto si rapprese in una massa bianca, la quale, però, si vedeva imbevuta di liquido giallognolo. Questa massa fu trattata con acqua di barite, che sciolse tutto, meno un pochino di materia appiccicaticcia; fu precipitato poi l'eccesso della barite col biossido di carbonio e separato per filtrazione il precipitato formatosi. Tale precipitato fu ben lavato e poi ripreso con acido cloridrico da cui venne disciolto, si può dire, del tutto.

Il filtrato, unito alle acque di lavatura del precipitato, fu ridotto a piccolo volume facendolo evaporare a bagnomaria, e poi fu acidulato con acido cloridrico; si formò un precipitato bianco voluminoso di acido benzoico e intanto ricomparve intenso l'odore butirrico. Questo precipitato fu raccolto e lavato con acqua fredda, spremendolo alla pompa, finchè non ebbe perduto l'odore butirrico. Tutto il filtrato, reso alcalino con soda, fu concentrato molto e poi acidulato con acido cloridrico, il quale dette luogo ad altro precipitato simile al primo; e come quello fu raccolto e lavato. Le acque madri di questo secondo precipitato e le relative acque di lavatura furono insieme agitate a più riprese coll'etere, ed il residuo poi della distillazione di questo etere fu lasciato in riposo; si separò altro acido benzoico, ma in quantità assai

(1) Reale Acc. dei Lincei, vol, I, 2° sem., ser. 5ª, Rendiconti, 1892; Ib. vol. VI, 1° sem., ser. 5ª, fasc. 8, 1897; Ib. vol. VII, 1° sem.. ser. 5ª, fasc. 7, 1898; Gazz. chim. ital., t. XXVIII, parte I, 1898; Ib. ib. parte II, 1898.

piccola, ed anch'esso fu raccolto su filtro e lavato. Ripetei l'operazione sul nuovo filtrato e dal residuo etereo si separarono poche lamelline soltanto, che non credei opportuno di raccogliere.

Le tre porzioni di acido benzoico raccolte furono messe a seccare in presenza di acido solforico nel vuoto.

L'ultimo residuo etereo, liquido giallastro acidissimo, di odore butirrico penetrante e con quelle poche lamelle, fu ripreso con acqua in cui scioglievasi difficilmente, ma intanto impartiva ad essa reazione acidissima e forte odore butirrico. Vi fu aggiunto carbonato di calcio e tutto si disciolse con sviluppo di anidride carbonica. Il liquido, divenuto neutro, fu separato per filtrazione dall'eccesso del carbonato di calcio ed evaporato a bagnomaria in capsula di vetro. Durante l'evaporazione non si separarono mai laminette cristalline come sarebbe successo colla soluzione di butirrato normale di calcio, ma si arrivò a pellicola, e per raffreddamento si separò il sale cristallizzato. Si trattava quindi di isobutirrato di calcio.

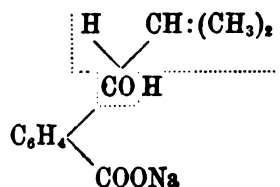
Il benzoato di calcio, come da prove che feci, non toglie visibilmente al butirrato calcico normale la proprietà di separarsi col riscaldamento dalle sue soluzioni concentrate in laminette cristalline, che salgono lungo le pareti del recipiente, e di ridisciogliersi col raffreddamento; e questo, com'è noto, è il carattere analitico differenziale più importante fra l'acido butirrico normale e l'acido isobutirrico il cui sale di calcio è più solubile a caldo che a freddo.

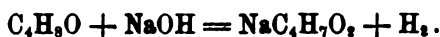
Le tre porzioni di acido benzoico, quando furono secche a peso costante erano complessivamente gr. 0,64 (calc. gr. 0,69); fatte sublimare insieme in un tubo d'assaggio fra 100 e 110°, rimase un residuo di quasi due centigrammi e privo, si può dire, di materia organica. Altre volte questo residuo mi ha dato la reazione dell'acido ftalico proveniente da flalato isopropilico sfuggito alla saponificazione.

Il sublimato presentava notevoli differenze nel punto di fusione: da circa 120°, i cristalli più bianchi, a circa 100°, le parti colorate in giallastro. Ma si sa che tracce d'impurezze abbassano notevolmente il punto di fusione dell'acido benzoico, e così disciolsi il sublimato col carbonato sodico, filtrai ed agitai il filtrato con etere, il quale asportò un pochino di materia gialla d'odore indefinito. L'acido benzoico precipitato da questa soluzione coll'acido cloridrico ed estratto coll'etere, fu sciolto nell'acqua bollente ed il soluto fu filtrato a caldo; per raffreddamento si separò una massa di lamelle bianche miste ad aghetti, che furono raccolte, spremendole alla pompa, e seccate in presenza d'acido solforico; si fondevano a 120-121° sublimandosi nel tubicino, e minime quantità di esse, riscaldate all'aperto, davano, come l'acido benzoico, fumi provocanti la tosse e dello stesso odore di quelli prodotti dall'acido benzoico puro.

In altre prove ho sostituito la potassa alla soda, ma non vi ho apprezzato differenze rimarchevoli.

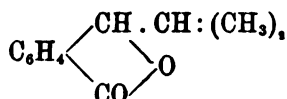
Dunque il prodotto in parola è veramente l'isopropilftalide corrispondente alla formula soprascritta e quindi l'ortoossibutilbenzoato formatosi per azione dell'alcali sull'isopropilftalide, per es. quello sodico, si scinde in benzoato di sodio e aldeide isobutirrica secondo lo schema:

$$\begin{array}{l} \quad\quad H \quad CH:(CH_3)_2 \\ \quad\quad\ \ \diagdown\ \diagup \\ \quad\quad\ \ CO\,H \\ C_6H_4\!\!\!\begin{array}{l}\diagup \\ \diagdown\end{array} \\ \quad\quad\ \ COONa \end{array}$$

ossidandosi poi l'aldeide ad acido isobutirrico coll'eccesso dell'alcali secondo l'equazione seguente:

$$C_4H_8O + NaOH = NaC_4H_7O_2 + H_2 .$$

Ho sottoposto ad eguali trattamenti l'isopropilftalide di Roser, che ho preparato appositamente secondo le sue indicazioni [1], riducendo cioè coll'amalgama di sodio l'acido isobutirrilbenzoico in soluzione alcalina ecc.; e tutto è proceduto come colla ftalide più pura ottenuta da me, a partire dallo svolgimento dell'idrogeno, nel riscaldamento colla soda, che cominciò sui 240° (*t* del bagno) e sui 260° era cessato; ed il residuo della sublimazione dell'acido benzoico, come l'altro, non arrivava a due centigrammi e non conteneva, si può dire, materia organica.

L'acido benzoico raccolto, per un grammo di ftalide risultò, non senza sorpresa, gr. 0,64 come l'altro, ed egualmente depurato, si fondeva a 120-121°.

Mi sembra che non possa cader dubbio sull'identità dei due prodotti e che quindi anche a quello di Roser spetti la formula:

$$C_6H_4 \begin{array}{l} \diagup CH\,.\,CH:(CH_3)_2 \\ \quad\quad\quad \diagdown \\ \quad\quad\quad\quad O \\ \diagdown CO \diagup \end{array}$$

già da lui assegnatagli.

Chimica. — *Sulla preparazione dei fulminati* [2]. Nota del dott. Francesco Angelico, presentata dal Socio Paternò.

Il fulminato di mercurio, come è noto, viene impiegato sopra larga scala come detonatore quando si adoperano come esplosivi le dinamiti, gelatine esplosive, fulmicotone, acido picrico ecc., e viene preparato sempre secondo l'antico metodo per azione cioè dell'alcool sopra una soluzione di mercurio in eccesso di acido nitrico. La reazione procede oltremodo tumultuosa, e buona

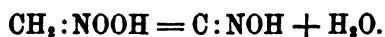
(1) Ber. 17, 2777.

(2) Lavoro eseguito nel Laboratorio di chimica farmaceutica della R. Università di Palermo.

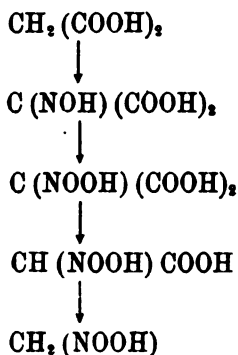
parte dell' alcool e dell' acido nitrico vanno perduti principalmente sotto forma di etere nitrico e nitroso, che si svolgono e che si lasciano disperdere all' aria. Tale miscuglio gassoso è esplosivo ed anche velenoso; infatti due anni or sono in una fabbrica tedesca di fulminati ha causato la morte di un operaio.

Nel corso di alcune ricerche sopra taluni composti azotati, io ho avuto recentemente occasione di trovare un modo di formazione del fulminato di mercurio che può interessare anche dal lato pratico e che perciò credo opportuno di comunicare brevemente. Ad una soluzione di mercurio in eccesso di acido nitrico diluito si aggiunge una soluzione acquosa e concentrata di acido malonico. Per lo più la reazione incomincia spontaneamente, massime quando il liquido è ancora caldo; se questo non fosse il caso, si aggiunge qualche goccia di nitrito sodico. Lo sviluppo di anidride carbonica che in principio è appena apprezzabile, dopo breve tempo diventa tumultuoso; la temperatura del liquido aumenta in modo notevole e verso la fine si separa una polvere bianca, cristallina, costituita da fulminato di mercurio, che si può purificare ricristallizzandolo dall' acqua bollente.

Quando si impiega l'alcool la reazione è molto complicata; nella reazione da me osservata invece la formazione del fulminato, dall' acido malonico, si spiega facilmente tenendo conto delle interessanti esperienze di I. U. Nef. Come tutti sanno questo chimico ha trovato che il fulminato si può preparare dal sale mercurico dell' isonitrometano, e che perciò l' acido fulminico è da considerarsi come l' ossima dell' ossido di carbonio:

$$CH_2:NOOH = C:NOH + H_2O.$$

Quando s' impiega l' acido malonico si può ammettere che in una prima fase si formi acido isonitrosomalonico e successivamente acido isonitromalonico; questo, perdendo anidride carbonica, dà origine ad acido isonitroacetico e finalmente ad isonitrometano.

Il seguente schema chiarisce l' andamento della reazione:

$$\begin{array}{c} CH_2(COOH)_2 \\ \downarrow \\ C(NOH)(COOH)_2 \\ \downarrow \\ C(NOOH)(COOH)_2 \\ \downarrow \\ CH(NOOH)COOH \\ \downarrow \\ CH_2(NOOH) \end{array}$$

Era prevedibile, fino ad un certo punto, che il fulminato si dovesse formare anche dall'acido cianacetico, che serve a preparare l'acido malonico. Operando però a parità di condizioni, in questo caso si ottiene un sale insolubile nell'acqua e nell'acido nitrico e che ha proprietà del tutto diverse.

All'analisi si ebbero i seguenti numeri:

I. gr. 0,2910 di sostanza diedero gr. 0,0464 di CO_2 e gr. 0,0174 di H_2O.
II. gr. 0,1744 di sostanza diedero c.c. 9,4 di azoto alla temperatura di 20° ed alla pressione di 760 mm.
III. gr. 0,2826 di sostanza diedero c.c. 15,2 di azoto alla temperatura di 22° ed alla pressione di 760 mm.
IV. gr. 0,4688 di sostanza diedero gr. 0,4008 di solfuro di mercurio.

In 100 parti:

	Trovato			
	I.	II.	III.	IV.
C	4,35	—	—	—
H	0,66	—	—	—
N	—	6,20	6,12	—
Hg	—	—	—	73,70

Da questi dati si possono dedurre più di una formola e la struttura rimane indeterminata fino a che non se ne studiino le trasformazioni che il composto può subire, il che io mi riserbo di fare appena potrò disporre del tempo necessario.

Senza dubbio però si tratta di un sale doppio di mercurio, costituito dal nitrato e da un acido organico, probabilmente l'isonitrosocianacetico. Trattato con idrogeno solforato ed evaporando il liquido limpido da cui si è separato il solfuro di mercurio, rimane un residuo bianco, cristallino che fonde non nettamente verso 95° ma in quantità così piccola che non mi fu possibile studiarlo.

Chimica. — *Sui due monocloruri di iodio e un metodo per determinare se le sostanze nel solidificare si polimerizzano.* Nota VI di G. Oddo, presentata dal Socio Paternò.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Zoologia. — *Operai ginecoidi di Termes, con osservazioni intorno l'origine delle varie caste nei Termitidi.* Nota di F. SILVESTRI, presentata dal Socio GRASSI.

Una delle questioni molto agitate nel campo della biologia è tutt' ora quella dell'origine delle varie caste nelle specie di insetti sociali.

Darwin nel suo memorabile lavoro: *Origin of the species* tratta a lungo tale tema e in sulle prime ne fa vedere la difficoltà che presenta per l'accettazione della sua teoria della selezione, difficoltà però che egli sormonta applicando tale principio non solo all'individuo, ma anche alla colonia. Egli dice che se era utile per la specie l'esistenza di forme sterili con certi caratteri, la selezione avrà fatto sopravvivere e prosperare quelle colonie, che avevano 1 ♂ ed 1 ♀ più capaci di dare origine a tali forme, e così di generazione in generazione si sarebbe potuto giungere alla mirabile differenziazione di forme e di abitudini, quali presentano gli individui delle varie caste nella società delle formiche ecc. Aggiunge che in realtà l'esistenza di specie animali, presso le quali si hanno, oltre ♀ e ♂, caste sterili con caratteri ben distinti dalle forme sessuate, è uno dei fatti più belli in favore della teoria della selezione naturale, e conclude che era meravigliato come nessuno ancora avesse profittato di tali fatti per combattere la teoria della ereditarietà, quale era stata enunciata dal Lamarck.

I Neo-darwinisti con a capo Weismann si valsero anche dell'esistenza di tali caste neutre in appoggio del loro asserto che i caratteri acquisiti non sono ereditarî, ma che la variazione è una proprietà inerente al plasma germinativo.

Era noto per le api, che operaie le cui larve erano state nutrite con un cibo speciale (pappa reale), erano capaci di deporre uova partenogenetiche danti cioè origine solo a maschi. Fondandosi su questo fatto, Grassi sostenne che in tal guisa poteva spiegarsi anche l'ereditarietà degli istinti delle operaie, poichè ai maschi sarebbero trasmessi caratteri delle operaie, caratteri che i maschi alla loro volta trasmetterebbero alla prole operaia derivata da regina.

Grassi, per risolvere sempre tale questione, volle studiare la formazione delle caste nei Termitidi e trovò che anche qui il nutrimento è quello, che decide della sorte che toccherà alle giovani larve. Come però si era potuto giungere alla notevole differenza, che si riscontra tra le varie caste dei Termitidi? Egli con lo studio del Calotermes flavicollis e del Termes lucifugus non potè trovare dei fatti in appoggio della teoria, che pur lo seduceva, che

dovesse cioè di quando in quando accadere che operai e soldati giungessero a maturità e così i loro caratteri potessero rientrare a lasciare la loro orma nel plasma germinativo delle generazioni future. Nella prima edizione della sua splendida monografia egli lascia insoluta tale questione dicendo: « nè il confronto instituito da Darwin, nè il fatto delle operaie ovificatrici nelle api, c'insegnano come si siano sviluppati gli operai, i soldati, e gli individui neotenici »; però nell'edizione inglese di tale lavoro (Quart. Journ. Micr. Sc. XL, pag. 32) così si esprime: « ultimamente ho cambiato opinione, avendo osservato una ninfa-soldato di Termes lucifugus con tubi ovarici ben sviluppati, e ritorno alla supposizione che i fenomeni di ereditarietà nelle caste sterili si possano interpretare, come ho fatto per le api, con l'eccezionale esistenza di operai e soldati capaci di ovificare ».

A Grassi si poteva giustamente obbiettare che non bastava un caso solo (che si sarebbe potuto ascrivre anche a mostruosità) per rendere accettabile la sua supposizione, però io recentemente studiando un abbondante materiale di Termitidi da me stesso raccolto nel Sud-America, ho trovato un fatto che viene a corroborare e a rendere assai verosimile l'interpretazione del Grassi stesso.

A Urucúm presso Corumbá in un nido di *Termes Strunchii* W. Sör. trovai larve a varî stadî, operai, soldati, ninfe della prima forma, alati, senza coppia reale vera, in cambio v'erano 40 operai ♀ e 8 ♂ con gli organi genitali, già molto sviluppati, tanto quelli degli alati. Di tali operai, che chiamerò ginecoidi, descrivo una ♀:

Capo nero-baio con linee strette castagne pallide corrispondenti alle suture, il resto del corpo superiormente di colore isabellino scuro, inferiormente in specie nella parte posteriore dell'addome di colore paglierino sporco, eccetto il sesto sternite che è di un giallo sulfureo. L'addome si mostra uniformemente colorato, contenendo l'intestino solo vomito. Non esiste traccia di occhi. Le antenne presentano 13 articoli, il terzo dei quali è quasi il doppio più breve del secondo, il quarto articolo è alquanto più lungo del terzo, il quinto appena più lungo del quarto. Il pronoto è piccolo, con la parte anteriore rivolta alquanto all'insù, arrotondata e provvista nel mezzo di una piccola incisione, gli angoli anteriori sono arrotondati, la parte posteriore ha una forma trapezoidale. Meso-e meta-noto hanno i lati arrotondati ed il margine posteriore nel mezzo alquanto incavato. Non esiste alcun accenno di ali. I cerci hanno il secondo articolo allungato, e assottigliato. Lo sternite settimo è grande quanto quello delle ♀ alate e pressochè della stessa forma. Lunghezza del corpo mm. 4,7, larghezza dell'addome mm. 1,3.

Gli operai sterili si distinguono dagli operai ginecoidî appena per i seguenti caratteri:

Il capo è più o meno castagno con le striscie pallide corrispondenti alle suture più larghe, l'addome appare colorato irregolarmente di cinerognolo

scuro a causa del cibo contenuto nell' intestino. Le antenne hanno il quarto articolo poco più lungo del terzo. Il settimo stermite nelle ♀ è presso a poco uguale al precedente, ed il colore è come il resto dell' addome paglierino-sporco. Per le dimensioni sono pure quasi uguali agli operai ginecoidi.

Resta in tal modo assolutamente accertato che possono diventare maturi anche gli operai dei Termitidi, e secondo me l'origine delle varie caste in questi insetti si deve interpretare nel modo seguente:

I Termitidi vivevano sotto la corteccia e si nutrivano di legno, che trituravano con le forti mandibole; i neonati, a causa della tenerezza delle varie parti boccali, non potevano certamente nutrirsi della stessa sostanza da sè stessi, di qui l'istinto della madre di nutrirli con vomito ossia legno triturato, portato al proventricolo e quindi rigurgitato; per tale circostanza la prole nemmeno si allontanava dai genitori, ma restava vicino ad essi. Così avevamo una piccola colonia formata da 1 ♂ 1 ♀ e larve di varie età e pressochè tutte uguali fra loro e capaci di diventare sessualmente mature. Questa condizione di cose possiamo ritenerla corrispondente al primo periodo della società dei Termitidi.

In sulle prime dunque abbiamo una piccola colonia tenuta insieme dall' istinto materno e dal bisogno della nutrizione, colonia, che si sarà sciolta appena le larve avranno avuto le parti boccali atte a triturare e masticare. In alcuni casi però per cause varie può essere la prole restata in gran parte insieme ai genitori, e tale circostanza sarà stata loro utile per proteggersi insieme contro altri nemici, la selezione avrà conservato specialmente quelle colonie, fra le quali era più forte la tendenza a rimanere insieme. Perciò abbiamo un secondo periodo della società dei Termitidi, in cui risulta composta di un ♂ una ♀, larve, ninfe, ed in tal caso anche le larve e le ninfe col cominciare a restare insieme avranno cominciato a lavorare per la casa comune e per la vicendevole sussistenza, avranno pure aiutato i genitori nell' allevamento dei neonati. Nella distribuzione del cibo ai neonati sarà accaduto facilmente che non tutti ne abbiano avuto la stessa quantità e qualità; per tali ragioni fin dal principio sarà potuto accadere che alcuni individui siano stati incapaci di acquistare le ali, che siano diventati sessualmente maturi solo molto tardi e che obbligati a restare sempre nel nido e a prendere quindi per un periodo più lungo di tempo parte attiva alla difesa, abbiamo sviluppato di più le mandibole. La selezione in questo caso avrà fatto sopravvivere specialmente quelle colonie, dove tali individui erano più numerosi.

Fin qui però per quanto tardi io credo, che tali individui giungessero a diventare sessualmente maturi, e quindi trasmettessero i loro caratteri accoppiandosi direttamente con re o regina, dopo la scomparsa casuale di uno dei due o accoppiandosi fra di essi. Così passiamo a un terzo periodo della società di Termitidi in cui abbiamo 1 ♂ e una ♀ derivati da insetti alati, larve, ninfe, e individui con mandibole più sviluppate (che già possiamo chiamare

soldati) ♂ e ♀. Continuando ad agire la selezione nello stesso senso, cioè a conservare quelle colonie che presentavano individui più capaci di difendere le larve e le ninfe, possiamo ben comprendere come si arrivi a ottenere una colonia con soldati provvisti di mandibole molto forti, soldati che di mano in mano specializzandosi nel loro ufficio sono venuti perdendo l'eccitabilità del loro plasma germinativo, fino a diventare per tutta la vita sterili, se un cibo speciale non viene loro a destare dal sonno i genitali. Questo risveglio dei genitali però è dovuto e deve accadere tuttora di quando in quando, perchè anche nel plasma germinativo della prole venisse di mano in mano a restare qualche cosa delle modificazioni peculiari, che venivano a subire questi individui.

L'aver trovato il Grassi una ninfa-soldato di *Termes lucifugus* con tubi ovarici bene sviluppati ne è una prova.

In tal modo siamo giunti alla società dei Termitidi, quale oggi è rappresentata dai Calotermitini.

Nel terzo periodo della Società dei Termitidi noi dobbiamo ammettere, che si sia sviluppata in essi a poco a poco per un processo psico-fisiologico l'istinto di allevare a piacimento con cibo diverso e saliva individui alati, neotenici, e soldati. Altrimenti non potremmo ammettere che da un uovo di Termitidi possa derivare a volontà un soldato o un alato, dovremmo invece ammettere che già preesistano uova differenti per alati e soldati, mentre abbiamo dei fatti che stanno contro questo secondo modo di vedere: esistono soldati di Calotermes con accenni di ali abbastanza lunghe, come quelli di ninfe, orbene essi sottoposti ad un nutrimento militare, per così dire, riassorbiscono poi tali accenni di ali conservandone solo piccolissime traccie, perciò abbiamo certamente un individuo che doveva diventare alato, trasformato per effetto del cibo in soldato.

Dalla società dei Calotermitini con la sola casta neutra dei soldati si passa a quella dei Termitini con due caste neutre ben distinte e non riunite da forme intermedie: operai e soldati. Queste due caste hanno però degli stadii giovanili uguali, e si può dire che appena poco prima di diventare operai definitivi, una parte di essi viene trasformata in soldato. Come è avvenuta tale differenziazione? Dobbiamo far punto di partenza dal secondo periodo della società dei Termitidi quando ancora i varî individui, che non riuscivano tutti a mettere le ali, non si erano differenziati completamente in soldati; in tal caso possiamo ammettere che una parte di tali individui avrà atteso specialmente alla difesa ed un'altra al lavoro interno: costruzione di gallerie, allevamento di larve ecc.; la selezione anche quì avrà fatto sopravvivere quelle colonie, in cui tale disposizione corrispondeva di più al maggior sviluppo dellla colonia stessa, e così di mano in mano avremo avuto una maggiore differenza nelle due caste fino ad averle completamente distinte come sono attualmente. Anche qui però la sola selezione sarebbe insufficiente a spiegare

come tanti istinti, tanti caratteri diversi degli operai da quelli degli alati si fossero potuti perpetuare senza che s' intercalasse qualche generazione sessuata di operai, per mezzo della quale potessero essere i loro caratteri trasmessi. Il fatto da me osservato di operai ginecoidi vale in appoggio di questo secondo modo di vedere.

Nella stessa guisa possiamo spiegare la differenza di operai in interni e esterni (tagliatori di foglie), quale osserviamo nel *Termes dirus*.

Nell' *Anopletermes* abbiamo solo operai e qui dobbiamo ammettere d' avere a che fare con un genere relativamente agli altri recente, il quale per aver fatto un tempo vita unicamente sotterranea, non ha avuto più bisogno di un esercito, e quindi aiutato dalla selezione l' ha abolito.

In tal modo a me sembra resti abbastanza chiara l'origine delle varie caste nei Termitidi, che attribuisco quindi ai seguenti fattori: variazione per effetto dell'uso, ereditarietà, selezione, atavismo.

Senza l' esistenza accertata di soldati e operai capaci di diventar maturi l' obbiezione dei Neo-darwinisti era ben forte. Spencer aveva voluto cercare di spiegare l' origine delle varie caste ammettendo che i soldati rappresentassero la forma primitiva, mentre gli alati sarebbero forme da essi derivate e che per atavismo, sotto l' influenza di un cibo scarso, riprodurrebbero sempre un certo numero di soldati. Innanzi tutto però non si può ammettere che una volta un carattere esistito continui a ricomparire regolarmente, se non viene intercalata qualche generazione di quelle forme, per mezzo della quale venga riforzata, per così dire, la parte rappresentativa dei caratteri di quelle forme stesse; il genere *Anopletermes* è certamente uno dei più recenti, ed una volta ha posseduto soldati, eppure oggi non ha che soli operai senza presentare nemmeno eccezionalmente qualche soldato! In secondo luogo allo Spencer si può obbiettare che anche volendo ammettere l'eternità dell'atavismo, riuscirebbe a spiegare l' esistenza di soldati soltanto con la sua teoria; e gli operai come sarebbero originati?

La spiegazione, che aveva proposto Grassi, e che io credo di essere giunto a corroborare con la scoperta di operai sessualmente maturi, sembra dunque la più verosimile, tanto più che sta in armonia con quanto si conosce per le altre specie di insetti sociali. Tanto nelle vespe, che nelle api e nelle formiche, oltre la regina, femmina tipica e normale ovificatrice, si sono trovate operai ginecoidi e qualora si cercheranno, si riuscirà probabilmente a trovare anche soldati di formiche sessualmente maturi, onde possiamo conchiudere per tutti gli insetti sociali che le caste neutre esistono e possono seguire la loro evoluzione solo perchè di quando in quando riescono, diventando sessualmente maturi alcuni individui, a lasciar traccia dei loro caratteri nel plasma germinativo della specie. Che questa maturazione dei neutri avvenga a periodi abbastanza lunghi nei Termitidi, più frequentemente negli Imenotteri, è una prova del fatto che la società dei Termitidi è più antica, e che quindi in

essa è più lontano quel periodo in cui tutti gli individui arrivavano a maturità. Per la stessa ragione in molte formiche troviamo tutti i passaggi fra le varie caste di neutri, mentre nei Termitidi fra gli operai e soldati non esiste alcuna forma intermedia. Obbiezioni contro il potere che qui si dà all'atavismo non può sollevarsi, avendo numerosi casi tra gli insetti, in cui a due generazioni di alati possono intercalarsene parecchie partenegenetiche o no con forme però ben distinte. Un bell'esempio abbiamo fra gli stessi Termitini: le regine di sostituzione derivate da ninfe della 2ª forma non hanno avuto mai ali, eppure producono la prole, che acquista ali; nel *Termes lucifugus* in Italia (e forse anche nelle altre regioni) manca sempre la coppia reale vera derivata da insetti alati, e generalmente vi si trovano solo regine e re derivati da ninfe della 2ª forma, cioè con accenni d'ali brevi, eppure ogni anno vengono prodotti milioni di alati; io credo che ciò è solo possibile per atavismo e perchè in realtà di quando in quando fra le regine e re di sostituzione, ci si trovano di quelli derivati da individui alati dello stesso nido, ai quali sono state mozzate dai compagni le ali pochi giorni prima che ne avvenisse la sciamatura.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio Cannizzaro presenta la pubblicazione del prof. Piero Giacosa, avente per titolo: *Magistri Salernitani nondum editi. — Catalogo ragionato della Esposizione di storia della medicina, aperta in Torino nel 1898*, dandone la seguente notizia:

« Il volume che ho l'onore di presentare all'Accademia illustra i documenti inviati alla Esposizione di storia della medicina che l'autore organizzò in Torino nel 1898. Siccome fra i codici inviati si trovarono alcuni testi salernitani o sconosciuti o inediti, egli credette bene trascriverli e pubblicarli. L'opera completa così quella del De-Renzi sulla scuola di Salerno e contiene scritti di maestro Ferrario, maestro Salerno, maestro Giovanni e d'un anonimo che illustrano la dottrina delle febbri, la patologia speciale, la terapeutica e la balneologia. Precede uno studio critico sulle fonti del primitivo trattato salernitano e in special modo su Garioponto. Ogni testo è seguito da una breve notizia che lo illustra.

« Dopo i testi viene lo spoglio dei codici inviati colla designazione di quei trattati che già furono pubblicati. Poi la suppellettile inviata dai musei e dai privati.

« Seguono poscia alcuni documenti provenienti dagli archivi d'Italia, la quale parte venne affidata al prof. Gabotto.

« Con questa pubblicazione il Giacosa ha contribuito allo studio della storia delle scienze la quale in Italia attualmente non ha molti cultori, sebbene il materiale sia abbondantissimo e ancora in gran parte inesplorato ».

CORRISPONDENZA

Il Vicepresidente BLASERNA dà comunicazione del testo del telegramma inviato all'Accademia dal Ministro della R. Casa, in risposta a quello di felicitazione che l'Accademia stessa trasmetteva alle LL. MM. in occasione della nascita della Principessa Reale (1).

« Al Senatore P. BLASERNA, Vicepresidente della R. Accademia dei Lincei — Roma.

« Le rispettose e devote felicitazioni dei componenti cotesta insigne Reale Accademia tornarono graditissime agli Augusti nostri Sovrani, nel cui nome porgo ora alla S. V. cordiali e vivi ringraziamenti anche per i felici augurî con pensiero così gentile espressi per la Reale neonata ».

Il Ministro PONZIO VAGLIA.

Lo stesso Vicepresidente BLASERNA comunica inoltre una lettera colla quale il prof. FRANZ LEYDIG ringrazia l'Accademia del telegramma di felicitazioni e di augurî inviatogli in occasione del suo 80° compleanno.

(1) V. pag. 458.

V. C.

INDICE DEL VOLUME X, SERIE 5ª. — RENDICONTI

1901 — 1º SEMESTRE.

INDICE PER AUTORI

A

B

C

D

F

G

H

K

L

M

N

O

P

R

S

T

U

V

Z

W

INDICE PER MATERIE

A

B

C

ERRATA-CORRIGE

A pag. 349 deve aggiungersi, in alto della figura l'indicazione *Nord* e in basso quella di *M. Mario.*

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVIII.

1901

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME X.

2° SEMESTRE.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1901

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 7 luglio 1901.

Meccanica. — *Sulla resistenza dei mezzi fluidi.* Nota di T. Levi-Civita, presentata dal Socio Siacci [1].

. . . .

. . . .

A me pare che la legge di Newton (resistenza proporzionale al quadrato della velocità v), relativa ai fluidi incompressibili, si possa ricavare teoricamente, senza uscire dalla idrodinamica pura.

Per i fluidi compressibili, come ad es. l'aria, la cosa si complica un pochino. Tuttavia, finchè una certa serie converge, ciò che sembra ben plausibile per v inferiore ad un certo limite (forse 279^{m} al secondo, se si risguarda il movimento del fluido come un processo isotermico) [2], la legge della resistenza si presenta sotto l'aspetto

$$R = \varrho v^2 \left\{ a_0 + a_1 \frac{v^2}{c} + \cdots \right\},$$

essendo ϱ la densità del mezzo (opportunamente precisata), le a costanti, che dipendono soltanto dalla forma del corpo, e c la costante della legge di Boyle (quindi $\frac{1}{c}$ una quantità molto piccola), talchè, per valori moderati di v, potranno bastare il primo, o al più i primi due termini della serie.

(1) Estratto di una lettera al senatore prof. F. Siacci.

(2) Considerazioni dello stesso tipo si potrebbero istituire, risguardandolo invece come adiabatico. Tale del resto andrebbe ritenuto nel caso di grandi velocità. Come probabile velocità limite (per la convergenza dello sviluppo di R) si presenta allora quella del suono. Lascierò qui di occuparmene, per non complicare con formule poco istruttive un semplice abbozzo, quale il presente.

Risultati questi perfettamente conformi all'esperienza [1].

Il difficile rimane sempre, anche sotto questo punto di vista, di riconoscere il comportamento della resistenza per v molto grande (o, se si vuole, la espressione asintotica di R, al crescere indefinito di v). Ciò spiega in certo modo l'origine delle gravi difficoltà, che si incontrano nella balistica, e che Ella ha così luminosamente discusse.

Ecco come io giustifico le mie asserzioni.

Considero, per maggior semplicità, un corpo S animato di velocità traslatoria uniforme v, e immerso in un fluido indefinito non sollecitato da forze.

Per effetto del moto di S, il fluido pure entra in movimento. Con quale legge?

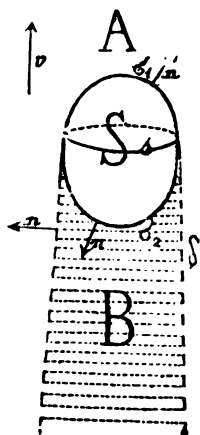
Come è ben noto, l'ipotesi di un movimento *continuo in tutto lo spazio esterno ad* S conduce a conseguenze affatto inattendibili circa la resistenza del fluido. La risultante delle pressioni, esercitate dal fluido su S, riesce identicamente nulla; ossia un corpo in moto traslatorio uniforme non incontra alcuna resistenza di mezzo.

Di solito si attribuisce questo risultato, così apertamente in contraddizione coll'esperienza, all'ipotesi teorica che si tratti di fluidi ideali. I fluidi naturali sono viscosi, si dice; nessuna meraviglia dunque che essi si comportino in modo diverso. Ogni difficoltà logica vien così tolta di mezzo. Ma resta pur sempre assai strano che, mentre in moltissime altre questioni la ipotesi della perfetta fluidità risponde con discreta approssimazione alle condizioni di fatto, in questo solo caso se ne tragga una deduzione affatto contraria all'esperienza. Ciò fa pensare che, proprio in questo caso, la posizione analitica del problema introduca qualche elemento, apparentemente innocuo, ma ben più lontano dalla realtà che non sia il carattere di fluido perfetto. Tale è, a mio avviso, l'ipotesi della continuità del movimento del fluido in tutto lo spazio esterno al corpo. Sostituendo questa ipotesi con altra, più conforme all'esperienza quotidiana (delle colonne fluide, che i corpi in movimento un po' rapido si tirano dietro), e del resto perfettamente analoga a quella ammessa nella teoria delle vene fluenti, si pone assai bene in evidenza il fenomeno della resistenza del mezzo, indipendentemente dalla viscosità. Oserei anzi affermare che, per velocità superiori ad un certo limite, l'influenza della viscosità si può ritenere affatto trascurabile.

1. Introduco pertanto le seguenti ipotesi:

1°. *Il movimento del fluido, prodotto dal corpo* S (stazionario rispetto allo stesso S), *presenta dietro il mobile una superficie di discontinuità δ estendentesi fino all'infinito a partire da una certa curva s del contorno σ di* S.

[1] Cfr. per es. Nazzani, *Idraulica pratica*, vol. I, pag. 302; Loria, *Le strade ferrate*, vol. II, cap. 1.

2°. *Le molecole fluide, appartenenti alla regione posteriore* B, *si comportano come se fossero rigidamente collegate con* S.

3°. *Il moto del fluido nella regione* A *è irrotazionale; e soddisfa alle solite condizioni all'infinito* (in quanto naturalmente vi si tenda senza uscire da A).

Diciamo σ_1 e σ_2 le due regioni (anteriore e posteriore) della superficie σ del corpo, separate da s. Gli assi di riferimento x, y, z si suppongano rigidamente collegati ad S, coll'asse z diretto come la velocità. Sia γ il coseno dell'angolo, che la normale esterna n, in un punto generico di σ_1, σ_2 o di δ, forma coll'asse z (chiamando esterna, rispetto a δ, la direzione rivolta verso A); $v\varphi$ il potenziale di velocità relativo ai punti di A.

2. Considero dapprima il caso di un fluido incompressibile di densità costante ϱ, e allora φ deve soddisfare in A alla equazione indefinita

(1) $$\Delta_2\varphi = 0 \text{ [1]},$$

sul contorno $\sigma_1 + \delta$ alla

(2) $$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = \gamma,$$

nonchè alle condizioni all'infinito.

Dicendo p_A e p_B (quest'ultima evidentemente costante) le pressioni in un punto generico di A e di B, si ha sopra δ

$$p_A = p_B.$$

Dacchè in tutto lo spazio A la pressione è definita in termini di φ dalla relazione

$$\frac{1}{\varrho} p_A = C - \frac{v^2}{2}(\Delta_1\varphi)^2 + v^2\frac{\partial\varphi}{\partial z} \text{ [2]},$$

[1] Abbrevio al solito in $\Delta_2\varphi$ e $(\Delta_1\varphi)^2$ i trinomi

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} \text{ e } \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2$$

rispettivamente.

[2] Rispetto ad assi fissi ξ, η, ζ, si avrebbe

$$\frac{1}{\varrho} p_A = C - \frac{v^2}{2}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\zeta}\right)^2\right\} - v\frac{\partial\varphi}{\partial t},$$

immaginando naturalmente il potenziale φ espresso per ξ, η, ζ, t. Ora si può supporre che $\varphi(\xi, \eta, \zeta; t)$ provenga dalla espressione qui considerata $\varphi(x, y, z)$, ponendovi $x = \xi$, $y = \eta$, $z = \zeta - vt$. Si ha in tal caso

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} = \frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\eta} = \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\zeta} = \frac{\partial\varphi}{\partial z}; \quad \frac{\partial\varphi}{\partial t} = -v\frac{\partial\varphi}{\partial z},$$

donde la formula sopra scritta.

dove C è una costante, e che nei punti di A situati a distanza infinita le derivate di φ si annullano, si ha

$$C = \frac{1}{\varrho} p_A^{(\infty)}.$$

Considerando in particolare un punto infinitamente distante sopra δ, ne deduciamo

$$C = \frac{1}{\varrho} p_B,$$

con che la espressione della pressione in un punto qualunque della regione A diviene

$$p_A = p_B + \varrho v^2 \tfrac{1}{2} \left\{ 2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} - (\varDelta_1 \varphi)^2 \right\}. \tag{3}$$

Nei punti di δ si ha conseguentemente

$$(\varDelta_1 \varphi)^2 - 2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \tag{4}$$

e così in definitiva la incognita funzione φ deve soddisfare alle equazioni (1), (2), (4). Se δ fosse data a priori, le (1), (2) (tenuto conto delle condizioni all' infinito) basterebbero a determinare la φ. Ma δ non è data, e si tratta appunto di determinarla in modo da rendere simultaneamente soddisfatte le (1), (2), (4). Dal punto di vista del rigore matematico inceppiamo qui in una questione di esistenza, che cogli attuali mezzi analitici non si saprebbe discutere. Fisicamente la questione di esistenza viene sostituita, e risoluta in senso affermativo, dalle ipotesi sopra dichiarate.

Ciò posto, l' essenziale per noi si è di osservare che la definizione di φ, in base alle (1), (2), (4), dipende unicamente dalla forma del corpo S, e non dalla velocità v, nè dalla densità ϱ del mezzo.

Di quà segue immediatamente la legge di Newton. Infatti la resistenza totale R, incontrata dal corpo nel suo movimento, è data da

$$R = \int_\sigma p\gamma \, d\sigma = \int_{\sigma_1} p_A \gamma \, d\sigma_1 + \int_{\sigma_2} p_B \gamma \, d\sigma_2 .$$

Ma, p_B essendo costante e $\sigma_1 + \sigma_2$ costituendo una superficie chiusa,

$$\int_{\sigma_2} p_B \gamma \, d\sigma_2 = - \int_{\sigma_1} p_B \gamma \, d\sigma_1 ;$$

quindi, posto per p_A il suo valore (3),

$$R = \varrho v^2 \int_{\sigma_1} \tfrac{1}{2} \left\{ 2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} - (\Delta_1 \varphi)^2 \right\} \gamma d\sigma_1 , \tag{5}$$

e ciò dimostra l'asserto.

Prendendo $f = \varphi - z$, si ha in vf il potenziale di velocità di una corrente, (di velocità limite v nel senso delle z negative) interrotta dal corpo S. La forza, che è necessario vincere perchè S non sia trasportato dalla corrente, è ancora espressa dalla (5), ossia, introducendovi f al posto di φ, da

$$R = \varrho v^2 \int_{\sigma_1} \tfrac{1}{2} \{ 1 - (\Delta_1 f)^2 \} \gamma \, d\sigma_1 .$$

Questa formula è un'ovvia estensione, al caso di tre dimensioni, di quella stabilita da Lord Rayleigh per la pressione, che si esercita sopra l'unità di lunghezza di una lamina infinitamente lunga a orli paralleli ([1]).

3. Venendo ora al caso di fluidi elastici, avremo, supposta la validità della legge di Boyle,

$$p = c\varrho \quad (c \text{ costante}),$$

$$P = \int \frac{dp}{\varrho} = c \log p .$$

La equazione di continuità assume l'aspetto

$$\frac{d \log \varrho}{dt} + v \Delta_2 \varphi = 0 ,$$

ossia anche

$$\frac{1}{c} \frac{dP}{dt} + v \Delta_2 \varphi = 0 ;$$

mentre le equazioni di Eulero si riassumono in

$$P = C + v^2 \tfrac{1}{2} \left\{ 2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} - (\Delta_1 \varphi)^2 \right\} .$$

([1]) Cfr. per es. Kirchhoff, *Vorlesungen über mathematische Physik*, B. I, pag. 307.

Eliminando P fra queste due equazioni e ponendo

$$\frac{v^2}{c} = \lambda ,$$

$$\frac{1}{v}\frac{d}{dt}\frac{1}{2}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\} =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial y}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\} + \left\{\frac{\partial\varphi}{\partial z} - 1\right\}\frac{\partial}{\partial z}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\}\right] = \Theta\varphi ,$$

si ha

$$(1^{bis}) \qquad \Delta_2\varphi + \lambda\Theta\varphi = 0 .$$

Un ragionamento identico al precedente mostra che

$$C = P_B = c \log p_B ;$$

quindi

$$(3^{bis}) \qquad p_A - p_B = p_B \left[e^{\frac{v^2}{c}\frac{1}{2}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\}} - 1\right] ,$$

$$(5^{bis}) \qquad R = p_B \int_{\sigma_1}\left[e^{\frac{v^2}{c}\frac{1}{2}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\}} - 1\right]\gamma \, d\sigma_1 .$$

Le condizioni determinative di φ sono ora la equazione indefinita (1^{bis}) colle (2), (4) e condizioni all'infinito.

Per λ abbastanza piccolo (1), è presumibile che la espressione analitica di φ si possa sviluppare in serie di potenze di λ

$$\varphi_0 + \lambda\varphi_1 + \cdots ;$$

lo stesso avviene allora per $e^{\lambda\frac{1}{2}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\}}$; quindi per R. Il primo termine dello sviluppo di R è

$$p_B \frac{v^2}{c}\int_{\sigma_1}\frac{1}{2}\left\{2\frac{\partial\varphi_0}{\partial z} - (\Delta_1\varphi_0)^2\right\}\gamma \, d\sigma_1 = \varrho_B v^2 \int_{\sigma_1}\frac{1}{2}\left\{2\frac{\partial\varphi_0}{\partial z} - (\Delta_1\varphi_0)^2\right\}\gamma \, d\sigma_1 ,$$

che corrisponde alla resistenza di un fluido incompressibile, avente dappertutto la densità costante della regione B.

(1) Se si tratta dell'aria, si ha in unità [C. G. S] $c = \frac{1,013}{1,293}10^9$; quindi, qualora basti per la convergenza dello sviluppo che sia $\lambda < 1$, il limite per v, in metri, si trova essere $v = 279^m$.

Badando che $\lambda = \frac{v^2}{c}$, risulta in definitiva

$$R = \varrho_B v^2 \left\{ a_0 + a_1 \frac{v^2}{c} + \cdots \right\},$$

dove i coefficienti a dipendono esclusivamente dalla forma del corpo S.

4. *Osservazione.* — La circostanza che, supponendo il movimento del fluido ovunque continuo, la resistenza incontrata da S riesce identicamente nulla si suol rendere intuitiva per via energetica, ragionando come segue:

Dacchè si tratta di un fluido perfetto, la forza viva, posseduta da S in un generico istante, non può cambiarsi in altra forma di energia (termica o chimica per es.); per il carattere stazionario (rispetto ad S) del movimento del fluido, determinato dall'uniforme traslazione di S, non vi può essere trasmissione di forza viva da S al fluido. Dunque l'energia cinetica di S rimane inalterata, il che equivale appunto ad una resistenza nulla.

Molto opportunamente il sig. Föppl, nelle sue *Vorlesungen über technische Mechanik* [1], aggiunge a questo proposito che non può nemmeno sorgere il dubbio che si stabilisca un flusso (stazionario rispetto ad S) di energia accumulantesi all'infinito, dato il comportamento all'infinito del potenziale di velocità, quando appunto lo si determina in base alle ipotesi consuete.

Colle nostre ipotesi il comportamento è diverso, poichè concorre all'infinito anche la superficie σ. Il flusso non è più identicamente nullo, e questo spiega la sottrazione di forza viva, che un fluido, anche perfetto, determina colla sua resistenza nei corpi in movimento. La energia, sottratta ad S, non si distrugge naturalmente, nè si trasforma, ma soltanto si trasporta all'infinito e vi si accumula; in teoria. Quel che avviene nella realtà si è una dispersione per la massa fluida di energia cinetica, assorbita dalle varie resistenze passive. Tale dispersione ha però rispetto al movimento di S (che qui costituisce la parte essenziale del fenomeno) gli stessi effetti del trasporto a distanza infinita contemplato dalla teoria.

. . . .
. . . .

Geodesia. — *Un principio fondamentale nello studio delle superficie di livello terrestri.* Nota di PAOLO PIZZETTI, presentata dal Socio BIANCHI.

Storia della scienza. — *Di una lettera inedita di Nicolò Tartaglia.* Nota di V. TONNI-BAZZA, presentata dal Socio V. CERRUTI.

Le due Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

[1] B. IV, pag. 367.

Mineralogia. — *Appunti sopra alcuni minerali delle Cetine di Cotorniano presso Rosia (in Provincia di Siena)* (1). Nota di ALBERTO PELLOUX, presentata dal Socio STRUEVER.

Nell'aprile scorso il comm. G. B. Traverso, ingegnere consulente della miniera antimonifera delle Cetine, gentilmente mi donava una piccola ed interessante raccolta dei minerali di quella località; la descrizione di questi minerali, che oggi figurano nel Museo Mineralogico della R. Università di Roma, forma l'oggetto della presente Nota.

Stibina. — È il minerale industrialmente più importante della miniera di Rosia; della sua giacitura trattarono il Fabri (2) ed il Traverso (3), delle forme dei cristalli, l'Artini (4); credo quindi superfluo di parlarne limitandomi ad osservare come nei campioni ricevuti la stibina si presenti sotto varî aspetti, e cioè:

a) in aggruppamenti cristallini a struttura fibroso-raggiata;

b) in cristalli aciculari disseminati nel quarzo compatto;

c) in brillanti e piccoli cristalli prismatici, terminati da una parte, del tutto simili a quelli descritti dall'Artini, ed accompagnati, come già osservò quest'autore, da cristalli di quarzo, calcite e gesso;

d) in cristalli prismatici superficialmente alterati in *cervantite* e lunghi sino a 6 cm.;

e) in cristalli in parte alterati e rivestiti da *zolfo* e *valentinite*.

Cervantite. — Si presenta come prodotto di alterazione della stibina, in alcuni esemplari si può anzi vedere il passaggio dall'uno all'altro minerale; il suo colore va dal giallo ruggine al giallo chiaro cenerino, l'aspetto è terroso. Come di solito accade per questo minerale, la cervantite delle Cetine non ha forma propria ma si mostra pseudomorfica di stibina; se ne hanno così dei rivestimenti sopra i lunghi cristalli di questa, masse spugnose formate dall'intreccio di cristalli più piccoli, completamente alterati, ed aggregati a struttura fibroso-raggiatra.

(1) Lavoro eseguito nel Gabinetto di Mineralogia della R. Università di Roma.

(2) Vedi Annali di Agricoltora, 1890: Rivista del servizio minerario nel 1888, pag. 113.

(3) G. B. Traverso, *L'antimonio.* Alba, 1897, pag. 16-18.

(4) E. Artini, *Appunti di mineralogia italiana. Antimonite di Cetine.* Vedi Rend. Accad. Lincei, 2° sem., 1894, pag. 416.

Valentinite. — È un minerale nuovo per le Cetine e raro in Italia poichè sin qui non fu rinvenuto che in due località della Sardegna e cioè: a Su Suergiu nel Gerrei ed a Nieddoris nell'Iglesiente [1].

Nella raccolta avuta dall'ing. Traverso è classificato come valentinite un esemplare nel quale questo minerale forma dei gruppetti di cristalli aciculari, di colore biancastro e lucentezza sericea, che sorgono sopra ad altri di stibina alterata e di zolfo. Tali cristalli, esaminati al microscopio, non rivelano forme distinte ma appariscono costituiti dall'aggruppamento di minutissimi aghetti.

Un altro minerale delle Cetine che, a prima vista, potrebbe scambiarsi colla Kermesite ha proprietà tali che ritengo debba considerarsi come una varietà di valentinite.

Il minerale di cui si tratta forma dei ciuffetti di cristalli assai lucenti di colore roseo, sino a rosso corallo, ed anche, raramente, incolori, che stanno impiantati sulla stibina di cui probabilmente sono un prodotto di alterazione. Riscaldato nel tubo chiuso, questo minerale dapprima decrepita e imbianchisce, indi fonde parzialmente sublimando in fumi bianchi; nell'acido cloridrico si discioglie a freddo rapidamente e completamente senza dare alcuno svolgimento di gaz ciò che, invece, accade per la Kermesite.

Osservati al microscopio, i cristalli presentano abito prismatico simile a quello della stibina, sono limitati da una parte da piccolissime faccette, solcati da profonde striature nel senso della lunghezza, che in taluni cristalli raggiunge quasi 3 mm., e, in questo senso, fortemente appiattiti; quest'ultimo carattere, insieme alla perfetta trasparenza rende facile l'osservazione dei fenomeni ottici.

Fra i nicol incrociati i cristalli si estinguono in direzione parallela alla loro lunghezza; alla luce polarizzata convergente dànno una nitida immagine di interferenza che permette di stabilire il segno della doppia rifrazione che è negativo, come nella valentinite, e di misurare l'angolo apparente degli assi ottici che, essendo intorno ai 60°, si dimostra alquanto superiore a quello, assai piccolo, di questo minerale: la bisettrice acuta, negativa, sorte normalmente ad una delle facce della zona più sviluppata, faccia che probabilmente è uno dei pinacoidi }100{ o }010{; il piano degli assi ottici è parallelo a }001{.

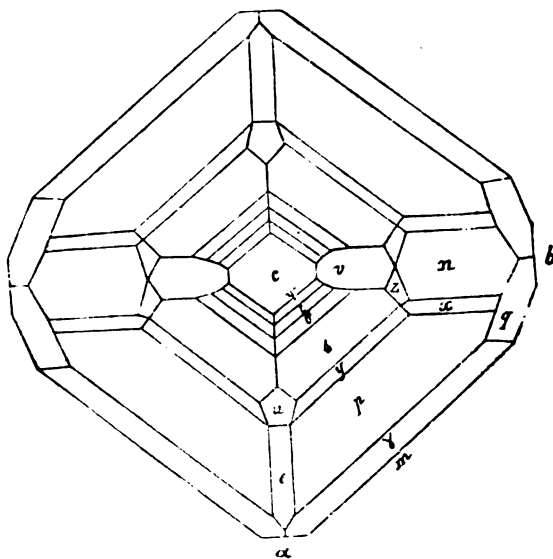
Ulteriori osservazioni eseguite sopra quantità sufficienti di materiale e su cristalli misurabili permetteranno di stabilire se, come ritengo, si tratti realmente di valentinite; in tale caso, per le proprietà ottiche, questa delle Cetine potrà essere considerata come una varietà.

[1] Vedansi in proposito: D. Lovisato, *Sulla senarmontite di Nieddoris in Sardegna e sui minerali che l'accompagnano in quella miniera.* Atti R. Acc. Lincei, Rend. 1894, 1° sem., serie 5ª, vol. VIII; e F. Millosevich, *Appunti di mineralogia sarda,* id. 1900, 1° sem., serie 5ª, vol. IX.

Zolfo. — Oltre ai minerali antimoniferi sopra ricordati, altro prodotto di alterazione della stibina è lo zolfo che, come già dissi, qualche volta l'accompagna. Alcuni esemplari di stibina ne sono ricoperti come da una crosta, altri invece portano nitidi cristalletti di zolfo grossi sino a due millimetri.

Lo zolfo si presenta sempre in cristalli piccoli, alcuni dei quali assai notevoli per la relativa ricchezza delle forme; i più belli provengono da un esemplare di quarzo compatto e stibina e misurano non più di un millimetro secondo l'asse *z*; ho potuto, sopra di questi, eseguire buone misure goniometriche e constatare così la presenza delle seguenti forme:

a }100{ *b* }010{ *c* }001{
m }110{
n }011{ *v* }013{
e }101{ *u* }103{
p }111{ *ψ* }119{ *t* }115{ *o* }114{ *s* }113{
y }112{ *γ* }331{
q }131{ *x* }133{ *z* }135{.

Queste 18 forme, nessuna delle quali è nuova, ho riscontrate riunite in uno stesso cristallo; il loro relativo sviluppo è dato dall'annessa figura:

Come si vede la zona maggiormente ricca è quella delle protopiramidi, con predominio di *p* }111{ e, subordinatamente, di *s* }113{ e di *γ* }331{; le altre forme presentano piccole ma nitide e lucenti faccette. Nella zona dei macrodomi le facce sono assai piccole, bene sviluppate, invece, in quella dei brachidomi mentre poverissima è la zona prismatica, rappresentata dal solo prisma *m* }110{ che mostra una sottile faccetta: mancano del tutto le macropiramidi.

Altri cristalli di zolfo sono assai più semplici di quello figurato, essendo in essi presenti soltanto le forme predominanti; molti hanno le facce corrose, come bucherellate e questo carattere è comune a tutti i cristalli se osservati con un ingrandimento abbastanza forte. Il colore giallo citrino, proprio dello zolfo, in alcuni cristalli dà luogo ad una colorazione aranciata simile a quella dello zolfo contenente selenio.

Nella seguente tabella sono indicati i valori degli angoli misurati, messi a confronto con i valori calcolati in base al rapporto parametrico dato dal v. Kokscharow:

$$a:b:c = 0,81309:1:1,90339.$$

Angoli	Numero delle osservazioni	Media delle misure	Limiti delle misure	Valori calcolati	Differenze
$c:p=(001):(111)$	6	71°40′	71°35′ - 71°43′	71°39′45″	+ 0′15″
$c:e=(001):(101)$	3	66 53	66 46 - 66 54	66 52	+ 1
$c:u=(001):(103)$	1	38 9	—	37 58	+11
$c:n=(001):(011)$	2	62 19	61 41 - 62 57	62 17	+ 2
$c:v=(001):(013)$	2	32 27	32 21 - 32 33	32 23 30	+ 3 30
$c:\gamma=(001):(331)$	2	83 43′30″	83 43 - 83 44	83 42	+ 1 30
$c:y=(001):(112)$	3	56 34 10	56 32 - 56 37 ½	56 27 30	+ 6 40
$c:s=(001):(113)$	2	45 13 30	45 8 - 45 19	45 9 45	+ 3 45
$c:o=(001):(114)$	1	36 55	—	37 2	— 7
$c:t=(001):(115)$	3	31 12 40	31 7 - 31 18	31 6 30	+ 6 10
$c:\psi=(001):(119)$	1	18 5	—	18 32	— 27
$p:p''=(111):(\bar{1}11)$	1	143 24	—	143 19 30	+ 4 30
$p:\gamma=(111):(331)$	1	12 3	—	12 2 15	+ 0 45
$c:q=(001):(131)$	1	80 42	—	80 47 45	— 5 45
$c:x=(001):(133)$	2	64	63 56 - 64 4	64 4 30	— 4 30
$c:z=(001):(135)$	1	51 17	—	50 59	+18

Quarzo. — Costituisce la ganga del minerale di antimonio e, come già osservò l'Artini, si presenta anche in cristalli; nei campioni esaminati ho trovato piccoli e nitidi cristalli prismatici e bipiramidati colle sole comunissime forme $p\,\{10\bar{1}1\}$, $z\,\{01\bar{1}1\}$, $a\,\{10\bar{1}0\}$.

Calcite. — Si trova in cristalli scalenoedrici, lunghi sino ad un centimetro circa, con predominio di $v\,\{21\bar{3}1\}$ i di cui spigoli culminanti alterni sono troncati da una sottilissima faccetta del romboedro $f\,\{02\bar{2}1\}$. I cristalli hanno colore bianco cenerino, ed anche bianco lattiginoso, sorgono sopra il quarzo compatto che contiene stibina e vanno uniti a cristalli di gesso, alcuni dei quali sono impiantati sopra il vertice degli scalenoedri.

Gesso. — In cristalli sciolti e grossi sino a 3 cm. si rinviene nelle argille soprastanti al giacimento e presenta le forme *m* }110{, *b* }010{ ed *l* }111{ riunite in individui semplici ed in geminati secondo (100); si trova anche nella sua varietà fibrosa ed in masserelle compatte entro le spaccature della quarzite.

I migliori esemplari cristallizzati di gesso sono quelli che, insieme alla calcite ed al quarzo, accompagnano la stibina. L'Artini non potè determinarne le forme in causa dell'imperfezione delle facce; gli esemplari da me esaminati mi permisero, invece, di stabilire con certezza la presenza delle seguenti forme:

a }100{ *b* }010{ *ψ* }320{ *m* }110{ *h* }120{ *d* }101{ *l* }111{ *t* }$\bar{1}$01{ *n* }$\bar{1}$11{

I cristalli sono semplici e misurano sino a 5 mm. secondo la loro maggiore dimensione, cioè secondo l'asse x; i più perfetti sono piccolissimi, stanno impiantati sopra la calcite ed hanno facce assai lucenti. Le forme dominanti sono *b* }010{, *m* }110{, *h* }120{, *l* }111{ ed *n* }$\bar{1}$11{; *ψ* }320{ è rappresentata da una sottile e nitida faccetta, le forme *d* }101{, *t* }$\bar{1}$01{ ed *a* }100{ sono pochissimo sviluppate e dànno cattive immagini.

Qui appresso è dato il valore di qualcheduno degli angoli misurati, messo a confronto con quello riportato nel classico trattato dal Dana [1]:

	Angoli misurati	Angoli dati dal Dana [2]	Differenza
$m:m''' = \}110\{:\}1\bar{1}0\{$	$= 68°13'$	$68°30'$	$-17'$
$h:h' = \}120\{:\}\bar{1}20\{$	$= 72\ 51$	$72\ 35$	$+16$
$\psi:\psi''' = \}320\{:\}3\bar{2}0\{$	$= 49\ 20$	$48\ 50$	$+30$
$l:l' = \}111\{:\}1\bar{1}1\{$	$= 36\ 28$	$36\ 12$	$+11$
$n:n' = \}\bar{1}11\{:\}\bar{1}\bar{1}1\{$	$= 41\ 40$	$41\ 20$	$+20$

Paleontologia. — *L'Elephas primigenius della Dobrogea* (Rumania). Nota di Arnaldo Ricci, presentata dal Corrispondente De Stefani.

Durante le ricerche da me fatte nell'anno decorso sui varî resti di Proboscidiani esistenti nel Museo paleontologico del R. Istituto Superioro di Firenze ed in quello di Arezzo, per constatare se l'*Elephas primigenius* Blum avesse realmente abitato in Toscana, mi fu dato osservare nel Museo fiorentino un molare permanente, acquistato di recente da persona la quale lo aveva raccolto nella Dobrogea o Dobroudscha (Rumania), che, per la sua

(1) Dana, *Systeme of mineralogy*, 1899, pag. 933.

(2) Calcolati colle costanti date dal De Cloizeaux.

estrema rassomiglianza, anzi identità con quello delle alluvioni del Po, descritto dal Portis ([1]), merita ne sia data notizia.

Questo molare è stato rinvenuto nei depositi post-pliocenici, esistenti nella parte meridionale di detta regione verosimilmente nei dintorni di

Costanza o Kustendjé, terreni che riposano, per quanto hanno affermato M. Boué ([2]), M. Michel ([3]), K. v. Peters ([4]), M. G. Stephanesco ([5]), F. Toula ([6]), V. Anastasiu ([7]) ecc., su formazioni terziarie.

Questo esemplare è un molare terzo superiore destro, ha 15 x e le seguenti dimensioni.

Lunghezza totale della corona	mm.	215
Larghezza della corona alla 6ª lamina. .	»	84
» » alla 14ª » . . .	»	60
Altezza massima del molare alla 13ª lamina.	»	152

([1]) A. Portis, *Di alcuni avanzi elefantini fossili scoperti presso Torino.* Boll. Soc. Geol. Ital., vol. XVII, 1898, fasc. I, pag. 94 a 121.

([2]) M. Boué, *Note géologique sur le Bannat et en particulier sur les bords du Danube.* Bull. Soc. Géol. Franc., sér. I, tomo VIII, 1837, pag. 136 a 150.

([3]) M. Michel, *Nôte géologique sur la Dobroudcha entre Rassova et Kustendjé.* Bull. Soc. Géol. Franc., sér. II, tomo XIII, 1855-56, pag. 539 a 543.

([4]) K. v. Peters, *Grundlinien sur Geographie and Geologie der Dobroudscha.* Denkschr. K. Acad. Wissensch. t. XXVII, 1867.

([5]) M. G. Stephanesco, *Sur le terrain quaternaire de la Roumanie, et sur quelques ossements de mammifères tertiaires et quaternaires du même pays.* Bull. Soc. Géol. Franc., sér. III, tomo I, 1872, pag. 119 a 123.

([6]) F. Toula, *Eine geologische Reise in die Dobroudscha.* Schriften des Ver. zur Verbr. naturw. Kenntn. Wien, t. 33, p. 5, 1893, pag. 543 a 604.

([7]) M. V. Anastasius, *Note préliminaire sur la constitution géologique de la Dobrogea.* Bull. Soc. Géol. Franc., sér. III, tomo XXIV, 1896, fasc. 7°, pag. 595 a 602.

Questo dente ipselodisco, alquanto laticoronato, ha tutte le lamine affette dall'abrasione, la quale è così inoltrata che il tallone distale e le tre o quattro lamine anteriori sono consunte fino alla comune base e ridotte ad un semplice disco di dentina, lievemente concavo sul piano di abrasione, largo mm. 68 e lungo mm. 35 presso il margine interno del dente. Su questo disco osservansi tracce dell'intiera lamella posteriore dello smalto e del terzo interno di quella anteriore dell'ultima lamina completamente consumata e parimente del terzo interno della lamella posteriore dell'antipenultima.

Delle quindici lamine presenti, che stanno entro un piano d'abrasione ovale, un poco arcuato, lungo mm. 180 e su cui osservasi una leggiera incavatura mediana occupante tutta la sua lunghezza, le prime due a causa dell'usura hanno le lamelle dello smalto divise lungo la linea mediana del piano di abrasione, quindi risultano formate ciascuna di due parti eguali. Le rimanenti invece hanno figure d'abrasione complete semilunari a convessità rivolta in avanti, con corni laterali diritti e senza dilatazione mediana loxodontica. Il tallone prossimale infine consta di due elementi laminari distinti e di eguale grandezza.

Le lamine sono tutte sottili, parallele, strettamente addossate tra loro, con smalto estremamente fine, lievemente ondulato e di colore bianco madreperlaceo sulla superficie triturante e ciascuna lamina ha uno spessore al massimo di circa mm. 7. Il cemento è massiccio, di colore giallo rossastro ed i suoi interespazî completi hanno ciascuno uno spessore di circa mm. 4 $^1/_2$; quindi l'indice dentale di ogni elemento laminare completo risulta essere 0,01125.

La superficie esterna del dente è un poco più convessa dell'interna, che è quasi pianeggiante, ed alla parte anteriore ed inferiore di ambedue, per la mancanza del cemento, si vedono le prime sette lamine anteriori diritte e consumate fino quasi alla comune base. Alla faccia posteriore convessa, quasi perpendicolare al piano di abrasione e completamente ricoperta dal cemento, non s'osserva alcun segno di pressione, mentre invece questo esiste sulla faccia anteriore scabra ed irregolare del disco di dentina sopra ricordato.

Le radici mediane sono intatte come lo è quasi l'intiero ceppo delle radici posteriori, che soltanto manca dell'estremità superiore, mentre della radice anteriore solo è presente un piccolo moncone alla parte interna del dente.

Se confrontiamo questo molare di *E. primigenius* Blum con quello terzo superiore destro esistente nel Museo zoologico dell'Accademia di Pietroburgo (che ha x 26 x in una lunghezza di corona di 0,243) descritto e figurato dal Pöhlig [1]; con quello trovato nel distretto di Novogrodkiensi, esistente pure nel Museo di Pietroburgo (che ha 15 lamine in una lunghezza di corona di

[1] H. Pöhlig, *Dentition und Kranologie des E. antiquus* Falc. Nova Acta Akad. Caes. Leop. Carol. Natur. Curios., Bd. 57, n. 5, 1888-91, pag. 323 e 324, tav. *A*, fig. 7-7 *a*.

0,127), descritto e figurato sotto il nome di *E. odontotyrannus* da Eichwald (1); con quelli a sottili lamine, pure siberiani, descritti da Adams (2); infine con quello delle Alluvioni del Po, trovato nel comune La Loggia (del quale esiste nel Museo paleontologico di Firenze un modello in gesso), descritto e figurato dal Portis (3), troviamo esistere tra loro un'assoluta e perfetta identità presentandosi tutti estremamente endioganali, polidiscodonti, densillamellati e con assai stretti intervalli di cemento.

Se lo confrontiamo invece con quello di Burgtonna, vero tipo della specie *E. primigenius*, descritto e figurato dal Blumenbach (4); con quelli tipici di Taubach, Weimar, Tonna, Karlsruhe, ecc. descritti e figurati dal Pöhlig (5); con quelli inglesi della Valle Tamigi, d'Ilford, d'Oxford, dell'Ohio, del Dogger Bank, di Suffolk, ecc., descritti e figurati da Adams (6), con quelli post-pliocenici aretini esistenti in parte nel Museo paleontologico di Firenze ed in parte in quello di Arezzo, da me descritti e figurati (7); infine con due esemplari siberiani, d'ignota località, tipici dell'*E. primigenius* Blum, che vidi nel Museo di Firenze; troviamo che mentre concordano tra loro nelle dimensioni, formula, forma ed indice dentale, ne differiscono per l'estrema sottigliezza dello smalto.

Premesso tali fatti ritengo che quali veramente tipici della specie si debbano ritenere questi ultimi da me sopra citati, in quantochè completamente concordano con il vero primitivo tipo dell'*E. primigenius* proveniente da Burgtonna e descritto dal Blumenbach; e che gli altri, cioè tanto quello delle Alluvioni del Po, come quello della Dobroudscha e quelli siberiani descritti dal Pöhlig, Eichwald ed Adams possono essere ritenuti almeno quale una varietà, il cui nome più antico sarebbe quello di *E. odontotyrannus* Eichw.

Possiamo quindi, contrariamente all'opinione del De-Angelis e del Portis, sicuramente ritenere che l'*E. primigenius* abbia valicato le Alpi, che abbia abitato in Toscana, che forse si sia spinto fino a Cardamone in Terra di Otranto, per quanto asserisce il Botti, e che l'esemplare di Torino debba essere considerato quale una varietà del tipico *E. primigenius* Blum.

(1) Ed. Eichwald, *De Pecorum et Pachydermorum reliquiis fossilibus in Lithuania, Volhynia et Podolia repertis.* Memoria, 1834. Nov. Acta Akad. Caes. Leop. Carol. Natur. Curios., Bd. 17, part. II, pag. 722, tav. LXIII.

(2) L. Adams, *Monograph on the British fossil Elephants.* London, 1877-85, pag. 117.

(3) A. Portis, Nota citata, Boll. Soc. Geol. Ital., 1898, vol. XVII, fasc. I, pag. 94-121, tav. I.

(4) J. Fr. Blumenbach, *Manuel d'Histoire Naturelle*, tomo II, 1803, pag. 408, tav. 28, fig. *b*.

(5) H. Pöhlig, op. cit. (Bd. 53, n. 1, 1888, pag. 227 a 247, tav. X; Bd. 57, n. 5, 1888-91, pag. 315, tav. III *bis*, fig. 9-9 *a*).

(6) L. Adams, op. cit. pag. 109 a 118.

(7) A. Ricci, *L'E. primigenius nel Post-pliocene della Toscana*, Paleontographia italica, 1901, vol. VII, in corso di pubblicazione.

Mineralogia. — *Studio microscopico e chimico delle rocce vulcaniche dei dintorni di Vizzini* (Val di Noto, Sicilia) [1]. Nota di A. Rosati, presentata dal Socio G. Struever.

In questa Nota espongo le osservazioni microscopiche e chimiche fatte sui principali tipi di basalto da me raccolti in un'escursione nei dintorni di Vizzini, sperando di poter in seguito estendere tale studio a tutto il gruppo basaltico di Val di Noto.

La formazione vulcanica di Vizzini occupa la parte più occidentale del grande anello irregolare basaltico, che circonda la depressione di Lentini, estendendosi da Palagonia, dove appaiono le più settentrionali emersioni basaltiche, fino a Buccheri, Melilli, Sortino ecc., località poste a mezzogiorno, e raggiungendo nella parte orientale il litorale.

Anzi le rocce vulcaniche di questo gruppo, così detto di Val di Noto, acquistano a Vizzini, e nei prossimi paesi di Militello in Val di Catania, Francofonte e Buccheri, come anche dice il Baldacci [2] il loro massimo sviluppo, e in questa area il terreno è interamente basaltico.

Le attuali conoscenze sull'età geologica dei basalti di Vizzini sono chiaramente esposte dal geologo vizzinese I. Cafici e dal Baldacci, ed io che non mi sono mai occupato dell'argomento, riferisco le loro parole:

Il Cafici [3] dice:

« Quanto alle rocce di origine vulcanica, un accurato esame batrologico « mi mette in grado di conoscere che l'eruzione del basalte, del tufo basaltico e del peperino di M. Altore, M. Lauro, e d'altri crateri ebbe « luogo durante la formazione del piano Astiano. Quest'attività vulcanica, « con intervalli più o meno lunghi di riposo, si continuò durante la forma- « zione del piano Siciliano, e nell'epoca quaternaria.

« Durante quest'ultima raggiunse il suo maximum, ed i potentissimi « ammassi di basalte, tufo basaltico e peperino, mostrano quanta durata « dovette avere il periodo eruttivo interrotto da soste più o meno lunghe.

« È impossibile determinare fino a quando i vulcani del Val di Noto « furono in attività, e quando completamente si estinsero. Certo è che la « fase di dejezione ebbe un'immensa durata, e chi sa che l'uomo del pe- « riodo archeolitico, non assistesse alle manifestazioni dell'attività interna

(1) Lavoro eseguito negl'Istituti di Mineralogia e di Chimica della R. Università di Roma.

(2) L. Baldacci, *Descrizione geologica dell'isola di Sicilia*. Roma, 1886, § 53.

(3) Ippolito Cafici, *Studi sulla Geologia del Vizzinese*. Catania, 1878, pag. 22

« del globo, e non vedesse scorrere quei magmi acquei cristallini, i quali « gli fornirono in seguito i materiali per la costruzione di armi, ed altri « utensili ».

Il Baldacci [1] poi afferma che i tufi basaltici di Vizzini e delle regioni circonvicine « si vedono alternare colle rocce plioceniche, e per questa ragione si ritengono appartenere a quest' epoca ».

Basalti olivinici.

I. Colle Calvario [2]. — Ad oriente di Vizzini nella località detta Colle Calvario, a circa 150 m. dall'abitato e a ridosso della via Nazionale, sorge una bellissima formazione basaltica col caratteristico aspetto di grosse colonne prismatiche divise trasversalmente.

Il campione staccato in posto da una di queste colonne ha un colore grigio-scuro uniforme e una struttura finamente granosa, talchè seguendo la classificazione antica lo si ascriverebbe alle *anamesiti*. Macroscopicamente non è possibile distinguere alcuno dei suoi elementi; soltanto si osservano que e là tratti più lucenti, che evidentemente corrispondono a piani di sfaldatura di grossi cristalli interclusi nella massa fondamentale.

Al microscopio presenta struttura *olocristallina porfirica* (Rosenbusch), *Feldspato, augite* e *magnetite* in proporzioni quasi uguali formano la massa fondamentale, in cui sono racchiusi grossi cristalli di *augite* e di *olivina*, prevalendo quelli di olivina.

Il *feldspato* ha forma di listerelle microlitiche geminate secondo la legge dell' albite, talvolta a contorni sfumati ed estinzione ondulosa, o più raramente costituisce delle masserelle irregolari a estinzione ondulosa. Misurando in queste microliti l' angolo d' estinzione nella zona normale a (010) si ha un massimo di 30°, con una media di 26° su dieci misure; qualche misura sui geminati doppî dà una differenza Δ secondo Michel-Lévy di circa 19°. Deve dunque ritenersi che il plagioclasio è una *labradorite basica*.

L' *augite* presentasi in due forme distinte. Quella del secondo tempo costituisce dei granuli giallo-verdicci disseminati fra le liste feldspatiche della massa fondamentale. Gl' interclusi si presentano invece sotto forma di grossi cristalli dalle caratteristiche sezioni quadrilatere, più raramente ottagone, con linee di sfaldatura poco evidenti, e talora a struttura zonata; le inclusioni sono rare e formate esclusivamente da magnetite. Tra essi notasi anche qualche geminato secondo la comune legge: piano di geminazione e di congiunzione (100).

[1] L. Baldacci, *Descrizione geologica dell' Isola di Sicilia.* Roma, 1886, pag. 299.

[2] Le località corrispondono a quelle indicate nella carta topografica con scala nel rapporto di 1 a 50,000 dell' Istituto geografico militare.

L'*olivina* è in grossi cristalli porfirici per lo più a contorni arrotondati o irregolarmente sinuosi; le sezioni esagone sono rare. Le rare inclusioni sono fatte, come per l'augite, da magnetite. L'alterazione più frequente è in materiale serpentinoso, e talvolta s'incontrano cristalli interamente serpentinizzati. Altro prodotto d'alterazione è un materiale ocraceo rossiccio. *Magnetite* in granuli o in sezioni quadrilatere per lo più diffusa nella massa fondamentale.

Per i caratteri suddescritti la roccia va classificata, seguendo il Rosenbusch, come un *Basalto olivinico* a struttura *olocristallina porfirica.*

II. Poggio Impiso. — Sostanzialmente identico alla roccia descritta in precedenza è il campione raccolto a Poggio Impiso, che esaminato ad occhio nudo appare come una massa grigio-scura, finamente granosa, in cui sono disseminati dei cristallini neri lucenti d'augite, e alcuni punti rossastri, dovuti, come poi mostra l'osservazione microscopica, ad olivina alterata.

Differisce dal basalto di Colle Calvario principalmente perchè i cristalli porfirici d'*olivina* appariscono trasformati in parte o completamente in materiale ocraceo rossiccio, e quasi mai in *serpentino*, che è il prodotto d'alterazione più frequente per l'olivina del basalto di Colle Calvario. Ciò evidentemente è in relazione al tenore in ferro più elevato per l'olivina del campione che descriviamo.

Il *feldspato* è anche qui una *labradorite*, come risulta da alcune misure dell'angolo di estinzione fatte nella zona normale a (010), che danno un massimo di 27°. Anche la roccia vulcanica di Poggio Impiso è dunque un *Basalto olivinico* a struttura *olocristallina porfirica.*

Basalti non olivinici.

III. Poggio Conventazzo. — La formazione vulcanica si estende a tutta la contrada limitata ad ovest dai tufi basaltici del pliocene superiore.

Il campione in esame osservato ad occhio nudo si mostra costituito da una massa granellosa di color grigio-cenere, in cui rispiccano scagliette lucenti. Per l'aspetto esterno è certamente assai diverso dalle due rocce precedentemente descritte, e la ruvidezza al tatto e il colore l'avvicinano piuttosto alle rocce del gruppo trachitico-andesitico, che a quelle del gruppo basaltico.

La struttura microscopica è *completamente cristallina* del tipo chiamato dal Rosenbusch *intersertale*, corrispondente al tipo *ofitico* degli altri autori. Si hanno infatti *liste feldspatiche* divergenti in tutte le direzioni, e gli spazî, che intercedono fra esse, sono riempiti da cristalli più o meno deformati di *augite.* Il feldspato è qui un po' prevalente sull'augite; come terzo elemento costitutivo della roccia, sebbene in quantità assai minore, trovasi poi l'*ilmenite.*

Il *feldspato* è sviluppato in grosse liste a geminati polisintetici secondo la legge dell'albite; spesso si hanno geminati doppî nella più comune presentazione, in cui una delle due parti geminate secondo la legge di Carlsbad contiene parecchie lamelle geminate secondo la legge dell'albite, mentre l'altra risulta di un solo individuo. Il massimo d'estinzione simmetrica nella zona normale a (010) è di 27°, il valore medio di 24° su sei misure; nei geminati doppî la differenza Δ secondo Michel-Lévy è di 15°.

Queste misure ci autorizzano a ritenere che il feldspato è un'*andesina* molto basica prossima alla *labradorîte*.

L'*augite* ha qui veramente il carattere di una mesostasi, di una massa di riempimento, per cui ne risulta, come abbiamo detto, una struttura intersertale tipica, quantunque non manchino rari individui di maggiori dimensioni a contorno più o meno idiomorfo. I suoi cristalli assumono la forma dello spazio che riempiono, presentano varie screpolature e sono in generale alterati dal colore giallo-bruniccio proprio dell'augite normale passando ai colori rossicci e rosso-bruni del materiale limonitico.

Le masse nerastre, allungate, a contorno irregolare, diffuse nella massa fondamentale, per il loro aspetto sembrerebbero dovute ad *ilmenite*.

Per assicurarmi dell'acidità della roccia a conferma delle osservazioni microscopiche ho voluto eseguire col metodo ordinario, disaggregando la roccia col miscuglio dei carbonati sodico e potassico, l'analisi quantitativa della silice, ed ho ottenuto come media di due analisi 53,5 per cento di $Si\ O_2$. La nostra roccia, dunque, per quanto riguarda il suo tenore in silice raggiungerebbe gli estremi in più per le rocce basaltiche, i quali variano da 53 a 56 per cento, e sarebbe compresa nei termini medî delle rocce andesitiche rappresentati da 52 a 59 per cento. E tenuto anche conto della relativa prevalenza del feldspato potranno a buon diritto considerarla come un *Basalto feldspatico non olivinico* a struttura *olocristallina intersertale*, che forma un termine di passaggio alle *andesiti augitiche*, tanto più che anche il feldspato risulta essere un'*andesina.*

IV. M. Altore. — Enormi blocchi di rocce vulcaniche sono sparsi alla superficie del monte, il quale è circondato completamente da tufi basaltici del pliocene superiore. Da uno di questi blocchi ho distaccato il campione che sono per descrivere.

Macroscopicamente la roccia mostrasi costituita da una massa uniforme grigio-cenere, a struttura finamente granosa.

Al microscopio rilevasi una struttura *completamente cristallina* di tipo fra il *granulare* e disseminato il *porfirico*. Abbiamo infatti una massa fondamentale data da *augite, magnetite* e *feldspato* e in essa è porfiricamente qualche raro cristallo d' *augite*.

Il *feldspato* trovasi raramente in forma di listerelle microlitiche geminate polisinteticamente secondo la legge dell' albite, e sempre a contorni

sfumati ed estinzione ondulosa. La geminazione secondo la legge dell'albite lo fa riferire senza dubbio al *plagioclasio*, ma i cristalli sono così malformati che non ci è permessa una più precisa determinazione.

La maggior parte del materiale chiaro non è individualizzata in microliti, ma costituisce come la pasta fondamentale in cui sono contenuti tutti gli altri elementi; ha colori d'interferenza grigio-acciaio, e ad un'osservazione superficiale si mostra del tutto simile alle microliti, per cui sembrerebbe riferirsi al plagioclasio. E che sia veramente tale è reso verosimile anche dal fatto che l'analisi complessiva della roccia dà per gli ossidi di potassio e di sodio la percentuale seguente:

K_2O	1 %
Na_2O	2 %

che corrisponde alla percentuate media assegnata per i veri basalti, ed esclude quindi la possibilità che la roccia possa essere una *tefrite nefelinica* o *leucitica*, avendosi, secondo Rosenbusch [1] per le *Leucittephrite*:

media di 9 analisi di *tefriti leucitiche* di diverse località.	Na_2O	2,83 %
	K_2O	4,62 %

per le *Nephelintephrite*:

media di 3 analisi di *tefriti nefeliniche* di diverse località.	Na_2O	5,84 %
	K_2O	2,94 %

L'*augite* è per lo più in granuli giallo-brunicci diffusa nella massa fondamentale; raramente si osserva qualche grosso cristallo porfirico a contorni irregolari e con evidenti linee di sfaldatura.

La *magnetite* è nelle solite forme quadrilatere. Per i suoi componenti mineralogici la roccia sopradescritta è un *basalto non olivinico* a struttura *olocristallina granulare*.

Per l'analisi chimica complessiva dei basalti di Vizzini ho scelto il campione di M. Altore. Su di esso furono eseguite, coi metodi ordinarî, due analisi quantitative, di cui qui sotto riporto la media.

Gli ossidi di potassio e di sodio furono determinati in una parte della roccia disaggregata con acido fluoridrico pesando insieme nella prima analisi i cloruri, nella seconda i solfati, e dosando poi il potassio allo stato di cloroplatinato. In altra parte della roccia pure disaggregata con acido fluo-

[1] H. Rosenbusch, *Elemente der Gesteinslehre*. Stuttgart, 1898, S. 346.

ridrico fu determinato l'ossido ferroso, secondo il metodo di Cooke. Gli altri elementi furono dosati nella porzione di roccia disaggregata col miscuglio dei carbonati sodico e potassico.

Media delle due analisi:

SiO_2	52,6	
Al_2O_3	17,2	P_2O_5 tracce
Fe_2O_3	2,4	
FeO	8,6	
CaO	9,1	
MgO	7,2	
K_2O	1,0	
Na_2O	2,0	
	100,1	

In conclusione possiamo affermare che la formazione vulcanica di Vizzini è costituita dalle due varietà tipiche delle roccie basaltiche: *i basalti non olivinici* ed i *basalti normali od olivinici*, i quali hanno sempre *struttura olocristallina*, ma distinguibile nei tre tipi *porfirico*, *granulare* e *intersertale*.

Tali basalti hanno una costituzione chimica normale, compresa fra i termini medî assegnati per le rocce basaltiche.

Ringrazio pubblicamente il dott. A. Miolati per gli ottimi consigli che mi suggerì, riguardo alla parte chimica del presente lavoro.

Mineralogia. — *Su alcuni minerali della Rocca Rossa e Monte Pian Real* (Val di Susa). Nota di FERRUCCIO ZAMBONINI, presentata dal Socio STRUEVER.

Botanica. — *Sul significato del percorso endotropico del tubetto pollinico.* Nota del dott. B. LONGO, presentata dal Corrispondente R. PIROTTA.

Le due Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Psicologia sperimentale. — *Sulla distribuzione dei peli come organi tattili sulla superficie del corpo umano* (¹). Nota del dott. FEDERICO KIESOW e dello studente in medicina ARTURO FONTANA, presentata dal Socio MOSSO.

Da M. von Frey fu dimostrato che la pelle del corpo umano possiede per la percezione di deformazioni cutanee due specie di organi periferici, i quali, benchè morfologicamente diversi, hanno a questo riguardo funzioni analoghe (²). Questi organi sono: *i corpuscoli di Meissner e le corone nervose delle guaine dei peli*. Senza voler decidere se i detti organi siano per tutto il corpo i soli che servono per la percezione tattile e se l'opinione dell'illustre fisiologo abbia a questo proposito un valore assoluto, si deve riconoscere il fatto definitivamente stabilito, che gli organi in questione compiono la funzione tattile e si sostituiscono a vicenda.

Che i peli abbiano una relazione colle percezioni tattili, fu già riconosciuto nel 1858 da Aubert e Kammler (³). Nel 1882 poi il von Mises (⁴), il quale, per suggerimento dell'illustre S. Exner, aveva fatto un lavoro interessantissimo intorno ai nervi delle ciglia dell'uomo, indicò queste come *peli tattili*. Nello stesso lavoro l'autore arrivò al risultato, già nel 1875 ottenuto dal Iobert (⁵), che la guaina di ogni pelo umano ad un certo punto sopra il bulbo è circondata da un anello nervoso, la funzione del quale il von Frey riconobbe analoga a quella dei corpuscoli di Meissner. Intorno ai peli come organi tattili il von Frey dice: « I peli della pelle rappresentano l'apparecchio di tatto più sensibile del corpo, ogni pelo è una leva, il cui braccio corto si trova nella pelle, mentre l'altro più lungo serve per ricevere lo stimolo » (⁶). Con questa opinione si trovò d'accordo anche lo stesso Exner (⁷).

(¹) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisiologia della R. Università di Torino, sezione di Psicologia sperimentale.

(²) M. von Frey, *Beiträge zur Physiologie des Schmerzsinnes und der Haut*, 1.-4. Mittheil. (Leipziger Berichte 1894-97); *Untersuchungen ü. d. Sinnesfunctionen der menschlichen Haut*. (Leipziger Abhandlungen XXIII, III, 1896).

(³) H. Aubert u. A. Kammler, *Unters. ü. d. Druck- und Raumsinn der Haut.*; Moleschott, *Untersuch.* ecc., 5., pag. 145, 1858.

(⁴) Von Mises, *Ueber d. Nerven der menschl. Augenlider*. Wiener Sitzungsberichte, 85, 3. 1882.

(⁵) M. Iobert, *Recherches sur les organes tactiles de l'homme*. Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, t. 80. pag. 274, 1875.

(⁶) M. v. Frey, loc. cit., 1. Mittheil. pag. 188, 1894.

(⁷) S. Exner, *Die Function der menschlichen Haare*. Wiener Klin. Wochenschrift, 9, 14. pag. 237. 1896.

È certo che la funzione tattile non può essere la sola che spetti ai peli (v. S. Exner) (1), ma essendo questa dimostrata definitivamente, non sarebbe forse senza importanza di conoscere la loro distribuzione. Di questa distribuzione il von Frey nei suoi lavori dà qualche cenno (2). Un lavoro più esteso sull'argomento fu pubblicato da uno di noi (Kiesow) (3). In esso fu tenuto conto anche della distribuzione dei corpuscoli di Meissner e della sensibilità dei singoli punti tattili. *Lo scopo del presente lavoro riguarda unicamente la distribuzione dei peli.*

I corpuscoli di Meissner si trovano sulle superficie tattili propriamente dette, ad. es. nella palma della mano, nel lato interno delle dita e del piede, nelle labbra ecc., come pure in quelle regioni, dove non sono peli. Tali regioni sono il dorso della terza falange delle dita, il gomito, il lato palmare dell'articolazione della mano, le faccie laterali del dorso del piede, ecc. Il lato palmare presso l'articolazione radio-carpea ha per le ricerche psicofisiche sotto più di un riguardo un interesse speciale. Calcolando in cm. la superficie di quest'area priva di peli, si osserva che esistono differenze individuali rimarchevoli. Nella seguente tabella si trovano raccolti alcuni dati che si riferiscono a questo fatto, accompagnati dall'età dell'individuo esaminato e della circonferenza del polso.

Individuo	Età	Circonf. in cm.	Superf. in cm.^{2}
P. F. . . .	18	16.5	8.5
Ar. F. . .	20	16.5	11.5
E. S. . . .	20	17	32
An. F. . .	22	—	17.5
A. A. . . .	24	17	31
F. K . . .	42	17	34

Le parti della superficie del corpo fornite di peli rappresentano, come si sa, circa il 95 %. La distribuzione è però siffatta, che fra i punti con peli si trovano isolatamente ancora punti tattili corrispondenti ai corpuscoli di Meissner. Il von Frey (4) trovò su una superficie di 9,74 cm^2 del polpaccio 3 punti di questo genere, Kiesow (5) nel lavoro sopra accennato ne

(1) Ibidem.

(2) M. v. Frey, *Abhandl.* cit., pag. 222.

(3) Kiesow, *Contributo alla psico-fisiologia del senso tattile.* R. Accademia di Medicina di Torino, 30 novembre 1900. Per un errore di stampa sulla prima pagina di questo lavoro furono sbagliati i dati di pubblicazione che si riferiscono ai lavori di v. Frey. Essi son giusti come si trovano indicati sulla prima pagina del presente lavoro.

(4) Abhandl. cit., pag. 232.

(5) Lavoro cit., pag. 7.

trovò 7 fra 64 punti tattili in una superficie di 4 cm² della parte media del lato palmare dell'avambraccio. La determinazione di questo fatto è però, come fu già detto nello stesso lavoro, non soltanto estremamente faticosa, ma con sicurezza assoluta difficilmente raggiungibile. Oltre a ciò è da osservare che, come fu visto da Exner e von Frey, si trovano anche, benchè raramente, dei peli che non rispondono ad un eccitamento tattile ed i quali devono quindi essere privi della corona nervosa. Durante le nostre ricerche avremmo voluto tener conto di questo fatto; ma siccome il numero di tali peli deve essere assai piccolo (e noi ritorneremo sulla questione in un altro lavoro nostro sulla sensibilità tattile elettrica dei punti tattili, non ancora terminato), essi nel presente lavoro furono trascurati.

Conducemmo le nostre ricerche nel modo seguente: Si usavano due timbri di superficie di 1 e di 4 cm², coi quali si limitavano le regioni prese in esame. Poscia si immergeva un battuffolo di cottone nella polvere di bleu oltremare e si soffregava la superficie cutanea; la polvere restava intorno ai punti dai quali uscivano i peli, mentre il resto della pelle era leggermente tinta in azzurro. In questo modo spiccava meglio il punto d'origine del pelo e questo stesso. Seguendo poi, guardando attraverso di una lente di 8 cm. di distanza focale, punto per punto con una penna sottilissima intinta in inchiostro di anilina, era facile conoscere il numero dei peli dentro la superficie esaminata. In certe regioni però, essendo essi troppo fitti e sottili, il metodo accennato non era sufficiente. In questi casi si ricorreva alla luce artificiale, indicando i punti solo coll'inchiostro di anilina. Tutti quelli trovati nella superficie di 4 cm² furono per mezzo di un semplice calcolo ridotti all'unità di misura, cioè ad 1 cm² e per brevità riportiamo nelle seguenti tabelle le medie in tal modo ottenute. Dove i peli erano troppo lunghi, li si tagliavano con una forbice per facilitare la ricerca. Essa fu fatta a vicenda dove era impossibile a ciascuno di farla da solo. I risultati ottenuti sono i seguenti:

Arto superiore sinistro.

Dita. Per le dita la ricerca fu fatta sul lato dorsale della prima falange. In tali sezioni i peli sono preferibilmente disposti a gruppi di due o tre, ma ciascuno di essi ha origine separata. Calcolando il numero dei peli per 1 cm² si ottennero i valori seguenti:

	Kiesow	Fontana
Indice	29	50
Medio	32	54
Anulare	36	52
Mignolo	42	61

Si può facilmente scorgere, che il numero va aumentando dall' indice al mignolo; risulta pure da questa tabella che vi sono notevoli differenze individuali (v. Frey [1] trovò nel lato dorsale della prima falange del suo medio 79 punti piliferi). Le cifre ottenute confrontate con quelle delle altre parti del corpo (escluso il cuoio capelluto e la faccia) appaiono molto più grandi; si arriva però a valori più vicini a quelli, considerando solo il numero dei gruppi. In tal modo si ottennero le seguenti cifre:

	Kiesow	Fontana
Indice	19	23
Medio	20	21
Anulare	17	24
Mignolo	18	27

Al pollice ed alla seconda falange in alcune persone i peli mancano del tutto (Kiesow), in altre vi sono. Fontana poteva calcolare alla prima falange circa 17 peli in una superficie minore di 1 cm². Aggiungiamo che, quanto alle dimensioni delle nostre dita, il medio è in noi due di una lunghezza di circa 10,5 cm., la circonferenza della prima falange di esso è in Kiesow di 6,6 cm., in Fontana di 6,2 cm. Nelle ultime falange delle dita i peli mancano, come fu già detto, in tutti.

Mano (lato dorsale). Anche qui si notano differenze individuali.

Media dei singoli peli per 1 cm² in Kiesow.

Distanza dell'estremità del dito medio	Reg. radiale	R. mediana	R. ulnare
circa 13.5 cm.	5	12	24
» 15.5 »	13	10	22
» 17.5 »	13	9	9

In Kiesow i singoli peli di tale superficie non stanno in gruppi a due o tre, mentre in Fontana si osservano chiaramente gruppi. La distribuzione di tali gruppi è in lui la seguente:

Distanza dall'estremità del dito medio	Reg. radiale	R. mediana	R. ulnare
circa 13.5 cm.	8.5	3.2	7.2
» 17 »	12.2	7	11.2

[1] Abhndl. pag. 222.

Anche dove i peli non si trovano in gruppi propriamente detti, si vedono sovente più di uno uscire da un solo punto pelifero. Tanto nel primo quanto nel secondo caso riesce quasi, se non del tutto, impossibile di provare praticamente se vi siano o no punti tattili distinti, e siccome inoltre nel contare i singoli peli facilmente si farebbero entrare valori erronei nei dati, non ne abbiamo tenuto conto nelle tabelle seguenti (¹).

Avambraccio. Sul lato palmare dell'avambraccio i peli sono esili. Diventano sempre più cospicui proseguendo verso regioni prossimali e verso i lati radiale ed ulnare; in quello dorsale raggiungono la loro massima lunghezza. La distribuzione è in Fontana la seguente (²):

Distanza dall'estremità del dito medio	Circonferenza	Lato palmare	L. radiale	L. dorsale	L. ulnare
19 cm.	16.5 cm.	0	15.2	12.3	18
25 »	17.5 »	16.4	18 2	18.3	22
31 »	21.7 »	13.1	16.6	16.2	16.4
35 »	24.3 »	10	15.4	15.6	15.7
41 »	25.2 »	8.2	14.8	12.1	14.2

Per il *lato palmare dell'avambraccio*, per avere un'idea esatta della distribuzione, Fontana fece la ricerca su sè stesso in superfici rettangolari (2 × 4 cm.) immediatamente susseguentesi. Nella tavola seguente si può scorgere come la distribuzione e l'aumento del numero dei peli avvenga sempre in modo regolare:

Distanza dall'estremità del dito medio	Circonferenza	Media per 1 cm.²
23.2 cm.	16.5-17 cm.	15.2
25.2 »	18.2 »	16.2
27.2 »	19 »	15.8
29.2 »	21 »	15.6
31.2 »	22.5 »	13.3
33.2 »	23.2 »	12.8
35.2 »	23.9 »	10.4
37.2 »	24.6 »	9.5
39.2 »	24.5 »	9
41.2 »	25 »	8.2

(¹) M. v. Frey, Abhandl. cit., pag. 223.

(²) Cfr. i valori da me ottenuti nel lavoro citato. Kiesow.

Per *la parte superiore del braccio* in Fontana furono trovate le seguenti cifre:

Distanza dall'estremità del dito medio	Circonferenza	Lato palmare	L. radiale
48 cm.	22 cm.	8.9	15.1
55 »	22 »	13.7	cicatrice
59 »	25 »	12.2	»

Arto inferiore sinistro.

Gamba. Ivi i peli si trovano in molto minor numero che nell'avambraccio, ma sono più lunghi. Sul lato dorsale (anteriore) e sul tibiale sono disposti per lo più a gruppetti di due o tre. I peli cessano all'altezza del malleolo tibiale e peroneale, sopra di essi. Descrivendo una grande curva colla convessità verso il lato anteriore ed in alto, si avanzano sul dorso del piede in una stretta lingua di circa 4 cm. di lato. In tal modo restano determinate due ampie superficie prive di peli, delle quali la maggiore è quella peroneale e che comprende quasi la metà della superficie dorsale del piede. Sulle dita del piede i peli appaiono lunghi, ma scarsi. La loro superficie di un pianto è ivi in noi due minore di 1 cm^2.

Gamba sinistra (Fontana).

Distanza dalla base del calcagno	Circonferenza	Media dei gruppi per 1 cm.^{2} sul lato			
		dorsale	tibiale	plantare	peroneale
11 cm.	20.7 cm.	—	4.8	—	—
16 »	22 »	5	7.8	—	3.3
22 »	25.5 »	5	11.1	5.8	4.8
29 »	30.8 »	5.6	7.6	—	5.6
35 »	29.8 »	11.1	10.4	—	7.2
40.6 »	30.5 »	6.1	6.2	—	8.2

Coscia sinistra (Fontana).

Distanza dalla base del calcagno	Circonferenza	Media dei gruppi per 1 cm.^{2} sul lato			
		dorsale	tibiale	plantare	peroneale
52.3 cm.	36.7 cm.	3.3	3.6	—	9.6
70 »	36.8 »	3.7	—	—	—
Nel punto di mezzo di una linea passante per il gran trocantere del femore e il suo condilo esterno . . .	—	11.2	7.7	10.8	8

Per la regione patellare non si è potuto fare alcuna determinazione esatta, perchè a cagione dello sfregamento continuo operato su essa dagli abiti, molti peli cadono giornalmente. Una volta se ne trovarono 3 in media su 1 cm^2, un' altra 4. In talune porzioni della stessa regione i peli mancano poi affatto per una superficie assai estesa.

Tronco (faccia anteriore).

Le superficie circolari si seguono sempre sulla linea *mediana sternale*. Le medie per 1 cm^2 sono:

Regione	Kiesow	Circonferenza	Fontana	Circonferenza
All'altezza del 2° spazio intercostale. . .	19.5	89 cm.	19.2	84.5 cm.
» della 4ª costola	16 5	86.5 »	21.7	80 »
» del 5° spazio	23.2	85.8 »	24.9	77 »
Nel punto di mezzo della linea xifoombellicale	20.5	80 »	39.7	74 »

Tronco (faccia laterale sinistra).

Si seguono le superficie circolari sempre sulla linea ascellare media. Le medie per 1 cm^2 sono:

Regione	Fontana	Circonferenza
All'altezza della 4ª costola	22	80 cm.
» del 5° spazio.	20.7	77 »
All'altezza del punto di mezzo della linea xifoombellicale.	16.2	74 »

Tronco (faccia dorsale).

In tale regione si segnava nei diversi punti una superficie circolare di 1 cm^2 sulla linea spondilea, fiancheggiata da due laterali. Le medie per 1 cm^2 sono:

Kiesow.

Regione	Circonferenza	A sinistra	L. spondilea	A destra
Apofisi della 7ª vertebra cervicale	35 cm.	11.7	12·2	12.5
» della 3ª vertebra dorsale	100 »	23.2	22.2	24.7
Per una linea passante per le spine iliache super. anter.	82	16.7	15.2	14.2

Fontana.

Regione	Circonferenza	A sinistra	L. spondilea	A destra
Apofisi della 7ª vertebra cervicale	37 cm.	30.2	32.2	32.7
» della 3ª vertebra dorsale	98 » (1)	22.2	26.2	22.2
Per una linea passante per le spine iliache super. anter.	75 »	13	15.5	18.5

Facendo le medie delle tre superficie circolari e ponendo a confronto i risultati delle due tabelle si ha;

Media per 1 cm².

	Kiesow	Fontana
Apofisi della 7ª vertebra cervicale . . .	12.1	31.7
» della 3ª vertebra dorsale.	23.3	23.5
Per una linea passante per le spine iliache super. anter.	15.4	15.7

Terminato il nostro lavoro trovammo che anche il Withoff (2) aveva già studiato alcune poche parti del corpo a questo riguardo. Egli ottenne i risultati seguenti:

Vertice	293	peli	per pollice²	=	160	per cm²
Occipite	225	»	»	=	122.3	»
Parte anteriore del cranio.	211	»	»	=	114.6	»
Mente	39	»	»	=	21.2	»
Pube	34	»	»	=	18.4	»
Avambraccio	23	»	»	=	12.5	»
Dorso della mano . . .	19	»	»	=	10.4	»
Faccia ant. della coscia .	13	»	»	=	6.9	»

Al *cuoio capelluto* rivolse pure la sua attenzione l'Exner (3), il quale dice, che per una testa mediocremente coperta, si hanno circa 300 peli per cm². Quest'ultimo valore va d'accordo colle nostre osservazioni.

(1) La misura doveva ivi passare sopra la parte superiore del braccio.

(2) Citato da H Beaunis et A. Bouchard, *Nouveaux éléments d'Anatomie descriptive et d'Embriologie*, 12. ed. pag. 973, 1873.

(3) Lav. cit., pag. 240.

CONCORSI A PREMI

Al premio *Santoro*, scaduto col 30 giugno 1901 « per una scoperta o invenzione nel campo della Meccanica, applicata alla filatura o alla tessitura » concorse l'ing. RAFFAELE MENOCCHIO con una memoria manoscritta avente per titolo: *Rientramento dei panni (Décatissage)*.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti, di Barcellona; la R. Accademia delle scienze di Lisbona; la R. Accademia di scienze e lettere di Copenaghen; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società zoologica di Tokyo; la Società di scienze naturali di Emden; le Società geologiche di Manchester e di Sydney; l'Istituto Smithsoniano di Washington.

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

La R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Modena; il R. Istituto di studi superiori di Firenze; la R. Accademia delle scienze di Stockholm; l'Accademia delle scienze di Cracovia; l'Accademia nazionale delle scienze di Córdoba; la Società zoologica di Londra; il Ministero della Marina di Lisbona; il Museo Reale di storia naturale di Bruxelles; la Società degl'ingegneri civili di Londra; l'Istituto geodetico di Potsdam; l'Osservatorio meterologico del Monte Bianco; gli Osservatorî di Oxford e di Cambridge Mass.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
dal 2 giugno al 7 luglio 1901.

Alessi C. — Dell'acqua. Avola, 1901. 8°.
Barbillon L. — Production et emploi des Courants alternatifs. Paris, 1901. 8°.
Bombicci L. — Di talune recenti idee sulla formazione della grandine e della pretesa potenza dei vorticelli degli spari grandinifughi. Bologna, 1901. 4°.
Id. — Replica a due obbiezioni sulla cristallizzazione cubiforme della silice nella cubosilicite. Bologna, 1900. 4°.
Id. — Sopra una nuova contorsione arcuata di speciali allineamenti nei cristalli di quarzo. Bologna, 1900. 4°.
Brédikhine Th. — Sur la comète 1899 I (Swift). St. Pétersbourg, 1901. 4°.
Colomba L. — Sopra alcune lave alterate di Vulcanello. Roma, 1901. 8°.
De Blasio A. — Cranio piramoide in una epilettica. Napoli, 1901. 8°.

D'Ovidio E. — Su alcune successioni di medie aritmetiche, geometriche ed armoniche. Torino, 1901. 8°.

Gasperini R. — Notizie sulla Fauna imenotterologa dalmata. IV. Hymenoptera symphyta Gerst. Spalato, 1901. 8°.

Gualdi T. — La febbre tifoide a Roma. Roma, 1901. 4°.

Hadamard J. — La série de Taylor et son prolongement analytique. Paris, 1901. 8°.

Istituto Geografico Militare. — Sull'Etna. Firenze, 1901. 8°.

Istituto Geografico Militare. — Superficie del Regno d'Italia valutata nel 1884. 3ª appendice (Isola di Sardegna). Firenze, 1901, 4°.

Lockyer N. — Further observations on Nova Persei. N. 2. London, 1901. 8°.

Lockyer N. e *Baxandall F. E.* — On the Enhanced Lines in the Spectrum of the Chromosphere. London, 1901, 8°.

Langley S. P. — Sur les derniers résultats obtenus dans l'étude de la partie infra-rouge du spectre solaire. Paris, 1901, 4°.

Jeffrey E. C. — The Morphology of the Central Cylinder in the Angiosperms. Toronto, 1900, 8°.

Maryland Geological Survey. — Allegany County. Baltimore, 1900, 8°.

Oddone E. — Ricerche sulla temperatura che possono assumere le lamiere di ferro variamente verniciate esposte ai raggi del sole. Milano, 1901, 8°.

Passerini N. e *D'Achiardi G.* — Sopra la Pioggia melmosa (Pioggia di sangue) caduta in Firenze la sera del 10 marzo 1901. Firenze, 1901, 8°.

Relazione al IV Congresso geografico italiano sui recenti lavori dell'Istituto Geografico italiano. Firenze, 1901, 8°.

Righi A. — Sui campi elettromagnetici e particolarmente su quelli creati da cariche elettriche o da poli magnetici in movimento. Bologna, 1901. 4°.

Rowland H. A. — A preliminary Table of Solar Spectrum Wawe-lengths. Chicago, 1898. 8°.

Schwendener S. — Zur Theorie der Blattstellungen. Berlin, 1901. 8°.

Studnička F. J. — Prager Tychoniana. Prag, 1901. 8°.

Venturi A. — Determinazioni di gravità relativa nella regione occidentale della Sicilia. Palermo, 1901. 4°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 21 luglio 1901.

Geodesia. — *Un principio fondamentale nello studio delle superficie di livello terrestri.* Nota di Paolo Pizzetti, presentata dal Socio Bianchi.

Si ammette di solito, o tacitamente, o come dato di fatto, nei fondamenti della Geodesia, che le superficie di livello terrestri siano superficie *chiuse*. L'ammissione a priori è arbitraria. La dimostrazione di fatto si fonda sulla presunta possibilità di tracciare una rete di canali che allaccino i varî mari, in guisa che la superficie oceanica, prolungata attraverso i continenti, dia, essa stessa, una immagine materiale di una superficie chiusa di livello. Ma, oltrechè è alquanto arrischiato il considerare, a priori, la superficie media dei mari come una superficie di livello, questa dimostrazione presuppone la uguaglianza di livello dei varî mari, la quale è bensì molto probabile, ma non è accertata.

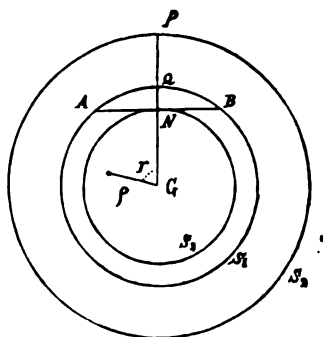
Intendo qui di far vedere come, in modo semplice, si possa dimostrare che le superficie di livello sono *chiuse,* almeno dentro uno spazio che si estende per circa *cinque volte* il raggio medio terrestre, al di fuori della terra. Gli unici dati di fatto dei quali farò uso sono i seguenti:

1°. La superficie materiale del globo è poco diversa da una sfera, e più precisamente: si può assumere sull'asse della rotazione diurna un punto G tale che i raggi vettori massimo e minimo della detta superficie, rispetto all'origine G, differiscano dal raggio vettore medio R_m di meno di $^1/_{100}\, R_m$.

2°. Detto R_1 il massimo raggio vettore, M la massa terrestre, ε la costante dell'attrazione, ω la velocità angolare diurna, si ha

$$\frac{\omega^2 R_1^3}{\varepsilon M} < \frac{1}{280}. \tag{1}$$

Il primo di questi fatti è accertato dalle più comuni osservazioni astronomiche e specialmente dalla misura delle *parallassi lunari*. Quanto al secondo, il valore del rapporto $\frac{\omega^2 R_m^3}{\varepsilon M}$ può dedursi dal movimento della luna ([1]), e si trova pressapoco uguale a $\frac{1}{289}$. Tenendo conto che $R_1 - R_m < \frac{1}{100} R_m$ si ha la diseguaglianza (1).

2. Sia un punto P a distanza a da G ed esterno alla sfera S_1 di

raggio R_1. La componente, secondo PG, dell'attrazione che la massa elementare dm esercita su P è data da

$$\frac{\varepsilon(a - \varrho \cos\gamma) . dm}{(a^2 + \varrho^2 - 2a\varrho \cos\gamma)^{3/2}}$$

dove ϱ è la distanza di dm da G e γ l'angolo che il raggio vettore G(dm) fa con GP. La detta componente è dunque sempre maggiore di $\frac{\varepsilon\, dm}{(a+\varrho)^2}$ (poichè $a > \varrho$). Poichè tutta la massa terrestre è contenuta dentro la sfera S_1, la componente, secondo PG, dell'attrazione che questa massa esercita su P è dunque maggiore di $\frac{\varepsilon M}{(a + R_1)^2}$; la componente della forza centrifuga è $< \omega^2 a$. Quindi la componente, secondo PG, della *gravità* in P è

$$X > \frac{\varepsilon M}{(a + R)^2} - \omega^2 a .$$

([1]) Se per semplicità si considera come circolare l'orbita della luna, e si trascura la massa di questa rispetto alla Terra si ha $\varepsilon M = \frac{4\pi^2 D^3}{T^2}$, dove D è la distanza media, T la durata del mese anomalistico; chiamando N il numero di giorni siderali compresi in T, si ha quindi $\frac{\omega^2 R^3_m}{\varepsilon M} = N^2 \left(\frac{R_m}{D}\right)^3$.

Posto $a = x R_1$, e tenuto conto della (1) abbiamo:

$$\frac{X R_1^2}{\varepsilon M} > \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{x}{280}. \tag{2}$$

Il 2° membro è positivo per x compreso fra 0 e 5,89...; sarà dunque X positivo per valori di a compresi fra R_1 e $5,89 \ldots R_1$. Detto V il potenziale attrattivo della massa terrestre in un punto, r la distanza di questo punto dall'asse terrestre e posto

$$W = \varepsilon V + \tfrac{1}{2} \omega^2 r^2,$$

sarà $W =$ cost l'equazione delle superficie di livello e il valore della derivata $\frac{\partial W}{\partial \varrho}$ presa secondo il raggio vettore GP in P sarà uguale a $-X$. Resta dunque dimostrato che *lungo ogni raggio vettore la funzione* W *è continuamente decrescente* a partire da S_1 fino, almeno, ad una distanza da G uguale, in cifra tonda, a *sei* volte il raggio terrestre.

3. Consideriamo ora una sfera S_2 di centro G e di raggio a, tale che si abbia insieme:

$$a < 5,89 \ldots R, \qquad \frac{\varepsilon M}{2R_1} > \frac{\varepsilon M}{a - R_1} + \tfrac{1}{2} \omega^2 a^2. \tag{3}$$

Poniamo, per fissare le idee, $a = 4R_1$, valore che soddisfa a entrambe queste condizioni [1]. Siano Q e P le intersezioni di un raggio uscente da G colle sfere S_1, S_2. In Q la W è certamente maggiore di $\frac{\varepsilon M}{2R_1}$; in P si ha $W < \frac{\varepsilon M}{a - R_1} + \frac{1}{2}\omega^2 a^2$, e tenuto conto della (3), a fortiori sarà nel punto P, $W < \frac{\varepsilon M}{2R_1}$. Poichè W decresce di continuo da Q a P, vi sarà, fra Q e P un punto, ed un solo, nel quale $W = \frac{\varepsilon M}{2R_1}$. Il ragionamento vale per ogni raggio uscente da G. Vi ha quindi una superficie di livello *chiusa*, tutta compresa fra le due sfere S_1, S_2, e che incontra una sola volta ognuno dei raggi uscenti da G.

[1] Poichè $\frac{\omega^2 R_1^3}{\varepsilon M}$ non è $> \frac{1}{280}$ la (3) sarà soddisfatta, quando lo sia quest'altra

$$1 > \frac{2R_1}{a - R_1} + \frac{1}{280}\left(\frac{a}{R_1}\right)^2$$

la quale è soddisfatta da ogni valore di a compreso fra $3,02 . R_1$ e $15 . R_1$.

Procedendo ora dalla superficie Σ così trovata, verso l'interno o verso l'esterno, poichè la derivata $\frac{\partial W}{\partial \varrho}$ è finita, diversa da zero, e di segno costante, è manifesta l'esistenza di una infinità di altre superficie di livello chiuse, incontranti una sola volta ogni raggio uscente da G, ben inteso entro lo spazio compreso fra la sfera S_1 e quella di raggio $= 5,89 \dots R_1$.

4. Vediamo ora fino a qual punto, in base ai nostri postulati, possa accertarsi, al di dentro della sfera S_1, l'esistenza di superficie di livello godenti della stessa proprietà della Σ. Basta cercare fino a quale profondità si possa ritenere positiva la componente radiale X della gravità. Ciò non può farsi senza qualche ipotesi sulla densità degli strati terrestri; noi porremo la condizione che *fino a una certa profondità* la densità θ non superi 6, o più precisamente, detta θ_m la densità media della terra:

$$\frac{\theta}{\theta_m} \leqq 1,1 . \tag{6}$$

(Fanno eccezione a questa ipotesi talune porzioni affatto limitate della corteccia terrestre, quali i giacimenti metallici; ma questi non possono avere un'influenza sensibile sul risultato dei nostri calcoli). La componente, secondo NG, dell'attrazione che la massa terrestre esercita sopra un punto N posto alla distanza $R_1 - h$ da G, sarà maggiore di quella che si ottiene supponendo che sul punto N agisca la massa M_1 racchiusa entro la sfera S_2 di raggio $R_1 - h$, e la massa M_2 contenuta nel segmento sferico AQB (vedi figura) compreso fra la sfera S_1 e il piano tangente alla S_2 in N. L'attrazione della massa M_2 è $< 2\pi\varepsilon\theta h$. La massa M_1 è maggiore di $M - 4\pi R_1^2 h\theta$ e la componente radiale dell'attrazione che la M_1 esercita su N è $> \frac{\varepsilon M_1}{4(R_1 - h)^2}$.

Quindi la componente X, secondo NG, della gravità in N sarà

$$X > \frac{\varepsilon}{4(R_1 - h)^2}(M - 4\pi R_1^2 h\theta) - 2\pi\varepsilon\theta h - \omega^2(R_1 - h).$$

Posto $h = xR_1$, ricordando le diseguaglianze (1) e (6) e osservando che per approssimazione $M = \frac{4}{3}\pi R_1^3 \theta_m$, avremo:

$$\frac{XR_1^2}{\varepsilon M} > \frac{1 - 3.3}{4(1-x)^2} - 1,65 . x - \frac{1-x}{280} \tag{7}$$

Il secondo membro è positivo da $x = 0$ fino a $x = 0,11$ circa, ossia da $h = 0$ fino ad $h = 700$ Km. circa. Se ammettiamo che la nostra ipotesi $\left(\frac{\theta}{\theta_m} \leqq 1,1\right)$ valga fino ad una profondità di 600 Km. (il che è assai

probabile: vedi Radau, Bull. Astron., T. VII, pag. 80), potremo esser certi che fino a quella *profondità* le superficie di livello godranno delle proprietà della Σ.

È inutile dire, che per la pochissima limitazione delle nostre ipotesi fondamentali, abbiamo ottenuto in questi calcoli dei limiti assai più ristretti di quelli reali.

Storia della scienza. — *Di una lettera inedita di Nicolò Tartaglia.* Nota di V. Tonni-Bazza, presentata dal Socio V. Cerruti.

Carlo Promis, nella biografia di Francesco de Marchi ([1]) affermava di aver visto, presso la Segreteria comunale di Urbino, più lettere originali, inedite di Nicolò Tartaglia.

Volendo completare alcune ricerche sul matematico bresciano — ricerche non intraprese di recente — abbiamo fatto pazienti indagini nell'archivio comunale di Urbino, seguendo la traccia data dal Promis, e ci è difatti riuscito di trovare una lettera del Tartaglia, diretta all'architetto militare Jacopo Fusti Castriotti da Urbino. Tale lettera è inserita in uno scartafaccio in folio, di dieci carte ([2]), contenente lettere scritte e ricevute dallo stesso Castriotti, ed essa pure è risposta ad altra del Castriotti, che per maggior chiarezza riportiamo in precedenza.

Con tutta probabilità, si tratta di una delle lettere cui alludeva il Promis; ma non crediamo prudente affermare ciò con sicurezza; perchè, quanto è rimasto in quell'archivio, è ben poca cosa in confronto a ciò che vi si conservava in tempo passato, ed anche quando scriveva il Promis.

Infatti lo stesso schedario dice dello scartafaccio, come di *già grosso volume, ora mancante, lacerato e infamemente manomesso.* Basti sapere, del resto, che è il solo che si possegga, di 29 grandi quinterni che costituivano la raccolta.

Le lettere sono evidentemente copie, e la mano che le esemplò deve essere del Cinquecento.

Dopo la lettera del Castriotti, e prima che cominci quella del Tartaglia, vi è un brano non firmato che però non appartiene nè all'una nè all'altra, bensì al capitano Frate, da Modena; il che è avvertito da due richiami nel manoscritto (due mani disegnate a penna). Forse i disegni o ragionamenti del Castriotti erano accompagnati da una lettera dello stesso Frate; ma di tale lettera non si ha conoscenza.

([1]) Questa biografia è inserita nella *Miscellanea di Storia Italiana*, edita a cura della R. Deputazione di Storia Patria, t. IV, Torino, 1863, pag. 641.

([2]) Archivio Comunale di Urbino, rip. 3°, busta 122, fasc. 3.

Ecco intanto le lettere:

« Al Magnifico Ms. Nicolò Tartaleo
Brisciano
Iacomo Fusto Castrioth
Urbinato »

« Molto magnifico ms. Nicholo mio honorando. Intendendo dall'Ill. Sr. Conte Girolimo conte de piagniano quanto sieno le vostre virtù e quanto diritto el vostro ingiegnio in ogni scientia e maxime in quelle che apartengono a soldati tanto per conto de artellarie et loro effetti como del metterre Giente in ordinanza et alloggiarle como ancor del fortiffichar Città e Castelli et ogni altro luogo per il che non ho voluto manchare delettandomi de fortiffichatione como soldato, mostrarvi alchuno mio pensieri sopra cio per il che vi mando questi miei discorsi con questi pochi disegni li quali sono fatti grossamente da soldato et detti anchora loro ragione medemamente alla Grossa senza cirimonie liberamente como noi altri soldati dovemo fare. Sopra li quali vi degniarete trattenervi un pocho. Le cause intenderete per questa del strenuo Cap.° frato de modena Ciaro a questo nostro tempo raro et in Cienioso huomo et de grandissimo inditio et i modi e la ragione intenderete de mano in mano in scrittura Poi li effetti vederete nelli fogli segniati de mano in mano Pregandovi che como quello amorevol de virtuosi siate como di sopra contento darli cura con vostra comoditta et visto che li averete remandar melli et darmi per una vostra lettera raguaglio partichulare de quanto sia el parere e inditio vostro sopra essi et faciendolo ligarete me a vostra Captena perpetua et farete anchora piacere grandissimo all'Ill.^tre^ sopranominato S.^or^ Conte Girolimo stando io ressoluto non li potere fare vedere a persona che alla libera mi possa dare determinata ressolutione del bene et del male, del bono et del tristo como Lei, sapendo come disopra la sua dillettatione et rara virtù in tutte le dottrine alle qual resto schiavo et perpetuo amicho et servidore spettando sua resposta le baso le mano de Urbino el dì 25 di Dicembre 1549 ».

Fin qui il Castriotti, al quale così risponde il Tartaglia:

« Al Stenuo Cap.° el Cap.° Iacomo De
Fusti Castrioth Urbinato
Nicolò Tartaleo Brisciano »

« Strenuo Cap.° mio honorando. In questo di o ricevuto una vostra insiemi con uno libretto de discorsi sopra le fortiffichatione et con alchuni fogli de disegni, li quali vedendo de luno et de l'altro o presa Grandissima dellettatione et mi alegro che voi sendo soldato creato et alevato da uno tale

Ill.mo et Ecc.mo Ducie, como fo quel raro soldato Franc. Maria Feltrio della Rovera. terzo Ducha de Urbino de felicissima memoria Vi siate confrontato con il mio pensieri sopra l'ordine e modi de le fortiffication restandone con sattisfatione Grandissima stando cierto che le mie huopare abbiano da essare molto più care et utile et grate al mondo de quello che mi pensavo. Dichovi brevemente aver letto inteso aminuto et visto con lochio tutte le vostre fantasie et vostre potissime ragione Capo p. Capo partichularmente et tutte mi paiiano capacissime et evidentissime et che il sia il vero che non vi adulo, vederete nel mio libro dei quisiti fatto da me novamente nel sesto libro qual parla sopra tale opere de fortiffichatione et in esso molto bene vederete li nostri pensieri essarse confrontate asiemi dicho commo nui ciffussimo parlati et avessimo consultato in siemi in tal cosa settimane et mesi però legiendo quello vi sera risposta partichulare et genêrale et non mi duole altro se non che voi non potiate vedere in disegnio como intenderete per scrittura li quali spero mandare presto a lucie et voi serete il primo averli — non mi ochorrendo altro dirvi salvo che recordarvi al o attendere che li consiste el tutto ovve (e) delettatione e in Ciegnio però non manchate anoi medemo et potendo altro per voi avisate e Comandate galiardamente che sono per sattisfarvi in tutti modi purre che io possa in tanto state sano de Venegia el di 27 de Dicñbre 1549 ».

« Mi è venuto in pensieri agiongervi queste poche parole brevemente e dirvi che li vostri novi balloardi de quelle faccie mi sonno piaciuti tanto et olli considerati tanto al proposito di queste nove in ventione et io li o caro assai perchè faranno più de uno effetto buono El primo sara che quello obliquo ovve fate quelli novi fianchi se pote tirare molto più indintro dandoli dello achuto assai che non se sarebbe fatto che como più lo tirarete meglio effetto farete. L uno che lo in nimicho mai non poterà batterlo se non per cortina con quello squinzo che io mi sono in maginato et cio o detto como intenderete Tattoria fare poco danno che il battere per faccia perpendichularmente e quello che ruina el mondo. L'altra sarà che mettasa esso in nimicho ovve vora se metterà sotto li vostri balloardi e nociereteli molto più loro che non loro le vostre cortine poi como più serà questo aguto il vostro ball. converrà che vengi più ottuso più rottondo in sum̃a più utile e più bello. E questo è quanto mi è venuto in fantasia subbitto che ebbi fenito di scrivere e con questo de novo valete ».

Il Tartaglia, come si vede, rispondendo al Castriotti, si rallegra che i loro singoli studi sulle fortificazioni conducano a risultati conformi; e ciò, dice il Tartaglia, si vedrà nel *libro dei quesiti fatto da me nuovamente nel sesto libro.*

I *Quesiti et inuentioni diuerse*, già erano stati pubblicati la prima

volta nel 1546; ma nel 1554 sopravenne la ristampa (1), con la appendice al sesto libro cui allude il Tartaglia (2).

Ivi figurano alcuni problemi propostigli dal *Magnifico e Clarissimo sig. Marc'Antonio Morosini dottore e Philosopho Eccellentissimo*. Non figura il Castriotti; sebbene vi si trattino però argomenti contenuti nei « discorsi » di lui, e nella sua lettera, il Tartaglia, prometta una *risposta partichulare et generale*.

Ci è sembrato non sia privo di interesse questo nuovo contributo allo studio biografico del sommo e sventurato matematico bresciano. Per ora ci dispensiamo però da maggiori note illustrative, sperando di poter presto condurre a termine una completa monografia che ne ricordi le eccelse virtù.

Mineralogia. — *Su alcuni minerali della Rocca Rossa e Monte Pian Real* (Val di Susa) (3). Nota di Ferruccio Zambonini, presentata dal Socio Struever.

La Rocca Rossa della quale qui ci occupiamo, appartiene a quel gruppo di monti serpentinosi che circondano a sud l'estremità del bacino del Rio Gravio, in Val di Susa. Essa s'innalza a 2288 m. sul livello del mare, ad ovest di Giaveno (circa 13 Km. in linea retta), a 1 ½ Km. dalla riva meridionale del Sangonetto, di fronte all'Alpe di Giaveno. Per la sua esatta posizione e particolari topografici si può consultare la tavoletta di Roure al 25.000 o il foglio di Susa, N. 55, della carta al 100.000 dell'Istituto Geografico militare.

L'ing. Franchi (4) ha pubblicato pochi anni fa uno studio geologico-petrografico assai importante su questi monti: dalle sue ricerche risulta che tanto la Rocca Rossa, quanto il vicino monte Pian Real appartengono ad un'unica massa serpentinosa a conca, cogli orli molto rilevati verso nord ed assai meno a sud.

Nel corso delle sue gite geologiche l'ing. Franchi ha raccolto parecchi bei campioni di minerali, che egli cortesemente mi ha affidati per eseguirne

(1) Quesiti et inuen | tioni diuerse | de Nicolo Tartaglia, | di nouo restampati con una | gionta al sesto libro, nella | quale si mostra noui modi di redur una Città inespugnabile | ecc. Venetia MDLIIII.

(2) La gionta del sesto | Libro de' Quesiti, et inuentioni diuerse | de Nicolo Tartaglia | nella quale si dimostra un primo modo di redurre una città inespugnabi | le e che non potra essere battuta, ne danneggiata da nemici | con le artegliarie | con altre particolar | sottilita.

(3) Lavoro eseguito nel Gabinetto di Mineralogia della R. Università di Roma.

(4) *Appunti geologici e petrografici sui monti di Bussoleno, nel versante destro della Dora Riparia*. Bollettino del R. Comitato Geologico, anno 1897, n. 1.

lo studio cristallografico: mi sia permesso di rendergli anche qui i miei più vivi ringraziamenti.

In questa Nota preliminare non parlerò che dell'idocrasio e dell'epidoto trovati nelle serpentine della Rocca Rossa, e della prehnite rinvenuta nel vicino Monte Pian Real. In una successiva Nota mi riservo di descrivere succintamente gli altri minerali di questi monti.

Di *epidoto* non fu raccolto che un solo campione, di forma ovaloide, composto di un intreccio di cristalli di varia grandezza, con piccole quantità di albite. Esso fu trovato a nord della punta della Rocca Rossa, nella zona di contatto fra le anfiboliti e le serpentine. Questa zona di contatto è nettamente visibile nella cartina geologica dei dintorni del Colle del Vento, che l'ing. Franchi ha unito al suo lavoro (v. pag. 16 dell'estratto).

Il colore di questo epidoto è verde-chiaro; vi sono per altro frequenti dei cristalli di color verde più scuro, alcuni fin quasi neri. Essi sono per la massima parte freschi: in alcuni punti del blocchetto se ne rinvengono però anche profondamente alterati. Le dimensioni sono variabilissime: il più piccolo cristallino da me osservato non misurava che $1\frac{1}{2}$-2 mm., il più grande 20 mm. nella direzione dell'asse y. Spesso dei piccoli cristallini di 2-3 mm. si osservano inclusi nelle masserelle di albite.

I cristalli da me osservati sono ben sviluppati soltanto nella zona [100:001], che è generalmente povera di faccie, le quali sono però in generale assai regolari. Sono assai rari dei cristalli terminati almeno ad una estremità dell'asse y, e questi sono generalmente molto piccoli. Un solo cristallo di dimensioni abbastanza considerevoli (15 mm. secondo y) è stato da me rinvenuto terminato, e sarà particolarmente descritto in seguito. Esso è molto importante per la presenza di alcune forme piuttosto rare o sconosciute del tutto nell'epidoto dei giacimenti italiani delle Alpi piemontesi fin qui studiati.

Tutte le forme da me osservate sono le seguenti:

$\{100\}$	$\infty P \frac{1}{\infty}$	h^1	T
$\{010\}$	$\infty P \grave{\infty}$	g^1	P
$\{001\}$	OP	p	M
$\{110\}$	∞P	m	z
$\{120\}$	$\infty P \grave{2}$	g^3	η
$\{101\}$	$-P \frac{1}{\infty}$	o^1	e
$\{\bar{2}01\}$	$2 P \frac{1}{\infty}$	$a^{1/2}$	l
$\{\bar{1}01\}$	$P \frac{1}{\infty}$	a^1	r
$\{\bar{1}02\}$	$1/2\, P \frac{1}{\infty}$	a^2	i
$\{\bar{1}03\}$	$1/3\, P \frac{1}{\infty}$	a^3	σ

$\}111\{$	$-P$	$d^{1/2}$	*d*
$\}\bar{1}11\{$	P	$b^{1/2}$	*n*
$\}011\{$	$P\,\grave{\infty}$	e^1	*o*
$\}012\{$	$^1/_2\,P\,\grave{\infty}$	e^2	*k*
$\}\bar{2}11\{$	$2\,P\,\overset{1}{2}$	$b^1\,b^{1/3}\,h^1 = a_2$	*y*
$\}\bar{7}32\{$	$^7/_2\,P\,\frac{1}{^7/_2}$	$b^{1/2}\,b^{1/5}\,h^1$	H
$\}\bar{2}33\{$	$P\,\grave{^3/_2}$	$b^1\,d^{1/5}\,g^{1/3}$	*b*
$\}\bar{1}51\{$	$5\,P\,\grave{5}$	$b^{1/4}\,d^{1/6}\,g^1$	E
$\}\bar{1}61\{$	$6\,P\,\grave{6}$	$b^{1/5}\,d^{1/7}\,g^1$	ϱ

La maggior parte dei cristalli è tabulare secondo }001{: sono anzi frequenti dei cristallini che si riducono a delle esilissime tavolette. Sono però anche discretamente comuni dei cristalli che, per l'uguale estensione delle forme più importanti della zona [010], sono prismatici secondo *y*. Tutti i cristalli senza eccezione sono allungati secondo *y*.

Le sette forme che si presentano nella zona [010] hanno tutte grandezza molto variabile, ad eccezione di }001{ che è sempre una delle più grandi. }101{ ha in alcuni cristalli faccette sottilissime e poco splendenti, in altri più grandi, ma non raggiungono mai estensione considerevole: vi sono anche cristalli in cui manca del tutto. }$\bar{1}$01{ è una forma costante nei cristalli da me studiati: le sue faccie sono in alcuni casi piccolissime, in altri invece discretamente grandi. }$\bar{2}$01{ è molto frequente; in certi cristalli è la forma più estesa dopo la base, in altri ha faccie più piccole. Un'altra forma frequentissima è }$\bar{1}$02{, che assai spesso ha faccie estesissime, che appartengono, in ogni caso, alle più grandi della zona [010]. Più rara è }$\bar{1}$03{, che fu da me osservata in pochi cristalli, e sempre con faccie grandi. L'ortopinacoide }100{ è sempre subordinato.

Le diverse faccie della stessa forma hanno sovente disuguale grandezza e spesso non ne è presente che una soltanto. Così, per es., in un bel cristallino di circa 5 mm. di lunghezza secondo *y*, le quattro forme }101{, }$\bar{1}$01{, }$\bar{1}$02{, }$\bar{1}$03{, non hanno che una sola faccia.

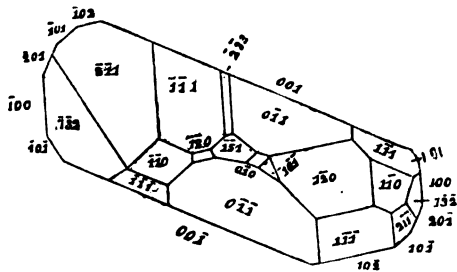
La striatura che sulle forme della zona [010] spesso si osserva nell'epidoto parallelamente all'asse *y* è, nei cristalli della Rocca Rossa, non molto frequente, o si presenta solo su alcune delle faccie della zona. Spesso su }001{ si osservano dei piccoli cristallini in accrescimento parallelo.

In un solo caso ho osservato insieme le sole }001{, }100{, }101{, }$\bar{1}$01{; negli altri casi si rinvengono per lo più contemporaneamente }001{, }100{, }$\bar{1}$01{, }$\bar{2}$01{, }$\bar{1}$02{, alle quali di solito si aggiungono le piccole faccie di }101{, che di rado manca; talvolta, come si è detto, si trova anche }$\bar{1}$03{.

Per quel che riguarda le altre forme, esse hanno estensione molto variabile. Si può dire, per altro, in linea generale, che }$\bar{2}$33{ è sempre pic-

cola, come pure }111{ e }010{, mentre invece }$\bar{1}$11{, }$\bar{2}$11{ e }011{ sono assai grandi: in qualche cristallo però }011{ ha delle faccette molto piccole. È veramente notevole il forte sviluppo che ha }$\bar{2}$11{ nei cristalli nei quali si rinviene, tanto più che si tratta di una forma che non è molto frequente nell' epidoto. Il protoprisma }110{ è discretamente grande. }012{ fu osservato una sola volta con esili faccette.

Il più bello ed interessante cristallo da me osservato è quello rappresentato dall' attigua figura, e che merita, come è stato già detto, una succinta descrizione per il suo habitus asimmetrico e per la presenza di alcune rare forme.

Esso offre una combinazione piuttosto ricca di faccie (ben 16 forme semplici), ed è fortemente schiacciato secondo }001{.

Il più esteso degli emiortodomi positivi è }$\bar{1}$02{, la cui faccia (10$\bar{2}$) è, prescindendo dalla base, la più grande del cristallo. }$\bar{2}$11{, che è una forma molto rara nell' epidoto di Val d'Ala (La Valle (1) non la osservò che una sola volta), e che non è ricordata nè dal Colomba (2) nè dal Boeris (3) negli epidoti piemontesi che essi studiarono, si rinviene in questo cristallo con due faccie di assai disuguale grandezza. Mentre (2$\bar{1}\bar{1}$) è assai piccola, ($\bar{2}\bar{1}$1) ha delle dimensioni straordinarie, tanto da essere una delle faccie più grandi del cristallo. Altrettanto è da dire per }$\bar{7}$32{, che, secondo La Valle, è molto frequente nell' epidoto di Val d'Ala ed è ricordata anche dal Boeris nei cristalli della Comba di Compare Robert. In nessuno però dei cristalli figurati dal La Valle }$\bar{7}$32{ si presenta con faccie così grandi come la ($\bar{7}\bar{3}$2) nel nostro cristallo.

È anche importante la presenza di }120{, che è una forma piuttosto rara nell' epidoto. Non è ricordata nè da La Valle, nè da Boeris, nè da Colomba. Artini (4) la ricorda nell' epidoto di Mortigliano, che è il più ricco di forme tra i varî epidoti dell' isola d' Elba. Bücking (5) l' avrebbe trovata in un cristallo ritenuto di Ala, ma egli stesso emette dubbî sul giacimento.

}$\bar{1}$51{ si presenta con una sola grande faccia, che dà al goniometro una immagine ben netta ed una assai sbiadita, appena osservabile, a qualche

(1) *Sull' epidoto di Val d'Ala.* Roma, 1890.

(2) *Sull' epidoto di Oulx e sui minerali che lo accompagnano.* Atti R. Accad. delle scienze di Torino, 1890-91, XXVI, 811.

(3) *Sull' epidoto della Comba di Compare Robert* (Avigliana). Atti R. Accad. delle scienze di Torino, 1896-97, XXXII, 670.

(4) *Epidoto dell' Elba.* Memorie di questa Accademia, 1887, pag. 380.

(5) *Ueber die Krystallformen des Epidot.* Zeitsch. f. Krystall. 1878, II, 320.

minuto di distanza. Ambedue queste immagini giacciono esattamente, come ho accuratamente verificato, nella zona [010:$\bar{1}$11]. L'immagine netta dà degli angoli che si allontanano di circa $\frac{1}{2}$ grado dai calcolati per }$\bar{1}$51{, senza che io sia in grado di dare alcuna spiegazione plausibile di questo singolare fenomeno. Infatti ho trovato:

$$(0\bar{1}0):(\bar{1}\bar{5}1) = 7^\circ 24' \text{ mis.} \qquad 8^\circ\ 2' \text{ calc.}$$
$$(\bar{1}\bar{1}1):(\bar{1}\bar{5}1) = 27^\circ 49' \quad \text{»} \qquad 27^\circ 10'\tfrac{1}{2} \text{ »}$$

Per il calcolo si adoperarono le costanti di Kokscharow

$$a:b:c = 1,5807 : 1:1,8057$$
$$\beta = 64^\circ 36'.$$

L'immagine sbiaditissima dà:

$$(0\bar{1}0):(\bar{1}\bar{5}1 = 7^\circ 41'$$

ossia un valore più vicino al calcolato.

In accordo alquanto migliore con gli angoli misurati starebbe il simbolo }$\bar{3}$. 17. 3{, che richiede:

$$(0\bar{1}0):(\bar{3}.\ \bar{1}\bar{7}.\ 3) = 7^\circ 6' \text{ calc.}$$
$$(\bar{1}\bar{1}1):(\bar{3}.\ \bar{1}\bar{7}.\ 3) = 28\ 6'\tfrac{1}{2} \quad \text{»}$$

La forma }$\bar{3}$. 17. 3{ fu scoperta da Artini nell'epidoto di Mortigliano. Però preferisco il simbolo }$\bar{1}$51{ sia per la sua semplicità, sia perchè col simbolo più complicato }$\bar{3}$. 17. 3{ si ha pur sempre una differenza di 18′ fra calcolo e osservazione. Non vi ha dubbio che la faccia riferita a }$\bar{1}$51{ sia un }$\bar{h}\,k\,h${; perchè essa giace rigorosamente, come ho detto, nella zona [010:$\bar{1}$11].

Anche }$\bar{1}$61{ si presenta con una sola faccetta, che ha dato però una assai buona misura. Bücking la dà come dubbia per l'epidoto di Val d'Ala. dove La Valle non l'ha osservata: Artini la cita nei cristalli di Mortigliano, dove è abbastanza frequente.

Su questo notevole cristallo se ne trovava impiantato un altro molto più piccolo, prismatico secondo y. Mostrò le forme }001{ }100{ }101{ }$\bar{1}$01{ }$\bar{2}$01{, }$\bar{1}$02{, con }100{ e }101{ molto sottili, e poi }110{, }01$\bar{1}${, }$\bar{1}$11{, }$\bar{2}$33{, }$\bar{2}$11{. Anche in questo cristallo }$\bar{2}$11{ ha delle faccie grandissime, dominanti su tutte le altre.

Lo scarso numero di cristalli terminati all'estremità dell'asse y che io ho potuto studiare, non ha permesso un gran numero di misure angolari: tuttavia quelle da me prese sono in accordo soddisfacente con i valori otte-

nuti partendo dalle costanti di Kokscharow, come mostra la seguente tabella:

Spigoli misurati	Angoli trovati (Media)	Angoli calcolati
(001):(100)	64°36′ 1/2	64°36′
:(10$\bar{2}$)	145 38	145 39
:(10$\bar{3}$)	157 46	157 39
:(10$\bar{1}$)	116 22	116 18
:(20$\bar{1}$)	90 31	90 33
(100):(111)	49 52	49 53
:(011)	77 2	77 2 1/2
:($\bar{2}$33)	100 8	100 7
:($\bar{1}$11)	110 55	110 56
($\bar{1}$00):($\bar{2}$11)	45 3	45 8
(011):($\bar{2}$33)	23 6	23 4
:($\bar{1}$11)	33 50	33 53
:($\bar{2}$11)	57 54	57 49
(001):(011)	58 28 1/2	58 30
(011):(01$\bar{1}$)	63 3 50	63 1
(001):($\bar{2}$11)	89 35	89 34
:($\bar{1}$11)	75 3 1/2	75 12
:(110)	75 45	75 45
:($\bar{7}$32)	99 13	99 18 1/2
(010):($\bar{1}$11)	35 11	35°12 1/2
:($\bar{1}$61)	6 45	6 42
($\bar{2}$11):($\bar{7}$32)	10 29	10 36
(100):(110)	54 57	55
:(120)	70 44	70 42
(110):(120)	15 44	15 42
(120):($\bar{1}$20)	38 33	38 36
(010):(120)	19 17	19 18
(001):($\bar{2}$33)	69 15	69 10 1/2
($\bar{2}$11):($\bar{1}$10)	24 6	24 8

Veramente notevoli sono le importanti differenze fra questo epidoto della Rocca Rossa e quello della relativamente vicina Comba di Compare Robert, studiato dal Boeris (loc. cit.), che trovò le 23 forme seguenti:

{100}, {001}, {110}, {101}, {201}, {$\bar{1}$03}, {$\bar{1}$02}, {$\bar{1}$01}, {$\bar{2}$01}, {$\bar{3}$01}, {011}, {012}, {023}, {111}, {113}, {$\bar{1}$11}, {$\bar{2}$21}, {144}, {$\bar{1}$22}, {$\bar{2}$33}, {$\bar{1}$21}, {$\bar{7}$32}, {$\bar{5}$66}?

Nei cristalli studiati dal Boeris mancano }$\bar{2}$11{, }120{, }$\bar{1}$51{, }$\bar{1}$61{, }010{, e tra queste }$\bar{2}$11{ è una forma molto frequente e assai estesa nei

cristalli della Rocca Rossa: in questi ultimi non sono stati finora rinvenuti {201}, {$\bar{3}01$}, {144}, {$\bar{1}22$}, {113}, {$\bar{2}21$}, {$\bar{1}21$}, {023}, {$\bar{5}66$}. Mentre {012} nei cristalli studiati dal Boeris domina quasi sempre su {011}, che ha faccie poco brillanti, {011}, è una delle forme più estese nei cristalli della Rocca Rossa, nei quali, finora non fu constatata la presenza di {012} che in un solo cristallo; nei cristalli di Avigliana si presenta con estese faccie {201}, che non si osserva affatto nei miei. Infine la combinazione che, secondo Boeris, è la più frequente, cioè {001} {100} {$\bar{1}11$} non è stata da me mai osservata.

Da quanto ho detto, risulta chiara l'importanza dell'epidoto della Rocca Rossa, il quale sia per la presenza, sia per lo sviluppo di alcune forme importanti, fortemente si discosta dai cristalli finora descritti degli altri giacimenti piemontesi.

L'*idrocrasio* si rinviene in lenti nelle serpentine della stessa Rocca Rossa. Queste lenti sono composte esclusivamente di idrocrasio cristallizzato e cristallino, di colore marrone chiaro, che nei grandi cristalli è più scuro, analogo quindi a quello dell'idocrasio così detto manganesifero della Corbassera.

Tutti i cristalli da me osservati sono molto allungati secondo z; anzi per la maggior parte sono aghiformi. Vi sono però dei cristalli, e sono precisamente quelli di dimensioni maggiori, che sono più estesi nel senso degli assi orizzontali. Le dimensioni sono variabilissime: i più piccoli cristallini, di un marrone chiarissimo, misurano 1 mm.: i più grandi arrivano fino a 5 cm. secondo z. I cristalli aghiformi, di colore chiaro, sono tutti più o meno trasparenti; i più grandi, di colore più intensamente bruno, sono invece affatto opachi. Quasi tutti sono fortemente striati parallelamente a [001], poveri di faccie ed assai di rado terminati all'estremità di z.

Nella zona [001] le forme che compaiono costantemente, si può dire, sono quelle dei due prismi {110} e {100}, che talvolta hanno uguale grandezza, talaltra differente. Un piccolo cristallo trasparente ha presentato la seguente combinazione:

{001}	{110}	{100}	{111}	{311}
OP	∞P	∞P∞	P	3P3

Prehnite di Monte Pian Real. La prehnite di cui si parla, fu dall'ing. Franchi rinvenuta in due campioni di eufotidi « nelle falde detritiche di Monte Pian Real, poco ad ovest del Colle della Valletta, ed in posizione tale che sembra debbano provenire da piccole masse incluse nella serpentina » (v. loc. cit., pag. 41 dell'estratto).

La prehnite di queste eufotidi tappezza delle geodi e forma anche delle venuzze cristalline, e si presenta o in piccoli cristalli che di rado superano i 3 mm., molto allungati e prismatici secondo l'asse z, di colore niveo nelle venuzze, leggermente volgente al bluastro in taluni cristallini delle geodi,

ovvero in cristalli giallognoli, opachi, di maggiori dimensioni (fino a 7 mm. secondo z) e di aspetto più tozzo, perchè considerevolmente estesi nelle direzioni x e y.

Tutti questi cristalli presentano delle notevoli somiglianze con quelli di Striegau e di Jordansmühl, nella Slesia, descritti dal Beutell (¹). I nostri cristalli sono infatti, come si è detto, prismatici secondo z, e mostrano il prisma {110}, i cui quattro spigoli sono smussati dalle faccie dei pinacoidi verticali {100} e {010}, e poi la base. {010} e {100} sono sempre molto sottili. La base è ordinariamente concava, come accade nei cristalli di Striegau; secondo essa si ha una facile sfaldatura, che dà luogo però sovente non a faccie piane, ma bensì a faccie leggermente convesse. I due pinacoidi sono piuttosto splendenti, il prisma, invece, manca quasi affatto di splendore, la base ha splendore tendente al madreperlaceo.

Soltanto alcuni rarissimi dei più piccoli cristalli sono costituiti, almeno all'esame esterno, di un solo individuo: la gran maggioranza si compone di un numero variabile di cristalli, riuniti *quasi* parallelamente a z, ed è a questo fatto che si deve la concavità della base.

Assai spesso i cristalli hanno aspetto piramidale, e sembrerebbe allora di aver a che fare con quei cristalli di Jordansmühl descritti da Beutell, nei quali domina {661} (orient. di Miller, ecc.) = {331} nell'orientazione di Streng. Ma per quanto queste faccie pseudo-piramidali non permettano esatte misure, pure riesce facile persuadersi che si ha sempre a che fare col prisma {110}. L'angolo di queste faccie con {001} è, infatti, molto vicino a 90°, mentre, partendo dalle costanti di Streng (²)

$$a : b : c = 0{,}84009 : 1 : 0{,}55494$$

si calcola

$$(661) : (001) = 79°4'.$$

Inoltre, se si trattasse di {661} le faccie che ne smussano gli spigoli laterali sarebbero di un doma {061} = {031} (or. di Streng), per il quale si ha:

$$(061) : (0\bar{6}1) = 146°34',$$

mentre io trovo 180° preciso, come si conviene alle due faccie (010) e $(0\bar{1}0)$.

Si potrebbe ammettere che, essendo i cristalli impiantati per una faccia della base, il prisma {110} tende ad assottigliarsi verso l'estremità libera del cristallo. Io credo però che questo aspetto piramidale sia dovuto all'essere questi cristalli composti di tanti individui che hanno i loro assi verticali convergenti.

(¹) *Ueber Prehnit von Striegau und Jordansmühl in Schlesien.* Neues Jahrbuch f. Min. Geol. u. s. w. 1887, I, 89.

(²) *Ueber den Prehnit von Harzburg*, etc. Neues Jahrb. f. Min. Geol. u. s. w., 1870, 314.

Come è noto, la prehnite presenta delle anomalie ottiche, che, constatate la prima volta da Des Cloizeaux [1], sono state poi ulteriormente studiate da Mallard [2], Wyrouboff [3], B. K. Emerson [4] e v. Foullon [5].

Mi è sembrato non privo di interesse, osservare se anche i cristalli di questa nuova località presentavano anomalie ottiche.

Tanto i cristalli prismatici, quanto quelli pseudo-piramidali esaminati tra i nicol incrociati, presentano estinzione retta rispetto all'asse z. Sezioni parallele alla base si estinguono talvolta completamente e contemporaneamente in tutte le loro parti secondo le diagonali; in qualche caso però le direzioni di estinzione non coincidono perfettamente colle diagonali, ma se ne allontanano di circa 7°. Sono poi frequenti agli angoli della sezione dei settori triangolari, con la base sensibilmente parallela ad una diagonale e che si estinguono un po' prima od un po' dopo del resto della sezione. La parte centrale della sezione in molti casi non si estingue mai perfettamente in nessuna posizione. Il sistema di doppie lamelle descritto da Des Cloizeaux, Mallard, Beutell, ecc. non è ben netto nelle lamine da me osservate, sià perchè le sezioni erano un po' grosse, sia perchè le lamelle sono molto sottili, cosicchè si ha una confusa struttura reticolata.

A luce convergente per la poca omogeneità delle lamine non ho potuto osservare delle immagini assiali perfette: l'angolo degli assi ottici risulta molto grande e compreso fra 130° e 135°.

Tutte queste osservazioni sono in perfetto accordo con quanto precedenti investigatori hanno trovato per altre località.

Botanica. — *Sul significato del percorso endotropico del tubetto pollinico.* Nota del dott. B. Longo, presentata dal Socio R. Pirotta.

Allorchè il Treub, nel 1891 [6], scopriva che nelle *Casuarina* il tubetto pollinico ha — a differenza di quanto, dall'Amici in poi, si era ammesso come fatto generale per le Angiosperme — un percorso *endotropico* [7], egli

[1] *Note sur l'existence anomale de la dispersion tournante dans un cristal du système orthorhombique.* Bull. Soc. franç. de min., 1882, V, 58.

[2] *Sur les anomalies optiques de la prehnite.* Ibid., pag. 195.

[3] *Sur la dispersion tournante de quelques substances orthorhombiques.* Ibidem, pag. 272.

[4] *The Deerfield dyke and its minerals.* Amer. Journ. of. Sc. (3), XXIV, 270.

[5] *Ueber den Prehnit aus dem Floitenthale.* Verhandl. d. k. k. geol. Reichsanst., 1889, n. 10, pag. 197.

[6] Treub M., *Sur les Casuarinées et leur place dans le système naturel.* Ann. Jard. Buitenzorg, X.

[7] Per l'intelligenza della terminologia cfr.: Pirotta R. e Longo B., *Basigamia, Mesogamia, Acrogamia.* Rend. d. R. Accad. d. Lincei, Cl. d. sc. fis., mat. e nat., vol. IX, 1° sem. (1900).

ritenne che, all'epoca della comparsa della Angiospermia, il tubetto pollinico — che non si produceva più sulla nucella, come nelle Gimnosperme, ma sullo stigma — per raggiungere la nucella e quindi il sacco embrionale avesse seguìto due strade ben diverse: per la maggioranza delle Angiosperme attuali la via prima seguìta dal granello pollinico, cioè il micropilo, per altre (Casuarinee) la calaza. L'A. chiamò le prime *Porogame*, le seconde *Calazogame*; e ritenne che le Calazogame non rappresentassero forme di passaggio tra le Gimnosperme e le Angiosperme attuali.

Ma nuove ricerche in proposito portarono alla conoscenza di un percorso analogo in famiglie più o meno affini alle Casuarinacee, cioè in altre Dicotiledoni inferiori. Ed il Nawaschin, che fu quegli che vi apportò maggiore contributo, ritenne, all'opposto del Treub, che la Calazogamia rappresentasse « uno degli stadî di passaggio dall'accrescimento intercellulare del tubetto pollinico nelle Gimnosperme al libero accrescimento di esso attraverso la cavità ovarica nelle Angiosperme » [1]. E l'A. cercò inoltre di dare una spiegazione del fenomeno del percorso endotropico del tubetto pollinico nelle Angiosperme, ammettendo che la causa, che lo avrebbe determinato, sarebbe stata la ramificazione o segmentazione della placenta, cioè la formazione di ovuli laterali, facendo notare che, infatti, non era stata trovata la Calazogamia nelle piante che hanno conservato il più semplice modo di placentazione, nelle quali cioè si sviluppa un unico ovulo terminale [2]. Ma quando poi il Nawaschin trovava la Calazogamia anche nella *Juglans regia* L., in cui si ha una placenta centrale con un unico ovulo terminale ortotropo, egli, pur mantenendo invariata l'ipotesi che la Calazogamia rappresentasse uno degli stadî di passaggio tra il percorso endotropico del tubetto pollinico nelle Gimnosperme ed il percorso ectotropico di esso nelle Angiosperme, riconosceva che questo caso toglieva valore alla sua prima opinione secondo la quale sarebbe stata la posizione laterale degli ovuli la causa determinante la Calazogamia, e considerava, invece, come causa soltanto la *incapacità del tubetto pollinico di crescere attraverso le cavità* [3]. E questa teoria sembrava diventare sempre più attendibile per il fatto che il Nawaschin stesso trovava nell'*Ulmus* un modo di comportarsi del tubetto pollinico che egli considerava come intermedio fra quello delle Calazogame e quello delle Porogame.

Era questa la spiegazione accettata pel percorso endotropico del tubetto pollinico, quando, in quest'anno, due casi nuovi sono venuti a gettare una novella luce sulla interpretazione di tale fenomeno. Intendo dire di un per-

[1] Nawaschin S., *Ueber die gemeine Birke* (*Betula alba* L.) *und die morphologische Deutung der Chalazogamie*. Mém. Acad. Imp. des sc. de St. Pétersbourg, sér. VII, t. XLII, n. 12 (1894), pag. 34.
[2] Nawaschin S., l. c.
[3] Nawaschin S., in Botan. Centrallb. Bd. LXIII (1895), pag. 355.

corso completamente endotropico del tubetto pollinico trovato dal Murbeck (1) nell'*Alchemilla arvensis* (L.) Scop. e da me (2) nella *Cucurbita Pepo* L. — fatti che, insieme con quanto aveva pur osservato l'Aschkenasi (3) in alcune specie di *Plantago*, fanno sì che la teoria filogenetica del Nawaschin non sia più sostenibile. — Infatti come poter più ora annettere un valore filogenetico al percorso endotropico del tubetto pollinico quando, oltre alla mancanza di un tale percorso in molte Angiosperme inferiori, si viene ad aggiungere il fatto, più decisivo, di averlo trovato in alcune Angiosperme superiori?

Ed il Murbeck, che giustamente nega un tale valore filogenetico, pur ammettendo col Nawaschin che il percorso endotropico del tubetto pollinico sia dovuto alla sua incapacità di crescere nelle cavità, attribuisce questo modo di accrescimento ad una proprietà fisiologica del tubetto pollinico medesimo; e, fondandosi sopra tutto sulla presenza del micropilo anche in piante calazogame, crede di poter ammettere che la Porogamia sia un modo di fecondazione originario per le Angiosperme, e la Calazogamia (od in generale il percorso endotropico del tubetto pollinico) sia, invece, un fenomeno di più tarda data.

Dal su esposto risulta che tanto la teoria del Nawaschin, quanto quella del Murbeck (4) si basano sopra una *supposta incapacità del tubetto pollinico di crescere in cavità.* — Ma è poi vero che il tubetto pollinico delle piante in cui esso ha percorso endotropico sia incapace di crescere in cavità? Ecco quel che bisognava chiarire.

Se questo polline fosse stato capace di germinare, come quello di alcune Porogame, in aria umida — ad esempio sopra una semplice lastrina di vetro (od anche sopra una lastrina di vetro spalmata di gelatina) circondato da un'atmosfera umida — ciò avrebbe in vece permesso di ragionevolmente stabilire che questo polline, come quello delle Porogame, è capace di un libero accrescimento in cavità. — Ebbene è proprio così che avviene pel polline dell'*Humulus Lupulus* L. e della *Cannabis sativa* L. (5), il quale germina

(1) Murbeck Sv., *Ueber das Verhalten des Pollenschlauches bei Alchemilla arvensis* (L.) *Scop. und das Wesen der Chalazogamie.* Lunds Univ. Arsskr. Bd. 36. Afd. 2. n. 9 (11 febbr. 1901).

(2) Longo B. *La mesogamia nella comune Zucca (Cucurbita Pepo* L). Rend. della R. Accad. dei Lincei, Cl. di sc. fis. mat. e nat., vol. X, 1° sem., ser. 5a, fasc. 5° (3 marzo 1901).

(3) Aschkenasi E., in Botan. Centralb. Bd. LXIII, pag. 355.

(4) La presenza poi del micropilo in piante calazogame — fatto su cui si baserebbe il Murbeck per credere che la fecondazione originaria per le Angiosperme sarebbe stata la Porogamia — mi sembra che si possa in vece interpretare come un carattere ereditato dalle Gimnosperme, nelle quali l'ovulo è sempre fornito di micropilo.

(5) Mi riservo naturalmente di ripetere l'esperienza pel polline delle altre piante con tubetti pollinici a percorso endotropico appena esso potrà essere a mia disposizione.

bene in aria umida sulla lastrina di vetro, ma meglio ancora quando la lastrina è spalmata di gelatina nel qual caso i tubetti pollinici si allungano di più scorrendo superficialmente su di essa. Quindi mi pare che si possa asserire che la *causa determinante il percorso endotropico del tubetto pollinico non sia da ricercarsi più nella sua incapacità di crescere in cavità* (1).

Chiarito questo punto, resterebbe allora ad indagare quale sia la causa determinante il percorso endotropico del tubetto pollinico; ed io mi propongo infatti di ritornarvi sopra al più presto e più diffusamente appena avrò ultimate le ricerche in proposito.

Crederei però non inopportuno di accennare ad una possibile spiegazione del fenomeno basata sulle conoscenze, tuttora incomplete del resto, delle cause che determinano la orientazione del tubetto pollinico nel suo percorso.

È noto infatti che, allorchè il polline di una pianta porogama germina ad es. sopra una lastrina di vetro in aria umida, i tubetti pollinici si dirigono in tutte le direzioni, e che quando invece esso germina sullo stigma i tubetti pollinici seguono costantemente una via ben determinata, *guidati*, sopra tutto, *da speciali sostanze chemotattiche*. Paragoniamo con ciò quel che si osserva pel polline del Luppolo e della Canapa: anch'esso, quando germina sulla lastrina di vetro, in aria umida, produce tubetti pollinici che si dirigono in tutti i sensi; come pure, quando esso germina sullo stigma, i tubetti pollinici — pur avendo un percorso endotropico — seguono, come nella pianta porogama, una via ben determinata e costante. Mi sembra perciò che si possa far rientrare il caso delle piante, in cui il tubetto pollinico ha percorso endotropico, perfettamente nel caso delle piante Porogame: *ammettendo cioè che, tanto nelle une come nelle altre, la via percorsa dal tubetto pollinico sia determinata dalla presenza di speciali sostanze chemotattiche che si svilupperebbero nelle prime all'interno dei tessuti come nelle seconde alla superfice di essi.*

(1) Il polline della *Cucurbita Pepo* L., nelle medesime condizioni, ha dato risultati negativi. Credo però che questo fatto, se non permette di stabilire pel tubetto pollinico di questa pianta la capacità di crescere in cavità, non permette d'altra parte neppure di negare una tale capacità, giacchè è noto che non tutte le Porogame posseggono polline capace di germinare in aria umida.

Chimica. — *Sui due monocloruri di iodio* [1]. Nota di G. Oddo, presentata dal Socio Paternò.

Si conosceva da lungo tempo una combinazione di cloro con iodio atomo per atomo: ottenuto la prima volta, ma non puro e soltanto allo stato liquido, da Gay-Lussac [2], in seguito a varie discussioni sulla sua composizione venne descritto allo stato cristallino ed esattamente definito da Trapp [3] e da Schützenberger [4].

Si prepara molto facilmente facendo agire la quantità calcolata di cloro secco sull'iodio, ovvero distillando 4 parti di clorato potassico secco con 1 parte di iodio [5]: metà di questo si ossida in acido iodico. È un corpo stabile a temperatura ordinaria, ben cristallizzato in lunghi aghi appiattiti rosso rubino e fonde a 27°,2.

Ma nel 1888 Stortenbeker [6], in un lavoro molto interessante sulle diverse forme d'equilibrio possibili tra i composti di cloro e iodio, osservò che quando il protocloruro fuso si rapprende in cristalli ad una temperatura situata tra + 5 e — 10°, può capitare che ne risulti una forma diversa dalla precedente, ma di composizione uguale, in lamelle di colorito bruno rossastro, che somigliano molto a quelle conosciute dell'iodio ottenuto per sublimazione, e fonde a 13°,9. Chiamò la prima modificazione α e la seconda β.

Per preparare quest'ultima consiglia di usare a preferenza prodotto distillato di recente e di raffreddarlo con miscuglio frigorifero, agitando dolcemente. Si può anche trasformare la modificazione α, facendola fondere precedentemente in bagno a 40°. Ma non sempre si ottiene, è un prodotto instabile: le basse temperature come le alte lo fanno trasformare nella modificazione α: ciò avviene da — 12° in giù e anche al di sopra di + 14°; se si conserva il prodotto cristallizzato all'aria, la temperatura sale rapidamente a 27°,2.

Le temperature più favorevoli per la sua stabilità sono comprese tra — 10 e 0° e durante i giorni freddi di gennaio dei climi nordici è rimasto inalterato perfino tre giorni, periodo di più lunga durata osservato da Stortenbeker.

A che cosa è d'attribuire l'esistenza di questi due corpi di composizione uguale?

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Cagliari.
[2] Ann. Chem. *91*, 5.
[3] Zeits. f. Ch., *63*, 108.
[4] Zeits. f. Ch., *161*, 38.
[5] Zeits. f. Ch., *5*, 1.
[6] Zeits. f. phys. Ch., *3*, 11.

Tanatar [1], avendo osservato che il calore di trasformazione della modificazione α o della β fuse in $ICl\alpha$ cristallizzato è uguale (2,319 e 2,322) ammise che allo stato liquido esistesse un solo monocloruro di iodio; in questo stato Stortenbeker [2], col metodo crioscopico in soluzione nell'acido acetico, aveva trovato che la grandezza molecolare corrisponde alla formola semplice ICl.

Ostwald [3] nel suo recente trattato accetta quest'opinione e ritiene si tratti di un caso di polimorfia, nel quale fenomeno avviene sempre che la forma più fusibile è la meno stabile.

Non dice però a quale causa si possa attribuire tale dimorfia, e d'altra parte pare ritenga caso analogo l'esistenza di due anidridi solforiche [4], concetto che dimostrerò erroneo in una Nota successiva.

Ammesso o no si tratti di dimorfia, mancando dati sperimentali sicuri si potrebbe sempre immaginare che uno dei due corpi avesse la formola doppia di quella dell'altro; ma siccome i loro punti di fusione differiscono di poco, potrebbe sembrare più probabile che tutte e due le modificazioni avessero la formola doppia, nelle condizioni in cui si manifestano, e fossero stereoisomere, allo stesso modo delle ossime e degli acidi maleico e fumarico, per la trivalenza dell'iodio:

$$\begin{array}{l} I - Cl \\ \| \\ I - Cl \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} Cl - I \\ \| \\ I - Cl \end{array}$$

Come si vede quindi, questo e tutti i così detti casi di polimorfia sono delle questioni che meritano di richiamare tutta l'attenzione dei chimici, essendo insufficiente per spiegarli a priori qualunque interpretazione e tanto meno una parola.

Io ho cercato anzitutto di determinare delle due modificazioni il peso molecolare in soluzione nell'ossicloruro di fosforo [5], solvente che per il suo

(1) Ber. deut. Ch. Gesell. XXVI (1893) 368 Ref.

(2) Zeits. phys. Ch. X, 188 (1892).

(3) Grundlinien der anorg. Ch., 245.

(4) Grundlinien der anorg. Ch., 292.

(5) È noto per le interessanti ricerche di Wyrouboff (Bull. Soc. Ch. 1901, 110) che il solfato di sodio anidro nelle modificazioni α e γ, disciolto in acqua e riprecipitato immediatamente con alcool dà rispettivamente solfato decaidrato e thenardite; mentre se si lascia passare qualche tempo prima di aggiungere l'alcool, le due soluzioni non si distinguono più, e da tutte e due precipita con l'alcool il sale decaidrato. Ciò dimostra che anche nei casi di modificazioni polimorfiche molto instabili nel primo istante della soluzione si conserva talvolta in tutto o in parte la differenza nell'aggruppamento molecolare, dalla quale dipende l'esistenza delle due forme; differenza che nel caso in cui si tratti di polimeria e si possa evitare ogni reazione secondaria col solvente, noi possiamo riuscire a svelare col metodo crioscopico.

punto di congelamento — 1°,782 [1] si prestava anche per ICl_{β} ed inoltre ho voluto studiare il loro comportamento impiegandoli come solventi.

1°) *Modificazione α.* — Feci uso del prodotto fornitomi dalla fabbrica Kahlbaum, e lo purificai facendolo fondere e quindi cristallizzare lentamente, agitando, in bagno a 26°. La parte rimasta liquida veniva decantata e su quella cristallizzata ripeteva l'operazione per due o tre volte. Cristallizzava a 27°,165.

Nell'adoperarlo l'aggiungeva al solvente in pezzi cristallizzati. Ecco i valori ottenuti:

In ossicloruro di fosforo.

Concentraz.	Abbass. punto cong.	Peso molecolare
2,2544	0°,922	168,71
5,2850	2,255	161,71
8,7188	3,710	162,15

per I Cl si calcola p. m. = 162,30.

Se si aggiungono a questi risultati il comportamento del monocloruro di iodio con l'acqua e l'assenza di sali doppî nei quali esso si presenti con la molecola $I_2 Cl_2$, sarà rimosso ogni dubbio che i valori ottenuti, corrispondenti alla molecola I Cl, si debbano attribuire a scissione ionica che intervenga nella soluzione in

$$\begin{matrix} I \\ Cl \end{matrix}\!>\!I \qquad Cl$$

contrariamente a quanto dimostrerò nella Nota successiva per il tricloruro di iodio. Possiamo quindi ritenere dimostrato che la molecola del monocloruro di iodio α in soluzione sia I Cl.

Impiegando il monocloruro di iodio α come solvente, eseguii esperienze con iodio e tetraclorometane, quest'ultimo preparato puro col metodo descritto da E. Serra [2].

I risultati ottenuti sono i seguenti:

Iodio in I Cl α.

Concentrazione	Abbass. punto cong.	Costante
3,3109	1°,001	76,79
4,9193	1,673	86,38
7,6157	2,893	96,48
10,7127	4,373	103,68
11,3783	4,911	109,63

(1) Nella mia nota precedente, pubblicata in questi Rendiconti, pag. 453, fu omesso per errore il segno —.

(2) Gazz. Ch. ital., XXIX (1899), II, 353.

Tetraclorometane in I Cl α.

0,4318	0°,300	106,9
0,9620	0, 623	103,6
1,4164	1, 025	111,4
1,8521	1, 205	100,03
3,9543	2, 277	88,6
4,5579	2, 563	86,6

Stortenbeker [1] trovò che il calore latente di fusione per I Cl α è 16,42. Usando la nota formola di Van t'Hoff per calcolare la costante si ha:

$$\frac{0{,}02\,(273 + 27{,}165)^2}{16{,}42} = 109{,}74$$

Mentre dunque nelle soluzioni di iodio col crescere della concentrazione ci avviciniamo al valore teorico, con quelle di tetraclorometane avviene il contrario.

2°) *Modificazione β.* — Tutti i tentativi eseguiti per potere disporre di questa modificazione e determinarne il peso molecolare in ossicloruro di fosforo non solo non mi condussero allo scopo desiderato, ma m'indussero a rinunziarvi, almeno per ora.

Dopo circa sei ore di lavoro nelle quali ho potuto eseguire un numero grandissimo di cristallizzazioni del protocloruro fuso, partendo da quello distillato di recente, e per un maggior numero di prove dalla modificazione α fusa e riscaldata a bagno di 40-50°, seguendo tutte le prescrizioni date da Stortenbeker, una volta soltanto riuscii ad ottenerla, con sosta del termometro a 13°,92 durante la cristallizzazione; ma mentre mi accingeva in fretta a preparare il crioscopo con l'ossicloruro per determinarne il peso molecolare, dopo pochi secondi il mercurio del termometro ritornò a salire e raggiunse subito 27°,2.

Se così rapidamente avveniva la trasformazione nella calma, come mai si poteva sperare di evitarla nelle manipolazioni necessarie per pesare, versare e far disciogliere la sostanza?

Nè migliore fortuna incontrai nell'esperienze nelle quali cercai d'impiegare questa modificazione β come solvente: lavorando due giorni, per circa otto ore in ciascuno e due persone con due crioscopi, quello ordinario di Beckmann, al quale attendeva io per le determinazioni, e un altro piccolissimo col quale sperava di poter preparare la sostanza per gl' innesti, affidato ad un mio assistente, soltanto una volta per ciascuno abbiamo avuto il piacere di

(1) L. c.

constatarne la formazione; ma in tutti e due i casi si trasformò subito nella modificazione α.

Debbo notare però che la temperatura dell'ambiente del mio laboratorio oscillava tra 20-25° e forse a questo fatto deve attribuirsi la maggiore difficoltà nella formazione; mentre Stortenbeker lavorava in inverno, come ho detto, ed in climi nordici. Attenderò anch'io l'inverno per ripetere queste ultime esperienze, quantunque qui non sia mai rigido e raramente si abbiano temperature inferiori a 10° e quasi mai a 0° (1).

Intanto i risultati ottenuti con la modificazione α risolvono una parte della quistione.

Difatti, poichè essa nelle soluzioni in ossicloruro di fosforo mostra un peso molecolare corrispondente alla formola semplice I Cl, ed inoltre ha un punto di fusione superiore alla modificazione β, sarebbe assurdo ammettere che in soluzione quest'ultima avesse un peso molecolare doppio.

Si può concludere quindi, quasi con certezza, che in soluzione le due varietà α e β hanno molecola semplice, e così essendo, non potendo dare origine ad isomeria, bisogna ammettere anche che in questa condizione le loro molecole siano del tutto identiche.

Lo studio parallelo che ho incominciato delle due modificazioni come solventi e le ricerche capillarimetriche col metodo di Eötwös (2) e Ramsay e Schields (3), che sono costretto a rimandare al nuovo anno accademico, ci diranno se la polimerizzazione avvenga quando il monocloruro di iodio assume lo stato liquido e se è identica per le due forme.

(1) Tanatar (l. c.) constatò la medesima grande difficoltà di formazione di ICl_β e l'attribuì alla presenza di ICl_3 nel monocloruro di iodio che impiegava. Ma il fatto che egli crede di aver eliminato ICl_3 dal monocloruro con una prolungata ebollizione, toglie ogni valore alla sua ipotesi, perchè è noto che il monocloruro di iodio alla sua temperatura d'ebollizione dà sempre ICl_3 e I_2 (Gazz. chim. it. XXIX, 352). Diversa quindi è la causa per la quale una prolungata ebollizione del monocloruro facilita la formazione di ICl_β. È interessante l'osservazione da lui fatta che ICl_β conservato in tubi chiusi diventa molto stabile.

(2) Wied. Ann. *27*, 432.

(3) Zeit. phys. Ch. *12*, 433 (1893). Journ. chem. Soc. *63*, 1191.

ELEZIONI DI SOCI

Colle norme stabilite dallo Statuto e dal Regolamento, si procedette alle elezioni di Soci e Corrispondenti dell'Accademia. Le elezioni dettero i risultati seguenti per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali:

Furono eletti Soci nazionali:

Nella Categoria I, per la *Matematica*: PINCHERLE SALVATORE e SEGRE CORRADO.

Nella Categoria II, per la *Cristallografia e Mineralogia*: SPEZIA GIORGIO.

Nella Categoria IV, per la *Botanica:* MATTIROLO ORESTE; per l'*Agronomia*: PIROTTA ROMUALDO.

Furono eletti Corrispondenti:

Nella Categoria I, per la *Matematica*: CAPELLI ALFREDO e CASTELNUOVO GUIDO; per la *Geografia matematica e fisica*: CAGNI UMBERTO.

Nella Categoria II, per la *Fisica*: MACALUSO DAMIANO.

Nella Categoria IV, per l'*Agronomia*: CUBONI GIUSEPPE.

Furono inoltre eletti Soci stranieri:

Nella Categoria I, per la *Matematica*: PICARD EMILIO; per l'*Astronomia*: PICKERING EDOARDO.

Nella Categoria II, per la *Fisica*: LANGLEY SAMUELE; per la *Chimica*: VAN T'HOFF JAKOB HEINRICH; per la *Cristallografia e Mineralogia*: RÒSENBUSCH KARL HARRY FERDINAND.

Nella Categoria III, per la *Geologia e Paleontologia*: WALCOTT CARLO.

Nella Categoria IV, per la *Fisiologia*: ENGELMANN TEODORO e RICHET CARLO.

L'esito delle votazioni fu proclamato dal Vicepresidente con Circolare del 15 luglio 1901; e le elezioni dei Soci nazionali e dei Soci stranieri furono sottoposte all'approvazione di S. M. il Re.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società Reale di Londra; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società geologica di Manchester; la Società di scienze naturali di Emden; la Società zoologica di Tokyo; la R. Scuola navale superiore di Genova; l'Istituto Teyler di Harlem; Il Museo britannico di Londra; l'Università di Aberdeen.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 4 agosto 1901.

Botanica. — *Intorno all'avvizzimento dei germogli del Gelso* [1]. Nota preliminare del Socio GIOVANNI BRIOSI e di RODOLFO FARNETI.

Da parecchi anni una malattia grave danneggia fortemente la produzione della foglia dei gelsi, che decima e dimezza; e minaccia anche la vita delle piante che intristisce e talora uccide.

Sopra di essa venne richiamata l'attenzione del nostro Laboratorio la prima volta nel 1892; di poi in quasi tutti gli anni successivi e da molte località: Lombardia, Emilia, Toscana, Marche, ecc.

Nel 1892 noi l'abbiamo descritta e disegnata col nome d'*avvizzimento dei germogli del gelso* [2], poichè si manifesta nei giovani germogli non appena hanno raggiunto pochi centimetri di lunghezza, che avvizzisce ed uccide, onde l'albero assume un'aspetto insolito con alcuni rami rivestiti regolarmente di fronde, ed altri con soli pochi getti distribuiti senza regola.

Noi, incerti sulla causa, opinammo allora che essa fosse da ricercarsi nell'influenza di agenti meteorici attesa la vasta ed improvvisa diffusione del male ed il suo manifestarsi dopo inverni crudi e con primavere irregolari; e parecchi altri studiosi che pure se ne occuparono, furono presso a poco dello stesso avviso.

In quest'anno la malattia ebbe una forte recrudescenza; nella scorsa primavera non era difficile vedere nella nostra provincia degli interi filari colpiti, con alberi che non avevano la ventesima parte dei germogli che nor-

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio Crittogamico di Pavia, luglio 1891.

(2) G. Briosi, *Rassegna Crittogamica pei mesi di aprile e maggio 1892.* In Bullettino di Notizie agrarie del Ministero d'Agr. Ind. e Comm., anno XIV (1892), n. 20, pag. 3.

malmente avrebbero dovuto sviluppare e con individui che a distanza sembravano addirittura morti, e che solo il saggio della corteccia dimostrava tuttora vivi.

Il male si manifesta, o col mancare lo sviluppo delle gemme, o coll'avvizzimento dei germogli dopo pochi giorni di vita.

Il suo procedere non è punto uniforme; alcune volte le gemme che mancano ed i germogli che abortiscono trovansi nel mezzo del ramo; più spesso alla base, e talora sono distribuiti lungo tutto il ramo con alternanza irregolare.

Il ramo apparentemente sembra sano e ben sviluppato, ma se lo si esamina attentamente, si scoprono attorno ad una od a più gemme delle *areole* più o meno allungate ed ellittiche ove la corteccia è depressa e necrotizzata, d'un color bruno-violaceo o livido. Queste areole che hanno sempre per centro una gemma si allungano nel senso dell'asse del ramo, così da interessare ed invadere due o più internodî; talvolta invece rimangono corte e si allargano maggiormente nel senso trasversale, riescendo a girare tutto il ramo; nel secondo caso la parte soprastante all'areola muore.

Le gemme poste nel centro delle areole nella primavera non si muovono, sono morte; quelle dei nodi contigui, specie superiori, sviluppano bensì i germogli, ma essi generalmente ben presto si arrestano, avvizziscono e seccano. I germogli avvizziscono altresì in nodi lontani ed indipendenti da qualsiasi areola ed in rami apparentemente sani come verrà spiegato più avanti.

Le areole necrotizzate sono spesso alla base del ramo, ma talora, come si è detto, anche sparse nel ramo, onde è che germogli avvizziti possono trovarsi lungo tutto il ramo frammisti ai rigogliosi e sani.

I rami ammalati hanno per lo più un'anno d'età, ma non vanno immuni dal male quelli di due, tre e anche più anni; ed è ciò in rapporto col sistema di potatura.

Se si vanno a notomizzare le dette areole che circondano le gemme ammalate, si trova che i loro tessuti sono morti sino al legno ed oltre ancora, che la necrosi spesso si estende anche al di là dei limiti esterni delle areole e si espande nel cambio e nei tessuti che lo circondano talora sino alle gemme contigue.

Esaminando poi al microscopio i tessuti delle gemme esternamente sane e lontane dalle areole infette, si trova che mentre alcune non presentano alterazione di sorta, altre invece mostrano già tessuti alterati e inizi di necrosi, la quale parte dalla cicatrice della foglia dell'anno antecedente, o dal seno formato dalla cicatrice colla gemma ascellare, od anche dall'interno delle perule della gemma stessa e scende di frequente più o meno profondamente sino alla regione cambiale.

Tanto i tessuti delle areole di già formate come quelli di tutte le parti necrotizzate, comprese le appena imbrunite sottostanti alle gemme apparen-

temente sane, li abbiamo trovati invasi da un micelio che percorreva, riempiva il tessuto ammalato e s' infiltrava altresì attraverso il cambio nelle parti sane. Sulla superficie poi di molte di queste areole, anzi di quasi tutte quelle che noi abbiamo esaminate, e sono molte centinaia, prima o poi fanno capolino ed erompono di sotto l' epidermide degli acervoletti d' un color mattone, che l' analisi ci ha dimostrato essere dovuti al *Fusarium lateritium* Nees.

Noi abbiamo distaccato dai tessuti sottostanti ad areole prive d' acervoletti fruttiferi delle porzioni del detto micelio sterile; le abbiamo messe in mezzi opportuni, entro sostanze nutritizie adatte, e dopo qualche giorno abbiamo visto il detto micelio riprodurre le spore del *Fusarium*. L' esperimento fu più volte rinnovato col micelio di diverse areole e sempre con identico risultato. Si sono ripetute di tali culture con micelio preso da porzioni di tessuti di gemme esternamente sane e con semplice inizio di necrosi interna; si ottennero egualmente le spore del *Fusarium*.

Abbiamo altresì preso delle spore di *Fusarium* direttamente dagli acervoli e le abbiamo coltivate colle stesse precauzioni e nelle condizioni identiche delle porzioni di micelio sopra indicate. Esse hanno germinato rapidamente (in media in 10 ore) sviluppando un abbondante micelio, il quale dopo pochi giorni ha cominciato a produrre corimbi di spore di *Fusarium* del tutto simili a quelle avute dalle colture del micelio. Di tali colture ne abbiamo fatte anche sopra vetri porta-oggetti, onde seguire lo sviluppo del fungo al microscopio.

D' altra parte noi abbiamo preso le spore formatesi in queste colture, e dopo averle opportunamente moltiplicate ne abbiamo infettate gemme sane; il male si è riprodotto, cioè dopo qualche tempo un micelio era penetrato nella gemma e la necrosi dei tessuti era in essa cominciata.

Altrettanto abbiamo fatto colle spore del *Fusarium* raccolte direttamente sui rami ammalati e siamo riusciti altresì a riprodurre l' infezione. Per accidenti sopravvenuti negli alberi nei quali si facevano gli sperimenti abbiamo perduto i resultati di parecchie sperienze che rimasero interrotte, però da prove d' inoculazione rimaste, fatte con aghi sterilizzati e spore di *Fusarium*, si ebbero riprodotte anche le areole caratteristiche attorno ai fori d' infezione. Sembra a noi, quindi, fuori dubbio che il *Fusarium lateritium*, il quale in condizioni ordinarie vive da saprofita su rami secchi od in via di decomposizione tanto del Gelso, che della Robinia, dei Salici, delle Betule ecc., date speciali ed opportune condizioni, possa comportarsi anche come un vero parassita. Infatti il suo micelio può penetrare e svilupparsi entro tessuti vivi, determinando la morte di gemme, di germogli e di rami interi.

Come le spore del *Fusarium* trovino condizioni opportune per germinare nel lattice della pianta stessa, come il suo micelio riesca a penetrare nelle gemme dei rami, come il male facilmente si diffonda, quali rapporti la sua diffusione abbia col metodo barbaro di sfogliatura che si pratica in molte

regioni e quali dovrebbero essere a mente nostra le pratiche da seguire per difendersi da tanto malanno, è ciò che esporremo nella Memoria *in extenso* che daremo alla luce, illustrata da disegni e fotografie, non appena compiute le osservazioni e le esperienze in corso.

Prima di chiudere la presente Nota, crediamo opportuno riportare qui sotto le diagnosi di tre fungilli nuovi che abbiamo quasi costantemente trovati sulle cicatrici dei rami in corrispondenza alle foglie cadute.

Se e quali rapporti questi microrganismi abbiano colla malattia di cui ci occupiamo o con qualcuna delle altre che affliggono il Gelso, noi ora non possiamo dire; anche per essi gli studî continuano e matureranno forse nella ventura primavera.

PHOMA PYRIFORMIS n. sp.

Peritheciis sparsis vel leniter gregariis, minimis, bruneis, membranaceis, basi peridermio insculptis, pyriformibus, in ostiolum breve conicum productis, 40-51 × 44-62 μ diam.; *sporulis oblongo-elipticis, hyalinis*, 4-5, × 1, 5-2 μ; *basidiis hyalinis, suffultis*, 5-6 μ *longis*.

Hab. in cicatricibus foliorum in ramulis vivis Mori albae: Papiae 1901.

PHOMA CICATRICULAE n. sp.

Peritheciis sparsis, bruneis, membranaceis, immersis, globosis vel globoso-depressis, 111-120 μ diam.; *sporulis elipticis, hyalinis* 2,3 × 4,5 μ; *basidiis hyalinis*, 10-12 μ *longis*.

Hab. in cicatricibus foliorum, in ramulis vivis Mori albae: Papiae 1901.

CONIOTHYRIUM MORORUM n. sp.

Peritheciis sparsis, pallido-bruneis, membranaceis, basi peridermio insculptis, globosis, papillatis, ostiolatis, 100-222 μ diam.; *sporulis elliptico-oblongis*, 7, 5-10 × 3, 5 μ, *luteolis*.

Hab. in cicatricibus foliorum in ramulis vivis Mori albae; Papiae 1901.

Matematica. — *Intorno ad alcune corrispondenze per proiezione delle superficie.* Nota del dott. UGO GRASSI, presentata dal Socio BIANCHI.

È noto, e facilmente verificabile, che una quadrica Q si proietta da un ombelico O su di un piano π parallelo al piano tgente in O in modo tale che le sue linee coniugate abbiano per imagine linee ortogonali di π. Viceversa: se una superficie S è con la sua proiezione piana da un punto O in una corrispondenza tale che le sue linee coniugate abbiano per imagine linee ortogonali del piano π di proiezione, la S è una quadrica, avente in O un ombelico ed in esso un piano tgente parallelo a π.

Infatti: posta in O la origine e π essendo definito da

$$z = h \quad (h = \text{cost}),$$

e la S da

$$z = z(xy),$$

un punto di S verrà a proiettarsi in

$$x' = h\frac{x}{z(xy)} \quad y' = h\frac{y}{z(xy)} \quad z' = h.$$

e, in forza della corrispondenza stabilita, devesi avere

$$\mathrm{E} : \mathrm{F} : \mathrm{G} :: r : s : t,$$

essendo su π $ds^2 = \mathrm{E}dx^2 + 2\mathrm{F}\,dx\,dy + \mathrm{G}dy^2$, ed $r\,s\,t$ i simboli di Monge per le derivate seconde di $z(xy)$. Ossia, indicata con μ una funzione di xy, devesi avere

$$(1) \qquad \begin{cases} \mu r = z^2 - 2xpz + p^2(x^2 + y^2) \\ \mu s = z(qx + py) - pq(x^2 + y^2) \\ \mu t = z^2 - 2yqz + q^2(x^2 + y^2). \end{cases}$$

Se però noi poniamo

$$u = \frac{x^2 + y^2}{z}$$

si ha

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{(2z - (x^2 + y^2)r)z^2 - 2zp(2xz - (x^2 + y^2)p)}{z^4} =$$

$$= -\frac{u}{z}r + \frac{2}{z^3}(z^2 - 2xpz + p^2(x^2 + y^2))$$

dalla quale, unita alle analoghe per $\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$, tenuto conto delle (1) si ha

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \left(2\frac{\mu}{z^3} - \frac{u}{z}\right)r \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \left(2\frac{\mu}{z^3} - \frac{u}{z}\right)s \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} = \left(2\frac{\mu}{z^3} - \frac{u}{z}\right)t.$$

Ossia r, s, t differiscono dalle analoghe derivate seconde di u per un fattore di proporzionalità k, che (come si dimostra con semplici calcoli di derivazione) deve essere costante, a meno che $rt - s^2$ non sia nullo. Il caso $rt - s^2 = 0$ porta alla soluzione ovvia $z = \text{cost}$. Escluso questo caso, la fun-

zione $u - kz$ ha tutte le derivate seconde nulle, ossia è lineare in x, y e quindi

$$x^2 + y^2 - kz^2 = z(ax + by + c);$$

e ciò dimostra il teorema.

Se il centro di proiezione si allontanasse a distanza infinita nella direzione dell'asse delle z, dovremmo integrare il sistema

$$1:0:1::r:s:t,$$

da cui in primo luogo si ha

$$z = f_1(x) + f_2(y)$$

ed in seguito

$$z = a(x^2 + y^2) + bx + cy + d;$$

la superficie è un paraboloide segato dai piani $z = \text{cost}$ in sezioni circolari; e ciò rientra, come caso limite, nel teorema generale. La espressione del teorema diretto ed inverso precedentemente enunciato mi venne fatta conoscere dal prof. Luigi Bianchi.

Ci proponiamo ora la seguente questione: Quali superficie S possono proiettarsi in modo conforme su altre superficie S'?

Posto il centro di proiezione nella origine, se $z = z(xy)$ è la equazione di S, il punto di S' imagine del punto (xyz) di S sarà

$$x' = \varrho x \qquad y' = \varrho y \qquad z' = \varrho z$$

ed avremo

$$E = 1 + p^2 \qquad F = pq \qquad G = 1 + q^2$$

$$E' = (x^2 + y^2 + z^2)\left(\frac{\partial \varrho}{\partial x}\right)^2 + 2\varrho(x + pz)\frac{\partial \varrho}{\partial x} + \varrho^2(1 + p^2)$$

$$F' = (x^2 + y^2 + z^2)\frac{\partial \varrho}{\partial x}\frac{\partial \varrho}{\partial y} + \varrho(x + pz)\frac{\partial \varrho}{\partial y} + \varrho(y + qz)\frac{\partial \varrho}{\partial x} + \varrho^2 pq$$

$$G' = (x^2 + y^2 + z^2)\left(\frac{\partial \varrho}{\partial y}\right)^2 + 2\varrho(y + qz)\frac{\partial \varrho}{\partial y} + \varrho^2(1 + q^2)$$

Notiamo poi che in forma analitica il problema propostoci è quello di risolvere il sistema

$$E:F:G::E':F':G',$$

ossia: posto

$$k = \lg \varrho \qquad R = \lg(x^2 + y^2 + z^2)$$

quello della risoluzione del sistema

$$
(2)\qquad \left\{\begin{aligned}
\mu(1+p^2) &= \frac{\partial k}{\partial x}\left(\frac{\partial k}{\partial x}+\frac{\partial R}{\partial x}\right)\\
2\mu\, pq \quad &= \frac{\partial k}{\partial x}\left(\frac{\partial k}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial y}\right)+\frac{\partial k}{\partial y}\left(\frac{\partial k}{\partial x}+\frac{\partial R}{\partial x}\right)\\
\mu(1+q^2) &= \frac{\partial k}{\partial y}\left(\frac{\partial k}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial y}\right).
\end{aligned}\right.
$$

La ipotesi che μ o una delle $\frac{\partial k}{\partial x}\,\frac{\partial k}{\partial y}$ siano nulle porta per conseguenza

$$
\frac{\partial k}{\partial x}=0 \qquad \frac{\partial k}{\partial y}=0 \qquad \text{oppure} \qquad \frac{\partial k}{\partial x}+\frac{\partial R}{\partial x}=0 \qquad \frac{\partial k}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial y}=0\,.
$$

Nel primo caso, essendo $k=\text{cost}$, si avrebbe una similitudine e nel secondo una inversione per raggi vettori reciproci. Esclusi questi due casi dalle (2) ricaviamo

$$
2pq=\frac{\partial k}{\partial y}\,\frac{1+p^2}{\frac{\partial k}{\partial x}}+\frac{\partial k}{\partial x}\,\frac{1+q^2}{\frac{\partial k}{\partial y}}\,,
$$

ossia

$$
(3)\qquad \left(\frac{\frac{\partial k}{\partial x}}{\frac{\partial k}{\partial y}}\right)^2(1+q^2)-2pq\,\frac{\frac{\partial k}{\partial x}}{\frac{\partial k}{\partial y}}+(1+q^2)=0
$$

da cui

$$
\frac{\frac{\partial k}{\partial x}}{\frac{\partial k}{\partial y}}=\frac{pq\pm\sqrt{-1-p^2-q^2}}{1+q^2}\,.
$$

Dividendo poi la prima per la terza delle formole (2) ottengo

$$
(4)\;\frac{\frac{\partial k}{\partial x}+\frac{\partial R}{\partial x}}{\frac{\partial k}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial y}}=\frac{1+p^2}{1+q^2}\;\frac{1+q^2}{pq\pm\sqrt{-1-p^2-q^2}}=\frac{pq\mp\sqrt{-1-p^2-q^2}}{1+q^2}\,.
$$

Notiamo intanto come la (3) o la (4) indifferentemente ci forniscono il teorema:

L'unico caso in cui una superficie reale S *può proiettarsi in modo conforme su di un'altra* S′ *pure reale si verifica quando* S′ *sta con la* S

in relazione di similitudine o d'inversione per raggi vettori reciproci rispetto al centro di proiezione.

Passando al campo imaginario dalle (3) e (4) otteniamo

$$\frac{\partial k}{\partial x}=\frac{(1+p^2)\frac{\partial R}{\partial y}-pq\frac{\partial R}{\partial x}}{\pm 2i\sqrt{1+p^2+q^2}}-\frac{\partial R}{\partial x}=\frac{E\frac{\partial R}{\partial y}-F\frac{\partial R}{\partial x}}{\pm 2i\sqrt{EG-F^2}}-\frac{\partial R}{\partial x}$$

$$\frac{\partial k}{\partial y}=\frac{(1+q^2)\frac{\partial R}{\partial x}-pq\frac{\partial R}{\partial y}}{\mp 2i\sqrt{1+p^2+q^2}}-\frac{\partial R}{\partial y}=\frac{G\frac{\partial R}{\partial x}-F\frac{\partial R}{\partial y}}{\mp 2i\sqrt{EG-F^2}}-\frac{\partial R}{\partial y}$$

e le condizioni d'integrabilità per il binomio $\frac{\partial k}{\partial x}dx+\frac{\partial k}{\partial y}dy$ ci danno per per la S la nota equazione differenziale

$$\frac{\partial}{\partial x}\cdot\frac{G\frac{\partial R}{\partial x}-F\frac{\partial R}{\partial y}}{\sqrt{EG-F^2}}+\frac{\partial}{\partial y}\cdot\frac{E\frac{\partial R}{\partial y}-F\frac{\partial R}{\partial x}}{\sqrt{EG-F^2}}=0$$

essa ci dice che:

Condizione necessaria e sufficiente perchè una superficie S *ammetta, oltre alle proiezioni per similitudine ed a quelle per inversione reciproca, altre proiezioni conformi su superficie* S′ *(imaginarie se la* S *è reale), è che le sfere aventi il centro nel punto di proiezione segnino sopra* S *un sistema isotermo di linee ed il logaritmo della distanza di un punto variabile della superficie dal centro di proiezione sia parametro d'isometria.*

In tale caso, ridotto l'elemento lineare di S alla forma isoterma

$$\lambda(dR^2+d\Psi^2)$$

si avrà

$$k=\frac{\pm\Psi}{2i}-R\qquad \varrho=\frac{e^{\mp\frac{\Psi i}{2}}}{x^2+y^2+z^2}.$$

Notiamo poi come se il centro di proiezione si allontana all'infinito da S, la serie di linee sferiche concentriche costituenti sistema isotermo sulla superficie S tendono a divenire linee piane parallele costituenti un sistema isotermo.

Trattiamo questo caso notevole per via diretta:

Assunta la z nella direzione della proiezione, siano $z=z(xy)$ e $\vartheta=\vartheta(xy)$ le equazioni delle superficie S ed S′; avremo

$$\mu(1+p^2)=1+\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)^2\quad \mu pq=\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\frac{\partial\vartheta}{\partial y}\quad \mu(1+q^2)=\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial y}\right)^2+1$$

e da queste ricavasi facilmente

$$(\mu(1+p^2)-1)(\mu(1+q^2)-1)-\mu^2 p^2 q^2=0$$

ossia

$$\mu^2(1+p^2+q^2)-\mu(2+p^2+q^2)+1=0\,.$$

Questa equazione in μ è soddisfatta da $\mu=1$ e $\mu=\dfrac{1}{1+p^2+q^2}$.

Trascurando la prima soluzione, che porta all'identità di S con S′, abbiamo

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial x}=\frac{\mp iq}{\sqrt{1+p^2+q^2}}\qquad\frac{\partial\vartheta}{\partial y}=\frac{\pm ip}{\sqrt{1+q^2+p^2}}$$

e le condizioni d'integrabilità mi portano alla nota equazione differenziale delle superficie minime. Da ciò ritroviamo indirettamente la proprietà caratteristica (Beltrami) delle superficie minime che si enuncia: *In ogni superficie minima le sezioni fatte con una serie di piani paralleli appartengono ad un sistema isotermo e la distanza di un piano variabile nella serie da un piano fisso è parametro d'isometria.*

Fisica. — *Sul volume specifico dei liquidi a pressione infinitamente grande.* Nota del prof. Stefano Pagliani, presentata dal Socio Blaserna.

O. Tumlirz in una Memoria sulla legge di compressibilità dei liquidi [1] deduce dalla nota equazione di Van der Waals, ridotta alla sua forma più semplice per il caso d'un vapore molto rarefatto:

$$p(v-a)=\mathrm{RT} \tag{1}$$

due espressioni, l'una del coefficiente di compressibilità dei liquidi, l'altra della variazione di volume specifico colla pressione, in funzione del peso molecolare della sostanza.

Dalla precedente equazione infatti si ha:

$$\frac{1}{v}\left(\frac{\delta v}{\delta p}\right)\mathrm{T}=-\frac{(v-a)^2}{\mathrm{RT}v}$$

(1) Sitzungsberichte d. Kais. Akad. d. Wissenschaften. Wien, Band CIX, anno 1900.

Quindi considerando che i pesi molecolari stanno in ragione inversa delle costanti R, e che per l'idrogeno R = 422.612, si deduce in generale:

$$R = \frac{845.224}{m}$$

essendo m il peso molecolare. Sostituendo nella precedente ed esprimendo la pressione in atmosfere si deduce:

$$2) \qquad -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = 12.225\, m \frac{(v - a)^2}{Tv}$$

Se ora si considera la compressione di un gas perfetto quale quello che ha per equazione di elasticità 1), ed indichiamo con v_1 e v_n rispettivamente i volumi specifici iniziale e finale alle pressioni p_1 e p_n, dalla 1), introducendo il peso molecolare m, ed esprimendo le pressioni in atmosfere, si ricava:

$$v_1 - v_n = 12.225\, m \frac{(p_n - p_1)(v_1 - a)}{T} (vn - a)$$

Dai confronti fatti coi dati sperimentali, Tumlirz dedusse che, dando valori convenienti ad a, la 2) e la 3) possono anche rappresentare le leggi della compressione dei liquidi.

La 2) sarebbe l'espressione del coefficiente di compressibilità dei liquidi e la 3) ci fornisce il significato della costante a. Quanto maggiore è p_n, tanto minore è v_n; crescendo p_n allo infinito, v_n si avvicina al valore limite di a. Quindi a rappresenterebbe il volume espresso in metri cubi acquistato da un chilogrammo di liquido sottoposto ad una pressione infinitamente grande.

Il Tumlirz confrontò i valori dei coefficienti di compressibilità, ottenuti dai diversi sperimentatori per l'acqua, il solfuro di carbonio, il mercurio, gli alcoli metilico, propilico e amilico, e la benzina, con quelli calcolati colla sua espressione, dando ad a un valore costante per tutte le temperature per un dato liquido.

In realtà non si osserva in questi confronti una concordanza sempre soddisfacente fra i valori calcolati e quelli osservati, e le differenze in parecchi casi sono abbastanza notevoli, per cui non si potrebbe considerare come applicabile in ogni caso la sopra data espressione del coefficiente di compressibilità.

La ragione, secondo me, sta in ciò che non si può assumere per a un valore costante per tutte le temperature. In primo luogo dalla 2), indicando

con μ il coefficiente di compressibilità, si deduce per espressione di a:

$$a = v - \sqrt{\frac{T v \mu}{12.225\, m}}$$

Ora in tutti i termini di questa espressione entrano una o più grandezze funzioni della temperatura, quindi necessariamente a deve essere funzione della temperatura, e si potrebbe per ciascun liquido, di cui fu studiata sperimentalmente la dilatazione e la compressibilità, dare la forma di tale funzione.

In secondo luogo, se si considera a come il volume assunto dalla unità di peso di un liquido sotto pressione infinitamente grande, e che il coefficiente di compressibilità dei liquidi in generale diminuisce al crescere della pressione, mentre il volume specifico aumenta colla temperatura, si comprende come il volume specifico assunto sotto pressione infinitamente grande dovrebbe essere in generale relativamente maggiore a temperature maggiori. Soltanto per il caso di un liquido il cui coefficiente di compressibilità aumentasse molto rapidamente colla temperatura, potrebbe avvenire che il valore di a diminuisse al crescere della temperatura, ciò che appunto si verifica per l'etere etilico, come si dirà ancora in seguito.

Ho perciò calcolato i valori di a per i diversi liquidi, per i quali altra volta avevo studiata la compressibilità (1) ed ho trovato appunto che il valore di a, quantunque varii assai poco, tuttavia cresce in generale colla temperatura.

Per i valori dei coefficienti di compressibilità ho assunto quelli corretti (2), partendo dal valore del Grassi per la temperatura di 1°,5, invece che per quella di 0°, dietro l'osservazione fatta dal Tait (3). Per i volumi specifici mi sono servito dei dati e formole di sperimentatori diversi, e che furono già indicate nelle mie pubblicazioni precedenti (4).

Nelle tabelle seguenti nella prima colonna sono indicate le temperature, nella seconda i volumi specifici, nella terza i coefficienti di compressibilità riferiti alla pressione d'un'atmosfera, nella quarta i valori di a.

Per l'acqua sono riportati, oltre le suddette grandezze, anche i valori dei coefficienti di compressibilità calcolati colla espressione del Tumlirz, assumendo per valore costante di a 0,00075295, per far vedere come essi non siano sempre concordanti coi risultati della esperienza.

(1) Pagliani e L. Palazzo, *Sulla compressibilità dei liquidi*. Memorie della R. Accademia dei Lincei, anno CCLXXXI. 1883-84.

(2) S. Pagliani, *Sulla compressibilità dei liquidi e sui loro coefficienti di tensione e calori specifici a volume costante*. Torino, Unione tipografico-editrice, anno 1890.

(3) *Report on the scientific results of the Voyage of H. M. S. Challenger 1888*, Part. IV. *Report on some of the Physical properties of Water*.

(4) S. Pagliani, loc. cit. e Atti della R. Accademia delle scienze di Torino. XX, 1884.

Acqua $m = 18$.

t	ν	$\mu \times 10^7$ osserv.	$\mu \times 10^7$ calc.	a
0°	0,00100013	521	495	0,00074573
10	100025	489	478	74947
20	100174	463	464	75323
30	100425	442	457	75703
40	100770	427	453	76030
50	101195	416	452	76337
60	101691	408	455	76634
70	102256	409	459	76723
80	102887	415	464	76715
90	103567	421	471	76748
100	104312	430	479	76738

Quantunque anche i valori calcolati colla espressione del Tumlirz indichino l'esistenza d'un minimo di compressibilità dell'acqua, la temperatura in cui cadrebbe non corrisponde a quella trovata sperimentalmente, ma ne differisce di una diecina di gradi in più.

I valori calcolati confermano anche non esistere alcun massimo di compressibilità fra 0° e 4°, come aveva creduto trovare il Grassi.

Come si vede, adottando un valore costante di a per tutte le temperature, la concordanza non è soddisfacente fra i valori calcolati e gli osservati.

Per gli altri liquidi non abbiamo creduto opportuno, per amore di brevità, di calcolare a per tutte le temperature, ma solo per le temperature estreme a cui fu determinata la compressibilità.

Benzene $m = 78$.

t	ν	$\mu \times 10^7$	a
20°	0,0011392	924	0,0009593
75	12230	1263	9855

Tumlirz assunse $a = 0,0009577$

Toulene $m = 92$.

0°	0,0011335	786	0,0009865
20	11577	887	9942
100	12716	1414	10274

Xilene $m = 106$.

0°	0,0011403	750	0,0010061
100	12671	1386	10422

Cimene $m = 134$.

0°	0,0011428	741	0,0010240
100	12557	1318	10616

Alcool etilico $m = 46$.

0°	0,0012407	986	0,0009970
68°,5	13408	1417	10011

Tumlirz assunse $a = 0,0010060$

Alcool propilico $m = 60$.

0°	0,0012191	874	0,0010199
99°,3	13641	1601	10311

Tumlirz assunse $a = 0,0010197$

Alcool isobutilico $m = 74$.

0°	0,0012251	898	0,0010429
100	13531	1668	10480

Alcool amilico $m = 88$.

0°	0,0012118	833	0,0010517
100	13429	1477	10807

Tumlirz assunse $a = 0,0010519$

Risulta in modo evidente dai precedenti valori come il valore di a tende in generale ad aumentare col crescere della temperatura.

Tuttavia abbiamo un liquido, l'etere etilico, per il quale dai dati sperimentali di G. P. Grimaldi (¹), risulterebbe che a diminuisce coll'aumentare della temperatura. Per esso però abbiamo che l'incremento del coefficiente di compressibilità colla temperatura è molto più sensibile che per tutti i precedenti liquidi considerati, come risulta dalla tabella seguente:

Etere etilico $m = 74$.

t	v	$\mu \times 10^7$	a
0°	0,0013565	1570	0,0011025
100	16312	4800	10622

Il massimo rapporto fra il coefficiente di compressibilità a 100° e quello a 0° per i liquidi sopra studiati non arriva a 2, mentre per l'etere è più di 3.

Una conseguenza interessante si può dedurre dal confronto dei valori di a per i liquidi qui studiati e per altri, ed è che sembra che questo volume

(¹) Atti dell'Accad. Gioenia di Scienze naturali di Catania (1). 18. Anno 1885.

specifico minimo assunto da un liquido a pressione infinitamente grande, aumenti, a parità di condizione di temperatura, col crescere, diremo così, della complicazione della molecola del liquido. Questo si osserva non solo nelle singole serie degli idrocarburi e degli alcooli, ma si può dire in generale.

Di più, anche i prodotti $m\, a$, che sono numeri proporzionali ai volumi molecolari, e quindi pure i valori di $\sqrt[3]{ma}$, che sono proporzionali ai diametri delle molecole, staranno in relazione colla complicazione della molecola. Ciò risulterebbe dalla tabella seguente, dove nella prima colonna abbiamo indicato il numero degli atomi contenenti nella molecola, e nella seconda il peso molecolare.

	n	m	a	ma
Mercurio.	1	200	0,00006798	0,013595
Acqua	3	18	0,00074573	0,013423
Solfuro di carbonio .	3	76	0,00064052	0,048680
Alcool etilico . . .	9	46	0,0009970	0,045862
» propilico . .	12	60	0,0010199	0,061194
» isobutilico . .	15	74	0,0010429	0,077175
» amilico . . .	18	88	0,0010517	0,092550
Etere etilico . . .	15	74	0,0011025	0,081590
Benzene	12	78	0,0009593	0,074825
Toluene	15	92	0,0009865	0,090758
Xilene	18	106	0,0010061	0,106647
Cimene	24	134	0,0010240	0,137216

Inoltre osserviamo che anche a parità di numero di atomi, ed essendo i volumi molecolari relativamente maggiori per gli idrocarburi considerati che per gli alcoli, i volumi specifici a pressione infinitamente grande riescano minori per i primi che i secondi.

Questo risultamento può trovare la sua spiegazione in ciò, che sulla diminuzione di volume specifico subita da un liquido per compressione devono influire, oltre che la grandezza della molecola e la sua struttura, anche le forze molecolari, le quali stanno in rapporto colla massa delle molecole. Quindi osserviamo che, a parità di numero di atomi, essendo il peso molecolare relativamente maggiore, anche con un volume molecolare corrispondente maggiore, i volumi specifici a pressione infinitamente grande riescono minori per gli idrocarburi che per gli alcoli, in questa Nota considerati.

Patologia vegetale. — *Una nuova forma di Botrytis parassita del Diospiros Kaki.* Nota del dott. UGO BRIZI, presentata dal Corrisp. CUBONI [1].

Da varî anni a questa parte ho avuto occasione di studiare, in diverse località, una malattia dei frutti del comune Kaki (*Diospiros Kaki*), la quale, avvertita da pochi, ha pur cagionato e cagiona danni considerevoli. Due anni fa tale malattia distrusse tutti i Kaki del giardino dell'avv. Boccardo, ed ha sempre, più o meno, infierito negli anni scorsi in varie località ed anche su alcune piante di Kaki coltivate nell'orto del R. Museo Agrario.

Il carattere con cui si appalesa in generale la malattia, si è la caduta dei grossi frutti, i quali, quando si avvicinano alla maturità, si distaccano dal calice, che resta aderente al picciuolo, mentre invece normalmente il grosso calice è persistente, ed è ben difficilmente separabile dal frutto se non a maturità perfetta. Questo precoce distacco è assai dannoso perchè, come è noto, nei nostri climi, il frutto dei Kaki difficilmente raggiunge la maturità fisiologica sulla pianta stessa, ma è uso dei coltivatori di staccarlo ancora verde tagliandone il picciuolo e facendo ai frutti compiere la maturazione nei magazzini, sulla paglia e sulle stuoie dal settembre fino al dicembre.

Condizione indispensabile per la maturazione del frutto si è appunto che il grosso calice non si distacchi da esso, giacchè se il calice viene distaccato si apre subito una soluzione di continuità corrispondente alla cicatrice lasciata dal distacco del calice, per cui bentosto l'intero frutto diventa bruno e si trasforma in una massa putrescente dapprima per opera del parassita, che ora descriverò, ed in seguito per opera di altri microrganismi ubiquitari e saprofitici che sopravvengono poi.

Il danno che la malattia può produrre è rilevante specialmente quando si consideri il prezzo relativamente alto che hanno i frutti del Kaki sul mercato, la necessità che hanno tali frutti di compiere la maturazione staccati dall'albero per un lungo periodo, durante il quale sono moltissimi i frutti che vanno perduti nei magazzini di conservazione e durante i trasporti, per questo speciale marciume poco noto ed attribuito dai negozianti e frutticultori alle solite muffe.

Infatti essi prendono le loro precauzioni contro quest'ultime giungendo, in certi casi persino alla sterilizzazione esteriore dei frutti, ma siccome il germe del parassita è già penetrato nell'interno, le precauzioni anche dispen-

[1] Ricerche eseguite nella R. Stazione di Patologia Vegetale.

diose sono inutili, mentre non sarebbe difficile prevenire in tempo utile questo danno.

Se si osservino i frutti di Kaki colpiti dalla malattia, ma non ancora caduti, si può vedere quasi sempre sollevando una delle quattro lacinie del calice persistente, che al di sotto di esse si manifesta una leggera muffa biancastra, che da principio si potrebbe confondere colla comune muffa (*Penicillium*) all'inizio del suo sviluppo.

Questi frutti così colpiti si distaccano con una leggerissima trazione dal grosso disco calicino, il che non avviene invece senza grande sforzo nei frutti sani nei quali, anzichè distaccarsi il calice, si spezza piuttosto il picciuolo.

Quando la malattia è più avanzata e che si è iniziata l'infezione del mesocarpio, è allora che il frutto si distacca naturalmente e diventa assolutamente inutilizzabile perchè immaturo e impossibile a salvare da una rapida putrefazione.

Molte volte i frutti sono attaccati dalla malattia assai tardi, nelle giornate piovose di settembre, e vengono raccolti e posti a maturare nei magazzini prima che, come ho detto, l'infezione sia tanto forte da farli cadere naturalmente, ma quando però al di sotto delle lacinie del disco calicino l'infezione siasi già prodotta.

È questo appunto il caso più comune per cui i frutti marciscono ugualmente sulla paglia, quantunque siano stati raccolti in apparenza perfettamente sani. Questo ho riscontrato assai frequentemente, giacchè nella maggior parte dei casi nei quali ho potuto studiare frutti marciti nei magazzini, la putredine era dovuta esclusivamente al fungillo che ora descriverò.

Ponendo i frutti appena attaccati dal male in camera umida e a temperatura di circa 26-28 gradi, la muffa bianca rapidamente si forma invadendo la polpa del frutto, il quale presenta dapprima delle macchie livide sull'epicarpio, le quali macchie s'infossano, finchè tutta la bacca si putrefà mandando un soavissimo odore etereo e coprendosi delle fruttificazioni del fungillo.

I guasti che produce il parassita nell'interno della polpa sono causati dall'enorme sviluppo del solo micelio, il quale emette più tardi dei rami conidiofori fitti e candidissimi.

Accade però talvolta, in qualche caso, nei frutti di Kaki conservati nei magazzini, che la putrefazione vera avvenga invece molto tardi e che il micelio del fungillo, vivendo nell'interno della polpa, da principio ne concentri i succhi senza farli marcire.

Il frutto allora presenta soltanto all'esterno delle macchie livide con qualche depressione dell'epicarpio, mentre il sapore non solo non è alterato, ma diventa dolcissimo e la polpa del frutto acquista un profumo tutto speciale. Accade cioè all'incirca, in quei frutti di Kaki in cui l'epicarpio sia

perfettamente integro, quello che avviene nell' Edelfaüle dell' uva invasa dalla *Botrytis cinerea*, nella quale la putredine è nobile finchè l' ambiente sia asciutto e non sianvi soluzione di continuità sull' epicarpio, mentre di nobile si fa ignobile quando l' ambiente diventi molto umido o quando per una ragione qualunque si produca una comunicazione coll' esterno.

Ma se l' Edelfaüle dell' uva si può arrestare a tempo voluto, perchè in tal modo se ne trae, come è noto, un vantaggio anzichè risentirne un danno, così non è di quella dei Kaki, giacchè lo stadio di putredine nobile, oltre ad essere meno frequente è anche molto meno duraturo, poichè l' epicarpio ben presto si screpola naturalmente e gli altri microrganismi, dapprima tenuti lontani dal fungillo parassita che predomina, invadono il campo e tutta la polpa del frutto marcisce. La rapidità di questa putrefazione è poi in funzione della temperatura, giacchè la *Botrytis* che cagiona questo speciale marciume rimane sola fino che perdura la temperatura non superiore ai 24-25°, ma se l' ambiente è molto caldo vi si sviluppano rapidamente molti microrganismi e sopratutto una muffa, il *Rhyzopus nigricans*.

Osservando al microscopio un po' della polpa invasa dal fungillo si vede il micelio, il quale è abbondantissimo, ramificato, septato, jalino, un po' varicoso, che non solo penetra negli spazî intercellulari, ma attraversa anche tutte le cellule non rispettando neppure gli idioblasti sclerosi, comportandosi in modo assai somigliante a quello delle altre *Botrytis*.

I rami conidiofori sono bianchissimi, eretti, ramificati, all' apice biforcati e portano dei conidî ovato-ellittici jalini e che non acquistano mai, insieme ai conidi la tinta grigio-cinerea che caratterizza la *Botrytis cinerea*, ma restano bianchissimi e costituiscono degli acervuli molto fitti.

Il fungillo differisce dalle affini *B. cinerea* e *B. vulgaris* per alcuni caratteri, perciò ho creduto opportuno farne una forma nuova che chiamerò provvisoriamente *Botrytis Diospiri* [1].

Quando il frutto del Kaki ha raggiunto un certo grado di decomposizione per opera del fungo, quando cioè l' epicarpio è rotto ed il frutto spaccato, specialmente se la temperatura si mantiene alquanto fresca, le massoline di micelio finiscono col coartarsi in piccoli glomeruli biancastri che sono l' inizio della formazione rapida di piccoli sclerozi tondeggianti, di forma un po' irregolare, dapprima giallastri, poi bruni ed infine neri, ma differenti da quelli della *Sclerotinia Fukeliana*, perchè non sono come questi ultimi di un color nero brillante e a superficie rugosa.

[1] Questa forma per i caratteri dell'estremità dei rami conidiofori acuti, pel colore delle ife appartiene al sottog. *Eubotrytis*, sez. *Albescentes* (Sacc., *Syll.*, IV, 116) e la diagnosi specifica è la seguente: *Caespitulis depresso-pulvinatis, albis, mucedineis, hyphis fertilibus hyalinis, ramoso furcatis, apice attenuatis, conidiis racemosis, ovato ellipsoideis hyalinis*, μ 8-10, « 6-8.

Per quanto io li abbia posti in cultura sulla sabbia umida, non mi riuscì di ottenere che formazioni di ife miceliari sterili, simili a quelli che li hanno predotti; solo raramente ottenni la formazione di qualche ramo conidioforo, ma non riuscii ad avere dallo sclerozio alcuna forma ascofora, per cui resta dubbioso il genere a cui la forma conidiofora descritta debba riferirsi, quantunque per analogia di sviluppo, per somiglianza di struttura dello sclerozio si possa ritenere con tutta probabilità che trattisi di una *Sclerotinia*.

È un caso analogo a quello studiato da Sorauer per la *Botrytis cana*, così funestamente parassita dei bulbi di cipolla, il cui sclerozio, senza mai dare origine a forma ascofora, riproduce sempre forme miceliari e di rado rami conidiofori.

I conidî presi dai conidiofori in rigogliosa vegetazione sui frutti dei Kaki, germinano perfettamente sulle patate e sulle barbabietole, più stentatamente nella gelatina di brodo, ma in ogni caso finiscono col dar luogo ad uno sviluppo grandissimo di ife sterili che formano dei cuscinetti di muffa bianchissima. Rarissimamente si formano dei rami conidiofori, e dalle culture artificiali non mi è riuscito neppure di ottenere gli sclerozî.

La *Botrytis Diospiri* si comporta nel caso descritto senza dubbio come parassita, ma probabilmente è essa stessa incapace di penetrare nell'interno del frutto senza che una via qualunque di comunicazione siasi prodotta in qualche modo. Non è certo facile di determinare la via d'ingresso, ma è assai probabile che s'inizii la infezione appunto al disotto del disco calicino, giacchè il fungillo al principio della malattia, come ho detto, si trova sotto le lacinie del calice, il quale, a malattia avanzata, è invaso esso stesso dal micelio del fungillo che in qualche caso rinvenni, in frutti ancora immaturi, persino fra le cellule sclerose dell'ipoderma del grosso disco calicino. È probabile perciò che sia quella la via d'infezione e che non occorra una vera soluzione di continuità sull'epicarpio per opera di agenti esteriori (grandine, puntura d'insetti ecc.), come avviene per altre malattie infettive simili.

Infatti, se la temperatura si mantiene relativamente calda verso la fine di agosto, quando si notano i primi sintomi della malattia, e se ci concorra una certa umidità, al disotto delle lacinie del calice, si forma una vera camera umida ed oscura adattatissima alla germinazione delle spore del fungillo e quando il frutto comincia ad ingrossare ed a divenir pesante, non è difficile che lo scuotimento del vento possa produrre un principio di distacco del disco calicino che apra una comoda via d'ingresso al micelio del fungo.

In molti frutti di *Diospiros* staccati dalla pianta ancora immaturi e di apparenza perfettamente sana, ho cercato di riprodurre artificialmente la malattia, introducendo con un ago a siringa un po' di acqua distillata nella quale avevo previamente spappolato un po' di polpa presa da un frutto di Kaki fortemente infetto e perforando leggerissimamente i tessuti al disotto

del disco calicino con l'ago stesso. Non uno dei frutti così inoculati si salvò dalla putredine che avvenne con estrema rapidità, giacchè in qualcheduno dopo poche ore ad una temperatura di 26-28° cominciarono ad apparire macchie livide sull'epicarpio, come se i frutti stessi fossero stati scottati con acqua bollente, mentre l'esame microscopico dimostrò un rigoglioso e rapido sviluppo del micelio, il quale, quando i frutti vennero aperti e spaccati diede subito origine a numerosi rami conidiofori ed agli sclerozi, mentre i frutti non infettati artificialmente e tenuti per controllo si conservarono bene tenendoli in laboratorio, all'incirca nelle stesse condizioni, fino a maturità.

Circa i mezzi per prevenire questa dannosa malattia dei Kaki, ho eseguito alcune prove che mi sembrano abbastanza convincenti adoperando la comune poltiglia bordolese più concentrata (2 °/₀) ed applicandola con molta cura con un pennello sul calice del frutto, intorno al calice stesso, cercando anche di penetrare sotto alle lacinie.

Le prove eseguite fin dalla metà di agosto nel giardino dell'avv. Boccardo, diedero risultati abbastanza buoni, come pure in una pianta di *Diospiros* coltivata nel R. Museo Agrario, la quale nel 1897 e nel 1898 perdette totalmente i frutti che caddero immaturi pel distacco del disco calicino per opera del fungo descritto, mentre nel 1899 invece tutti i suoi frutti furono immuni dalla malattia con una sola ed accurata pennellazione dei calici dei Kaki eseguita ai primi del mese di settembre.

Inoltre le stesse prove eseguite con ottimo risultato su alcuni frutti staccati, m'inducono a credere che la pennellazione dei calici fatta accuratamente possa evitare e prevenire con tutta probabilità il marciume dei frutti anche nei magazzini.

Questo trattamento non è nè difficile, nè costoso, per cui mi sembra che varrebbe la pena che i coltivatori di Kaki lo sperimentassero su larga scala per premunirsi in tal modo non solo contro gli attacchi precoci del fungillo che fa cadere i frutti anzitempo, ma anche contro gli attacchi tardivi o, per lo meno, contro lo sviluppo tardivo del fungo, così funesto quando avviene sui frutti staccati dalla pianta e posti a completare la maturazione fisiologica sulle stuoie nei magazzini.

CORRISPONDENZA

La Presidenza dell'Accademia, a nome dell'Accademia stessa, presentava alle LL. MM. il Re e la Regina Madre una copia del Rendiconto della Seduta solenne del 2 giugno 1901, alla quale S. M. il Re era intervenuto; e le LL. MM. facevano esprimere il Loro gradimento all'Accademia, colle lettere seguenti:

MINISTERO DELLA REAL CASA — *Roma, 29 luglio 1901.*

N. 7283.

Giusta il desiderio espressomi dalla S. V. On.ma, rassegnai a S. M. il Re l'esemplare degli *Atti della R. Accademia dei Lincei pel 1901.*

L'Augusto nostro Sovrano il quale serba grata memoria della cerimonia inaugurale, cui fu presente in data 2 giugno 1901, accoglieva col miglior favore l'esemplare della suddetta pubblicazione che Gli rappresenta un caro e nobile ricordo e m'incarica di porgerne distinte grazie alla S. V. ed agli illustri suoi colleghi.

Nel compiere tale ufficio ne profitto per confermarle, preg.mo Sig. Vicepresidente, la distintissima mia considerazione.

Il Ministro
E. Ponzio Vaglia.

All'Onorevolissimo Signor
Prof. Senatore Pietro Blaserna
Vice Presidente della R. Accademia dei Lincei
Roma

CASA DI SUA MAESTÀ

LA REGINA MADRE

Stupinigi 7 Agosto 1901.

Onor.mo Signor Senatore,

Ebbi il pregio di rassegnare a Sua Maestà la Regina Madre la copia del Rendiconto della seduta solenne tenuta nel giugno scorso da cotesta R. Accademia alla presenza di Sua Maestà il Re.

L'interessante omaggio era assai ben gradito dall'Augusta Signora, che altamente compiacendosi del reverente pensiero e delle devote manifestazioni, cui dette luogo quella solenne Adunanza, mi voleva interprete del più grato suo animo.

Ben volentieri compio il piacevole ufficio e profitto dell'occasione per affermarle, On.mo signor Senatore, la mia distintissima osservanza.

Il Cavaliere d'Onore di Sua Maestà
GUICCIOLI

All'Onorev.mo
Sen. Comm. PIETRO BLASERNA
V. Presidente della R. Accademia dei Lincei
Roma

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

L'Accademia Virgiliana di scienze, lettere e belle arti di Mantova; la Società di scienze naturali di Emden; le Società geologiche di Edinburgo e di Manchester; la Società degl' ingegneri civili di Londra; la R. Società astronomica di Londra; l'Osservatorio di Praga; le Università di Cambridge e di Leida.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
dall' 8 luglio al 4 agosto 1901.

Arcidiacono S. — Il terremoto di Nicosia del 26 marzo 1901. Catania, 1901. 8°.

Bakhmetieff P. — De la température vitale minima chez les animaux dont la température du sang est variable. S.t Pétersbourg, 1901. 4°.

Id. — Warum fliegen die Tagschmetterlinge nur am Tage und die meisten Nachtschmetterlinge in der Nacht? S. Petersburg, 1901. 4°.

Baldwin E. B. — Auroral Observations on the second Wellman Expedition made in the Neighborhood of Franz Joseph Land. Washington, 1901. 4°.

Id. — Meteorological Observations of the second Wellman Expedition. Washington, 1901. 4°.

Blasdale W. Ch. — A Chemical Study of the Indument Found on the Fronds of Gymnogramme Triangularis. Berkeley, 1900. 8°.

Boussinesq J. — Théorie analytique de la Chaleur mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière. T. I. Problèmes généraux. Paris, 1901. 8°.

Christophers S. R. and *Stephens M. D.* — Further Reports to the Malaria Committee, 1900. London, 1900. 8°.

Clark W. B. — Maryland and its Natural Resources. Baltimore, 1901. 8°.

D'Achiardi G. — Cenni sui minerali della miniera di antimonio delle Cetine di Cotorniano, Pisa, 1901. 8°.

Id. — Emimorfismo e geminazione della Stefanite des Sarrabus (Sardegna). Pisa, 1901 8°.

Ethnographic Survey of India in connection with the Census of 1901. Calcutta, 1901. 4°.

Grave C. — Ophiura Brevispina. Baltimore, 1900. 4°.

Hjelt E. und *Aschan O.* — Die Kohlenwasserstoffe und ihre Derivate oder Organische Chemie. VI. Th. (Roscoe-Schorlemmer's: Ausführl. Lehrbuch der Chemie VIII). Braunschweig, 1901. 8°.

Klein C. — Ueber den Brushit von der Insel Mona. (zwischen Haïti und Portorico). Berlin, 1901. 8

Kölliker A. — Die Medulla oblongata und die Vierhügelgegend von Ornithorhyncus und Echidna. Leipzig, 1901. 4°.

Lockyer W. J. S. — The Solar Activity 1833-1900. London, 1901. 8°.

Manasse E. — Su di alcune rocce della Crocetta presso S. Pietro in Campo (Isola d'Elba). Pisa, 1901. 8°.

Mascari A. — Risultato delle osservazioni solari fatte all'Osservatorio di Catania nel 1900. Catania, 1901. 4°.

Mascari A. — Sulle protuberanze solari osservate al R. Osservatorio di Catania nell' anno 1900. Catania, 1901. 4°.

Meli R. — Aggiunte bibliografiche sulla Baritite e sulla Fluorite della Sardegna. Roma 1899. 8°.

Id. — Ancora poche parole sugli esemplari di Neptunea Sinistrorsa Desh. (Fusus) pescati nella parte australe del bacino occidentale del Mediterraneo. Modena, 1898, 8°.

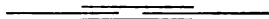
Id. — Osservazioni sul pecten (Macrochlamys) Ponzii Meli, e confronti con alcune forme di pectinidi neogenici affini che vi si collegano. Roma, 1899. 8°.

Pflüger E. — Die Resorption der Fette vollzieht sich dadurch, dass sie in wässrige Lösung gebracht werden. Bonn, 1901. 8°.

Riccò A. — Deformazione del sole all' orizzonte. Catania, 1901. 4°.

Id. — Nova (3.1901) Persei. Osservazioni astrofisiche fatte nel R. Osservatorio di Catania. Catania, 1901, 4.

Salmojraghi F. — Steatite nella Dolomia principale del Monte Bogno (Lago d' Iseo). Milano, 1901. 8°.

Weber H. — Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik. Braunschweig, 1901, 8°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 18 agosto 1901.

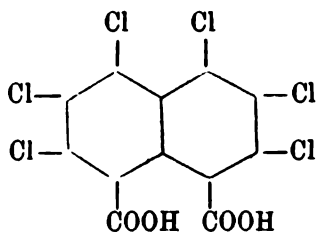
Chimica. — *Sull'acido naftalico e sulla naftalimide* (1). Nota di L. Francesconi e V. Recchi, presentata dal Socio Cannizzaro.

L'acido 1-8 naftalico ha con l'acido ftalico una grande analogia, com'è provato dalle numerose reazioni nelle quali così l'uno che l'altro mostrano lo stesso comportamento e conducono a resultati simili. Danno entrambi facilmente le corrispondenti anidridi e imidi; si condensano con i mono- e bi- fenoli ecc.; in modo che, quando i due carbossili si trovano in posizione 1-8, il composto sembra acquistare le stesse proprietà di un derivato orto-bicarbossilico.

Ma questa somiglianza di comportamento non è sempre completa, come risulta dalle esperienze da noi fatte, per estendere all'acido naftalico alcune reazioni già eseguite sull'acido ftalico.

Cominciammo dal provare sull'acido naftalico l'azione dei pentacloruri di fosforo e di antimonio.

Col pentacloruro di antimonio e l'acido, o meglio l'anidride naftalica, in modo analogo a quello con cui Gnehm (2) ebbe dall'anidride ftalica l'acido tetracloroftalico, ottenemmo l'acido esacloronaftalico

```
        Cl   Cl
        |    |
Cl— /\ /\ —Cl
   |  |  |
Cl— \/ \/ —Cl
        |    |
      COOH COOH
```

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Roma.

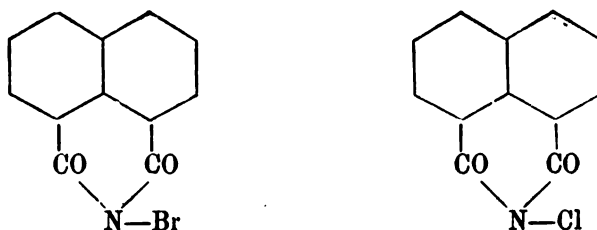
(2) A. 238, pag. 320.

e nel tempo stesso un cloruro di carbonio, di cui le analisi e la grandezza molecolare conducono alla formula $C_{12} Cl_{14}$.

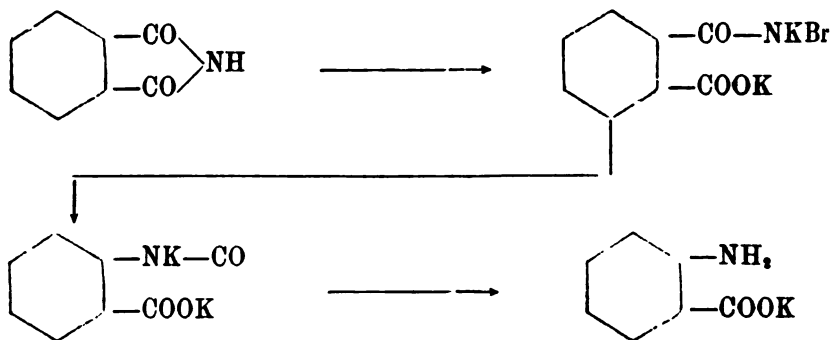
Il pentacloruro di fosforo, con cui era nostro intendimento preparare il cloruro di naftalile, primo, per vedere se, secondo la regola di Auger (1), esso avesse formula simmetrica, come i cloruri degli acidi bibasici a catena impari di atomi di carbonio, poi, per passare per riduzione alla naftalide; ci dette men buoni resultati. Malgrado ogni tentativo non si riuscì ad isolare il detto cloruro; il quale si forma per azione spinta del $PhCl^5$, ma è instabilissimo e torna subito a decomporsi con gli elementi dell'acqua, che assorbe avidamente dall'aria, in anidride naftalica e acido cloridrico. Questa instabilità confermerebbe la supposizione della formula simmetrica.

Abbiamo poi studiato l'azione degli ipobromiti e ipocloriti alcalini sulla naftalimide.

Operando a freddo, come Bredt e Hof (2) con la ftalimide, si ebbe la bromil- e la cloril- naftalimide. Se non che la bromil- naftalimide è meno stabile del corrispondente derivato alogenato dell'imide ftalica, e perde facilmente il suo bromo. Corrispondono alle formule:

CO CO N—Br   CO CO N—Cl

Spingendo poi l'azione degli ipobromiti col calore, cercammo di realizzare la reazione di Hoffmann, per cui Hoogewerff e Van Dorp (3) dall'imide succinica e ftalica, passarono agli acidi β- amidopropionico e antranilico:

—CO —CO >NH ⟶ —CO—NKBr —COOK

—NK—CO —COOK ⟶ $—NH_2$ —COOK

(1) Ann. de Chimie et de Phys. 1891, pag. 289.
(2) Ber. 1900, pag. 21.
(3) Rec. 10, p. 4.

Tale passaggio, nel nostro caso, pur variando le condizioni dell'esperienza, non si effettua che in minimo grado, avendo noi ottenuto, per azione dell'ipobromito di potassio sulla naftalimide, solo una piccola quantità di sostanza che presenta i caratteri e le proprietà dell'acido peri-aminonaftoico ([1]).

Appare da ciò che il nucleo eterociclico a sei atomi, che si ha nel caso dell'acido 1-8 naftalico, come più prontamente si forma nell'anidride e quindi nell'imide di quello penta atomico dell'acido ftalico, così è più stabile e per conseguenza offre maggiore difficoltà ad aprirsi per dar luogo a quella trasposizione molecolare.

Azione del pentacloruro di antimonio sull'anidride naftalica.

Grammi 10 di anidride naftalica polverizzata vennero introdotti in un palloncino a tubulatura laterale (connesso ad un collettore raffreddato) e addizionati con grammi 150 di pentacloruro di antimonio: l'anidride si imbeve tosto della maggior parte del pentacloruro e la poltiglìa così formatasi viene riscaldata fino a che l'anidride siasi completamente disciolta. Nella soluzione di color rosso scuro si fa gorgogliare del cloro mentre la temperatura si innalza e si mantiene a 180°. Si manifesta subito un forte sviluppo di fumi bianchi dovuti alla formazione d'acido cloridrico che trasporta del pentacloruro d'antimonio. Questi fumi diminuiscono a poco a poco, senza mai però scomparire completamente. Il riscaldamento si prolunga per circa sette ore, poi, continuando sempre a far passare il cloro, si distilla quanto più si può di pentacloruro d'antimonio; il residuo liquido si lascia raffreddare sino a circa 110° e quindi, prima che si solidifichi, lo si versa in una grande quantità di acqua fortemente acida per acido cloridrico. Si separa da prima insieme col prodotto della reazione, dell'ossicloruro d'antimonio, che però si discioglie prontamente, lasciando indietro una massa vischiosa di color gialliccio, la quale, col raffreddamento, in breve tempo indurisce. Questa massa si polverizza accuratamente, si lava più volte con acido cloridrico al fine di liberarla completamente da tutto l'ossicloruro che ancora l'inquina, quindi si filtra alla pompa e si lava sino a che il filtrato non dà più reazione acida.

Il prodotto così ottenuto, disseccato nel vuoto sull'acido solforico, pesa sempre un po' più che il doppio dell'anidride naftalica impiegata. Operando in tal modo si ottiene quasi esclusivamente un cloruro di carbonio, che si descriverà in seguito, insieme con quantità più o meno abbondanti di predotti giallicci resinosi e piccola quantità di una sostanza che cristallizza in squamette gialle brillanti e che è l'*anidride esacloronaftalica*.

([1]) Ekstrand, J. pr. (2) 38, pag. 159.

Per ottenere quantità maggiori di quest'anidride è necessario limitare a quattro o cinque ore il riscaldamento dell'anidride naftalica nel pentacloruro di antimonio, e tralasciare affatto la distillazione finale, per la quale la temperatura della soluzione si eleva da 180° a 210°. Si ottiene allora un prodotto grezzo meno giallo ed in minore quantità che nel caso precedente. L'anidride esacloronaftalica si può separare dal cloruro di carbonio, dopo polverizzato il prodotto, per mezzo di estrazioni successive con etere, che scioglie il cloruro di carbonio e le sostanze resinose e lascia indietro l'anidride.

Anidride esacloronaftalica. — Il residuo insolubile nell'etere viene estratto ancora una volta con alcool e finalmente disciolto nell'acido acetico glaciale, dalla cui soluzione bollente cristallizzano belle laminette brillanti di color giallo chiaro: questo colore non è dovuto ad impurezza, perchè ripetute cristallizzazioni da altri solventi non lo alterano, ma è proprio dell'anidride. Questa infatti si discioglie a stento nel carbonato sodico concentrato, e dalla soluzione alcalina gli acidi minerali precipitano l'acido esacloronaftalico, allo stato di fiocchi bianchi, che bolliti in seno all'alcool rapidamente ingialliscono, trasformandosi in anidride. L'anidride esacloronaftalica si condensa colla resorcina dando una fluorescenza che, come quella dell'anidride tetracloroftalica, è verde per riflessione e giallo-rosea per trasparenza.

Con l'acido solforico concentrato non dà la fluorescenza azzurra dell'anidride naftalica. È solubile nell'acido acetico, nell'etere acetico, nell'acetone; insolubile nell'etere, nel benzolo; quasi insolubile nell'alcool.

Quando è pura fonde a 205°.

Dalla determinazione di cloro, fatta col metodo di Volhard, si ebbe:

Sostanza . . . . gr. 0,2893 Cl = 0,1534

Dall'analisi elementare:

Sostanza . . . . . gr. 0,5060
CO^2 = gr. 0,6661 H^2O = 0,0110

Da cui calcolando il carbonio e il cloro per la formola $C^{12}Cl^6O^3$ si ha:

	Trovato	Calcolato
C °/₀	35,90	35,55
H	0,23	» »
Cl	53,03	52,64

Cloruro di carbonio $C^{12}Cl^{14}$. — Come già fu detto, questo cloruro insieme con alcuni prodotti di resinificazione passa in soluzione nell'etere allorchè si estrae con questo solvente il prodotto grezzo della reazione. La prima, la seconda e la terza estrazione con etere dànno, previa concentrazione

delle soluzioni, dei cristalli ora simili a cubi, ora aghiformi, che vennero insieme riuniti perchè riconosciuti diversi aspetti cristallini della stessa sostanza. Infatti una soluzione concentrata dei cubetti nell'etere, raffreddata rapidamente dà cristalli aghiformi; come questi, sciolti nell'etere, per lento raffreddamento della soluzione diluita, passano nella forma simile alla cubica. Dall' alcool poi questo cloruro cristallizza spesso in un modo e nell'altro, contemporaneamente. Cristallizzato dall'etere acetico presenta il punto di fusione a 135-136°, che non varia per ulteriori cristallizzazioni da altri solventi È solubile in quasi tutti i solventi; estremamente solubile nella benzina, alquanto nell'etere, poco nell'alcool, poco nell'acido acetico e discretamente nell'etere acetico, dalle cui soluzioni possono ottenersi grandi e bei cristalli, i quali appartengono al sistema triclino e dànno i seguenti valori:

$$\alpha = 99°30' \quad \beta = 88°7' \quad \gamma = 118°22'$$
$$a : b : c = 0{,}73660 : 1 : 0{,}93952$$

che furono determinati dal dott. F. Millosewich dell' Istituto mineralogico della R. Università di Roma; dal quale fu pure osservata una forma monoclina di detto cloruro, che però sembra assai labile perchè fu ottenuta una sola volta ed in condizioni non ancora bene stabilite.

Analisi elementare della sostanza:

1.	Sostanza gr. 0,4464	CO^2 gr. 0,3812	H^2O = 0,0097
2.	» gr. 0,4600	» » 0,3950	» 0,0062

Le determinazioni di cloro vennero fatte pure col metodo di Volhard, e dettero:

1.	Sostanza gr. 0,2744	Cloro gr. 0,2129
2.	» gr. 0,1230	» gr. 0,0954

Da cui, calcolando, si ha per 100:

	Trovato	
C	23,28	23,26
H	0,22	0,14
Cl	77,61	77,47

Ne risulta la formula $C_{12} Cl_{14}$, per cui si calcola per 100:

C	22,54
H	—
Cl	77,47

Il leggero eccesso di carbonio trovato, si spiega facilmente quando si consideri la difficoltà di una completa e regolare combustione di una sostanza così ricca di cloro, benchè le analisi venissero eseguite con un miscuglio di cromato di piombo e ossido di rame, in presenza di una lunga spirale di argento.

Di questo cloruro fu anche determinata la grandezza molecolare coi metodi crioscopico ed ebulliscopico.

Determinazione del peso molecolare col metodo crioscopico. — Solvente benzolo; abbassamento molecolare 53:

Grammi di solvente	Grammi di sostanza	Concentrazione	Abbassamento osservato	Peso molecolare trovato
10,77	0,3960	3,676	0,468	468
»	0,6678	6,200	0,705	466
11,68	0,1401	1,199	0,145	435
»	0,3750	3,210	0,369	461
»	0,6978	5,974	0,680	465
»	0,8726	7,479	0,840	471

Determinazione del peso molecolare col metodo ebulliscopico. — Solvente. ac. acetico; innalzamento molecolare 25,3:

Grammi di solvente	Grammi di sostanza	Concentrazione	Innalzamento osservato	Peso molecolare trovato
12,26	0,3000	2,447	0,122	541
»	0,5561	4,372	0,208	530

Solvente benzolo; innalzamento molecolare 26,7:

Grammi di solvente	Grammi di sostanza	Concentrazione	Innalzamento osservato	Peso molecolare trovato
8,95	0,3189	3,563	0,175	551
»	0,5997	6,700	0.343	529
»	1,0225	11,412	0,586	529

Solvente alcool; innalzamento molecolare 11,5:

Grammi di solvente	Grammi di sostanza	Concentrazione	Innalzamento osservato	Peso molecolare trovato
11,41	0,3462	3,034	0,055	634
»	0,5828	5,107	0,087	670

Come si vede, i valori ottenuti variano e col metodo che si adopera e col solvente che viene impiegato. Col metodo ebullioscopico, adoperando quale solvente l'alcool, si ebbe un peso molecolare medio eguale a 652, molto vicino a quello calcolato per C_{12} Cl_{14} che è di 639; adoperando l'acido acetico e la benzina il suo valore discende a circa 530; e valori molto più bassi, malgrado ogni cura usata nelle determinazioni, si hanno crioscopicamente dalla benzina; il che fa pensare ad un comportamento anomalo di questo cloruro di carbonio.

Non abbiamo potuto ottenere finora fatti sperimentali che chiarissero la costituzione di questo composto. Trattato con gli alcali, in soluzione alcoolica, si altera profondamente e dà delle resine brune incristallizzabili; resiste agli ossidanti più energici: sciolto nell'acido acetico e riscaldato con acido solforico e bicromato, si riottenne inalterato e purissimo. Soltanto per riscaldamento, in soluzione acetica, con polvere di zinco, fornì un prodotto di riduzione, bianco, pochissimo solubile nell'etere e nell'alcool, nei quali solventi si colora in violetto sotto l'azione della luce, insolubile nell'acqua, solubile nell'acido e nell'etere acetico e meglio nel benzolo da cui cristallizza in prismetti lucenti. Fonde costantemente a 225° e contiene ancora del cloro, che svolge se riscaldato al disopra della temperatura di fusione.

Sarà continuato da noi lo studio di questi cloroderivati dell'acido naftalico.

Azione degli ipobromotiti e ipocloriti alcalini sulla naftalimide.

Bromil- naftalimide. — La naftalimide fu preparata dall'anidride naftalica, secondo il metodo indicato da Joubert [1]. Gr. 5 di naftalimide si sciolsero nella quantità necessaria di soluzione diluita di potassa caustica (1 : 100 circa), riscaldando a b. m., poi lasciando raffreddare e filtrando. Occorre un grande volume di soluzione di potassa, perchè la naftalimide non vi si scioglie molto facilmente e perchè se si opera in soluzione concentrata, nel raffreddamento cristallizza il suo sale potassico in un ammasso di aghi bianchi e sottili.

[1] G. 25 (I) 247.

A questa soluzione, raffreddata ancora con ghiaccio a circa 0°, si aggiunse a poco a poco del bromo, sino a leggero eccesso (gr. 3) agitando continuamente. Venne così a separarsi in fiocchi una sostanza di un bel color giallo che si raccolse su filtro il più rapidamente possibile, si lavò con acqua ben fredda contenente disciolto un poco di bromo, si asciugò tra carta e si pose a seccare sull'acido solforico.

Il prodotto così ottenuto, contiene bromo e separa lo jodio da una soluzione di ioduro potassico. Il suo punto di fusione non è ben netto, perchè si decompone col riscaldamento, verso i 200°. Si scioglie facilmente nella benzina bollente da cui cristallizza in laminette gialle, lucenti. Per azione dell'acqua e degli alcali ridà prontamente la naftalimide.

Ne fu determinato il bromo col metodo di Volhard e per pesata, sotto forma di bromuro d'argento. Ma i valori ottenuti risultarono sempre inferiori al teorico:

Calcolato % per la formula $C_{12}H_6NO_2Br$		Trovato
Br	29,98	24-25

Ciò, senza dubbio, dipende dalle condizioni sfavorevoli in cui si forma, dovendosi preparare da soluzioni molto diluite e rimanendo in tal modo lungo tempo soggetta all' azione decomponente dell'acqua colla quale ha grande tendenza a reagire per riprodurre la naftalimide. Questa infatti l'accompagna sempre in una certa quantità, come si vede dalla fluorescenza azzurra che si ha con l'acido solforico concentrato e che ne è la reazione caratteristica.

Molto più stabile è la cloril-naftalimide, che fu preparata nel modo seguente:

Sciolta, come è detto sopra, la naftalimide nella potassa, vi si fece arrivare una lenta corrente di cloro, raffreddando con acqua e ghiaccio a 6°-7°. Di mano in mano che il cloro passa, si vanno separando fiocchi leggeri di una sostanza bianca, che fu raccolta su filtro, lavata e seccata su acido solforico. È quasi insolubile in etere; si scioglie nell'etere acetico e nell'alcool caldo, da cui cristallizza in lunghi aghi; più facilmente nel cloroformio e nel benzene bollente da cui cristallizza in laminette bianche, assai splendenti, fusibili a 233°-234°.

L'acido solforico concentrato la scioglie, colorandosi in giallo; ma la soluzione non dà alcuna fluorescenza.

All'analisi gr. 0,2605 di sostanza dettero gr. 0,1484 di AgCl, donde si ha per 100:

Calcolato per la formula $C_{12}H_6NO_2Cl$		Trovato
Cl	15,33	15,01

La cloril-naftalimide, con l'ammoniaca si decompone rapidamente. Se sulla clorilnaftalide, contenuta in un piccolo palloncino, si fa arrivare una corrente di ammoniaca secca, si ha notevole sviluppo di calore nel tempo stesso che la sostanza perde il suo aspetto e la sua lucentezza, trasformandosi in una polvere biancastra, fusibile a 293°-294°, e che si riconosce per naftalimide.

Le ammoniache sostituite, come la metilammina, e, sebbene meno energicamente, anche l'anilina e la metilanilina in soluzione nel benzene, agiscono in una maniera analoga, dando luogo al ripristinamento della naftalimide, insieme alla formazione di altri prodotti secondarî.

Si è provata da ultimo l'azione a caldo degli ipobromiti alcalini sulla naftalimide. Perciò si presero gr. 2,5 di naftalimide, finamente polverizzata, vi si aggiunsero 5 molecole di KOH in soluzione acquosa (5 : 100) e poi ancora acqua, quanta fu necessaria per avere a temperatura ordinaria una completa soluzione. Si filtrò e si aggiunse una molecola di ipobromito con altre due molecole di potassa e si scaldò infine lentamente a b. m.

Da principio si separano abbondanti fiocchi di una sostanza gialla che è la bromilnaftalimide; poi si ridiscioglie tutto in un liquido che va colorandosi sempre più intensamente, sino a diventar rosso bruno. Si lasciò a b. m. per circa due ore, si fece raffreddare e si acidificò con acido cloridrico. La maggior parte della naftalimide riprecipita inalterata e si riconosce dal suo punto di fusione ed alle solite reazioni. Fu separata per filtrazione e le acque madri si posero a svaporare a b. m. Si deposita il cloruro potassico e in ultimo piccola quantità di una sostanza giallo-bruna che si cercò di separare da quello e fu poi cristallizzata dall'acqua bollente.

È gialla, solubile nell'acido cloridrico e solforico col quale non dà fluorescenza, e nella soluzione di potassa. Fonde a 176° e contiene azoto. Possiede per tanto tutti i caratteri dell'acido 1-8 amino naftoico; la piccola quantità che finora ne abbiamo ottenuta non ci ha permesso una più rigorosa identificazione.

Paleontologia. — *L'Elephas trogontherii Pohlig. di Montecatini in Val di Nievole.* Nota di Arnaldo Ricci, presentata dal Corrispondente Carlo De-Stefani.

Nella collezione dei Mammiferi post-pliocenici del R. Istituto Superiore di Firenze esistono due frammenti di molari secondi superiori di Elefante, uno destro (fig. 1) e l'altro sinistro (fig. 2), mancanti di circa la metà delle loro respettive lamine ed appartenenti senza dubbio ad uno stesso individuo.

Questi due frammenti, che furono donati nel 1859 dal sig. cav. Carlo Schmitz, provengono dai depositi post-pliocenici, cioè dai travertini, che formano presso i bagni di Montecatini in Val di Nievole (provincia di Lucca)

una larga espansione sul pliocene [1], tranne verso il Tettuccio ove riposano sugli schisti cretacei [2].

Questi due molari che sono rappresentati a mezza grandezza naturale, già ricordati dall' Issel [3] ed attribuiti dal Weithofer [4] all'*E. primigenius* Blum, hanno solo 7 x e le seguenti dimensioni:

Lunghezza della corona in ambedue i frammenti mm. 116
Larghezza massima della corona alla 2ª lamina » 81
Altezza massima della corona alla 6ª lamina. » 100

Le lamine tutte sono affette dall' abrasione eccetto il tallone prossimale. Il piano d'abrasione, largo mm. 81 e lungo mm. 116, è ovale ed un poco obliquo dal di sopra all' infuori.

(1/2 grandezza naturale)
FIG. 1.

Nel frammento destro (fig. 1) la prima lamina (procedendo dall' avanti all' indietro) è rotta alla sua parte inferiore interna. La 2ª, 3ª e 4ª presentano ciascuna una figura d'abrasione completa, diritta e non tortuosa. La 5ª alla parte interna del dente mostra un' isola ellittica distinta. La 6ª ha il terzo interno della sua figura del tutto separato e risulta di due isole, non ancora completamente fuse insieme e di altra intatta mammilla posta all' interno di esse. L'ultima, ossia la 7ª, presenta il terzo esterno unito al terzo medio,

[1] C. De-Stefani, *I dintorni di Monsummano e di Montecatini in Val di Nievole.* Boll. R. Com. Geol., vol. VIII, n. 1-2, pag. 46. Roma, 1877.

[2] D. Zaccagna, *I terreni della Val di Nievole tra Monsummano e Montecatini.* Boll. R. Com. Geol., vol. XIII, n. 9 e 10, pag. 259. Roma, 1882.

[3] A. Issel, App. pal. IV: *Descrizione di due denti d'Elefante raccolti nella Liguria occidentale.* (Ann. Mus. Civ. St. Nat. di Genova, vol. XIV, pag. 167 (15). Genova, 1879).

[4] A. Weithofer, *I Proboscidiani fossili del Valdarno in Toscana.* Memorie R. Com. Geol. del Regno, vol. IV, parte 2ª, pag. 113. Firenze, 1898.

sebbene ancora sia palese la traccia della loro primitiva separazione in quattro isole, ed il terzo interno risultante di un' isola orbicolare insieme ad altra intatta, separata e più interna digitazione. Il tallone prossimale, che ancora non ha raggiunto il piano d'abrasione ed è sempre ricoperto da un discreto strato di cemento, consta di varie mammille, delle quali sulla superficie triturante è solamente visibile la mediana intatta.

Nel frammento sinistro (fig. 2) la 1ª, 2ª, 3ª e 4ª lamina presentano ciascuna una figura d'abrasione completa, non tortuosa, tranne la 4ª che lo è lievemente. La 5ª, come si è visto nel frammento del molare destro, ha alla sua parte interna un' identica isola ellittica del tutto separata. La 6ª risulta formata di un elemento laminare occupante il terzo medio ed il terzo

(1/2 grandezza naturale)

FIG. 2.

esterno, che è sul punto di riunirsi alla prima isola del terzo interno, formato di tre isole circolari non ancora del tutto fuse tra loro. L'ultima infine consta di sette digitazioni in incipiente uso formanti altrettante piccolissime isole orbicolari. Il tallone posteriore o prossimale, sebbene sia quasi completamente ricoperto da denso strato di cemento, pure apparisce formato di varie mammille, che ancora non hanno raggiunto il piano di abrasione, visibili solo posteriormente in seguito a perdita di cemento avvenuta durante forse l'escavazione.

Le lamine in ambedue i frammenti sono tra loro parallele, grosse, a corni laterali diritti, prive del processo mediano acuto caratteristico dell'*E. antiquus* Falc. ed *E. africanus* Blum. di quasi uniforme spessore nel loro decorso, alquanto distanti l'una dall'altra ed aventi ciascuna uno spessore al massimo di circa mm. 8 $^1/_2$. Lo smalto è spesso, ondulato, lievemente pieghettato sulla parte mediana di ciascuna lamella e di colore bianco madreperlaceo sulla superficie triturante, mentre è bruno sulla faccia radicale. Il

cemento è scarso alla faccia esterna ed interna del dente, più massiccio alla faccia posteriore ed i suoi interspazî appariscono come tante coste complete congiungenti tra loro le varie lamine e non oltrepassanti lo spessore di mm. $6\,^1/_2$; quindi ad ogni elemento laminare completo spettano mm. 15.

La superficie esterna di tali frammenti è un poco convessa, ma meno di quella interna ed in ambedue le superfici le lamine dentali accennano ad una convessità appena percettibile rivolta in avanti.

Sulla faccia anteriore del frammento sinistro notansi i residui della lamella posteriore dello smalto di un'altra lamina, mentre ciò non si verifica nel frammento destro.

La superficie posteriore compressa, quasi pianeggiante decorre perpendicolare alla superficie di masticazione e su di essa vedesi una ben distinta marca di pressione prodotta dal dente che doveva esistere in *situ* al di dietro di questi.

La superficie superiore o radicale in entrambi va restringendosi dall' indietro in avanti e mostra le estremità inferiori delle lamine di colore bruno, come una serie di creste parallele separate tra loro e visibili in seguito alla rottura delle estremità radicali mancanti.

A quale delle quattro principali specie, *E. meridionalis* Nesti, *E. antiquus* Falc., *E. trogontherii* Pohlig, *E. primigenius* Blum., possono questi due frammenti essere riferiti? Dai dati raccolti mi sembra, se non con l'assoluta certezza, almeno con la massima probabilità appartengano all'*E. trogontherii* Pohlig. Infatti, tenendo conto della formula lamellare, della forma loro, dell'indice, della spessezza dello smalto, delle dimensioni sì assolute che in rapporto coll' indice, col numero e conformazione delle lamine costitutive, vediamo che ben differiscono dai molari dell'*E. meridionalis* Nesti per le minori dimensioni, per lo smalto più sottile, per il numero maggiore delle lamine e per essere queste assai più avvicinate tra loro. Differiscono da quelli dell'*E. antiquus* Falc. per la mancante dilatazione centrale angolare dei dischi, per la maggiore larghezza del piano d'abrasione, per la poca altezza delle lamine e per essere le figure d'abrasione complete non tortuose, nè frastagliate, nè costituite di una parte mediana lamellare e due laterali anulari. Si discostano da quelli dell'*E. primigenius* Blum. per non essere polidiscodonti, densilamellati, endioganali e per avere un indice dentale superiore ai mm. 15.

Se confrontiamo questi due frammenti (affatto simili a quelli di Kurgan (in Siberia) esistenti nel museo paleontologico di Firenze, da me descritti e figurati) [1], con quelli dei travertini di Turingia, esistenti a Weimar nella

[1] A. Ricci, *Mammiferi post-pliocenici di Kurgan in Siberia.* Boll. Soc. Geol. It., vol. XX, fasc. 3°, tav. I, fig. 2-3. Roma, 1901.

collezione Schwabe, veri tipi dell'*E. trogontherii* Pohlig (1); con quelli esistenti a Dresda, Iena, Pietroburgo, Monaco, Berlino, Karlsruhe, pure descritti ed attribuiti dal Pohlig al proprio *E. trogontherii* (2); con quelli del Forest-bed, Norfolk, Clapton, assegnati da Adams (3) alla varietà *A* dell'*E. antiquus* e poi dal Pohlig al suo *E. trogontherii*; con quelli scoperti nel 1896 presso Jaroslawl, descritti e figurati dalla sig^a. Maria Pavlow (4); con i due molari *in situ* nel mascellare superiore, trovati presso Zawadynce in Podolia (che hanno 12 lamine in una lunghezza di corona di 6,9 pollici), descritti e figurati sotto il nome di *Maxilla superior Elephantis proboleti* Fisch, da Eichwald (5); infine con i tre molari veri secondi superiori di Süssemborn, esistenti a Weimar, tipici di *E. trogontherii*, Pohlig, descritti e figurati da Wüst (6); troviamo esistere tra loro una così stretta analogia da non lasciare alcun dubbio sulla unicità di tutte queste forme e da essere così autorizzati ad ascriverli all'*E. trogontherii* Pohlig.

Una notevole differenza ci è data osservare se paragoniamo questi frammenti con i due molari terzi superiori, *in situ* nel mascellare superiore (la cui fotografia gentilmente mi fu inviata dal prof. Capellini), ritrovati a Quarata, in Val di Chiana, esistenti nel museo di Bologna, acquistati nel 1856 dal prof. Alessandrini, ed attribuiti dal Falconer nel 1857 (7) all'*E. armeniacus*, dal Pohlig (8) all'*E. trogontherii*, presentando questi dei caratteri assai più afferenti all'*E. meridionalis* che all'*E. primigenius*, cioè un numero piccolissimo di lamelle in rapporto alle loro dimensioni, una maggiore espansione dei dischi, uno spessore maggiore dello smalto ed un indice dentale superiore ai 20 mm.

(1) H. Pohlig, *Dentition und Kraniologie des E. antiquus*. Falc. Nova Acta Akad. Caes. Leop. Carol Natur. Curios., Bd. 53, n. 1, pag. 192-197, fig. 79 a 85. Halle, 1888-89.

(2) H. Pohlig, op. cit., Bd. 53, n. 1, pag. 197 a 208. fig. 86 a 91 *bis*, 1888-89; Bd. 57, n. 5, pag. 325, 1888-91.

(3) L. Adams, *Monograph on the British fossil Elephants*, pag. 32, 175 a 178, tav. V, fig. 1, e tav. XX, fig. 1-2. London, 1877-85.

(4) M. Pavlow, *Sur un Mammouth trouvé en 1896 près de la ville de Jaroslawl*. Extrait de l'Annuaire géologique et minéralogique de la Russie, tome II, n. 3-4. Varsovie, 1887.

(5) Ed. Eichwald, *De Pecorum et Pachydermorum reliquiis fossilibus in Lithuania, Volhynia et Podolia repertis*. Nov.Act. Akad. Caes. Leop. Carol. Natur. Curios, Bd. 17, part. II, pag. 695, tav. LIII, fig. 2. Halle, 1834.

(6) Ew. Wüst, *Untersuchungen über das Pliozän und das älteste Pleistozän Thüringens*. Abhandl. der Naturf. Ges. zu Halle, Bd. XXIII. pag. 240 a 246, tav. III, fig. 28, 29, 30. Stuttgart, 1901.

(7) Falconer, *On the American fossil Elephant of the regions bordering the Gulf of Mexico* (*E. Columbi* Falc.) *vith general observations on the living and extinct species*. Pal. Mem. II, pag. 250, London, 1868.

(8) H. Pohlig, op. cit., Bd. 53, n. 1, pag. 206, fig. 92. Halle, 1888-89.

Se li confrontiamo infine con il molare di Burgtonna, vero tipo della specie *E. primigenius*, descritto e figurato dal Blumenbach (1); con quelli tipici di Taubach, Weimar, Tonna, Karlsruhe, descritti e figurati dal Pohlig (2): con quelli della Val di Chiana esistenti nel museo paleontologico di Firenze ed in quello di Arezzo, da me descritti e figurati (3); infine con due esemplari siberiani, d'ignota località, tipici dell'*E. primigenius* ed esistenti nel museo fiorentino, troviamo avere questi caratteri odontologici ben diversi, presentando smalto assai più sottile, maggiore il numero delle lamine rispetto alle loro dimensioni, dischi diritti ed assai più stretti, minori gli intervalli del cemento ed un indice dentale mai superiore ai 13 mm.

In conclusione possiamo dunque ritenere dietro l'accurato esame di tutti quei pochi resti proboscidiani attribuiti all'*E. primigenius* Blum, esistenti nel museo paleontologico di Firenze ed in quello di Arezzo, da me descritti e figurati (4), che non solo il tipico *E. primigenius* Blum e la sua varietà a sottili lamine, quale ci è rappresentata dall'esemplare delle alluvioni del Po, trovato nel comune La Loggia e descritto dal Portis (5) (affatto simile al molare della Dobroudscha che esiste nel museo fiorentino) (6); ma che anche l'*E. trogontherii* Pohlig. hanno veramente abitato in Italia e che queste due specie sono tra loro contemporanee come probabilmente lo furono anche in Siberia (7) ed altrove.

(1) I. Fr. Blumenbach, *Manuel d'histoire naturelle*, tome II, pag. 408, tav. 28, fig. b. Paris, 1803.

(2) H. Pohlig, op. cit., Bd. 53, n. 1, pag. 175 a 183, 227 a 247, tav. X, 1888-89; Bd. 57, n. 5, pag. 315, tav. III *bis*, fig. 9-9*a*. Halle, 1888-91.

(3) A. Ricci, *L'E. primigenius nel Post-pliocene della Toscana*. Palaeontographia italica, vol. VII, mem. 3a, tav. 1-3. Pisa, 1901.

(4) A. Ricci, *L'E. primigenius nel Post-pliocene della Toscana*. Palaeontographia italica, vol. VII, mem. 3a, tav. 1-3. Pisa, 1901.

(5) A. Portis, *Di alcuni avanzi elefantini fossili scoperti presso Torino*. Nota, Boll. Soc. Geol. Ital., vol XVII, fasc. I, pag. 94 a 121. Roma, 1898.

(6) A. Ricci, *Mammiferi post-pliocenici di Kurgan in Siberia*. Boll. Soc. Geol. Ital. vol. XX. fasc. 3, tav. I, fig. 2-3. Roma, 1901.

(7) A. Ricci, *L'E. primigenius della Dobrogea* (Rumania). Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. X, 2° sem, serie V, fasc. I, pag. 14 a 18. Roma, 1901.

Fisica. — *Sulla relazione fra la solubilità e il calore di soluzione* [1]. Nota di ADOLFO CAMPETTI, presentata dal Corrisp. NACCARI.

1.° Nei suoi studî sopra l'influenza della temperatura sull'equilibrio chimico, il Van't Hoff arriva alla nota relazione

$$q = -\mathrm{RT}^2 \frac{d \operatorname{lognat} \mathrm{K}}{d\mathrm{T}} \tag{1}$$

ove T è la temperatura assoluta, R la costante della formula dello stato gassoso, K la costante di equilibrio della reazione o processo che si considera (nel senso della legge delle masse) e q le quantità di calore che viene svolta allorquando la reazione o processo che si considera avvenga senza fornire lavoro esterno e corrispondentemente ad un grammo-molecola delle sostanze che prendono parte alla reazione stessa.

Nella equazione (1) q è (come K) funzione della temperatura e varia quindi in generale col variare della temperatura; tuttavia l'esperienza ci dice che in un gran numero di casi il calore svolto nel processo che si considera, quando esso avviene alla temperatura T_1, differisce poco dal calore svolto nel processo stesso quando esso avviene alla temperatura T_2, purchè T_1 e T_2 differiscano tra loro solo di pochi gradi; noi possiamo quindi in quell'intervallo di temperatura ritenere con grande approssimazione q come costante. Allora l'equazione (1), integrata fra T_1 e T_2 ci dà l'equazione in termini finiti

$$q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) = \mathrm{R}(\operatorname{lognat} K_2 - \operatorname{lognat} K_1)$$

e se poniamo in luogo della costante R il suo valore numerico e, per comodità di calcolo, passiamo dai logaritmi naturali ai volgari:

$$q = -\frac{4{,}58\,(\log K_2 - \log K_1)\, T_1\, T_2}{T_2 - T_1}$$

essendo K_1 e K_2 i valori della costante di equilibrio K alle temperature T_1 e T_2.

2.° L'equazione precedente può applicarsi immediatamente per determinare la quantità di calore che viene svolto od assorbito per la soluzione di

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di fisica della R. Università di Torino.

una sostanza in un solvente, ad esempio nell'acqua, quando siano note le concentrazioni c_1 e c_2 della soluzione satura di quella sostanza a due temperature T_1 e T_2 abbastanza prossime: in tal caso q è dato da

$$(2) \qquad q = -\frac{4{,}58\,(\log c_2 - \log c_1)\,T_1\,T_2}{T_2 - T_1}$$

e naturalmente, poichè nella formula figura il rapporto delle concentrazioni, si può scegliere ad arbitrio l'unità.

La formula (2), che fu dedotta anche direttamente dal Van't Hoff, richiede per la sua immediata applicazione che la sostanza che si scioglie non dia luogo a dissociazione: essa fu verificata dal Van't Hoff stesso per le soluzioni acquose di acido succinico, benzoico, salicilico e borico, le quali sostanze sono assai poco dissociate e di assai debole solubilità, di guisa che le soluzioni sature sono di concentrazione assai bassa.

Osserviamo subito che per la deduzione dell'equazione (2) si ammette la validità della legge dello stato gassoso per la sostanza disciolta, in quanto riguarda la sua pressione osmotica, il che può supporsi solo per le soluzioni di bassa concentrazione. Quando la sostanza che si discioglie è molto solubile, in guisa che la sua soluzione satura è di concentrazione assai elevata, per stabilire in modo rigoroso una relazione tra il calore di soluzione e la solubilità converrebbe conoscere qual'è la relazione tra la pressione osmotica e la concentrazione, cosa che in generale in tal caso non è nota. Se tale relazione fosse conosciuta, allora il Van't Hoff dimostra che, con una formula analoga alla precedente, si può ottenere, dai valori delle solubilità a due temperature, una quantità Q, che egli chiama *calore di soluzione della sostanza nella sua soluzione satura*, quantità che naturalmente non può ottenersi direttamente e solo può riguardarsi come valore limite.

3.° Io ho voluto esaminare la relazione fra il calore di soluzione e la solubilità per alcune sostanze che si sciolgono nell'acqua in forte proporzione; ed ho scelto perciò l'urea e la mannite che potevo avere allo stato di sufficiente purezza. La solubilità di queste sostanze venne determinata a tre temperature, differenti fra loro di circa cinque gradi, ponendo la sostanza finamente polverizzata ed in eccesso insieme all'acqua entro ad una lunga provetta collocata in un bagno a temperatura costante e agitando vivamente per qualche ora con un agitatore elicoidale di platino posto in moto da un piccolo motorino elettrico. Il liquido chiaro ricavato per decantazione veniva pesato in un crogiuoletto di porcellana, e tirando poi a secco a bassa temperatura, si ricavava con una nuova pesata la quantità di sostanza solida disciolta. Della stessa soluzione veniva pure determinata la densità.

Quanto al calore di soluzione si determinava direttamente aggiungendo all'acqua posta in un calorimetro (di cui era noto l'equivalente in acqua)

una piccola quantità della sostanza, in guisa da potere calcolare con grande approssimazione il calore specifico della soluzione dal calore specifico dell'acqua e da quello della sostanza disciolta.

In tal modo si ebbero i seguenti risultati:

Urea. — Nella tabella seguente t rappresenta la temperatura, p il numero di grammi di urea che si sciolgono in cento di acqua, d la densità della soluzione alla corrispondente temperatura:

t	p	d
9,85	84,97	1,132
14,92	96,46	1,141
19,92	108,17	1,151

Quanto al calore di soluzione si ottenne come media di più esperienze concordanti, tra 10° e 15°

$q = -3645$ piccole calorie per grammo-molecola e tra 15° e 20°
$q = -3566$ " " " " " "

Mannite. — Le lettere della tabella seguente hanno lo stesso significato che sulla precedente:

t	p	d
10,00	13,94	1,044
15,01	16,18	1,050
20,02	18,98	1,057

Quando al calore di soluzione si ebbe, tra 10° e 15°

$q = -5004$ piccole calorie per grammo-molecola e tra 15° e 20°
$q = -5012$ " " " " " "

4°. Dai dati precedenti possiamo facilmente calcolare le concentrazioni delle respettive soluzioni, essendo ad esempio c il numero di grammi contenuti in 100 centimetri cubi di soluzione. In tal modo si ricava per le tre soluzioni di urea

$$c_1 = 51,99 \qquad c_2 = 56,01 \qquad c_3 = 59,81$$

e per le tre di mannite:

$$c_1 = 12,78 \qquad c_2 = 14,63 \qquad c_3 = 16,86$$

e possiamo calcolare quindi con questi dati il calore di soluzione per mezzo

della formula (2). Se eseguiamo un tale calcolo si trova per l'urea:

$$q = -2363 \text{ tra } 10^\circ \text{ e } 15^\circ$$

e

$$q = -1752 \text{ tra } 15^\circ \text{ e } 20^\circ$$

e per la mannite:

$$q = -4380 \text{ tra } 10^\circ \text{ e } 15^\circ$$

e

$$q = -4731 \text{ tra } 15^\circ \text{ e } 20^\circ$$

valori che, specialmente per l'urea, differiscono notevolmente da quelli ottenuti coll'esperienza.

Se invece nella formula (2) poniamo per c il numero di grammi aggiunti a 100 grammi di acqua per avere la soluzione satura, si ottiene per l'urea:

$$q = -4046 \text{ tra } 10^\circ \text{ e } 15^\circ$$

e

$$q = -3833 \text{ tra } 15^\circ \text{ e } 20^\circ$$

e per la mannite:

$$q = -4788 \text{ tra } 10^\circ \text{ e } 15^\circ$$

e

$$q = -5342 \text{ tra } 15^\circ \text{ e } 20^\circ.$$

Se si tien conto del fatto che, per la forma della (2), un piccolo errore nel rapporto $\frac{c_1}{c_2}$ porta una differenza relativamente assai grande nel valore di q, si può dire che, per le sostanze dotate di grande solubilità esaminate, essa formula (2) permette di dedurre con sufficiente approssimazione il calore di soluzione della variazione di solubilità, quando in essa si intenda che c rappresenti il numero di grammi di sostanza aggiunti ad un medesimo peso di solvente.

Solo esaminado un gran numero di sostanze, si potrebbe concludere se tale formula modificata abbia una validità generale.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 1° settembre 1901.

Fotografia del cielo. — *Lavoro della stazione internazionale nell'Osservatorio di Catania per la Carta fotografica del cielo.* Nota II^a del Corrispondente A. Riccò.

Siccome questo lavoro che si esegue nell'Osservatorio di Catania sta per entrare in una fase nuova, più avanzata, credo opportuno di informare l'Accademia di ciò che si è fatto dopo la relazione che ebbi l'onore di presentare nel gennaio 1897, e dare contezza di ciò che ora ci accingiamo a fare.

Nell'esercizio finanziario 1898-9 avendo ottenuto un aumento sull'assegno per la fotografia celeste (il quale da alcuni anni aveva subìto una fortissima riduzione), si era in grado di intraprendere la misura delle fotografie già fatte per il catalogo. Pertanto si istituì nell'Osservatorio un modesto ufficio di misura, cui fu posto a capo il sig. P. Gatti, allievo dell'Ufficio Centrale meteorico di Roma, il quale ebbe per primo incarico di studiare l'eccellente macromicrometro universale, costruito dal Gautier, meccanico dell'Osservatorio di Parigi, e determinarne gli errori; che però furono trovati tutti trascurabili.

Il medesimo sig. P. Gatti aveva anche l'ufficio di esercitare nelle misure gli studenti di matematica sig. U. Mazzarella e F. Eredia; i quali poi furono assunti come misuratori e cominciarono il lavoro nell'agosto 1899.

Al principio del 1900 il sig. Gatti, avendo avuto dal Governo impiego stabile quale verificatore di pesi e misure, rinunziò all'Ufficio di Capo misu-

ratore delle fotografie celesti; ed anche il sig. Eredia rinunziò all' incarico di misuratore, per essere stato nominato assistente straordinario nell' Osservatorio.

Fu quindi promosso come capo misuratore il sig. Mazzarella, che aveva già acquistata una notevole abilità nelle misure, e furono assunti come misuratori i sigg. ing. L. Franco ed M. Massa, dopo che ebbero fatto le necessarie esercitazioni.

Nel luglio 1900, dietro invito del Direttore dell' Osservatorio di Parigi, M.r M. Loewy, presidente dell' Ufficio Permanente per la Carta fotografica del cielo, e coll' adesione del Ministro italiano dell' Istruzione, il prof. Tacchini, come membro dell' Ufficio suddetto, e lo scrivente come membro del Comitato internazionale e partecipante al lavoro della Carta celeste, presero parte alla Conferenza che ebbe luogo in Parigi; nella quale i direttori delle 18 stazioni, che collaborarono all' impresa, riferirono sullo stato dei lavori; dopo di che furono stabiliti gli ultimi accordi per la pubblicazione delle coordinate rettangolari delle stelle del Catologo fotografico, per la determinazione delle grandezze stellari, per la riproduzione della *Carta del cielo*, ecc. Inoltre. stante il grandissimo interesse che per la cognizione della parallasse solare ha la determinazione del maggior numero possibile di posizioni del nuovo pianeta *Eros*, tutti gli Osservatorî partecipanti al lavoro della Carta celeste. ed anche altri, assunsero l' impegno di osservare, misurare, fotografare, il detto pianeta e le stelle presso le quali si sarebbe trovato lungo la sua traiettoria.

In questo Congresso lo scrivente riferì che nell' Osservatorio di Catania era quasi compiuta la serie di 1008 fotografie per il Catalogo, eseguita da lui e dall' ing. A. Mascari; che le misure delle fotografie fatte procedevano bene e si erano eseguite sopra 35 lastre; inoltre prese impegno di fare fotografie della zona di cielo percorsa da Eros: le quali infatti furono eseguite in numero di 78 nel successivo autunno od inverno 1900-1 e di cui quali le 48 migliori sono state inviate all' Osservatorio di Parigi, che ha cortesemente assunto di fare il lavoro di misura e riduzione, che per i nostri mezzi limitati sarebbe stato troppo gravoso.

Lo scrivente dovette tuttavia dichiarare al Congresso che l' Osservatorio di Catania non aveva i mezzi per fare di più, e che non avrebbe potuto intraprendere la stampa del Catalogo e la costosa riproduzione delle fotografie della Carta, senza un aumento di risorse.

Allora, dietro proposta del Presidente, l'Assemblea dei congressisti espresse il voto unanime che all' Osservatorio di Catania, il quale finora aveva proceduto bene nei lavori di fotografia celeste, venissero dal Governo italiano accordati i mezzi per la pubblicazione dei medesimi. Questo voto venne trasmesso dal Presidente della Conferenza a S. E. il Ministro italiano dell' istruzione con una lettera molto lusinghiera per l' Osservatorio di Catania, e che

fu cortesemente comunicata in copia allo scrivente dal Presidente medesimo della Conferenza ([1]).

Alla metà di novembre 1900, essendo già fatte le misure di un discreto numero di lastre, fu istituito anche l'ufficio di calcolo, al quale, come pure a quello delle misure, fu posto a capo il prof. G. Boccardi, che aveva già fatto studî speciali all'Osservatorio di Parigi; e fu poi nominato calcolatore per quell'ufficio il sig. Taffara; inoltre il sig. Traversa, studente di matematiche, prestò per alcuni mesi volontariamente l'opera sua per i calcoli in discorso.

Non essendo ancora stabilita una regola comune a tutte le 18 stazioni per determinare nelle fotografie le grandezze luminose delle stelle, e non avendosi neppure un metodo universalmente accettato dagli astronomi, ci siamo limitati nel fare le misure di posizione delle immagini delle stelle e valutarne il diametro, adoperando come termine di confronto e come unità di misura l'intervallo dei due fili verticali del micrometro, che è di 6″.6, e che viene di quando in quando verificato.

Però la stima ad occhio, ed anche la misura dei diametri delle immagini delle stelle, non potrebbe dare esattamente la grandezza luminosa di tutte le stelle: 1° perchè non si è ancora trovata una formola, accetta a tutti, che esprima la relazione che esiste fra i detti diametri e le corrispondenti grandezze; 2° perchè il diametro e la forma delle immagini stellari sono sensibilmente alterati dal centro alla periferia della lastra; 3° perchè il colore, ed in generale l'azione attinica della luce delle diverse stelle non è la stessa;

([1]) *Copie.*

Observatoire de Paris.

Paris, le 3 août 1900.

A Son Excellence le Ministre de l'Instruction publique du Royaume d'Italie, à Rome.

Monsieur le Ministre,

La 5ᵉ Conférence astrophotographique internationale réunie à l'Observatoire de Paris en juillet 1900 m'a chargé de transmettre à votre Excellence le vœu suivant adopté à l'unanimité dans la séance pleinière du 20 juillet.

« La Conférence constatant avec la plus vive satisfaction l'état d'avancement des tra-
« vaux de la Carte du Ciel dans les Observatoires associés à cette grande entreprise, exprime
« le vœu que l'Observatoire de Catane soit également doté des ressources nécessaires pour
« la publication des nombreux et precieux résultats obtenus dans l'exploration photogra-
« phique du Ciel par cet établissement astronomique ».

Convaincu de la sollecitude du Gouvernement Italien pour les interêts de la science, j'ai confiance que votre Excellence voudra bien appuyer de sa haute autorité la réalisation de ce vœu, dont l'accomplissement aurait pour résultat de mettre en lumière les travaux si importants de l'Observatoire de Catane. Je prie votre Excellence d'agréer l'hommage de mon profond respect.

Le President de la Conférence internationale astrophotographique

Signé: M. Lœvy.

4° perchè le immagini delle stelle men lucide non sono nere, ma grigie, cioè l'esposizione per esse è insufficiente, mentre per le più lucide è eccessiva, in confronto a quella necessaria a produrre il massimo di modificazione nello strato sensibile; e perciò le due sorte d'immagini, nere e grigie, non sono comparabili tra loro per via di semplici misure. — Ciò è tanto vero, che in alcuni degli Osservatori, partecipanti a questa operazione, si preferisce di valutare le grandezze stellari direttamente dall'aspetto complessivo (dimensioni ed intensità) delle immagini. Evidentemente così non si può avere una sufficiente esattezza, ed è necessario il controllo colle stelle di nota grandezza che si trovano nella lastra, per poi correggere le grandezze delle altre.

Avendo visto che nell'Ufficio delle misure dell'Osservatorio di Parigi si adopera per la determinazione delle grandezze stellari un *comparatore*, ideato dal sig. P. Henry, nel quale le fotografie delle stelle sono confrontate ad una scala di immagini rappresentanti le stelle delle diverse grandezze, ed essendo questo metodo di molta facilità e sicurezza, ci siamo provvisti presso il Gautier del detto comparatore, che ci è arrivato al principio dell'anno corrente 1901.

Però l'aspetto dei dischetti della detta scala differisce molto da quella delle stelle nelle nostre fotografie; e invero quella scala è ottenuta stampando e riproducendo su lastra sensibile dei fori tagliati in lamina metallica, aventi esattamente il diametro delle immagini delle stelle dalla 7ª alla 12ª grandezza, come sono ottenute coll'equatoriale fotografico di Parigi; ci siamo quindi proposti di eseguire noi stessi la detta scala, fotografando col nostro equatoriale una stella di 7ª grandezza con pose:

$$p, \quad 0.4\,p, \quad (0.4)^2\,p, \quad (0.4)^3\,p, \quad (0.4)^4\,p, \quad (0.4)^5\,p,$$

con che si ottengono prossimamente le immagini delle stelle dalla 7ª alla 12ª grandezza: essendo p il tempo di esposizione per le lastre del Catalogo (prima posa), cioè quello per ottenere colla necessaria intensità (e non più) le stelle di 11ª. Poscia le immagini della scala così ottenute mediante il comparatore si confrontano colle fotografie di stelle di grandezza esattamente conosciuta; e così si determinano i coefficienti da applicarsi alle grandezze date dal comparatore per trasformarle nelle vere.

Le valutazioni già fatte dei diametri ci serviranno per lo meno di controllo; poichè non sarà difficile determinare con metodo analogo al precedente le grandezze corrispondenti ai diversi diametri delle immagini.

Attualmente siamo occupati in queste comparazioni e si sono già fatte diverse prove di fotografie della scala in discorso.

Come si è detto prima, al luglio 1900 le 1008 fotografie del Catalogo erano quasi compiute: restavano poche lacune, causate dalla contrarietà della stagione in cui quelle fotografie si dovevano fare: le quali lacune si vanno colmando a misura che se ne presenta l'occasione.

— —

Inoltre abbiamo ritenuto opportuno di rifare le fotografie prese prima del 1897, come troppo lontane dall'epoca 1900, o a cui si debbano riportare le posizioni delle stelle misurate.

Si aggiunga purtroppo, che di mano in mano si son tolte le lastre dalle cassette per misurarle, con molto rincrescimento abbiamo constatato che in parecchie la pellicola si era staccata, e che in altre il distacco succedeva sotto i nostri occhi, anche durante le misure. Abbiamo subito per precauzione verniciato gli orli delle altre lastre; ma ciò non ha fatto cessare completamente l'inconveniente, verificandosi il distacco anche a cominciare dal mezzo delle lastre.

Questo inconveniente, come è noto ai fotografi, può derivare da diverse cause; a noi che naturalmente ci siamo dati cura d'eliminarle per quanto è possibile, non resta il dubbio che sulla influenza delle seguenti cause:

1) Emanazioni solfuree.
2) Sviluppo troppo prolungato.
3) Lavaggi troppo prolungati.
4) Temperatura troppo elevata, dei bagni, dei lavaggi e dell'aria.

La prima causa è inevitabile per noi, perchè in causa delle molte raffinerie di zolfo e talvolta anche per le emanazioni dell'Etna, spesso nell'aria di Catania si avverte odore di zolfo: ed è poi notorio che qui le divisioni d'argento degli strumenti, come in generale tutti gli oggetti di metallo, anneriscono rapidamente. Ma è certo che la quantità di tali gas che può arrivare alle lastre ben conservate nel sottosuolo del padiglione fotografico, quasi sempre chiuso, entro armadî e cassette di legno verniciato esternamente, può essere ben poca cosa, ed è poco probabile che sia la causa del deplorato inconveniente; tanto più che esso non si è mai verificato nelle numerose fotografie che nell'Osservatorio si fanno per scopi geofisici, e che quando non hanno un interesse speciale si lasciano anche lungamente sugli asciugatoi all'aria libera.

Le 2ª e 3ª cause sono pure inevitabili, perchè stante la necessità di sviluppare a fondo le fotografie, affinchè le immagini delle stelle riescano nere il più che è possibile, si è adottato il tempo per lo sviluppo di 20 minuti di estate e 25 d'inverno (come si fa all'Osservatorio di Parigi); ed i lavaggi poi debbono essere prolungati per molte ore, come in generale è buona regola, e come del resto si fa in tutte le 18 stazioni della fotografia celeste, per assicurarsi che non abbia luogo alcuna alterazione ulteriore delle fotografie.

È bensì vero che esistono altri rivelatori più rapidi di quello al ferro-ossalato, che noi abbiamo sempre adoperato: ma l'esperienza ha provato esservi da temere che le immagini stellari ottenute con questi nuovi reattivi non sieno altrettanto stabili quanto quelle date dal vecchio e classico rivelatore,

che non abbiamo voluto abbandonare, anche malgrado queste avversità, ed anche perchè tutte le nostre fotografie siano della stessa qualità e comparabili tra loro.

Ma v'è di peggio: in Catania la temperatura dell'aria e, quel che più importa a noi, quella dell'acqua della conduttura pubblica per gran parte dell'anno è assai elevata (oltre i 18°, che sarebbe la temperatura conveniente per le operazioni fotografiche). Si è cercato da prima di evitare questo inconveniente, sviluppando nelle ore fresche del primo mattino, e poi facendo il lavaggio fino a mezzodì; ma ciò non ha impedito che in alcune lastre la gelatina si sia alterata per la temperatura elevata. Poi si è ricorso all'uso di una specie di ghiacciaia ove tenere i liquidi reattivi e l'acqua per i primi lavaggi a temperatura inferiore a 20°; ma per l'ulteriore lavaggio a grand'acqua sarebbe stato complicato e gravoso il produrne artificialmente il raffreddamento sotto 20°, e perciò ci siamo accontentati di fare il lavaggio medesimo al mattino, ponendo attenzione a che l'acqua non oltrepassasse i 25°. Ma anche questo espediente risultò insufficiente nel forte dall'estate; e nell'anno scorso si pensò di seguire l'esempio dell'Osservatorio di Algeri (che è prossimamente nelle nostre condizioni di temperatura) sospendendo lo sviluppo delle lastre per tutta l'estate; ma è evidente che anche questo sistema presenta degli inconvenienti e dei pericoli.

In questa estate proveremo a sviluppare nel sotterraneo dell'Osservatorio, in uno stanzino buio, appositamente allestito, ove la massima temperatura estiva non oltrepassa i 23°; e vi faremo arrivare l'acqua direttamente dalla conduttura sotterranea, con che la si avrà a temperatura pure inferiore a 23°.

Adotteremo inoltre, come più efficace, il lavaggio singolo delle lastre: cioè ciascuna con un getto d'acqua separata, come consigliò al Congresso di Parigi il sig. L. Lumière, persona tanto competente, ed il cui grande stabilimento (mi piace qui ricordarlo) con lodevole disinteresse ci fornisce a prezzo di costo le lastre sensibili per la Carta ed il Catalogo fotografico.

Riguardo al modo di conservazione delle lastre impressionate, ossia delle fotografie fatte, finora si sono tenute entro cassette ed armadî nel sottosuolo del padiglione fotografico, il quale non è affatto umido, e dove la temperatura è molto uniforme; essendoci però venuto il dubbio che quel locale non sia abbastanza asciutto, abbiamo ora trasportato le cassette colle lastre nell'ufficio dell'Osservatorio, al 2° piano, ove certamente l'umidità è minore: e le abbiamo poste in una camera che guarda a nord, ove le variazioni di temperatura sono minori che altrove.

Coi predetti mezzi confidiamo di riuscire ad eliminare la perdita di fotografie causata dal distacco della gelatina.

Abbiamo poi avuto un altro inconveniente di genere diverso (al quale però si riparò subito), consistente nell'essersi spezzato il 18 dicembre 1900

il gambo elastico di acciaio del pendolo conico regolatore dell' equatoriale fotografico: per il lungo vibrare, secondo il noto fenomeno, l'acciaio si era eccessivamente incrudito ed era divenuto fragile; di maniera che il detto gambo si ruppe così nettamente alla sezione d'incastro, che lo strumento continuò a camminare ed il pendolo a funzionare, quantunque non regolarmente; tanto che sulle prime noi non ci accorgemmo della gravità di ciò che era accaduto. Il meccanico, sig. Capra, rifece subito il detto gambo con sezione all'incastro anche maggiore, e dietro le nostre indicazioni e per tentativi ridusse e foggiò per modo le altre sezioni che il pendolo dasse come prima 4 oscillazioni per secondo.

Ad evitare perdite di tempo, nel caso che per l'avvenire questo fatto dovesse ripetersi, si è preparato nello stesso tempo un secondo gambo di riserva, identico a quello che ora è in azione.

Riassumiamo il lavoro compiuto dal principio del 1897 fino al presente.

Fotografie. — Rifacendo le fotografie del Catalogo eseguite prima del 1897 e quelle nelle quali si era staccata la pellicola, abbiamo fatte 250 altre fotografie del Catalogo: aggiungendo alle quali quelle fatte per regolare l'equatoriale fotografico e per altri scopi, abbiamo il seguente elenco di fotografie celesti, in formato $0^m,16 \times 0^m,16$, eseguite dal 1° gennaio 1897 a tutto il giugno 1901:

250	fotografie	per il Catalogo.
78	»	della zona di cielo percorsa dal pianeta *Eros*.
77	»	di aree celesti tipiche proposte da Captayn e Pritchard per determinare la posa onde avere le stelle di 11ª.
5	»	per l'orientamento ed il centramento del *châssis* fotografico.
2	»	per la determinazione del fuoco chimico dell'obbiettivo.
3	»	di prova per la Carta celeste.
6	»	della nuova stella in *Perseo*.
3	»	dell'occultazione di *Saturno*.
6	»	di ecclissi lunari.
430	»	in totale.

Inoltre, in occasione della osservazione dell'eclisse solare totale del 28 maggio 1900, fatta dal prof. Tacchini e dallo scrivente in Ménerville (Algeri), si sono prese le seguenti fotografie speciali o di prove, generalmente in formato 9 × 12:

6	fotografie	della luna per prova del fuoco chimico.
8	»	per prova della posa.
4	»	negative della corona e protuberanze solari.
7	»	positive » » » »
16	»	ingrandite della corona e protuberanze (1).

(1) Questi ingrandimenti sono stati eseguiti gentilmente dal prof. G. P. Grimaldi con un apparato da lui fattto costruire.

Di più si fecero le seguenti fotografie di spettri colla *camera prismatica*.

2	»	negative dell'eclisse.
4	»	ingrandite (1).
8	»	di spettri solari per prova.
1	»	spettro di Venere e per la *Nova Persei*.
3	»	negative dello spettro.
6	»	positive dello spettro allargato.
66	»	in totale.

Misure. — Dall'agosto del 1896, come si disse, nell'Ufficio delle misure si procede alla determinazione in millesimi di millimetro della distanza dell'immagine (la maggiore delle due ottenute colle due pose) di ciascuna stella nelle fotografie del Catalogo, misurandola rispetto ai quattro lati del quadretto che la comprende: quadretto o maglia che appartiene al reticolato impresso sopra ogni fotografia; si fa poi nello stesso tempo la stima del diametro dell'immagine stessa in decimi dell'intervallo dei due fili verticali del micrometro. Queste due operazioni si ripetono, facendo una seconda misura di ogni lastra, dopo averla girata di 180°.

Si considerano come errate, e si ripetono le misure che nelle due posizioni risultano diverse di più che $0^{mm},010$.

Al 30 giugno 1901 erano state misurate 59 lastre contenenti 22435 stelle, ossia 380 per lastra in media.

Questo lavoro di misura è stato eseguito quasi tutto dai sigg. ingegneri L. Franco e M. Massa; i quali negli ultimi tempi, coll'esercizio fatto, sono arrivati a non sbagliare (nel modo detto sopra) che circa il 2 °/₀ delle misure che fanno.

L'errore probabile di una misura semplice è $\mp 0^{mm},0013$, cioè $\pm 0'',08$, e quello della media delle due misure, diretta od inversa è $\pm 0,0001$, ossia $\pm 0'',06$, quindi ammissibile anche di fronte alle maggiori esigenze di precisione.

Il sig. Mazzarella riduce e compulsa le misure fatte nelle due posizioni, tiene il registro degli errori, e fa le medie delle misure ottenute nelle due posizioni delle lastre.

Calcoli. — Nell'Ufficio di calcolo dal novembre 1900 in poi si sono fatti dal prof. Boccardi, aiutato dai sigg. Traversa e Taffara, i seguenti lavori:

1. Determinazione degli errori complessivi dei lati dei quadretti del reticolato N. 82, e costruzione della relativa tavola di correzione delle coordinate rettilinee, misurate su di esso.

2. Costruzione di varî diagrammi astronomici.

3. Spoglio di 11 cataloghi di stelle per trovarvi le stelle comuni col Catalogo della *Astr. Gesellsch.* per la zona $+46°$ e $+55°$, e riduzione delle dette stelle al 1875.

4. Costruzione di tavole per la differenza delle precessioni, dipendente dalla differenza fra le costanti di Struve e quelle di Newcomb, adottate dal Congresso astrofotografico del 1896.

5. Catalogo fondamentale di 2200 stelle per la nostra zona, tenendo conto dei moti proprî e delle costanti di Newcomb.

6. Riduzione all'equinozio 1900,0 di 8000 stelle di riferimento per la nostra zona.

Lavori da intraprendersi. — In conseguenza del preaccenato voto della Conferenza di Parigi e della lettera del Presidente, avendo ottenuto nell' attuale esercizio 1901-2 un altro aumento nell' assegno per la fotografia celeste, siamo ora in condizione di cominciare la stampa del Catalogo fotografico, e di eseguire le fotografie per la Carta propriamente e farne eseguire subito la riproduzione a scala doppia in eliografia.

Per questi aiuti, benignamente concessi all' Osservatorio di Catania e che lo mettono in grado di compiere la sua parte nella impresa internazionale per lo studio fotografico del cielo, mi onoro di presentare al Ministero della Pubblica Istruzione i più vivi ringraziamenti.

Chimica. — *Sull' Artemisina* [1]. Nota di P. Bertolo, presentata dal Socio Cannizzaro.

Dai semi dell'Artemisia marittima si ottiene, come è noto, la santonina. Dalle acque madri della preparazione di questa Merck [2] potè estrarre un altro principio attivo, che chiamò artemisina, la quale recentemente è stata introdotta in terapia.

Questa sostanza nella sua composizione centesimale differisce dalla santonina per un atomo di ossigeno in più:

$C_{15}H_{18}O_3$	$C_{15}H_{18}O_4$
Santonina	Artemisina

per cui il Merck [3] la considerò come un ossisantonina.

L' artemisina presenta con la santonina alcune analogie, ed appunto per ciò decisi di occuparmi di questo nuovo corpo, e segnatamente per ricercare quali relazioni esistono fra le due sostanze nella loro costituzione.

Lo studio interessante fatto dal Cannizzaro e dai suoi allievi sulla santonina per stabilirne la costituzione, servirà a me di guida nelle ulteriori ricerche.

(1) Lavoro eseguito nell' Istituto di chimica-farmaceutica della R. Università di Catania.

(2) Merck, Annales 1894, pag. 3.

(3) Merck, Annales 1899, pag. 87.

Ora come Nota preliminare pubblico i primi risultati ottenuti, solo allo scopo di prenderne data.

Colgo frattanto l'occasione per ringraziare pubblicamente il dott. Merck, il quale, al desiderio espresso dal mio direttore prof. Zanetti, perchè mi occupassi sotto la sua guida dello studio sull'artemisina, rispose con squisita cortesia favorevolmente, regalandomi inoltre una certa quantità di materiale.

L'artemisina, come appunto la descrive il Merck nei suoi annali del 1894, si presenta sotto forma di cristalli incolori a colonne; fonde a 200° e si scioglie in 3 p. di alcool assoluto a caldo ed in 60 p. d'acqua bollente, dando soluzioni con reazione neutra, che deviano a sinistra il piano della luce polarizzata. Una soluzione al 10 per cento nell'alcool a 99°,2 dà al polarimetro una deviazione a sinistra di gradi 6,55, da cui si ricava il suo potere rotatorio specifico:

$$(\alpha)_D - 84,3.$$

Esposta alla luce del sole si colora lentamente in giallo, ma con minore intensità e rapidità della santonina. Si discioglie in un miscuglio a volumi eguali di acido solforico ed acqua senza colorazione alcuna; aggiungendo alla soluzione una goccia di cloruro ferrico e riscaldando, il liquido diviene leggermente torbido e prende una colorazione giallo-bruna intensa. La santonina nelle medesime condizioni dà una bella colorazione violetta.

Se si riscalda gr. 0,1 di artemisina con gr. 1 di soda e 4 cc. di acqua, si produce un liquido colorato in rosso carminio, il quale si decolora per raffreddamento. Se si fa la medesima esperienza con la santonina, il liquido rimane incoloro; è noto però che si può ottenere la stessa colorazione rosso-carminio con la santonina per trattamento con una soluzione alcoolica di soda o potassa caustica. Pure con soluzione di soda o potassa alcoolica, l'artemisina produce colorazione rosso-carminio.

L'artemisina, a differenza della santonina, dà col cloroformio un prodotto di addizione cristallizzato e di composizione definita, corrispondente alla formola $C_{15}H_{18}O_4 . CHCl_3$.

Questo composto riscaldato a 80° perde tutto il suo cloroformio e lascia l'artemisina perfettamente pura [1]. Si ricorre appunto a questa combinazione cloroformica per depurare l'artemisina dalle ultime quantità di santonina, dalla quale con gli altri mezzi difficilmente si purifica.

L'artemisina, in tal modo purificata, diede i seguenti risultati analitici:

In 100 parti

	trovato			calcolato
	I	II	III	per $C_{15}H_{18}O_4$
C =	69,00	68,84	68,92	68,70
H =	7,33	7,25	7,27	6,87

[1] Questo comportamento con il cloroformio ricorda quello di molte altre anidridi, come ad esempio la salicide, ecc.

Io, dopo aver ottenuto pure l'artemisina dal prodotto cloroformico, provai a ricristallizzarla da altri solventi e trovai che assai bene si presta l'etere acetico, dove a caldo è solubile e si separa per raffreddamento in bei cristalli splendenti che fondono pure a 200°, i quali sottoposti all'analisi, diedero risultati che corrispondono a quelli ottenuti dal Merck:

gr. 0,3076 di sostanza fornirono gr. 0,7706 di CO_2 e gr. 0,2140 di H_2O

	trovato	calcolato
C =	68,30 %	68,70
H =	7,40 »	6,87

Dai brevi cenni sopra esposti, risulta che l'artemisina ha carattere e comportamento alquanto analogo alla santonina, e dall'analisi emerge che la prima differisce dalla seconda per un solo atomo di ossigeno in più.

Ho creduto opportuno incominciare intanto il mio studio sull'artemisina col provare se, sciogliendosi essa negli alcali o nei carbonati alcalini, formasse un sale nello stesso modo come avviene per la santonina, e quindi, se il sale corrispondesse ad un acido monocarbossilico, ricercare sotto qual forma l'ossigeno in più si trova nella molecola di questa sostanza.

Sale sodico dall'artemisina. — Per la preparazione di questo sale ho seguito il metodo indicato per ottenere il santoninato sodico [1]:

gr. 3,50 di artemisina furono disciolti in cc. 30 di alcool a 90 p. c. e poscia addizionati con cc. 10 di acqua e gr. 2 di carbonato sodico cristallizzato e ridotto in polvere.

Il tutto fu messo a bollire a b. m. in apparecchio a ricadere per 8 ore circa. Con l'ebollizione il liquido acquistò una colorazione rosso-carminio, che scompariva col raffreddamento.

Poscia, eliminato l'alcool per distillazione e concentrato ulteriormente il liquido nel vuoto, rimase una massa vischiosa, alquanto colorata in bruno; per aggiunta di alcool comune, la massa si è solidificata, e per ripetute cristallizzazioni da questo solvente a caldo, si ottiene per raffreddamento il sale sotto forma di aghetti incolori, appiattiti, lucenti, i quali conservati in essicatore ad acido solforico, divengono efflorescenti. Essi sono poco solubili nell'alcool a freddo, solubilissimi in acqua, e le soluzioni hanno sapore salato, amarognolo.

Dalla soluzione acquosa del sale, per aggiunta di acido solforico diluito (1 : 5), si separa col riposo l'artemisina che identificai dal punto di fusione e dagli altri suoi caratteri. Da ciò si vede che anche l'artemisina si comporta in modo analogo alla santonina.

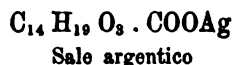
(1) Beilstein (1890), vol. II, pag. 402.

Se invece di scomporre il sale sodico in soluzione acquosa con acido solforico diluito, si tratta il detto sale con acido solforico concentrato, si ottiene un precipitato bianco, il quale, raccolto e lavato accuratamente, sciolto in alcool, si separa, per evaporazione del solvente sotto forma di grossi cristalli tabulari, che fondono a 170°-171. Questa sostanza che ora ottenni in piccola quantità, verrà in seguito studiata.

Visto che il sale sodico presentava il carattere dell' efflorescenza, e quindi certo conteneva acqua di cristallizzazione, data la scarsa quantità di materiale di cui disponevo, interessandomi operare rapidamente senza per ora determinare con quante molecole d' acqua cristallizza il sale sodico, passai alla preparazione e all' analisi del sale d' argento.

Sale d'argento dall'artemisina. — La soluzione acquosa concentrata del sale sodico venne trattata con una soluzione acquosa neutra di nitrato d' argento; tosto si formò un precipitato bianco, che raccolsi rapidamente, filtrando all' aspiratore, lavai con cura, e poi disseccai sino a peso costante nel vuoto in un essicatore ad acido solforico.

All' analisi questo sale diede risultati che corrispondono a quelli richiesti dalla composizione del sale argentico di un acido monobasico, analogo all' acido santoninico.

$C_{15}H_{18}O_4$	$C_{14}H_{19}O_3 . COOAg$
Artemisina	Sale argentico

gr. 0,1723 di sale lasciarono per calcinazione gr. 0,477 di Ag

	trovato	calcolato per $C_{15}H_{19}O_4Ag$
Ag =	27,68 %	27,9

La santonina, come è stato dimostrato da Cannizzaro [1] ed in seguito confermato da Gucci [2], e da Grassi-Cristaldi [3] contiene un gruppo cetonico, tanto che si potè ottenere l' ossima e l' idrazone corrispondente.

Per vedere se anche nell' artemisina fossero contenuti uno o più gruppi carbonici, sottoposi questa sostanza all' azione dell' idrossilammina e della fenilidrazina.

Azione dell' idrossilammina sull' artemisina. — Con lo stesso processo seguito da Gucci [4] per la preparazione della santoninossima, operai sull' artemisina, senonchè aggiunsi un eccesso di cloridrato d' idrossilammina: p. 5 di artemisina sciolti in 50 p. di alcool a 90° furono addizionati con gr. 6 di cloridrato d' idrossilammina (3 mol.) e con p. 5 di carbonato di calcio precipitato. Il miscuglio venne bollito a b. m. in apparecchio a ricadere per 8 ore. Il liquido filtrato, privato per distillazione dall' eccesso

[1] Berl. Ber. XVIII, pag. 2746.

[2] Gazz. Chim. V. XIX, pag. 367.

[3] Id. id., pag. 382.

[4] P. Gucci, *Ricerche sopra la santoninossima e suoi derivati*. Gazz. Chim. 1889, vol. XIX, pag. 367.

di alcool, venne addizionato con acqua, la quale ha dato luogo ad un precipitato colorato leggermente in bruno. Raccolto questo precipitato e lavato con acqua, venne sciolto a caldo nell'alcool diluito e scolorato con nero animale. Concentrando alquanto la soluzione, per raffreddamento e con il riposo, si separa il nuovo prodotto sotto forma di aghetti, che in seguito vennero purificati per successive cristallizzazioni dall'alcool metilico.

La sostanza così ottenuta si presenta sotto forma di aghi bianchi, setacei, alcune volte raggruppati a raggi che fondono a 233°-234. Sono poco solubili in acqua, solubilissimi invece in alcool, etere e cloroformio.

L'analisi ha dato risultati corrispondenti a quelli calcolati per una monossima della formola

$$C_{15} H_{18} O_3 . NOH$$

I. gr. 0,2080 di sostanza diedero gr. 0,4938 di CO_2 e gr. 0,1442 di H_2O;
II. » 0,1543 » » » 0,3662 di CO_2 e gr. 0,1126 di H_2O;
III. » 0,2948 » » cc. 15 di Azoto misurato alla temperatura

di 27° e alla pressione di 763°:

	trovato in 100 p.			calcolato
	I.	II.	II.	per $C_{15} H_{19} NO_4$
C =	64,74	64,72	—	64,98
H =	8,22	8,10	—	8,38
N =	—	—	5,67	5,36

Il prodotto ottenuto si discioglie a freddo nelle soluzioni acquose diluite di soda e di potassa. Per assicurarmi se veramente fosse una ossima, ne trattai una piccola quantità con acqua ed acido cloridrico diluito, bollendo in apparecchio a ricadere per un'ora circa.

Dopo raffreddamento filtrai, e nel liquido filtrato confermai la presenza del cloridrato d'idrossilammina per mezzo delle sue reazioni speciali.

L'artemisina trattata con fenil-idrazina nelle stesse condizioni nelle quali Grassi-Cristaldi [1] operò con la santonina, dà pure una sostanza che ha il carattere di un idrazone. Parimente riscaldato leggermente a b. m. una soluzione dell'ossima, ora descritta con una soluzione acquosa di acetato di fenil-idrazina, si ottiene l'idrazone come sostanza semisolida, che non si riesce a purificare quando è in piccole quantità.

Sulla preparazione dell'idrazone farò nuovi tentativi tostochè avrò nuova quantità di materiale.

Dai risultati fin ora ottenuti si può dedurre: che l'artemisina rispetto ai carbonati alcalini si comporta come la santonina; e che contiene quindi

(1) Gazz. Chim. V. XIX (1889), pag. 382.

probabilmente un eguale aggruppamento lattonico, che al pari della santonina forma una monossima dimostrando che nella molecola è contenuto un solo gruppo chetonico.

Per conseguenza assai interessante sarà l'esperimentare sull'artemisina le reazioni e le trasformazioni che si avverano con la santonina sotto l'influenza dei varî agenti, per potere stabilire sotto qual forma trovasi l'ossigeno in più nella molecola di tale sostanza, studiandone i prodotti di riduzione e di scissione. Anzi dirò che per trattamento dell'artemisina con acido cloridrico e cloruro stannoso si ottiene una sostanza bianca cristallina, che si purifica abbastanza bene dall'alcool bollente, che fonde a 265° e che si discioglie a caldo nei carbonati alcalini.

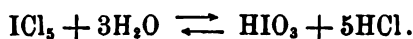
Ma su ciò, come pure sulle altre esperienze in corso, pubblicherò prossimamente i risultati.

Chimica. — *Sul tricloruro di iodio* (1). Nota di G. Oddo, presentata dal Socio Paternò.

Il comportamento del tricloruro di iodio ha richiamato più volte l'attenzione dei chimici.

Gay-Lussac (2), nel descriverlo per il primo col nome di cloruro giallo solido, osservò che nell'acqua si scioglie senza alcun'apparente trasformazione, e intravide, senza però definirla, che in quel fenomeno avviene una reazione di natura reversibile.

Serullas (3) la dimostrò nettamente: egli trovò che nel disciogliere il cloruro giallo solido in acqua si formano acido iodico ed acido cloridrico, mentre resta una parte del prodotto inalterato, il quale precipita aggiungendo alle soluzioni acido solforico concentrato; viceversa, se ad una miscela di soluzioni concentrate d'acido iodico e cloridrico si aggiunge acido solforico, precipita il cloruro giallo solido. Trascinato da questi risultati, e non conoscendosi ancora la composizione esatta del composto, gli attribuì la formola ICl_5, che darebbe luogo con H_2O all'equazione reversibile:

$$ICl_5 + 3H_2O \rightleftarrows HIO_3 + 5HCl .$$

Ma quando nel 1837 Soubeiran (4) ne fissò con ripetute analisi la formola ICl_3, la formazione dell'acido iodico non trovò più sufficiente interpretazione.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Cagliari.

(2) Ann. Ch. Phys., *91*, 1 (1814).

(3) Ann. Ch. Phys., *43*, 208; *45*, 59 (1830).

(4) Journ. de Ch. *23*, 49.

Philipp [1] nel 1870 ritenne ch'esso non fosse costituito da una sola molecola, ma da due distinte $ICl + Cl_2$; credeva di spiegare a questo modo perchè nell'azione sugli alcali non dava origine a ioditi. Questa opinione, secondo quanto pensano Sommaruga e Zeisel nel capitolo scritto per il trattato di Dammer [2], spiegherebbe la facile dissociabilità del prodotto.

Schutzenberger [3] invece, studiando l'azione dell'acqua su una serie di sistemi composti di cloro e iodio nei rapporti di $I:Cl_5$ e $I:Cl_3$, ritenne che, sebbene ICl_5 non esista, si deve ammettere che il tricloruro di iodio con l'acqua si comporti come un miscuglio di ICl_5 e ICl, secondo l'equazione:

$$2\,ICl_3 + 3\,H_2O \rightleftarrows HIO_3 + ICl.HCl + 4\,HCl.$$

A parte tale dissidio, questo comportamento speciale del tricloruro di iodio con l'acqua, per il quale si distacca dai composti alogenati dei veri metalloidi, come quelli dello zolfo e del fosforo, che non danno origine a reazioni reversibili, e si avvicina invece ai composti alogenati degli elementi con spiccato carattere metallico, come quelli d'arsenico, antimonio, bismuto etc., mi aveva fatto sorgere da parecchio tempo il dubbio che il tricloruro di iodio dovesse considerarsi come un vero sale.

Volli quindi determinare il peso molecolare in soluzione nell'ossicloruro di fosforo per osservare se anch'esso, analogamente a quanto ho dimostrato per i cloruri d'oro, di ferro e di platino [4], si mostrava dissociato.

L'esperienze confermarono le mie previsioni; ecco difatti i risultati ottenuti:

In ossicloruro di fosforo.

I serie.

Concentrazione	Abbass. punto cong.	Peso molecolare
3,1224	1°,302	165,4
4,5400	1 ,864	173,42

II serie.

Concentrazione	Abbass. punto cong.	Peso molecolare
3,4332	1°,765	134,21
6,0110	2 ,695	152

Per ICl_3 si calcola p. m. = 233,20

» $\frac{ICl_3}{2}$ » 116,60

(1) Berichte 1870, 4; Bull. Soc. Ch. *13*, 496.

(2) Handbuch anorg. Chemie I, 579.

(3) Bullett. Soc. Chim. 28 (1877) 254; Comptes Rendus 84, 389.

(4) Questi Rendiconti 1901, 456.

Anche il tricloruro d' iodio tende però a combinarsi col solvente e perciò non conviene eseguire molte determinazioni in serie.

I valori che si ottengono invece in soluzione acquosa sono molto più bassi, ma quasi costanti per diverse concentrazioni:

In acqua.

I serie.

Concentrazione	Abbass. punto cong.	Peso molecolare
3,7352	1°,715	41,37
9,9270	4 ,288	43,98

II serie.

Concentrazione	Abbass. punto cong.	Peso molecolare
1,4791	0°,669	42,00
3,9311	1 ,657	45,07
6,6442	2 ,773	45,52
9,3258	3 ,770	46,2

La molecola del tricloruro di iodio dunque, in soluzione nell'ossicloruro di fosforo, si scinde in due parti. E poichè la solubilità del cloro in questo solvente è molto limitata e non se ne sviluppa neanche a concentrazioni molto più elevate di quelle che ho riportato, non possiamo ammettere sia avvenuta la dissociazione molecolare in $ICl + Cl_2$, secondo il concetto di Philipp [1]; ma un'altra di natura diversa, cioè la dissociazione ionica e che perciò il tricloruro di iodio sia un elettrolite, a differenza di altri cloruri di veri metalloidi.

Ma che cosa c' insegna ancora di nuovo il modo come avviene la dissociazione?

[1] Io non ho potuto leggere il testo originale della Memoria, che si trova pubblicata nel vol. III. del Berichte, incominciando la collezione di questo giornale che possiedo in laboratorio dal vol. VIII. Nel breve riassunto che ne è riportato nei Bullettin de la Société Chimique *13*, 436, è detto: « La décomposition du triclorure d'iode par l'eau, donne non de l'acide iodeux, mais de l'acide iodique et de l'iode libre, ce qui tend à montrer que ICl_3 n'est pas une molecule unique, mais renferme $ICl + Cl_2$ » Concetto in verità incomprensibile, nè lo è meno ciò che dicono Sommaruga e Zeisel nel Dammer (l. c.): « Soll die Verbindung von einwerthigen I abgeleitet werden, so muss sie als Molekularverbindung $ICl + Cl_2$ angesehen werden; die leichte Dissociirbarkeit der Verbindung würde zu Gunsten dieser Ansicht sprechen ». In che cosa differirebbe infatti in questo caso un composto molecolare da un composto vero e proprio?

Ho dimostrato nella nota citata che anche $FeCl_3$, $AuCl_3$, e $PtCl_4$ nelle soluzioni in ossicloruro di fosforo dànno valori per il peso molecolare corrispondenti quasi alla metà di quelli calcolati per le molecole intere. Queste nel dissociarsi non si scindono quindi, come forse si sarebbe potuto immaginare a priori, nel metallo, ione positivo, e negli atomi di cloro, ioni negativi, poichè in tal caso avremmo ottenuti valori corrispondenti alla quarta parte della molecola per $FeCl_3$ e $AuCl_3$ ed alla quinta per $PtCl_4$.

Al contrario dei loro atomi di cloro uno soltanto si distacca per acquistare il carattere d'ione negativo e gli altri restano legati al metallo a costituire gli ioni complessi positivi:

Cl_2Fe	Cl_2Au	Cl_3Pt
Cloreferronio [1]	Cloreauronio	Cloriplatonio [1]

paragonabili all'ammonio H_4N, e perciò li ho chiamati con nomi analoghi, radicali dei quali $FeCl_3$, $AuCl_3$, $PtCl_4$ non sono che i monocloruri.

Analogamente il tricloruro di iodio si deve considerare come il cloruro di cloreiodonio, il quale nelle soluzioni in $POCl_3$ si dissocia in

$$\overset{+}{Cl_2I} \qquad \overset{-}{Cl}$$

e perciò mostra un peso molecolare metà del calcolato.

Abbiamo pertanto il fatto interessante, a prima giunta alquanto strano, che due elementi così negativi come il cloro e l'iodio, unendosi fra loro, costituiscono un ione positivo.

L'ossicloruro di fosforo viene dunque a fornirci delle conoscenze preziose, sulla costituzione dei composti alogenati per ora, che possono concorrere a risolvere altre questioni più complesse, come quelle dei sali doppi; conoscenze che nelle soluzioni nell'acqua ci sfuggivano per l'azione che questo solvente esercita su quei corpi [2].

Difatti i cloruri dei veri metalloidi, almeno quelli contenenti pochi atomi d'alogeno, come il protocloruro di zolfo e di iodio che ho studiati nelle Memorie precedenti, dànno abbassamenti che corrispondono a molecole intere. Quando incomincia a manifestarsi negli elementi il carattere metallico, nei composti nei quali essi mostrano la massima valenza, come sono quelli da me finora studiati, non tutti gli atomi dell'alogeno si distaccano come ioni

[1] Con le vocali *e* ed *i* attaccate alla radice « clor » intendo indicare rispettivamente i numeri 2 e 3 secondo il progetto di riforma della nomenclatura della chimica inorganica che ho compilato per incarico affidatomi dal Congresso internazionale di Chimica pura, tenutosi a Parigi nel luglio del 1900, e che è in corso di pubblicazione nel resoconto degli atti di quel congresso.

[2] Chem. Centr. 1899 I, 1057; Zeitsch. anorg. Ch. XXII, 445 e Gazz. chim. ital. 1900, II, 565.

dall'elemento più positivo a costituire in soluzioni individui isolati, ma uno soltanto; gli altri vi restano attaccati a costituire un ione complesso positivo. Col crescere però della natura positiva del metallo anche gli altri atomi d'alogeno acquistano la loro indipendenza ionica. Sebbene non abbia potuto eseguire determinazioni coi cloruri dei metalli alcalino-terrosi in ossicloruro di fosforo, perchè insolubili, il comportamento di questi sali in soluzione acquosa ci mostra difatti che in essi si trovano dissociati tutti gli elementi. Si completa così con l'uso di questi due solventi inorganici il quadro di tutto il processo del fenomeno, che non mancherò d'illustrare con altre ricerche, appena avrò il materiale necessario.

L'analogia del cloruro di cloreiodonio con gli altri tre cloruri da me studiati non si limita al comportamento crioscopico in $POCl_3$, ma si estende alquanto al comportamento chimico.

Già fin dal 1845 Filhol [1] aveva descritto i composti $KCl.ICl_3$ e $NH_4Cl.ICl_3$. Per lungo tratto di tempo altri composti simili non furono ottenuti, ma nel 1892 Wells e Wheeler [2], in una memoria interessante sui composti pentalogenati dei metalli alcalini, descrissero i seguenti altri sali:

$$RbCl.ICl_3;\ NaCl.ICl_3;\ LiCl.ICl_3.4\ H_2O.$$

Si ottengono molto facilmente mescolando a freddo le soluzioni acquose cloridriche dei due cloruri, o facendo passare sulla soluzione dei iodati una corrente di HCl e raffreddando. Avviene in un caso o nell'altro che tutta la soluzione si rappigli talvolta in una bellissima massa cristallina gialla, per lo più splendente, costituita da questi sali. Altri composti analoghi io ho ottenuto con le basi organiche terziarie e forse anche con il cloridrato d'idrazina [3]; ma ne rimando la descrizione all'inverno venturo, non essendo riuscito finora ad avere risultati d'analisi concordanti, a causa della parziale decomposizione che subiscono nel disseccarli, per la temperatura elevata dell'atmosfera [4].

(1) Berzelius, Jahrb. *20* [2] 110.

(2) Ber. deut. ch. Ges. XXV, 773, Ref.

(3) Versando goccia a goccia su una soluzione acquosa concentrata di cloridrato d'idrazina, raffreddata con un miscuglio frigorifero, una soluzione ugualmente raffreddata di ICl_3 in HCl, si forma un precipitato giallo, che però subito diventa di colorito che varia dal giallastro al bruno. Cessa la precipitazione quando si è aggiunto ad una molecola di cloridrato d'idrazina una molecola di ICl_3. Il precipitato subito raccolto su filtro, lavato con HCl e spremuto bene tra carta, contiene iodio e cloro; ma se si lascia all'aria, rimane un residuo bianco di cloridrato d'idrazina. Non sono riuscito finora ad ottenerlo di composizione costante. Ritornerò a studiarlo in inverno.

(4) Per il medesimo motivo rimando a quella stagione le ricerche per tentare di ottenere altri sali dei radicali Cl_2Fe, Cl_2Au, Cl_2Pt, Cl_2I.

Che questi composti si debbano considerare come sali doppi paragonabili ai cloroaurati corrispondenti, e non come composti dovuti a pentavalenza del metallo alcalino o dall'ammonio, io credo ce ne diano il mezzo di dimostrarlo altre esperienze dei sudetti chimici Wells e Wheeler, i quali nel medesimo anno [1] prepararono composti trialogenati dei metalli alcalini; ma riuscirono ad ottenerli soltanto del cesio, del rubidio e del potassio; arrivati a quest'ultimo metallo i sali che ottennero erano molto instabili, tanto che poterono prepararne soltanto pochi termini, mentre del cesio Wells aveva descritto perfino dieci sali trialogenati diversi semplici o misti.

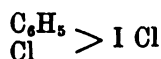
Al contrario i composti $NaCl.ICl_3$, $NH_4Cl.ICl_3$ si ottengono facilmente e sono abbastanza stabili. I sali trialogenati quindi debbono attribuirsi alla trivalenza che acquistano i metalli alcalini col crescere del peso atomico, analogamente a quanto avviene nella parte opposta della classificazione naturale con gli alogeni, e perciò quelli di cesio sono i più stabili; gli altri invece non si possono attribuire a pentavalenza, bensì a combinazioni simili a quelle che riscontriamo in tutti i sali doppi come i cloroaurati e i cloroplatinati.

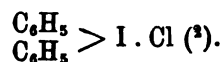
Dimostrata pertanto sia per il comportamento fisico che per quello chimico la funzione di sale del tricloruro di iodio, si capisce perchè esso sia solubile nell'acqua soltanto con parziale decomposizione, dando origine ad una reazione reversibile.

Se poi questa nuova nozione sulla funzione del tricloruro di iodio si mette in confronto con altre analoghe che ne possediamo in chimica organica, risulterà questo fatto interessante:

$$\begin{matrix} Cl \\ Cl \end{matrix} > I . Cl$$

Tricloruro di iodio, è un sale.

$$\begin{matrix} C_6H_5 \\ Cl \end{matrix} > I\ Cl$$

Cloroioduro di Willgerodt, (?)

$$\begin{matrix} C_6H_5 \\ C_6H_5 \end{matrix} > I . Cl\ [2].$$

Cloruro di difeniliodonio, è anch'esso un sale.

Ora è evidente che i cloroioduri debbono essere delle sostanze saline di costituzione uguale alle altre due, e sono il termine di passaggio tra i diarriliodonii e il cloreiodonio, primo termine di questa serie di basi.

In questo indirizzo nel mio laboratorio si sono incominciate delle ricerche sui cloroioduri.

[1] Berichte XXV, 271, 543, 623, Ref.
[2] Ber. deut. chem. Gesell. XXXI, 915, 1898

PERSONALE ACCADEMICO

Pervenne alla Presidenza la triste notizia della morte del Socio straniero barone Adolf Erik Nordenskiöld, mancato ai vivi il 12 agosto 1901; apparteneva il defunto all'Accademia, sino dal 12 novembre 1883.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona, la Società Reale di Londra; la Società geologica di Sydney; la Società zoologica di Tokio; le Società di scienze naturali di Emden e di Hamburg; l' Università di Glasgow.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
dal 5 agosto al 1º settembre 1901.

Atti della Commissione nominata dal Ministro dei lavori pubblici per riferire sui danni ai muraglioni del Tevere e proporre i necessarî provvedimenti. Roma, 1901. 4°.

Berlese A. — Osservazioni su fenomeni che avvengono durante la ninfosi degli insetti metabolici. Portici, 1901. 8°.

Delitala G. — Un correlativo del teorema di Stewart. S. l. 1901. 8°.

Dalla Vedova G. — I progressi della geografia nel secolo XIX. Roma, 1901. 8°.

Ekman W. — On a new Current-Meter invented by Prof. Fridtjof Nansen. Kristiania, 1901. 8°.

Fischer E. e *Guth M.* — Der Neubau des ersten Chemischen Instituts der Universität Berlin. Berlin, 1901. 4°.

Gadot A. — Un nouveau mètre, unité physique essentielle. Paris, 1901. 8°.

Manca G. — Ricerche fisiologiche su animali a sangue freddo tenuti in digiuno. Portici, 1901. 8°.

Nansen F. — Some Oceanographical Results of the Expedition with the « Michael Sars » headed by Dr. J. Hjort in the summer of 1900. Christiania, 1901. 8°.

Rabot Ch. — Les variations de longueur des glaciers dans les régions arctiques et boréales. Genève, 1900. 8°.

Schetelig J. — On the use of the Hydrometer of total Immersion. Kristiania, 1901. 8°.

Strazzeri V. — Le eliche cilindriche. Sassari, 1901. 8°.

Tuttolomondo A. — Fauna ittiologica del Compartimento marittimo di Catania. Girgenti, 1901. 8°.

Wölfer A. — Astronomische Mitteilungen. N. XCII. Zürich, 1901. 8°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 15 settembre 1901.

Zoologia medica. — *A proposito del paludismo senza malaria.* Nota del Socio B. GRASSI.

Nella seconda edizione della mia Memoria *Studî di uno zoologo sulla malaria*, pubblicata in lingua tedesca il 12 agosto 1901, ho riuniti i casi (da me in parte già precedentemente comunicati) di località dove si trovano gli anofeli e manca la malaria, ovvero dove la malaria è scarsissima e gli anofeli sono piuttosto abbondanti. Contemporaneamente Celli insieme a Gasperini pubblicava un articolo intitolato: *Paludismo senza malaria* (*Policlinico*, supplemento, anno VII, fasc. 42; Roma, 17 agosto 1901).

Scrivono gli Autori: « Da lungo tempo in tutte le latitudini sono ben noti i casi di paludismo senza la malaria; nessuno però ha intrapreso a studiarli dal punto di vista delle nuove teorie epidemiologiche, ciò che tentiamo far noi, profittando che di simili casi v'è abbondanza in Toscana. I luoghi nei quali s'aggirano le nostre ricerche sono: paduli di Fucecchio e di Bientina; lago di Massaciuccoli e terreni paludosi circostanti; pianura littoranea da Collesalvetti e Livorno a Viareggio e Pietrasanta..... Questi luoghi anche ai tempi medicei erano fieramente malarici..... Invece nell'ultimo quarto del secolo scorso, qui come altrove, è avvenuto un salutare e progressivo cambiamento, sebbene rimangano tali e tante e così estese le plaghe paludose..... Si coltivano a Massarosa le più rigogliose risaie..... »

« Le zanzare, altrove specifiche, sono a miriadi. Non mancano i casi di febbri recidive, qualcuna autoctona, altre provenienti da fuori; il che esclude

si tratti di immunità organica acquisita per cernita naturale da questa popolazione, la quale basta si allontani dal luogo nativo per contrarre le febbri dove queste dominano ».

« Il chinino certamente non si è dato e non si dà nè più, nè meglio, nè da più lungo tempo che altrove dove la malaria persiste ».

« Trattasi dunque d'una indiscutibile e finora inesplicabile eccezione alla nuova teoria etiologica ed epidemica della malaria; cioè vi sono località palustri senza propagazione di malaria, ad onta della presenza di anofeli, e dell'arrivo di malarici dal di fuori, e dello scoppio di qualche raro e per lo più isolato caso di febbre..... »

« Certo in epidemiologia non è nuovo il caso di malattie, le più tipicamente contagiose, come peste bubonica e lebbra, che, quando si attenuano, si riducono a casi sparsi e isolati, senza più la possibilità di contagio ».

« Altrove, come in Francia, Germania, Inghilterra, questo fortunato periodo dell'attenuazione della malaria è già trascorso, e gli anofeli che permangono dove non c'è più malaria ne sono forse un documento storico ».

« Per altre epidemie non si è ancora tentato di trovare sperimentalmente la chiave dell'enigma di così benefico evento. Per la malaria abbiamo in corso osservazioni comparative ed esperienze di zoologia sperimentale. Certo si apre un'altra lacuna da colmare nel campo delle nostre conoscenze epidemiologiche attuali su questa epidemia, e si accenna forse qualche nuova orientazione profilattica ».

A Celli e a Gasperini sono sfuggite le mie ricerche per spiegare il fenomeno del paludismo senza malaria (pag. 51 e seguenti della prima edizione della mia Memoria *Studî di uno zoologo sulla malaria* e altri punti delle mie Note preliminari, dove fo cenno dell'argomento in discorso).

Per verificare se i risultati delle mie ricerche precedenti e delle altre aggiunte nella seconda edizione della Memoria citata fossero sufficienti a spiegare anche il fenomeno osservato da Celli e Gasperini, intrapresi altre ricerche speciali in una delle località da loro esplorate.

Veramente io mettevo mal volontieri il piede in tali località, perchè sospettavo che ivi per motivi di interessi regionali si tendesse a negare l'esistenza della malaria. A questi sospetti alludevo già nella mia prima Nota pubblicata nel 1898 quando scrivevo: « Nel padule di Fucecchio, vicino ai bagni di Montecatini, m'era stato assicurato che non si davan casi di malaria. Io trovai in questa località l'*Anopheles claviger*, ma conobbi anche una famiglia che abita in mezzo al padule, la quale ebbe a lottare non poco colla malaria ».

Anche il caso delle risaie di Massarosa sopra accennato mi era noto, essendo io stato pregato nella primavera scorsa di far ricerche in proposito, ricerche che per varie ragioni avevo trascurate. La pubblicazione di Celli e Gasperini mi decise a non differirle più oltre, sembrandomi che il concetto

dell'attenuazione della malaria, messo innanzi da questi Autori, potesse riuscire pericoloso e fatale nella lotta contro la malaria, ove non venisse dimostrato da sperimenti diretti.

In questa Nota espongo i risultati ai quali io sono finora pervenuto.

Occorre premettere che il Consiglio Comunale di Viareggio (a 8 chilometri da Massarosa) l'inverno scorso emise un voto per l'abolizione delle risaie all'intorno della città, voto contro il quale fu presentata al Prefetto di Lucca una petizione firmata da duemila lavoratori, i quali fanno osservare come l'abolizione delle risaie sarebbe una suprema iattura, perchè intiere popolazioni resterebbero affamate, e aggiungono: « ... Nè deve dar ombra il pensiero che durante il lavoro in risaia si possa da noi contrarre il germe della malaria, imperocchè le nostre abitazioni risiedono tutte sui monti, ove l'aria è purissima e l'orario del lavoro in risaia decorre dalle 7 del mattino alle 5 circa della sera; mentre è ormai certezza acquisita dalla scienza sperimentale che la zanzara *Anopheles*, trasmettitrice della malaria non esercita la sua terribile opera di distruzione che nelle ore vespertine e notturne ..... ».

Quasi contemporaneamente i proprietari presentavano allo stesso Prefetto di Lucca un'altra petizione (manoscritta) dalla quale tolgo i seguenti appunti.

« ..... Sin d'ora giova asserire che non già in Viareggio città soltanto, ma in tutta la plaga circostante che comprende anche i territori dei Comuni di Camaiore e Massarosa, nei quali la coltura del riso è estesa e va man mano estendendosi, la febbre malarica: *a*) non esiste assolutamente in forma epidemica; *b*) si manifesta annualmente in pochissimi casi sempre in forma mite; *c*) ciò che più monta, malgrado l'estendersi della coltura del riso, va man mano decrescendo ».

A conferma di questa asserzione si riportano certificati dei dottori Francalanci e Calcinai, medici condotti del Comune di Massarosa. Il dott. Francalanci, nella di cui condotta la coltura del riso predomina (circa $^{8}/_{10}$ del territorio sono coltivati a riso) asserisce che in questi ultimi quattro anni sono totalmente scomparsi quei cinque o sei casi di febbre malarica, che precedentemente si avveravano in forma sempre lieve. L'altro medico condotto, il dott. Calcinai, dichiara di non aver curato nel passato che pochissimi casi di malaria (3 o 4 l'anno) sempre di forma lieve e che nel 1899 non ne constatò che un unico caso importato dalla Corsica.

Nella petizione in discorso viene riportato anche il seguente brano d'una Relazione del dott. Francalanci, che giace manoscritta nell'archivio del medico provinciale di Lucca.

« ..... Da tutto questo si conclude che l'istituzione delle risaie nel Comune di Viareggio e quindi ora nel Comune di Massarosa fu tanto benefica da far scomparire le forme più gravi di malaria là dove esistevano e come pure le altre forme, avendosi avuto sempre con l'andare degli anni

diminuzione progressiva notevolissima. È da considerarsi pure che essendo a queste popolazioni aggiunto un maggior cespite di guadagno, cominciarono a nutrirsi ancora in modo migliore di prima e con alimenti più sostanziosi e più sani ».

Insomma il dott. Francalanci in base a ricerche storiche, a dati raccolti dai colleghi e a sue proprie osservazioni, è convinto che se non esistessero più le risaie e si abbandonasse a sè il padule, la malaria tornerebbe grave.

I proprietari fanno inoltre osservare che i terreni coltivati a risaia sono paludosi, in gran parte sommersi e che la coltura del riso ha fugata la malaria, probabilmente anche perchè per la coltivazione del riso si immettono ovunque nei paduli quasi perennemente ed in grande abbondanza acque sorgive fresche, defluenti dai monti circostanti e però immuni di malaria; per l'immissione di queste acque sorgive vengono messe in maggior movimento quelle del padule di per sè stesse stagnanti, oltrechè ne viene la necessità che le fosse in cui esse hanno a defluire, siano continuamente tenute spagliate e ripulite dalle male erbe.

I fatti fin qui esposti sono ben singolari e veramente a tutta prima sembrano in contraddizione con quanto finora è stato stabilito: *che cioè, le risaie sono fomite di malaria perchè, com'io ho per primo osservato (settembre 1898), costituiscono un abitacolo enormemente propizio per la moltiplicazione degli Anopheles.*

Tutte queste circostanze mi erano presenti quando visitai per la prima volta il Comune di Massarosa. Quivi appresi che la Società delle Ferrovie Mediterranee, che esercisce la linea Viareggio-Massarosa, ossia la linea che attraversa il padule, estesamente ridotto a risaia, del Comune di Massarosa, passa ai suoi impiegati l'indennità di seconda zona, ossia di malaria grave. La circostanza che questa linea ferroviaria è di recente costruzione, ossia data da soli circa dieci anni, fa a tutta prima pensare che se la Società, di cui sono note le tendenze all'economia, si è decisa a concedere l'indennità di malaria grave, questa deve esistervi incontrastabilmente.

A Massarosa feci la conoscenza del gentile e bravo dott. Francalanci: egli mi ripetè a voce quello che aveva già scritto, che, cioè a Massarosa la malaria è scomparsa.

Feci a Massarosa estese ricerche e devo dichiarare che finora non sono riuscito a riscontrarvi alcun malarico e ciò in conformità di quanto asserisce il dott. Francalanci. Non posso però tacere che la popolazione del Comune di Massarosa è così preoccupata dalla possibilità dell'abolizione delle risaie che, se vi fosse qualche caso di malaria autoctona, probabilmente lo nasconderebbe in tal modo da rendere impossibile rintracciarlo. D'altra parte è certo però che attualmente, se nel Comune di Massarosa si danno casi di malaria, questi non debbono essere punto numerosi, perchè altrimenti non potrebbero venir tenuti celati.

Ciò che sorprende si è che tutti, dai trent' anni in su, confermano di aver sofferto la terzana fino a venti o venticinque anni fa. Non sono rari quelli che dicono di averne sofferto fino all' ultimo decennio: tutti asseriscono che da dieci anni a questa parte la malaria è scomparsa.

Il dott. Francalanci mi disse che egli viene chiamato frequenti volte per febbri da intossicazione intestinale, le quali guariscono tutte senza chinino. Quest' ultima circostanza tende ad escludere che si tratti di malaria, esclusione che in due casi da me osservati ho potuto ammettere con sicurezza dietro l' esame microscopico del sangue.

Dopo la mia prima gita a Massarosa, comparve edita a Viareggio (Tipografia Ciani), in data del 27 agosto, anche una Nota del dott. Francalanci sulla malaria del Comune di Massarosa. Annuncia ch' egli ha fatto in quest' anno nel Comune di Massarosa la ricerca degli *Anopheles* e che vi ha trovato gli *A. claviger* e *pseudopictus*, dei quali parecchi furono da lui presentati ai dottori Puccinelli e De Hieronymis che confermarono la diagnosi delle specie. Egli aggiunge di averne consegnati dopo qualche tempo altri al prof. Celli, in occasione di una visita che questi gli fece in unione al prof. Gasperini.

Anch' io posso confermare l'osservazione di Francalanci che gli *Anopheles* abbondano a Massarosa in padule, nelle risaie, nelle case coloniche e non solo in quelle a quasi due passi dal padule stesso, ma anche nelle più interne del paese, civili o coloniche che siano.

La quantità di *Anopheles* che vengono a pungere nella stazione di Massarosa è così grande da potersi confrontare soltanto con quella dei luoghi più malarici d' Italia.

Più singolare a primo aspetto sembra il fatto già considerato dal dott. Francalanci nel suddetto opuscolo, che ogni anno dal Comune di Massarosa, in primavera parecchi agricoltori migrano temporariamente in Corsica e alcuni altri migrano in Algeria. « A seconda delle condizioni di salute che trovano in tali paesi vi dimorano del tempo, dei mesi cioè, pronti sempre a fuggire appena sono colti dalle febbri malariche. Una massima parte di questi emigranti temporanei torna in generale ammalata di febbri, essendo rari quelli che ne tornano immuni ».

Il dott. Francalanci aggiunge che in quest' anno cinque individui sono ritornati ammalati di febbre malarica. Nelle abitazioni di questi malarici venuti da fuori egli ha trovato numerosi *Anopheles*. Il Francalanci conchiude « malgrado questi casi non si ha malaria nel territorio di Massarosa in modo da sembrare che gli *Anopheles* qui non comunichino la malaria ad altri individui ».

Insomma è certo che a Massarosa gli *Anopheles* sono molto abbondanti come lasciava prevedere la condizione del territorio e che la malaria o manca, od è in minima quantità.

Il dott. Francalanci mi ha messo sott'occhio dei documenti storici molto importanti e precisamente la Memoria: *Delle risaie in Italia* ecc., di Puccinotti (Livorno, Tipografia Bertani, Antonelli e C. 1843) e la Memoria di Carlo Luigi Farini: *Sulle quistioni sanitarie ed economiche agitate in Italia intorno alla risaie* (Firenze, Tipografia Galileiana, 1845). Da questi documenti rilevo che il marchese Antonio Mazzarosa lesse una Memoria al Congresso scientifico di Padova *Sulle risaie del lucchese e loro effetti* e scrisse in proposito una lettera al Puccinotti. Orbene Mazzarosa riferisce che il Senato della repubblica di Lucca proibiva l'11 maggio 1612 di coltivare il riso per tutto lo Stato. Si noti che la coltivazione del riso era allora assai estesa e che ad essa si attribuivano effetti sommamente nocivi.

Secondo Mazzarosa nei quindici anni precedenti il 1841 furono a Massarosa le terzane così rare da contarsene al più sei od otto casi all'anno e neppur sempre. Nel 1840 si riprese la coltura del riso che si raddoppiò nel 1841 e si triplicò nel 1842. Nel 1841 dalla metà di settembre in poi si ebbero 150 terzane; nel 1842 le febbri comparvero in luglio e in quell'anno si ebbero fino a 300 terzane; nel 1843 i febbricitanti si contarono a centinaia.

Farini [1] riporta contro i dati di Mazzarosa, dati comprovanti un incremento della popolazione in rapporto coll'introduzione delle risaie e il fatto che il farmacista di Massarosa dichiara di aver venduto due libbre di più di solfato di chinina nei cinque anni precedenti l'introduzione delle risaie, di quelli venduti nei cinque anni susseguenti.

A me sembra che nè l'incremento della popolazione, nè la dichiarazione del farmacista, di fronte ai fatti positivi e precisi citati da Mazzarosa, possano avere alcun valore, e credo perciò dimostrato che già a Massarosa altra volta la malaria abbia infierito e poi sia scomparsa, e poi di nuovo sia tornata ad infierire e oggi di nuovo sia scomparsa.

Come si spiegano questi fatti?

Due ipotesi si affacciano innanzi:

1° Dalle mie ricerche precedenti risulta che certi *Anopheles claviger* sono immuni dalla malaria: potrebbe darsi che gli *Anopheles* di Massarosa costituissero attualmente una razza tutta immune e quindi veramente non trasmettessero la malaria.

2° Potrebbe darsi che il fatto di Massarosa costituisse una sorta di paradosso basato sopra una proposizione vera ed esplicabile per un complesso di circostanze combinantisi per produrre un effetto inaspettato [2].

[1] Purtroppo non ho più sott'occhi l'opuscolo di Farini, che debbo citare a memoria.

[2] Il caso della malaria a Massarosa si ripete anche per altre malattie a ospitatore intermedio. Così la trichina manca in Italia ad onta che vi si trovino gli ospitatori (ratti, maiali, uomo); in Francia, poi, manca nel maiale e nell'uomo ad onta che i ratti trichinati non siano rari.

Per vedere quali fondamenti avesse la prima di queste due ipotesi, ho fatto prendere a Massarosa una quantità di *Anopheles* e ho procurato che pungessero un individuo semilunare in buone condizioni. Il risultato fu il seguente: di quattro *Anopheles* pigliati ad Ostia e che punsero il semilunare in buone condizioni, uno si infettò moltissimo, mentre gli altri non si infettarono punto: di dodici *Anopheles* presi a Massarosa e che punsero contemporaneamente lo stesso semilunare, se ne infettarono quattro, due moltissimo e due poco (questi ultimi due avevano punto senza aver interamente digerito il succo di frutta, che avevano preso durante il viaggio da Massarosa ad Ostia, e perciò avevano succhiato poco sangue). Io ho veduto gli amfionti nella parete dello stomaco degli *Anopheles* quattro giorni dopo la puntura. Tra pochi giorni compariranno certamente gli sporozoiti nelle ghiandole salivari di altri *Anopheles* di Massarosa, che tengo vivi in laboratorio. Con questi *Anopheles* potrei facilmente farmi pungere, ma io ritengo questo esperimento superfluo e perciò non intendo di farlo. Se altri desidera sottoporvisi, io metto il mio materiale a sua disposizione.

Per me è importante stabilire che non sono immuni dai parassiti malarici nè gli uomini, nè gli *Anopheles* di Massarosa. Che gli uomini non siano immuni lo dimostra il fatto che quelli di Massarosa quando vanno in paesi infestati dalla malaria cadono in preda a questa malattia, come risulta dai dati del dott. Francalanci. Che gli *Anopheles* non siano immuni, lo dimostrano gli esperimenti da me fatti.

Resta così eliminata la prima ipotesi ed è giuocoforza ricorrere alla seconda, non essendomi possibile di immaginarne alcun'altra verosimile. È questa seconda l'ipotesi che io sostengo e della quale io voglio qui sommariamente ragionare.

Il dott. Francalanci e il prof. Celli fanno risaltare che ogni anno nei mesi di estate e d'autunno vengono nelle varie località senza malaria e con molti *Anopheles*, individui infetti di malaria e perciò nei suddetti mesi i parassiti malarici nel sangue non mancano. A questo riguardo mi permetto osservare che il trovare individui infetti di malaria e anche parassiti malarici nel sangue non implica affatto la presenza di gameti capaci di svilupparsi negli *Anopheles*. Io, che ho avuto occasione di fare moltissimi esperimenti di infezione degli *Anopheles*, so che è relativamente difficile trovare un ammalato capace di infettarli. Queste difficoltà spiegano i tanti tentativi di infettar gli *Anopheles* riusciti vani a Ross e a Koch. Molte volte si esaminano individui, il cui sangue si supporrebbe pieno di semilune, mentre invece non ne presenta alcuna. Per fare l'esperimento suddetto di Massarosa dopo molte ricerche mi procurai tre individui con semilune abbondanti, due di questi non infettarono alcun *Anopheles* nè di Massarosa, nè di Grosseto, nè di Ostia.

Perciò il piccolo numero di individui che, come dice Francalanci, vanno in luogo malarico e vi dimorano dei mesi, pronti sempre a fuggire appena sono colti dalle febbri malariche, forse per un caso fortunato, non tornano a Massarosa in condizioni opportune per infettare gli *Anopheles*, nè queste condizioni opportune si verificano più tardi perchè vengono curati con molto impegno dai bravi medici condotti.

Francalanci mi assicura che a Massarosa la temperatura è relativamente più fresca che a Pisa; purtroppo mancano dati precisi. Anche questa circostanza, però, potrebbe portare il suo contributo contro alla diffusione della malaria.

Una parte notevole degli *Anopheles* di Massarosa è costituita dalla specie *pseudopictus*, che in generale vive in aperta campagna, dove nella notte si verifica un forte abbassamento di temperatura, il quale rende difficile la propagazione dei parassiti malarici. Senonchè a Massarosa gli *Anopheles pseudopictus*, come aveva riscontrato Celli nel Vercellese, vivono anche nelle case (dove, a differenza dei *claviger*, si trovano per lo più sulla parte bassa delle pareti). Si può tuttavia supporre che restino per pochissimo tempo nelle case e passino poscia in aperta campagna, andando incontro all' abbassamento di temperatura, come sopra ho detto.

La circostanza principale, però, che a mio avviso spiega il paradosso di Massarosa, è il fatto che la popolazione di Massarosa è quasi assolutamente stabile e non le mancano punto le cure da parte dei medici locali. Nei paesi dell' Italia media e meridionale dove la malaria continua ancora ad infierire, la popolazione è invece nomade per grandissima parte e sinora l' opera del medico è arrivata ad essa manchevole, od è stata nulla.

Si potrebbe opporre che nell' Italia settentrionale, per esempio a Locate Triulzi, la malaria infierisce nonostante le cure mediche. Quivi però le condizioni sono molto peggiori che a Massarosa. Locate Triulzi giace in un piano in mezzo alle risaie, mentre Massarosa sta in gran parte appoggiata sopra una collina, ai cui piedi trovansi le risaie; questa circostanza può in certo modo diminuire la propagazione della malaria per il fatto cha gli *Anopheles* spesse volte, prima che gli sporozoiti siano maturi, abbandonano le località dove trovano il nutrimento per portarsi là dove trovano l' acqua per deporvi le uova; da questa località dopo l' ovificazione tornano nelle abitazioni umane, più facilmente se queste sono in piano che se sono in collina.

Resta sempre il fatto che la malaria a Massarosa una volta infieriva, mentre circa nell' ultimo ventennio è lentamente scomparsa; ciò però può esser messo in rapporto con l' uso sempre più diffuso della chinina e coll'assistenza medica sempre più accurata.

Concludo. Da molto tempo io mi domandavo come mai la malaria si potesse mantenere ad onta della difficoltà enorme che incontrano gli *Anopheles* per arrivare ad essere in condizione da poterci infettare; mi pareva che la

chinina avesse dovuto riuscire più efficace di quel che sia riuscita in realtà. Il fatto di Massarosa invece di essere in stridente contrasto con la dottrina degli *Anopheles*, fa svanire anche l'or detto mio dubbio e mi persuade sempre più che essa spiega tutti i fenomeni malarici.

Molte circostanze favorevoli e certamente anche un po' il caso hanno fatto sì che Massarosa non sia più malarica, o lo sia in grado leggero. Niente però esclude che Massarosa possa ridiventare un gravissimo focolaio malarico [1]. Ciò, mi affretto a dirlo, forse non potrebbe essere evitato sopprimendo le risaie, le quali lascerebbero indietro luoghi palustri e sommersi, capaci per proprio conto di permettere una enorme propagazione degli Anofeli. Devesi invece continuare nella cura sollecita e scrupolosa di qualunque caso di malaria, cura che occorrerebbe fare in un ospedale riparato da reticelle metalliche.

Il fenomeno del paludismo senza malaria, quale si verifica in una parte della Toscana, a mio avviso, dimostra soltanto che, mi si permetta la frase, la malaria è un colosso dai piedi di creta; colle reticelle metalliche applicate seriamente e colla cura scrupolosa potremo in breve tempo abbatterlo [2].

Matematica. — *Determinazione della funzione di Green di grado n, nel caso di una sfera.* — Nota del prof. R. Marcolongo, presentata dal Socio V. Cerruti.

Una funzione G poli-armonica di grado n, cioè regolare insieme colle sue derivate fino all'ordine $2n$ in tutto uno spazio S dove soddisfa all'equazione:

$$\Delta_{2n}\, G = 0 ,$$

e tale che al contorno verifica le condizioni:

$$(1) \qquad G = r^{2n-3}, \quad \frac{d^i G}{d\nu^i} = \frac{d^i r^{2n-3}}{d\nu^i}, \, (i = 1, 2, \ldots\ n-1),$$

dove r è la distanza di un punto qualunque della superficie da un altro punto P arbitrario, ma fisso, di S e ν la normale al contorno σ rivolta verso l'interno di S, dicesi funzione di Green di grado n relativa al polo P. Il valore

(1) Ciò è accaduto per es. in Dalmazia. Il sig. dott. Battara mi comunica che all'isola Zuri (a circa 20 km. dalla costa dalmata) dove a memoria d'uomo non vi era mai stata malaria, quest'anno vi si è sviluppata una grave epidemia, che ha colpito metà della popolazione. Si è constatato che la malaria è stata importata da un individuo di Zuri che si era infettato sulla costa Dalmata.

(2) Siccome gli *Anopheles* propagano colla puntura anche la *filaria immitis* (Grassi e Noè), così riusciva interessante sapere se a Massarosa i cani fossero infetti di *filaria immitis*: ho perciò fatto delle ricerche che mi diedero prontamente risultato positivo.

di G in un punto qualunque M di S è funzione simmetrica rispetto alle due terne di coordinate del punto P e del punto M [1].

È ben noto il modo con cui si è condotti alla definizione della funzione G, quando si voglia determinare una funzione u poli-armonica di grado n, mediante i valori che essa e le sue derivate fino a quelle di ordine $n-1$, secondo la normale, assumono al contorno.

Ma la determinazione di una tale funzione presenta gravi difficoltà. Così prescindendo dal caso ordinario di $n=1$, la seconda funzione di Green ($n=2$) per uno spazio a due dimensioni, specialmente interessante per le applicazioni a problemi relativi alle lamine incastrate, è stata determinata: dal prof. Lauricella nel caso di un piano infinito limitato da una retta e nel caso di un campo circolare [2]; dal prof. D'Arcais nel caso di una corona circolare [3].

D'altra parte i bei lavori del prof. Almansi [4] hanno fatto risolvere, indipendentemente dalla ricerca della funzione di Green, il problema della determinazione della funzione poli-armonica di grado n pel cerchio ed il metodo è senz'altro applicabile al caso della sfera.

La formula del prof. Almansi conduce a calcoli laboriosi, anche quando la si voglia applicare al caso speciale della ricerca della funzione di Green. Perciò credo interessante esporre un metodo semplicissimo che permette di assegnare la funzione di Green di grado n per la sfera, risolvendo un semplice sistema di equazioni lineari.

1.

Sia a il raggio della sfera nel cui centro O è posta l'origine degli assi: $P(x_1\, y_1\, z_1)$ il polo interno alla sfera, ϱ la sua distanza dal centro; $M(x, y, z)$ un punto qualunque interno alla sfera e diciamo r ed r' le distanze di M da P e dalla sua immagine P'.

Poniamo:

$$r_1 = \frac{\varrho}{a} r';$$

la funzione r_1 (del punto M) è regolare entro la sfera, come pure il

$$\Delta_2 r_1 = \frac{2}{r_1};$$

quindi, essendo:

$$\Delta_4 r_1 = 0$$

[1] Cfr. Boggio, Atti R. Acc. d. Sc. di Torino, vol. XXXV.

[2] Mem. Acc. delle Sc. di Torino, Ser. II, vol. XLVI; Atti Acc. Sc. di Torino, vol. XXXI.

[3] Atti R. Ist. Veneto, Ser. VII, tom. IX.

[4] Annali di Matem., Ser. III, tom. II. Vedi ancora i lavori del Levi-Civita, del Boggio.

a r_1 è bi-armonica entro la sfera. Inoltre è noto che quando M trovasi sulla superficie della sfera si ha:

$$r_1 = r.$$

Il metodo che espongo si fonda su questo teorema generale: *la funzione*:

$$r_1^{2h-1}\, r^{2k}$$

dove h e k sono numeri interi e positivi (lo zero compreso) tali che

$$h + k = n - 1,$$

è poli-armonica di grado n.

Infatti poniamo:

$$\beta = \frac{\partial r^{2k}}{\partial x}\frac{\partial r_1^{2h-3}}{\partial x} + \frac{\partial r^{2k}}{\partial y}\frac{\partial r_1^{2h-3}}{\partial y} + \frac{\partial r^{2k}}{\partial z}\frac{\partial r_1^{2h-3}}{\partial z},$$

e supponiamo che si sia dimostrato:

$$\Delta_{2\,(n-2)}\,\beta = 0.$$

Dico che:

$$\alpha = \sum \frac{\partial r^{2k}}{\partial x}\frac{\partial r_1^{2h-1}}{\partial x},$$

soddisfa la

$$\Delta_{2n}\,\alpha = 0.$$

Basta osservare che:

$$\alpha = \frac{2h-1}{2h-3}\, r_1^2 \beta$$

e che:

$$\Delta_2 \alpha = a\beta + b r_1^2\, \Delta_2 \beta + c\left(\frac{\partial r_1^2}{\partial x}\frac{\partial \beta}{\partial x} + \cdots\cdots\right)$$

essendo a, b, c delle costanti. Se quindi si nota che:

$$\frac{\partial^2 r_1^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 r_1^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 r_1^2}{\partial z^2} = \text{cost}.$$

si scorge subito che:

$$\Delta_{2(n-1)}\,\alpha = a'\,\Delta_{2(n-2)}\,\beta + b' r_1^2\, \Delta_{2(n-1)}\,\beta + c' \sum \frac{\partial r_1^2}{\partial x}\frac{\partial \Delta_{2(n-2)}\,\beta}{\partial x}$$

e quindi è vero il teorema.

Collo stesso metodo si verifica che posto:

$$\beta' = \sum \frac{\partial r^{2(k-1)}}{\partial x}\frac{\partial r_1^{2h-1}}{\partial x}$$

se è:

$$\Delta_{2(n-2)}\,\beta'^2 = 0$$

sarà pure:

$$\Delta_{2(n-1)}\,\alpha = 0.$$

E poichè, come subito si verifica, il teorema è vero per:

$$k=2\,,\ h=0 \ \text{e per}\ k=n \ \text{e}\ h=0$$

così è vero in generale.

Dopo ciò possiamo dimostrare, col metodo di induzione, il teorema generale enunciato. Ammettiamolo infatti vero per due numeri h e k tali che:

$$h+k=n-2\,.$$

Osservando allora che:

$$\Delta_2\,(r_1^{2h-1}\,r^{2k})=ar_1^{2h-3}\,r^{2k}+br_1^{2h-1}\,r^{2k-2}+2\alpha$$

risulta:

$$\Delta_{2n}\,(r_1^{2h-1}\,r^{2k})=0\,.$$

Ma per $h+k=1$ il teorema è verificato; dunque esso è vero in generale.

Si deduce quindi che le n funzioni:

$$r_1^{2n-3},\ r_1^{2n-5}\,r^2,\ r_1^{2n-7}\,r^4,\ \ldots\ldots,\ r_1\,r^{2(n-2)}\,,\ \frac{r^{2(n-1)}}{r_1}$$

sono funzioni poli-armoniche di grado n nell'interno della sfera e sono omogenee di grado $2n-3$ rispetto r e r_1.

2.

Consideriamo ora una funzione lineare ed omogenea delle n precedenti:

$$(2)\qquad \mathrm{G}=a_1\,r_1^{2n-3}+a_2\,r_1^{2n-5}\,r^2+\ldots\ldots+a_{n-1}\,r_1\,r^{2(n-2)}+a_n\frac{r^{2(n-1)}}{r_1}\,.$$

Dico che potremo determinare le costanti a_i in modo che siano soddisfatte le (1).

La prima condizione infatti ci dà:

$$a_0+a_1+\ldots\ldots+a_{n-1}+a_n=1$$

che possiamo scrivere:

$$(\mathrm{G})=r^{2n-3}$$

intendendo che in (G) si è fatto $r=r_1$.

Abbiamo poi:

$$\frac{d\mathrm{G}}{dv}=\mathrm{G}_1\frac{dr_1}{dv}+\mathrm{G}_0\frac{dr}{dv}$$

in cui per compendio si è posto:

$$\mathrm{G}_1=\frac{\partial \mathrm{G}}{\partial r_1}\ ,\ \mathrm{G}_0=\frac{\partial \mathrm{G}}{\partial r}\,.$$

Ma in superficie deve essere:

$$\frac{dG}{d\nu} = (2n-3)\, r^{2n-4} \frac{dr}{d\nu},$$

onde dovrà risultare:

$$(G_1) = 0\,, \quad (G_0) = (2n-3)\, r^{2n-4}.$$

Ora osserviamo che G è omogenea di grado $2n-3$ in r ed r_1; quindi

$$(2n-3)\, G = G_0\, r + G_1\, r_1$$

però si vede subito che l'equazione

$$(G_0) = (2n-3)\, r^{2n-4}$$

è una conseguenza delle due

$$(G) = r^{2n-3}\,, \quad (G_1) = 0\,.$$

Abbiamo successivamente:

$$\frac{d^2G}{d\nu^2} = G_1 \frac{d^2 r_1}{d\nu^2} + G_0 \frac{d^2 r}{d\nu^2} + G_{11} \left(\frac{dr_1}{d\nu}\right)^2 + 2G_{10} \frac{dr}{d\nu}\frac{dr_1}{d\nu} + G_{00} \left(\frac{dr}{d\nu}\right)^2$$

in cui si è posto:

$$G_{11} = \frac{\partial^2 G}{\partial r_1^2}\,; \quad G_{10} = \frac{\partial^2 G}{\partial r\, \partial r_1}\,; \quad G_{00} = \frac{\partial^2 G}{\partial r^2}\,.$$

D'altra parte:

$$\frac{d^2 r^{2n-3}}{d\nu^2} = (2n-3)(2n-4)\, r^{2n-5} \left(\frac{dr}{d\nu}\right)^2 + (2n-3)\, r^{2n-4} \frac{d^2 r}{d\nu^2}\,.$$

Dunque in superficie dovrà risultare:

$$(G_{11}) = 0\,, \quad (G_{10}) = 0\,, \quad (G_{00}) = (2n-3)(2n-4)\, r^{2n-5}\,.$$

Ma G_0 e G_1 essendo omogenee di grado $2n-4$ in r ed r_1, abbiamo:

$$(2n-4)\, G_0 = rG_{00} + r_1\, G_{01}$$
$$(2n-4)\, G_1 = rG_{01} + r_1\, G_{11}.$$

Posto dunque:

$$(G_{11}) = 0$$

risultano verificate le altre due equazioni:

$$(G_{10}) = 0\,, \quad (G_{00}) = (2n-3)(2n-4)\, r^{2n-5}\,.$$

Tale metodo si continua agevolmente ed otteniamo con ciò n equazioni:

$$(G) = r^{2n-3}, (G_1) = (G_{11}) = G_{111} = \ldots\ldots = 0\,.$$

Se poniamo:

$$\varphi(x) = a_1 x^{2n-3} + a_2 x^{2n-5} + \ldots\ldots + a_{n-1}\, x + \frac{a_n}{x}$$

le n equazioni precedenti assumono la forma più semplice:

$$(3) \qquad \varphi(1) = 1\,, \ \varphi'(1) = \varphi''(1) = \ldots\ldots = \varphi^{(n-1)}(1) = 0\,.$$

Queste, sviluppate a loro volta, conducono al sistema seguente di equazioni lineari:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + a_n = 1$$
$$(2n-3)\,a_1 + (2n-5)\,a_2 + \ldots\ldots \quad + a_{n-1} - a_n = 0$$
$$(2n-3)(2n-4)\,a_1 + (2n-5)(2n-6)\,a_2 + \ldots + 3\,.\,2a_{n-2} \ldots + 1\,.\,2a_n = 0$$
. . . .

La ennesima equazione nel caso di n dispari è:

$$(2n-3)(2n-4)\ldots(n-1)\,a_1 + \ldots + n!\,a_{\frac{n-1}{2}} \qquad + 1\,.\,2\ldots(n-1)\,a_n = 0\,.$$

Nel caso di n pari

$$(2n-3)(2n-4)\ldots(n-1)a_1 + \ldots + (n-1)!\,a_{\frac{n}{2}} \quad - 1.2.3\ldots(n-1)\,a_n = 0\,.$$

Non sembra agevole poter esprimere la forma generale di risoluzione per a_i sotto forma semplice.

Possiamo quindi dire che:
la funzione di Green di grado n per la sfera è dunque data dalla (2) *in cui i coefficienti costanti* a_i *sono determinati dal sistema* (3). Così, per es. la funzione di Green di 2° grado (o seconda funzione di Green) è data da;

$$\frac{1}{2}\,\frac{r^2}{r_1} + \frac{1}{2}\,r_1\,;$$

quella di 3° grado da:

$$\frac{3}{8}\,\frac{r^4}{r_1} + \frac{3}{4}\,r_1\,r^2 - \frac{1}{8}\,r_1^3\,;$$

quella di 4° grado da:

$$\frac{5}{16}\,\frac{r^6}{r_1} + \frac{15}{16}\,r_1\,r^4 - \frac{5}{16}\,r_1^3\,r^2 + \frac{1}{16}\,r_1^5 \text{ ecc.}$$

Lo stesso metodo si applica alla ricerca della funzione di Green di grado n nel caso del cerchio, cioè di una funzione poli-armonica di grado n, che al contorno soddisfa le

$$G = r^{2n-2}\,\log r\,; \qquad \frac{d^i G}{dv^i} = \frac{d^i\,(r^{2n-2}\log r)}{dv^i}\,.$$

Basta osservare che le funzioni:

$$r^{2n-2}\,\log r_1 \ \text{ e } \ r^{2h}\,r_1^{2k}\,,$$

in cui h e k sono numeri interi e positivi (zero compreso) tali che $h+k=n-1$, sono poli-armoniche di grado n nel cerchio. La funzione G si comporrà linearmente con queste. Così p. e. per la funzione di Green di 3° grado si trova:

$$G=\frac{3}{4}r^4+\frac{1}{4}r_1^4-r^2r_1^2+r^4\log r_1\,.$$

Fisica. — *Dispersione rotatoria magnetica dei vapori di sodio nell' interno della riga di assorbimento* (1). Nota del dott. O. M. Corbino, presentata dal Socio Paternò.

Per un foro penetra in una camera buia un fascio parallelo di raggi solari, attraversa un nicol, quindi, secondo l'asse forato, un elettromagnete Weiss avente tra i poli una fiamma Bunsen intensamente colorata con una perla di bromuro di sodio, e infine un triprisma di quarzo di Fresnel con gli spigoli orizzontali e un analizzatore. Esaminandolo allora con un reticolo di Rowland e osservando, p. es., il secondo spettro, esso si trova, mentre l'elettrocalamita non è eccitata, solcato da frange orizzontali prodotte dal parallelepipedo (frange di Billet). Queste si spiegano in modo semplice col fatto che il triplisma produce nei diversi punti di una linea verticale rotazioni lentamente crescenti, in modo da aversi un aumento di rotazione eguale a 180° nell' intervallo di due frange nere consecutive.

Con facili precauzioni si possono avere nel campo dell' oculare nettissime le frange orizzontali e le righe di Fraunhofer. Le righe di assorbimento del sodio sono larghissime.

Se ora si eccita il campo, le frange orizzontali si inflettono fortemente in vicinanza delle righe D, nello stesso senso dalle due parti di ciascuna riga. L' inflessione avviene invece in senso inverso, dappertutto, per esempio verso il basso se prima avveniva verso l' alto, invertendo il campo magnetico.

La spiegazione del fenomeno è immediata tenendo conto del forte potere rotatorio dei vapori metallici in vicinanza delle righe di assorbimento, come risulta dalle esperienze eseguite dal prof. Macaluso e da me (2). Ed è chiaro che le curve cui danno luogo le frange contorte indicano la rotazione del piano di polarizzazione in funzione della lunghezza d' onda, rappresentando l' intervallo tra due frange una rotazione di 180°.

Fin qui l' esperienza non avrebbe altro interesse che di permettere che si segua, per dir così, graficamente l' andamento della rotazione nei diversi posti dello spettro.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Fisica della R. Università di Palermo.
(2) Rend. Linc., 2° sem. 1898.

Ma una particolarità rimarchevole fa sì che si possa trar partito di questa disposizione per studiare la rotazione anche dentro la larga riga di assorbimento, in quanto che nella debole luce residua si distinguono ancora nettamente le frange suddette.

Ecco quanto ho potuto osservare in proposito.

Eccitando il campo, le pallide frange che si hanno dentro le righe restano rettilinee e orizzontali, tranne proprio sui bordi della banda, in cui non se ne vede più traccia; esse non si spostano per azione del campo che, *forse*, di qualche decimo di frangia *nello stesso senso* che si ha fuori la riga, cosicchè la rotazione ivi esistente sarebbe inferiore a 18°.

Questo risultato è di grande interesse, perchè in contradizione con quello che permettono di prevedere tutte le teorie note. Si osservi infatti che ormai si è tutti d'accordo nel ritenere che la rotazione ϱ debba essere proporzionale a $\frac{dn}{d\lambda}$, essendo n l'indice di rifrazione:

$$\varrho = k \frac{dn}{d\lambda} \tag{1}$$

da cui integrando tra due valori λ e λ',

$$\int_{\lambda}^{\lambda'} \varrho \, d\lambda = k (n_{\lambda'} - n_{\lambda}) \tag{2}$$

in cui $n_{\lambda'}$ e n_{λ} indicano i valori dell'indice di rifrazione per le lunghezze d'onda λ' e λ.

Il primo integrale rappresenta l'area compresa tra una frangia contorta, la sua primitiva posizione, e le due ordinate corrispondenti alle ascisse λ e λ'.

Or tra due opportuni valori di λ a destra e a sinistra della riga, l'indice di rifrazione acquista valori eguali, cosicchè se chiamiamo λ e λ' questi due valori, il secondo membro della (2) sarà nullo, e lo stesso dovrà avvenire del primo. Ma intanto fuori la banda, l'area espressa dal primo membro è sempre positiva, perchè le frange si inflettono nello stesso senso dai lati di esso. Bisogna quindi che entro la banda le frange si spostino *in senso opposto*.

Risulta precisamente dalle misure che son prese di base nella costruzione della figura data nel lavoro sopra citato che questa rotazione *opposta*, dentro la banda, dovrebbe essere, per le considerazioni precedenti, non inferiore a 200°. La contradizione con l'esperienza surriferita è quindi completa.

Si noti inoltre che tutto ciò vale qualunque sia la legge con cui n è funzione di λ, solo che la curva sia incontrata in due punti situati da bande opposte della riga da una retta parallela all'asse delle ascisse. Che se si ammette per la curva degli indici la forma nota prevista dalla teoria della dispersione anomala, ciò che si è detto sopra si ritrova anche graficamente.

Fisica. — *Su un fenomeno che si osserva nella reversione della fiamma* (1). Nota di E. MAMELI e M. COMELLA, presentata dal Socio PATERNÒ.

Impiegando l'apparecchio che Teclu (2) propose per dimostrare in scuola la reversibilità della fiamma, abbiamo osservato un fenomeno che, per quanto da noi si sappia, non era stato descritto finora, che cioè se si procede cautamente nel diminuire l'afflusso del gas, usando a questo scopo una buona pinza di Mohr, e si restringe l'orifizio superiore del tubo, dentro il quale avviene la combustione, per mezzo di un disco di amianto forato, si arriva ad un punto, in cui la fiamma ha abbandonato l'orifizio dell'aria, ma non ha ancora occupato quello del gas e rimane tra i due tubi, come un piano di divisione verticale, tangente alle sezioni circolari degli orifizi. In questa fiamma piana, con un'osservazione grossolana, si distinguono un margine esterno azzurrognolo e una zona mediana più luminosa; però, se si osserva più attentamente, si vede che la luminosità di questa zona non è uguale nelle due superficie della fiamma e si può constatare che questa risulta dal combaciamento di due fiamme piane diverse: una bluastra e più larga rispondente all'orifizio dell'aria, l'altra più stretta e più luminosa corrispondente all'orifizio del gas.

Queste due fiamme talvolta si dividono all'apice e si possono distinguere nettamente.

Abbiamo quindi in una fiamma, che potrebbe credersi unica, il compimento simultaneo delle due combustioni, cioè del gas nell'aria e dell'aria nel gas.

Mineralogia. — *Di una nuova specie minerale trovata nel granito di Baveno.* Nota di ETTORE ARTINI, presentata dal Socio G. STRUEVER.

È nota a tutti la varietà grandissima dei minerali cristallizzati che ingemmano le druse pegmatitiche del granito di Baveno, e che formarono già molte volte oggetto di studio agli scienziati, quali Hessenberg, Sella, v. Rath, Streng, e sopratutto Strüver. Posso ascrivere a mia fortuna se alla lunga lista dei minerali noti finora in questa località sono in grado di aggiungerne un altro, il quale inoltre, almeno per quanto io so, rappresenta una nuova specie minerale ben definita.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Cagliari.

(2) Jour. pr. Chem. (2), *60*, 396. Si può semplificare l'apparecchio cingendo l'orifizio superiore del tubo, invece che con un anello di steatite o di schiuma di mare, con un cerchio di cartone di amianto, che si può anche sopprimere del tutto, se il tubo è arrotato.

Già in una escursione fatta a Baveno un paio d'anni or sono, a scopo di completare le raccolte del Museo, avevo potuto venire in possesso di due campioncini di questa località, nei quali sul feldispato roseo predominante si vedevano piantati due gruppi fibroso-raggiati di un minerale bianco, di aspetto zeolitico, ma che ad un esame ottico sommario lasciava riconoscere non essere nè stilbite, nè alcun altro dei minerali già descritti e noti a Baveno. Mi proposi pertanto di ricercare nuovo materiale per poterne fare uno studio completo; per buona sorte, nel corso di questa primavera, un amatore di mineralogia, collezionista intelligente e pieno di ardore, il dott. U. Zambelli, mi fece vedere una serie di esemplari da lui stesso raccolti a Baveno, alcuni anche di notevoli dimensioni, sui quali era facile scorgere il minerale in questione, in quantità non piccola, in forma di ciuffi, a struttura fibroso-radiata, di sottili prismetti o aciculi bianchi, a estremità libera e terminata da facce cristalline imperfette, ma discernibili. Pregai l'egregio dott. Zambelli di cedermi per lo studio quegli esemplari: egli acconsentì con gentile e premurosa cordialità, cosa di cui domando mi sia lecito ringraziarlo qui pubblicamente di tutto cuore.

I gruppi radiati, bianchissimi internamente, spesso bianco-giallastri, grigiastri o verdastri esternamente, per sovrapposizione di minerali più recenti e particolarmente di clorite pulverulenta, sono piantati sull'ortoclasio e sul quarzo; li accompagnano, negli esemplari da me posseduti, epidoto, laumontite e miche, fresche o alterate, su alcune delle quali spero poter ritornare presto particolarmente. Mentre quarzo e ortoclasio sono di più antica formazione, laumontite, e, in parte almeno, anche epidoto sono più recenti del nostro minerale: di questo possiedo, tra altro, una rosetta, spaccata a metà, tutta coperta verso l'esterno da uno spesso strato di cristallini rosei di laumontite.

I singoli individui, come già dissi, son terminati all'estremità libera da facciuzze di cristallo. Con una cernita che mi fu permessa dalla abbondanza del materiale, ma riescì lunga e penosa per le esigue dimensioni dei singoli aghetti, potei isolarne taluni dei migliori, e sottoporli a misure goniometriche di attendibilità relativamente soddisfacente; scartai tutte le facce le quali non riflettevano immagine distinta, e reciprocamente non tenni conto che delle immagini date da facce distintamente riconoscibili colla lente.

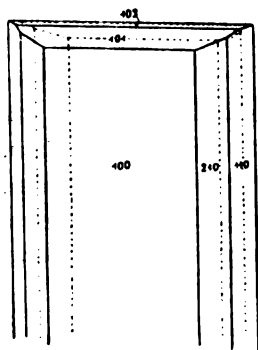
Fig. 1.

Dal punto di vista geometrico i cristalli vanno riferiti al sistema trimetrico:

$$a:b:c = 1{,}1750:1:0{,}7699.$$

Forme osservate:

$\}100\{$, $\}110\{$, $\}210\{$, $\}101\{$, $\}103\{$,

che si vedono riunite nella combinazione rappresentata dalla fig. 1, la quale dà l'idea dell'abito prevalente.

I cristallini sono allungati secondo [001] e sensibilmente appiattiti secondo }100{, che è la faccia di massimo sviluppo. I singoli aghetti, lunghi spesso 3-5 mm., senza contare la parte infissa nella massa centrale radiata, non superano per lo più 1 mm. nella direzione dell'asse y e variano da pochi centesimi a qualche decimo di mm. in direzione dell'asse x.

Le facce di }100{ sono striate e solcate fortemente secondo [001], così che nella zona verticale è molto difficile poter avere buone immagini e misure attendibili: al contrario le immagini sono nettissime nella zona [010]. Dei prismi verticali, le facce veramente buone sono rarissime; per lo più non si ha che una superficie curva tutta solcata, e la sezione trasversale degli aghetti presenta spesso una forma irregolarmente convessa. Ma si trovano anche individui meglio sviluppati, specie tra i maggiori: le facce di }110{ sono in questi più strette, ma più nette e sicure; sempre incerte e striate quelle di }210{. È del resto un fenomeno comune in vari minerali che in una zona in cui esiste un pinacoide striato secondo l'asse della zona stessa, le facce prismatiche appartenenti alla medesima siano tanto più striate quanto minore è l'angolo che fanno col pinacoide. La }101{ ha facce discretamente nette, ma in generale sviluppo disforme, nel senso che una sola delle sue facce è presente d'ordinario, o almeno è assai prevalente sull'altra, ch'è ridotta a una sottile lineetta brillante. La }103{ è piuttosto rara; non la trovai che in tre dei migliori cristalli, con una sola faccetta, buona.

Le misure più attendibili, messe a confronto coi valori calcolati, sono esposte nel seguente specchietto:

Spigoli misurati	N.	Limiti delle osservazioni	Angoli osservati — Medie	Angoli calcolati
(100).(110)	6	48°.43' — 50°.13'	49.36	*
(100).(101)	9	56 6 — 57.28	56.46	*
(210).(100)	2	29.20 — 29.32	29.26	30°.26'
(101).(̄101)	1	—	66.51	66.28
(103).(100)	3	78.6 — 78.10	78.8	77.41

Come si vede, i limiti delle osservazioni sono piuttosto larghi, e notevoli le differenze tra misura e calcolo: queste però, se per le facce di }210{ trovano più che sufficiente spiegazione nella imperfezione delle facce stesse, per }103{, le cui facce sono assai migliori, possono trovare, come vedremo, una spiegazione diversa e più soddisfacente.

La durezza del minerale è circa $= 5\,^1/_2$.

Il suo peso specifico, determinato mediante la soluzione di Thoulet e il picnometro, fu trovato $= 2,72$. a 20° C.

La sfaldatura è facile e perfetta secondo }010{; anche nei più sottili cristalli, operando con qualche destrezza, è facile ottenere perfette e trasparentissime laminette di sfaldatura.

L'osservazione ottica di queste laminette permette di riconoscere che il minerale non è trimetrico, ma pseudotrimetrico. A nicols incrociati le lamelle si mostrano divise in due campi, nel senso dell'allungamento, limitati da una linea di sutura interna affatto sinuosa e irregolare, ma che ha nel suo complesso andamento grossolanamente parallelo alla traccia di }100{. L'estinzione, che sulle facce di }100{ avviene in senso rigorosamente parallelo e normale ai lati, è qui leggermente inclinata; con misure stauroscopiche precise determinai che, a luce media, una direzione di estinzione, la negativa, fa con lo spigolo verticale un angolo di circa 2° nell'angolo piano ottuso [010. 100], [010. 101]. Le direzioni di estinzione negative delle due metà fanno conseguentemente tra loro un angolo di 4°. A luce convergente si vede agevolmente che per l'una e l'altra metà la bisettrice acuta, positiva, è normale alla faccia di sfaldatura: i piani degli assi ottici, e più precisamente quelli per la luce gialla (del resto la dispersione delle bisettrici è insensibile) sono cioè normali a }010{, e fanno 2° con }100{ nell'angolo diedro ottuso (100). (101).

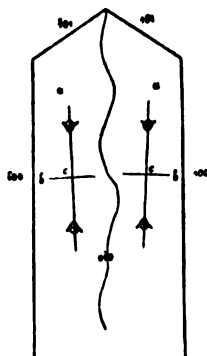



Fig. 2.

La fig. 2 rappresenta appunto, conservando i simboli trimetrici delle facce, la orientazione ottica di questa sostanza, mediante uno schema sulla faccia di sfaldatura.

L'angolo apparente degli assi ottici, nell'aria, misurato mediante l'oculare di Czapski, munito della lente di Klein a scala micrometrica, fu trovato, approssimativamente

$$2E_a = 78^\circ\, 30'\ (Na).$$

Dispersione degli assi ottici non percettibile. Birifrazione piuttosto debole.

Per la determinazione dell'indice di rifrazione medio mi servii del metodo dell'immersione in liquidi di indice di rifrazione cognito. Constatai subito che il potere rifrangente era notevolmente superiore a quello delle comuni zeoliti: cioè tanto in essenza di garofani ($n = 1{,}533$), come in essenza di anici ($n = 1{,}554$) si aveva sempre, e marcatamente, $\alpha > n$. Ricorsi perciò a miscele di essenze di cannella e garofano, e potei determinare, con sufficente approssimazione, per la luce gialla:

$$\beta = 1{,}580.$$

La terza decimale non è tuttavia da ritenersi del tutto sicura, in causa della rapidità con cui all'aria si altera l'essenza di cannella, vuoi per parziale evaporazione, vuoi per assorbimento d'ossigeno, e del notevole aumento di indice di rifrazione che porta con sè tale alterazione.

Dai due valori sopra esposti si calcola, per la luce gialla,

$$2V_a = 47°,13'.$$

Il minerale è dunque otticamente monoclino, e l'apparente cristallo trimetrico va rappresentato come formato da due individui monoclini, geminati secondo }100{. Volendo conservare per quanto è possibile la orientazione data al cristallo nella ipotesi trimetrica, e portando in calcolo come terzo angolo

$$(103).(100) = 78°,8',$$

si hanno le nuove costanti:

$$a:b:c = 1,1751:1:0,7845$$
$$\beta = 89°,17',19''.$$

L'angolo β acuto è, nella metà davanti del cristallo, rivolto verso l'osservatore, e le due forme che nella ipotesi trimetrica avevano i simboli }101{, }103{, diventano rispettivamente }$\bar{1}$01{ e }$\bar{1}$03{.

Che se invece si volesse evitare di tener come base una faccia non esistente in realtà, e le due forme che nella orientazione trimetrica avevano i simboli }101{, }103{, fossero assunte rispettivamente come }101{ e }001{, le costanti diventerebbero:

$$a:b:c = 1,2006:1:0,5230$$
$$\beta = 78°,8',$$

e la forma possibile }001{ diventerebbe }$\bar{1}$02{.

Il minerale fonde facilmente al cannello, con intumescenza. Dagli acidi forti, anche a caldo e in polvere fina, è decomposto solo in piccola parte.

Scelsi con ogni cura il materiale per l'analisi chimica, isolandolo da tutti i frammenti dei minerali adiacenti: l'esame microscopico della polvere mi persuase che se c'erano sostanze estranee, queste dovevano essere in proporzioni insignificanti.

Eseguii l'analisi mediante fusione con carbonato sodico secco: la determinazione degli alcali feci due volte: la prima disgregando con HFl, secondo il metodo solito, e la seconda col metodo di J. Lavrence Smith (1): delle due determinazioni, concordantissime, fu presa la media. Ecco i risultati:

H_2O	2,49
SiO_2	56,93
Al_2O_3	15,42
CaO	24,47
MgO	0,12
(2) Na_2O	0,29
Somma	99,72

(1) Am. Journ. of Sc., 2 Ser., L, 1879, pag. 269; cfr. anche Hillebrand-Zschimmer, *Analyse der Silikatgesteine*. Leipzig. 1899, pag. 70.

(2) Con tracce sensibili di K_2O.

Da questi risultati si arriva facilmenle alla formula:

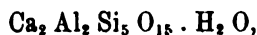
$$Ca_8\,Al_2\,Si_6\,O_{18}\,.\,H_2\,O.$$

Questa formula corrisponde infatti alla seguente composizione centesimale:

H_2O	2,77
SiO_2	55,68
Al_2O_3	15,70
CaO	25,85

I risultati ottenuti dall'analisi vanno dunque sufficientemente d'accordo col calcolato dalla formula. Un leggero eccesso di silice può benissimo esser spiegato ammettendo qualche inclusione o infiltrazione quarzosa o calcedoniosa così minuta da sfuggire alla cernita più accurata. La deficienza di calce è inoltre in parte compensata dalle piccole quantità di soda e di magnesia.

Per quanto mi risulta, non è ancor nota una specie minerale con cui il minerale da me studiato possa essere identificato, nè cristallograficamente, nè chimicamente. Dal punto di vista chimico tuttavia non bisogna dimenticare che esso ha una grande analogia con un minerale abbastanza mal definito del granito di Striegau studiato varî anni or sono da A. v. Lasaulx, e da lui chiamato *Pilinite* (1). Per questo minerale il v. Lasaulx, da un'analisi di Bettendorff, calcolava la formula:

$$Ca_2\,Al_2\,Si_5\,O_{15}\,.\,H_2\,O,$$

molto vicina a quella del minerale di Baveno, come ognuno può vedere: non ne differisce infatti che per il rapporto tra l'ossigeno della calce e quello dell'allumina, che è 2:3 nella formula Lasaulx, mentre è 1:1 nella mia. Il calcolo dà la seguente composizione centesimale:

H_2O	3,37
SiO_2	56,51
Al_2O_3	19,12
CaO	20,99

composizione assolutamente incompatibile coi risultati della mia analisi, nonostante l'accordo nella cifra della silice, poichè differenze del 4 °/₀ nella determinazione dell'allumina e della calce non sono in alcuna maniera ammissibili. D'altra parte la pilinite, oltre che un materiale raro, sembra anche essere una sostanza poco pura, poichè una nuova analisi, fatta dal prof. A. Lindner (2), lo condusse a risultati notevolmente diversi da quelli del

(1) A. v. Lasaulx, *Mineralogisch-Krystallographische Notizen*, XII. *Pilinit, ein neues Mineral.* Neues Jahrb., 1876, pag. 358.

(2) A. Schwantke, *Die Mineralien des Striegauer Granits.* Leipzig, 1896, pag. 60; C. Hintze, *Handbuch der Mineralogie.* II, pag. 1826.

Bettendorff, e assai più prossimi a quelli calcolati per la formula del minerale di Baveno.

La descrizione, accurata, che ne dà il v. Lasaulx, esclude la riunione delle due specie in una. La pilinite è in aghetti finissimi, *flessibili*, di aspetto « durchaus asbestartig », in forma di aggregato *feltrato*, donde il nome del minerale, prismatici, con *due sfaldature*, delle quali una facilissima *normale all'allungamento*: la sezione ha forma di un rombo, con angoli di 60°, ed estinzione *diagonale*.

Tutti questi caratteri sembrano incompatibili affatto con quelli da me constatati con sicurezza nel minerale di Baveno: e sopratutto il peso specifico, che nella pilinite fu trovato = 2,263 a 15° C., elimina ogni possibilità di avvicinamento: ma si comprende senza fatica essere il confronto malagevole, essendo la pilinite un minerale rarissimo, del quale la conoscenza, causa appunto questa rarità, *è affatto incompleta*. Il minerale da me studiato forma invece una specie *ben definita*, così chimicamente che morfologicamente, e deve essere distinto con un nome specifico nuovo: io propongo di chiamarlo dal nome della località: *Bavenite*.

Sistematicamente, si tratta di un metasilicato idrato, e malgrado la quantità d'acqua sia scarsa, non mi parrebbe opportuno collocarlo vicino agli asbesti, come il Lasaulx e il v. Rath [1], inclinavano a fare per la pilinite. Per il complesso dei suoi caratteri, e specialmente per l'aspetto, il modo di giacimento e la natura delle basi che contiene, la Bavenite si riattacca alle zeoliti: proporrei perciò di collocarla, nel sistema del Dana, nel gruppo introduttivo alle zeoliti, accanto all'apofillite.

Fisiologia. — *Differenze dell'irritabilità dei nervi e dei muscoli* [2]. Nota del dott. H. CUSHING, presentata dal Socio straniero KRONECKER.

Kronecker nelle sue esperienze sulla fatica (1871) aveva osservato che la soluzione di cloruro di sodio di 0,7 per cento circolando per i vasi sanguigni di muscoli affaticati non può rinvigorirli, ma che il sangue diluito con uguale quantità di acqua salata, fa aumentare molto e per un tempo considerevole l'energia.

Una lunga serie di ricerche sull'esaurimento dei cuori di rane, rospi e tartarughe confermava il resultato: che soltanto le sostanze albuminoidi del siero di sangue rendono la forza anche al muscolo del cuore.

Osservatori posteriori vedevano muscoli bagnati in soluzione fisiologica indeboliti ed irritati. — Locke raccontava in una pubblicazione preventiva

[1] Vedi nota a piè di pagina nel citato lavoro di v. Lasaulx.

[2] Lavoro eseguito nell'Istituto fisiologico di Berna.

(1894), che il sartorio di rana in acqua salata normale diviene inquieto, ma non resta irritabile da parte del suo nervo.

Il signor Cushing perfezionando il metodo di perfusione dei vasi sanguigni dei muscoli di rana, arrivò ai seguenti risultati:

1) Dopo che i gastrocnemii di rana appariscono affaticati completamente per lunga serie di irritazioni massime del nervo sciatico, irritazioni dei muscoli stessi possono provocare alte contrazioni.

2) Sono affaticate le fibre terminali dei nervi, perchè non giova cambiare i posti degli elettrodi.

3) I muscoli perfusi con acqua salata divengono presto incapaci di rispondere agli irritamenti dei loro nervi.

4) I muscoli esausti per la soluzione fisiologica fin al punto che non reagiscono più alle irritazioni più forti dei loro nervi, possono fare una lunga serie di contrazioni alte, se vengono irritati direttamente.

5) I nervi divengono paralizzati tanto più presto, quanto più concentrata si adopra la soluzione salata.

6) I nervi paralizzati ricuperano la loro funzione, se si fa circolare per i loro muscoli sangue, oppure siero od anche la soluzione di Ringer.

7) Se si fa passare pel muscolo *stancato* una soluzione di Ringer, alla quale si sia aggiunto un po' più di calce, il muscolo può diventare rigido.

8) Iniezioni intramuscolari hanno un effetto simile alle perfusioni intravascolari.

CORRISPONDENZA

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di archeologia e la R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società geologica di Manchester; la R. Biblioteca di Berlino; le Università di Cambridge, di Lione, di Strasburgo, di Upsala.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 6 ottobre 1901.

Matematica. — *Sulle funzioni biarmoniche.* Nota del prof. GIUSEPPE LAURICELLA, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Mi propongo di dimostrare che una funzione biarmonica — per fissare le idee — nei punti di uno spazio a tre dimensioni, si può sempre sviluppare in serie di funzioni razionali, intere, omogenee nei punti dell'interno di una sfera, in serie di funzioni razionali. fratte, omogenee nei punti dello spazio indefinito esterno a questa sfera; e che i termini di questi sviluppi si possono determinare per mezzo dei valori nei punti della superficie sferica di questa funzione e della sua derivata normale, valori che, come è noto, si possono dare ad arbitrio.

È facile comprendere come questo teorema si possa estendere al caso delle funzioni poliarmoniche.

1. Sia R il raggio della sfera, sia per semplicità il centro della sfera nell'origine degli assi, e sia ϱ il raggio vettore che parte dal centro della sfera e va ad un punto qualsiasi dello spazio.

È noto (1) che un integrale regolare qualunque u della doppia equazione di Laplace nei punti della sfera di raggio R, si può sempre porre sotto la forma:

$$u = (\mathrm{R}^2 - \varrho^2)\,\varphi + \psi, \tag{1}$$

dove φ, ψ sono due convenienti funzioni armoniche.

(1) Cfr. Almansi, *Sulla deformazione della sfera elastica.* Mem. della R. Acc. delle Sc. di Torino, serie II, tom. XLVII, pag. 9; *Sull'integrazione dell'equazione differenziale* $\Delta^{2n} = 0$. Annali di Mat. ser. III, t. 2.

Questo principio si può estendere al caso dello spazio indefinito limitato dalla superficie sferica di raggio R. Infatti basterebbe estendere al caso nostro i calcoli del prof. Almansi; ma è più semplice procedere nel seguente modo.

Sia u una funzione biarmonica, regolare nei punti dello spazio indefinito limitato dalla superficie σ della sfera di raggio R; e sia, per un momento, ϱ' il raggio vettore che parte dall'origine e va ad un punto qualsiasi di tale spazio. Mediante un'inversione, fatta in base alla sfera data, la u si trasformerà in una funzione u' regolare nei punti dell'interno della sfera e la $\varrho u'$ sarà una funzione biarmonica [1] dei punti di questo spazio; e, se si vuole che la u a distanza infinita divenga infinitesima del primo ordine, la $\varrho u'$ dovrà divenire per $\varrho = 0$ infinitesima del secondo ordine. Ora la $\varrho u'$ si può porre sotto la forma:

$$\varrho u' = (R^2 - \varrho^2)\,\varphi_1 + \psi_1\,,$$

con φ_1, ψ_1 funzioni armoniche tali che per $\varrho = 0$ l'espressione $R^2\varphi_1 + \psi_1$ divenga infinitesima del secondo ordine.

Si ha ancora, ripetendo la medesima inversione,

$$u = \varrho'\left\{\left(R^2 - \frac{R^4}{\varrho'^2}\right)\varphi_1' + \psi_1'\right\} = (\varrho'^2 - R^2)\left(R^2\frac{\varphi_1'}{\varrho'} + \frac{\psi_1'}{\varrho'}\right) + R^2\frac{\psi_1'}{\varrho'}\,,$$

dove φ_1', ψ_1' sono le trasformate di φ_1, ψ_1 e dove le espressioni

$$R^2\frac{\varphi_1'}{\varrho'} + \frac{\psi_1'}{\varrho'}\,, \quad R^2\frac{\psi_1'}{\varrho'}$$

sono due funzioni armoniche, di cui la prima a distanza infinita diviene infinitesima del terzo ordine, la seconda infinitesima del primo ordine. Adunque per lo spazio indefinito limitato da σ varrà ancora la formola (1), con l'avvertenza che a distanza infinita la φ divenga infinitesima del terzo ordine, la ψ del primo ordine.

2. Si ha per i punti dell'interno della sfera di raggio R:

$$\varphi = \sum_0^\infty {}_n\, \varrho^n Y_n'\,, \quad \psi = \sum_0^\infty {}_n\, \varrho^n Y_n''\,, \tag{2}$$

per i punti dello spazio indefinito esterno alla sfera di raggio R:

$$\varphi = \sum_0^\infty {}_n\, \frac{Y_n'''}{\varrho^{n+1}}\,, \quad \psi = \sum_0^\infty {}_n\, \frac{Y_n''''}{\varrho^{n+1}}\,, \tag{2'}$$

dove $Y_n', Y_n'', Y_n''', Y_n''''$ sono convenienti funzioni sferiche di ordine n, e dove

[1] Cfr. Volterra, *Sulle funzioni poliarmoniche*. Atti del R. Ist. Veneto, tom. LVII.

ancora $Y_0''' = Y_1''' = 0$; per cui sarà nei punti dell'interno della sfera:

$$(1)' \qquad u = \sum_0^\infty {}_n \varrho^n \{ R^2 Y_n' - Y_{n-2}' + Y_n'' \},$$

nei punti dello spazio indefinito esterno alla sfera:

$$(1)'' \qquad u = \sum_0^\infty {}_n \frac{1}{\varrho^{n+1}} \{ R^2 Y_n''' - Y_{n+2}''' + Y_n'''' \}.$$

Queste due formule dimostrano la prima parte del risultato enunciato.

3. Indichiamo ora con f_1 i valori arbitrariamente dati di u nei punti della superficie σ, con f_2 quelli della derivata normale di u pure dati ad arbitrio nei punti di σ; e vediamo in che maniera si possono determinare le funzioni sferiche Y_n', Y_n'', Y_n''', Y_n'''' da sostituire nelle (1)′, (1)″.

Osserviamo anzitutto che, come apparisce dalla (1), la funzione armonica ψ nei punti di σ coincide con la funzione u; in questo modo nei punti di σ si dovrà avere $\psi = f_1$; e quindi sarà:

$$(3) \qquad Y_n'' = \frac{2n+1}{4\pi R^{n+2}} \int_\sigma P_n f_1 \, d\sigma, \qquad Y_n'''' = \frac{2n+1}{4\pi} R^{n-1} \int_\sigma P_n f_1 \, d\sigma,$$

dove P_n è la nota *funzione di Legendre*.

Le serie (2) nei punti della sfera e le serie (2)′ nei punti dello spazio indefinito limitato da σ sono derivabili termine a termine; per cui si potrà scrivere per i punti dell'interno della sfera:

$$(4) \qquad \frac{du}{d\varrho} = -2\varrho\varphi + \frac{d\psi}{d\varrho} + (R^2 - \varrho^2)\frac{d\varphi}{d\varrho} =$$

$$= -2\varrho \sum_0^\infty {}_n \varrho^n Y_n' + \sum_0^\infty {}_n n\varrho^{n-1} Y_n'' + (R^2 - \varrho^2) \sum_0^\infty {}_n n\varrho^{n-1} Y_n',$$

per i punti del campo indefinito limitato da σ:

$$(4)' \quad \frac{du}{d\varrho} = -2\varrho \sum_0^\infty {}_n \frac{Y_n'''}{\varrho^{n+1}} - \sum_0^\infty {}_n (n+1)\frac{Y_n''''}{\varrho^{n+2}} - (R^2 - \varrho^2) \sum_0^\infty {}_n (n+1)\frac{Y_n'''}{\varrho^{n+2}}.$$

Moltiplichiamo ambo i membri della (4) per P_n e integriamo a tutta la superficie sferica σ' di raggio $\varrho < R$; moltiplichiamo ambo i membri della (4)′ per P_n e integriamo a tutta la superficie sferica σ'' di raggio $\varrho > R$.

Si ottiene, facendo uso delle note formole sulle funzioni sferiche,

$$\int_{\sigma'} P_n \frac{du}{d\varrho} d\sigma' = -2\varrho^{n+3} \frac{4\pi}{2n+1} Y'_n + n\varrho^{n+1} \frac{4\pi}{2n+1} Y''_n + (R^2-\varrho^2) n\varrho^{n+1} \frac{4\pi}{2n+1} Y_n ,$$

$$\int_{\sigma''} P_n \frac{du}{d\varrho} d\sigma'' = -\frac{2}{\varrho^{n-2}} \frac{4\pi}{2n+1} Y'''_n - \frac{n+1}{\varrho^n} \cdot \frac{4\pi}{2n+1} Y''''_n - (R^2-\varrho^2) \frac{n+1}{\varrho^n} \cdot \frac{4\pi}{2n+1} Y'''_n .$$

Passando al limite per $\varrho = R$ ed osservando che si ha per ipotesi:

$$\lim_{\varrho = R} \left(-\frac{du}{d\varrho}\right)_{\varrho<R} = f_2 \,, \quad \lim_{\varrho = R} \left(\frac{du}{d\varrho}\right)_{\varrho>R} = f_2 \,,$$

le due formole precedenti ci daranno:

$$\frac{2n+1}{4\pi} \int_\sigma P_n f_2 \, d\sigma = 2R^{n+3} Y'_n - nR^{n+1} Y''_n \,,$$

$$\frac{2n+1}{4\pi} \int_\sigma P_n f_2 \, d\sigma = -\frac{2}{R^{n-2}} Y'''_n - \frac{n+1}{R^n} Y''''_n \,;$$

e quindi:

$$(3)' \quad \begin{cases} Y'_n = \dfrac{2n+1}{8\pi R^{n+3}} \displaystyle\int_\sigma P_n f_2 \, d\sigma + \dfrac{n(2n+1)}{8\pi R^{n+4}} \displaystyle\int_\sigma P_n f_1 \, d\sigma \,, \\ Y'''_n = -\dfrac{2n+1}{8\pi} R^{n-2} \displaystyle\int_\sigma P_n f_2 \, d\sigma - \dfrac{(n+1)(2n+1)}{8\pi} R^{n-3} \displaystyle\int_\sigma P_n f_1 \, d\sigma . \end{cases}$$

Le condizioni $Y'''_0 = Y'''_1 = 0$, nel caso del campo indefinito limitato da σ, ci dànno due condizioni simultanee per le funzioni arbitrarie f_1, f_2.

Matematica. — *Carattere di divisibilità per un numero intero qualunque.* Nota di Gino Loria [1], presentata dal Socio Luigi Bianchi.

1. Un numero intero qualunque g (il quale, per ciò che segue, conviene di supporre positivo) può sempre assumersi come base di un sistema

[1] Il problema di « decidere se un numero N sia divisibile per un altro, mediante la semplice ispezione delle cifre del primo » risale, almeno, a B. Pascal, il quale, nella breve Memoria intitolata *De numeris multiplicibus ex sola characterum numericorum additione agnoscendis* (Oeuvres de Blaise Pascal, t. V, La Haye 1779, p. 123-134) si propose di generalizzare il notissimo criterio di divisibilità per 9; tale Memoria venne ampliamente illustrata dal prof. A. Conti (*Sulla divisibilità dei numeri*, Periodico di matematica per l'insegnamento secondario, t. XIII, 1898). La regola di divisibilità formulata da Pascal si trova nel *Formulaire de mathématiques publié par G. Peano, édition de l'an 1901* (Turin 1901, p. 89) ed, in fondo, non differisce da quella che si legge in L. Kronecker, *Vorlesungen über allgemeine Arithmetik*. Erster Abschnitt. I Bd. (Leipzig, 1901). Non sem-

di numerazione; allora qualunque altro intero N, compreso fra 0 e g^{k+1}, si può scrivere sotto la forma seguente:

$$(1) \qquad N = a_0 + g \cdot a_1 + g^2 \cdot a_2 + \ldots + g^k \cdot a_k,$$

ove $a_0, a_1, \ldots, a_k$ sono interi non negativi minori di g, i quali sono determinati univocamente dalla conoscenza di N e g. Indichiamo con S_g (N) la somma delle cifre del numero N scritto nel sistema di numerazione avente g per base; poniamo, cioè,

$$(2) \qquad S_g(N) = a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_k$$

Sottraendo la (2) dalla (1) si ottiene

$$N - S_g(N) = (g-1)\,a_1 + (g^2-1)\,a_2 + \ldots + (g^k-1)\,a_k.$$

Ora tutti i binomî $g-1, g^2-1, \ldots, g^k-1$ sono divisibili per $g-1$, onde lo stesso accade per tutto il secondo membro dell'ultima eguaglianza scritta e quindi per la differenza $N - S_g(N)$. Se quindi a è un qualunque divisore di $g-1$, affinchè esso divida anche N bisogna e basta che sia un fattore della somma S_g (N). Si raccoglie da ciò il seguente

Teorema I. — *Affinchè un intero N sia divisibile per un altro numero intero a, è necessario e sufficiente che risulti divisibile per a la somma* S_g (N) *delle cifre del numero N scritto in un sistema di numerazione avente per base g un multiplo arbitrario di a aumentato di uno.*

Questa proposizione insegna in sostanza un procedimento per *ridurre* la ricerca delle condizioni di divisibilità di N per a ad altra analoga, ma concernente un numero $<$ N. Orbene, se il numero N è molto grande, per raggiungere lo scopo bisognerà applicare nuovamente il teorema ora dimostrato, cioè considerare la somma delle sue cifre, vale a dire il numero $S_g[S_g(N)] = S_g^{(2)}(N)$; se ciò non basta si ricorrerà a $S_g[S_g^{(2)}(N)] = S_g^{(3)}(N)$, e così via. Ora la considerazione delle *somme successive delle cifre di un numero* complica un po' la ricerca e si può evitare talvolta ricorrendo ad un teorema simile al precedente e che in modo analogo si dimostra.

2. Chiamiamo per brevità *somma alternata* delle cifre del numero N, scritto sotto la forma (1), la somma delle sue cifre, prese con segni alternati, e poniamo:

$$(3) \qquad S_g^*(N) = a_0 - a_1 + a_2 - \ldots + (-1)^k a_k.$$

---

brando essa capace di soddisfare pienamente le esigenze della pratica, altre ne vennero escogitate: la più recente conta poche settimane di vita, essendo stata pubblicata nel fascicolo di agosto-settembre 1901 del giornale *Mathésis* (v. l'articolo J. Malengreau, *Caractère de divisibilité par un nombre quelconque*); tale regola è più complicata (tanto nell'enunciato, quanto nell'applicazione) di quella che è oggetto del presente scritto, ma potrebbe agevolmente dedursene.

Togliendo la (3) dalla (1) si trova:

$$N - S_g^*(N) = a_1 (g + 1) + a_2 (g^2 - 1) + \dots a_k (g^k + (-1)^{k+1}).$$

Ora tutti i binomî $g + 1$, $g^2 - 1, \dots g^k + (-1)^{k+1}$ sono divisibili per $g + 1$, onde lo stesso vale per tutto il secondo membro di questa relazione e quindi anche per la differenza $N - S_g^*(N)$. Si può pertanto ritenere dimostrato il seguente

Teorema II. — *Affinchè un intero* N *sia divisibile per un altro numero intero a, è necessario e sufficiente che riesca divisibile per a la somma alternata* $S_g^*(N)$ *delle cifre del numero* N *scritto in un sistema di numerazione avente per base un numero g, il quale sia eguale ad un multiplo di a aumentato di uno* (1).

3. Emerge dalle due proposizioni precedenti che la ricerca delle condizioni di divisibilità di un numero qualsivoglia N per un numero intero a. non differisce dalla questione di scrivere N in un assegnato sistema di numerazione. È questo un problema che non offre alcuna difficoltà teorica, ma che in pratica conduce, mediante calcoli laboriosi, a conclusioni di forma variabile al mutare di a. Orbene, entrambi questi inconvenienti si evitano quando, partendo da un numero scritto nell'ordinario sistema decimale, si assume poi come base g una potenza di 10. Se infatti è

$$N = a_0 + 10\, a_1 + 10^2\, a_2 + \dots \tag{4}$$

e si scrive

$$N = (a_0 + 10\, a_1 + \dots + 10^{m-1} a_{m-1}) + 10^m (a_m + 10\, a_{m+1} + \dots + 10^{m-1} a_{2m-1}) + \dots$$

tosto si vede che il numero N, scritto nel sistema avente per base il numero 10^m, ha per *cifre* consecutive

$$a_0 + 10\, a_1 + \dots + 10^{m-1}\, a_{m-1}\,,\; a_m + 10\, a_{m+1} + \dots + 10^{m-1}\, a_{2m-1}\,, \dots$$

le quali si ottengono semplicemente ripartendo le cifre del dato numero N (supposto sempre scritto nel modo ordinario) a partire dalla destra in tanti gruppi formati, tutti meno eventualmente l'ultimo, ciascuno di m cifre consecutive. Applicando ora i teoremi precedenti si traggono tosto questi altri:

Teorema III. — *Affinchè un numero* N, *scritto nel sistema decimale, sia divisibile per un numero intero a, il quale sia fattore di* $10^m - 1$, *è necessario e sufficiente che riesca divisibile per a la somma dei numeri risultanti dal separare, finchè ciò sia possibile, le cifre di* N *in tanti gruppi di m cifre ciascuno, a partire dalla destra.*

Teorema IV. — *Affinchè un numero* N, *scritto nel sistema decimale, sia divisibile per un numero intero a, il quale sia fattore di* $10^m + 1$,

(1) I teoremi I e II sono già noti: v. ad es. Kronecker, op. cit. p. 109-110.

è necessario e sufficiente che riesca divisibile per a la somma alternata dei numeri risultanti dal separare, finchè ciò sia possibile, le cifre di N *in tanti gruppi di m cifre ciascuno, a partire dalla destra.*

Per $m = 1$ si ritrovano così i notissimi criterî di divisibilità per 3, 9 e per 11.

Esempî: I. *Tutti i numeri della forma* $10^{mk} - 1$ *sono divisibili per* $10^m - 1$. Essendo infatti

$$N = 10^{mk} - 1 = \underbrace{9\ldots 9}_{(1)}\,\underbrace{9\ldots 9}_{(2)}\ldots\underbrace{9\ldots 9}_{(k)},$$

ove ogni gruppo ha m cifre, si ha

$$S_{10^m}(N) = k\,.\,(9 + 9\,.\,10 + \ldots + 9\,.\,10^{m-1}) = k\,(10^m - 1).$$

II. *Tutti i numeri della forma* $10^{mk} - (-1)^k$ *sono divisibili per* $10^m + 1$. Si ha infatti:

se $k = 2h$, $N = 10^{mk} - (-1)^k = 10^{2mh} - 1 =$

$$= \underbrace{9\ldots 9}_{(1)}\,\underbrace{9\ldots 9}_{(2)}\ldots\underbrace{9\ldots 9}_{(2h-1)}\,\underbrace{9\ldots 9}_{(2h)},\ S^{*}_{10^m}(N) = 0$$

se $k = 2h + 1$, $N = 10^{mk} - (-1)^k = 10^{m(2h+1)} + 1 =$

$$= \underbrace{10\ldots 00}_{(1)}\,\underbrace{0\ldots 00}_{(2)}\ldots\underbrace{0\ldots 00}_{(2h)}\,\underbrace{0\ldots 01}_{(2h+1)},\ S^{*}_{10^m}(N) = 0.$$

4. Per determinare i confini della regione aritmetica alla quale si estendono le considerazioni precedenti, basta ricordare che, in forza del teorema di Fermat generalizzato da Eulero, *se a è primo con* 10, *il numero* $10^{\varphi(a)} - 1$ *è divisibile per a*, essendo al solito $\varphi(a)$ il numero dei numeri delle serie $1, 2, \ldots a$ che sono $< a$ e primi con esso. Il teorema III è dunque applicabile a qualunque numero a primo con 10, purchè si assuma $m = \varphi(a)$ [1]. Ma, osservando essere $\varphi(a)$ un numero pari e potendosi quindi scrivere

$10^{\varphi(a)} - 1 = \left(10^{\frac{\varphi(a)}{2}} - 1\right)\left(10^{\frac{\varphi(a)}{2}} + 1\right)$, si vedrà che a divide o $10^{\frac{\varphi(a)}{2}} - 1$ oppure $10^{\frac{\varphi(a)}{2}} + 1$; nel primo caso si applicherà il teorema III, nell'altro

[1] Il prof. G. Vivanti, al quale comunicai l'essenza dell'attuale ricerca, ebbe la cortesia di richiamare la mia attenzione sopra l'articolo di M. Nassò intitolato *Alcuni teoremi di aritmetica* (*Revue de mathématiques publiée par G. Peano*, t. VII, 1900), ove si trovano, fra altri enunciati, dovuti all'abate E. Gelin, i teor. III e IV; ivi però non è segnalata la più importante prerogativa di cui essi godono, di essere cioè il germe di un criterio generale di divisibilità.

il IV sempre assumendo $m = \frac{\varphi(a)}{2}$. Ma v'ha di più. Se ω è un fattore (1 non escluso) di $\frac{\varphi(a)}{2}$, può accadere che p divida un numero della forma $10^{\omega} \pm 1 \left(\omega < \frac{\varphi(a)}{2}\right)$; allora conviene evidentemente applicare il III o il IV dei teoremi dimostrati, assumendo m eguale al minimo valore di ω. La determinazione di ω si può fare con un numero limitato di tentativi o coll'aiuto di una tabella che dia la decomposizione in fattori dei numeri della forma $10^m \pm 1$ [1], o finalmente *ricorrendo alla trasformazione della frazione $\frac{1}{a}$ in frazione decimale periodica* [2], come ora mostreremo. Sia

$$\frac{1}{a} = \left(\frac{a_1}{10} + \dots + \frac{a_n}{10^n}\right) + \frac{1}{10^n}\left(\frac{a_1}{10} + \dots + \frac{a_n}{10^n}\right) + \dots;$$

se ne deduce che

$$\frac{10^n - 1}{a} = a_n + 10\, a_{n-1} + \dots + 10^{n-2}\, a_2 + 10^{n-1}\, a_1,$$

onde si può sempre applicare il teorema III, purchè si assuma m eguale al numero delle cifre costituenti un periodo della frazione decimale in cui può svolgersi $\frac{1}{a}$. Nel caso in cui n sia un numero pari 2ν e si abbia $a_{\nu+1} = 9 - a_1$, $a_{\nu+2} = 9 - a_2 \dots$, $a_{2\nu} = 9 - a_\nu$ [3], dalla relazione precedente si deduce agevolmente

$$\frac{10^\nu + 1}{a} = a_\nu + 10\, a_{\nu-1} + \dots + 10^{\nu-1}\, a_1 + 1\,,$$

perciò è applicabile il teorema IV a patto che si assuma m eguale alla metà

(1) A comodo dei calcolatori trascriviamo qui i primi elementi di questa tabella:

$10 - 1 = 3^2$ | $10 + 1 = 11$
$10^2 - 1 = 3^2 \times 11$ | $10^2 + 1 = 101$
$10^3 - 1 = 3^3 \times 37$ | $10^3 + 1 = 7 \times 11 \times 13$
$10^4 - 1 = 3^2 \times 11 \times 101$ | $10^4 + 1 = 73 \times 137$
$10^5 - 1 = 3^2 \times 41 \times 271$ | $10^5 + 1 = 11 \times 9090$
$10^6 - 1 = 3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$ | $10^6 + 1 = 101 \times 9901$

(2) L'uso di tale trasformazione venne suggerita dal prof. Bianchi, quando esposi in compendio il contenuto della presente Nota al Congresso matematico tenuto a Livorno nei giorni 17-22 agosto 1901, auspice l'Associazione « Mathesis »; essa riesce particolarmente giovevole a chi abbia sott'occhio la III delle tabelle che chiudono le *Disquisitiones arithmeticae* di Gauss.

(3) Esempî di siffatti sviluppi: $\frac{1}{7} = 0,142857142857\dots$; $\frac{1}{73} = 0,01369863\dots$; $\frac{1}{137} = 0,00729927\dots$; ecc.

del numero delle cifre costituenti un periodo della frazione decimale a cui equivale $\frac{1}{a}$ (¹).

Per chiarire questo procedimento lo applicheremo alla ricerca del criterio di divisibilità pel numero primo 271. Essendo in tal caso

$$10^{\varphi(a)} - 10^{a-1} - 1 = 10^{270} - 1 = (10^{3^3 . 5} - 1)(10^{3^3 . 5} + 1),$$

bisognerà cercare se 271 sia divisore di un numero della forma $10^{\omega} \pm 1$, ove ω è uno dei numeri 1, 3, 3^2, 3^3, 5, 5 . 3, 5 . 3^2; ora essendo $10^5 - 1 = 3^2 \times 41 \times 271$ si può affermare che *affinchè un numero* N *sia divisibile per* 271 *è necessario e sufficiente che lo sia la somma dei numeri risultanti dal separare, finchè ciò sia possibile, le cifre di* N *in tanti gruppi di cinque cifre ciascuno, a partire dalla destra.* Alla stessa conclusione si giunge notando essere

$$\frac{1}{271} = 0{,}0036909369\ldots$$

Mostreremo quanto sia facile l'usare di questo criterio, applicandolo ad un esempio offerto da uno che si occupò di recente della questione che stiamo esaminando [2]; si tratti, cioè, di vedere se è divisibile per 271 il seguente numero di trentasette cifre:

3345678984640138761350882563003775062.

A tale scopo lo scriveremo come segue:

33 | 45678 | 98464 | 01387 | 61350 | 88256 | 30037 | 75062 ;

facendo la somma degli otto nnmeri così risultanti otterremo 400267; per applicare ad esso il medesimo criterio lo scriveremo sotto la seguente forma

4 | 00267 ,

per poi dedurne il numero $267 + 4 = 271$; siccome questo è divisibile per 271, così altrettanto succede pel dato [3].

(¹) Siccome in pratica è del massimo interesse che il numero delle cifre di ognuno dei guppi, in cui si ripartiscono le cifre N, sia il più piccolo possibile, così converrà decomporre previamente a nei suoi fattori primi, e poi applicare a ciascuno il metodo esposto.

(²) V. il citato articolo del Malengreau.

(³) Le considerazioni esposte nel n. 4 guidano nel modo più naturale al seguente Teorema di Plateau. *Fra i multipli di un numero a primo con* 10 *se ne trova sempre uno della forma* 11 ... 1. Essendo infatti $111 = 3 \times 37$, $111\,111 = 7 \times 15873$ e $111\,111\,111 = 9 \times 12345679$ basterà dimostrare il teorema per $a > 10$. Ora si noti che essendo $10^{\varphi(a)} - 1 = 9 . 11 \ldots 1$ (supposto questo numero di $\varphi(a)$ cifre) divisibile per 9 deve

5. Il teorema III, combinato con le osservazioni esposte nel numero precedente, dimostra che la ricerca delle condizioni di divisibilità del numero

$$N = a_0 + 10\,a_1 + 10^2\,a_2 + \ldots$$

pel numero intero a è ridotta alla ricerca analoga pel numero

$$(5)\quad S_{10^m}(N) = a_0 + a_1 + \cdots + 10^{m-1}a_{m-1} + \sum_{k=1}^{k=n-1}[a_{km} + 10\,a_{km+1} + \cdots + 10^{m-1}\,a_{(k+1)\,m-1}]\ (^1),$$

m essendo un numero tale che $10^m - 1$ sia multiplo di a. Ora il *criterio generale di divisibilità di* N per a così risultante si può evidentemente trasformare in infiniti altri, potendosi al numero $S_{10^m}(N)$ sostituirne un altro che ne differisca per un multiplo qualsivoglia di a; di tale circostanza si può trarre profitto per dedurre dei *criteri speciali*, relativi ad assegnati valori di a, purchè primi con 10. Sono molto noti per la loro utilità quelli del seguente tipo: *affinchè* N *sia divisibile per a è necessario e sufficiente che lo sia un multiplo determinato del numero delle sue decine accresciuto o diminuito di un multiplo pure determinato del numero delle sue unità* [2]. Per dimostrare e precisare siffatto enunciato, consideriamo l'espressione

$$(6)\quad S = \varrho a_0 + \lambda a_1 + 10\,\lambda a_2 + \cdots + 10^{m-2}\,\lambda a_{m-1} + \sum_{k=1}^{k=n-1} 10^{km-1}\,\lambda[a_{km} + 10a_{km+1} + \cdots + 10^{m-1}\,a_{(k+1)m-1}],$$

ove ϱ è un intero, positivo o negativo, da determinarsi, e λ è uno dei numeri 1, 2, 5. Posto $\mu = \frac{10}{\lambda}$, dalle (5) (6) si trae

$$\mu S - S_{10^m}(N) = (\mu\varrho - 1)\,a_0 + \sum_{k=1}^{k=n-1}(10^{km} - 1)\,[a_{km} + 10a_{km+1} + \cdots + 10^{m-1}\,a_{(k+1)\,m-1}].$$

---

essere 9 oppure 11 ... 1 un multiplo di a; ma la prima ipotesi è da escludersi perchè $9 < a$, onde si conclude il teorema. Si noti che da questo ragionamento si trae un metodo per determinare il numero di cui parla la proposizione di Plateau (che è un vero *porisma*); così ad es. se $a = 21$ è $\varphi(a) = 12$, $10^{\varphi(a)} - 1 = (10^6 - 1)\,(10^6 + 1)$ e si trova essere 111 111 111 111 multiplo di 21. Aggiungiamo che, essendo $10^{\varphi(a)} - 1$ multiplo di a, lo sarà anche $10^{\varphi(a)+k} - 10^k$, qualunque sia k, quindi *ogni numero primo con* 10 *ammette un multiplo della forma* $10^p - 10^q$ (v. Moriconi, *Frazioni decimali periodiche e loro generatrici*, Periodico di matematica per l'insegnamento secondario, t. I, 1886), anzi ne ammette infiniti, essendo per ciò sufficiente che gli esponenti p e q soddisfacciano alla condizione $p - q = \varphi(a)$.

(1) Scrivendo questa formola non si esclude che il numero delle cifre di N sia primo con m, dal momento che alcuni degli ultimi numeri a possono essere nulli.

(2) V. fra altri l'ottimo *Libro di aritmetica e di algebra elementare* del prof. Gazzaniga (3ª ed. Padova, 1900).

Si osservi che $10^{km}-1$ è divisibile per 10^m-1 (v. n. 3, Es. I), onde lo è eziandio per a; se ne dedurrà

$$\mu S - S_{10^m}(N) \equiv (\mu\varrho - 1)\, a_0 \pmod{a}.$$

Ma essendo a primo con 10, mentre μ è uno dei numeri 10, 5, 2 (fattori di 10) esistono sempre infinite coppie di numesi ϱ, σ tali che sia

$$\mu\varrho - 1 = \sigma a\,; \tag{7}$$

scelto ϱ in questo modo, la congruenza precedente potrà surrogarsi con questa altra:

$$\mu S - S_{10^m}(N) \equiv 0 \pmod{a}$$

ossia, essendo μ primo con a,

$$S_{10m}(N) \equiv S \pmod{a}.$$

Questa prova che, *nella ricerca dei criterî di divisibilità pel numero* a *primo con* 10 *a* $S_{10^m}(N)$ *si può sostituire il numero* S: resta così dimostrata la esistenza di criterî dell'annunciato tipo e stabilito che, dato a e attribuito a λ (e quindi a μ) uno dei valori leciti, la ricerca del coefficiente ϱ dipende dalla risoluzione dell'equazione indeterminata (7).

6. Applicheremo lo schema di calcolo ora esposto ad alcuni valori (primi) speciali di a: verrà così dimostrato che molti noti speciali criterî di divisibilità fanno parte di una intesa serie di analoghi criterî, in cui anzi talora se ne trovano di preferibili a quelli.

$a = 7$. Si hanno queste tre serie di valori leciti (ove k è un intero qualunque)

$$\lambda = 1\,,\ \varrho = 5 + 7k\,; \quad \lambda = 2\,,\ \varrho = 3 + 7k\,; \quad \lambda = 5\,,\ \varrho = 1 + 7k\,;$$

fra essi bisognerà scegliere i più piccoli; volendoli positivi si assumerà $\lambda = 1$, $\varrho = 5$ e quindi si concluderà che *affinchè un numero sia divisibile per* 7 *è necessario e sufficiente che sia un multiplo di* 7 *il numero delle sue decine aumentato del quintuplo delle sue unità*; ma se si ammettono anche valori negativi si potrà prendere $\lambda = 1$, $\varrho = -2$ e concludere che *affinchè un numero sia divisibile per* 7 *deve esserlo il numero delle sue decine diminuito del doppio del numero delle sue unità*; è chiaro che questo nuovo criterio è da preferirsi al precedente.

$a = 13$. I valori più convenienti sono $\lambda = 1$, $\varrho = 4$, i quali riconducono ad un criterio noto, cioè: *affinchè un numero sia divisibile per* 13 *bisogna che ciò accada pel numero delle sue decine aumentato del quadruplo del numero delle sue unità.*

$a = 17$. Si può assumere $\lambda = 1$, $\varrho = -5$, onde *affinchè un numero sia divisibile per* 17 *è necessario e sufficiente che lo sia il numero delle*

sue decine diminuito del quintuplo del numero delle sue unità, criterio più utile di quello noto, che nasce assumendo $\lambda = 2$ e $\mu = 7$.

$a = 19$. Si assuma $\lambda = 1$, $\varrho = 2$ e si vedrà che *affinchè un numero sia divisibile per* 19 *dev'esserlo il numero delle sue decine aumentato del doppio di quello delle sue unità.*

$a = 23$. Prendendo $\lambda = 1$, $\varrho = 7$, si ritrova (come nel caso $a = 19$) un criterio conosciuto e di facile enunciazione.

Questi criterî speciali devono invocarsi in pratica allorquando si tratti di numeri piccoli, ma per numeri grandi la loro utilità è inferiore a quella del criterio generale; a provarlo valga la questione (il cui enunciato è tolto dalla memoria di Pascal citata in principio) di provare la divisibilità per 7 del numero

$$287\,542\,178\,;$$

servendosi dei due criterî speciali più sopra stabiliti, fa mestieri vedere se sia divisibile per 7 l'uno o l'altro dei numeri

$$287\,542\,17 + 5 \times 8 = 287\,542\,57$$
$$287\,542\,17 - 2 \times 8 = 287\,542\,01\,,$$

e per far ciò non v'ha di meglio che applicare ripetutamente gli stessi criterî. Se invece si adopera il criterio generale, basta scrivere il dato numero come segue

$$287 \mid 542 \mid 178$$

e fare la somma alternata dei tre numeri risultanti; tale somma essendo 77 si conclude subito la divisibilità per 7 del numero scelto da Pascal.

Chimica. — *Sopra alcuni acidi dell'azoto.* Nota di ANGELO ANGELI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

La maggior parte delle trasformazioni che può subire l'acido nitroidrossilamminico si spiegano nel miglior modo ammettendo che questa sostanza, nei suoi sali, possieda la struttura:

$$\begin{array}{c} NOH \\ \| \\ NO_2H \end{array}$$

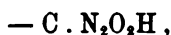
Essa si può riguardare come un prodotto di ossidazione dell'acido iponitroso e reciprocamente come un prodotto di riduzione dell'acido nitroso. Anche l'acido iponitroso contiene due atomi di azoto riuniti direttamente fra di loro; l'acido nitroso invece nella maggior parte dei casi si comporta secondo la formola semplice:

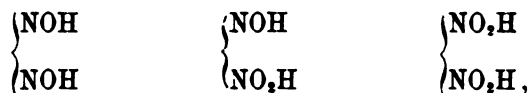
$$HNO_2\,.$$

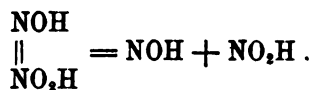
Però vi sono alcune reazioni le quali, a mio modo di vedere, condurrebbero ad ammettere che l'acido nitroso (ed il cloruro di nitrosile) possa reagire (specialmente a bassa temperatura) come se gli spettasse la formola doppia [1]; ed a questo riguardo basti ricordare quei composti che Baeyer ha chiamati bisnitrosoderivati

$$— C — N_2O_2 — C — ;$$

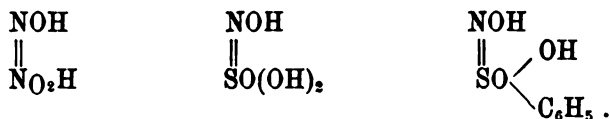
essi contengono i due atomi di azoto direttamente riuniti fra di loro perchè trattati con acidi minerali danno origine agli acidi bisnitrosilici

$$— C . N_2O_2H ,$$

che possiedono la stessa struttura delle cosidette nitrosoidrossilammine. In tal modo l'acido iponitroso, l'acido nitroidrossilamminico e l'acido nitroso bimolecolare costituirebbero la serie:

$$\left\{\begin{matrix} NOH \\ NOH \end{matrix}\right. \qquad \left\{\begin{matrix} NOH \\ NO_2H \end{matrix}\right. \qquad \left\{\begin{matrix} NO_2H \\ NO_2H , \end{matrix}\right.$$

i cui termini differiscono notevolmente fra di loro sopratutto per la diversa stabilità con cui sono uniti i due atomi di azoto. Nell'acido iponitroso sono riuniti in modo stabilissimo ed esso tutto al più perde una molecola di acqua per dare protossido di azoto; l'acido nitroidrossilamminico si scinde facilmente in acido nitroso e nel residuo NOH:

$$\begin{matrix} NOH \\ \| \\ NO_2H \end{matrix} = NOH + NO_2H .$$

L'acido nitroso invece si comporta come se gli spettasse la formola semplice e solamente in casi eccezionali reagisce secondo la formola bimolecolare.

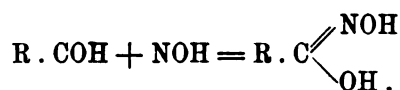
Come ho già avuta occasione di dimostrare, la proprietà di cedere il residuo NOH è comune ad altre sostanze; fra queste meritano speciale menzione l'acido idrossilamminsolfonico e l'acido benzolsolfonidrossammico [2] ai quali è necessario attribuire una struttura analoga a quella dell'acido nitroidrossilamminico:

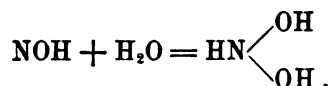
$$\begin{matrix} NOH \\ \| \\ NO_2H \end{matrix} \qquad \begin{matrix} NOH \\ \| \\ SO(OH)_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} NOH \\ \| \\ SO \end{matrix}\!\!\begin{matrix} \diagup OH \\ \\ \diagdown C_6H_5 . \end{matrix}$$

[1] Anche altri composti dell'azoto possono comportarsi in modo analogo, basti ricordare l'ipoazotide, il biossido di azoto ed i nitrosoderivati.

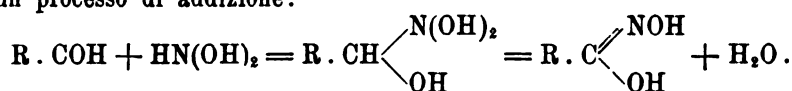
[2] Ho già incominciato a studiare l'azione degli alcali anche sopra le idrazidi inorganiche.

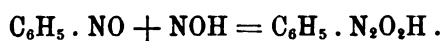
Tutte queste sostanze possono scindersi nello stesso residuo NOH e rispettivamente negli acici nitroso, solforoso e benzolsolfinico.

Operando in presenza di una aldeide si ottiene l'acido idrossammico:

$$R.COH + NOH = R.C\begin{matrix} \nearrow NOH \\ \searrow OH \end{matrix}.$$

In questa reazione si può supporre che l'acido NOH si addizioni direttamente all'aldeide, ma si può anche ammettere che esso reagisca sotto forma dell' idrato:

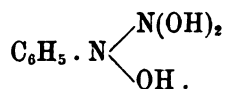
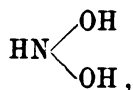
$$NOH + H_2O = HN\begin{matrix} \nearrow OH \\ \searrow OH \end{matrix}.$$

In questo caso la formazione dell'acido idrossammico sarebbe preceduta da un processo di addizione:

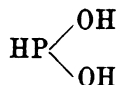
$$R.COH + HN(OH)_2 = R.CH\begin{matrix} \nearrow N(OH)_2 \\ \searrow OH \end{matrix} = R.C\begin{matrix} \nearrow NOH \\ \searrow OH \end{matrix} + H_2O.$$

Che si formino prodotti di addizione intermedi nel caso delle aldeidi ancora non ho potuto stabilirlo; invece con tutta probabilità si forma nel caso del nitrosobenzolo, che del pari si unisce al gruppo NOH per dare la cosidetta nitrosofenilidrossilammina

$$C_6H_5.NO + NOH = C_6H_5.N_2O_2H.$$

Trattando infatti il nitrosobenzolo (quando è fuso colorato in verde) con una soluzione acquosa di sale sodico dell' acido nitroidrossilamminico, esso si scioglie per dare un liquido intensamente colorato in *rosso fucsina*; la tinta poco a poco scompare e finalmente si ottiene una soluzione incolora che contiene il sale della nitrosofenilidrossilammina. È molto probabile che il composto rosso rappresenti il sale del prodotto di addizione intermedio:

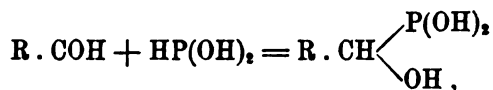
$$C_6H_5.N\begin{matrix} \nearrow N(OH)_2 \\ \searrow OH \end{matrix}.$$

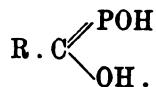
L' idrato:

$$HN\begin{matrix} \nearrow OH \\ \searrow OH \end{matrix},$$

sarebbe il corrispondente dell' acido ipofosforoso:

$$HP\begin{matrix} \nearrow OH \\ \searrow OH \end{matrix}$$

e perciò è da aspettarsi che anche questo reagisca sulle aldeidi in modo analogo.

Infatti è noto da molto tempo (Ville, Compt. rend. 109,71; 110,384) che anche l'acido ipofosforoso si addiziona alle aldeidi per dare i prodotti:

$$R.COH + HP(OH)_2 = R.CH\begin{cases} P(OH)_2 \\ OH \end{cases},$$

i quali si possono riguardare come idrati degli *acidi idrossammici della serie del fosforo*

$$R.C\begin{cases} \!\!/\!\!/ POH \\ OH \end{cases}.$$

Ricordando che vi sono acidi idrossammici che trattengono tenacemente acqua di cristallizzazione, l'analogia apparisce più evidente ancora.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società Reale di Londra; la Società geologica di Manchester; la R. Società zoologica di Amsterdam; le Società di scienze naturali di Emden, di Francoforte s. M. e di Karlsruhe; la R. Scuola d'applicazione per gl' ingegneri di Torino; le Università di Glasgow e di Upsala; l'Osservatorio di San Fernando.

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società degl' ingegneri civili di Londra; il Corpo Reale delle Miniere di Roma; gli Osservatorii di Pietroburgo e di Tiflis; l'Università di Giessen.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
dal 2 settembre al 6 ottobre 1901.

Albert I de Monaco. — Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht. Fasc. XIX, XX. Monaco, 1901. 4°.

Angelitti F. — Discussioni scientifico-dantesche su le stelle che cadono e le stelle che salgono, su le regioni dell'aria, su l'altezza del Purgatorio. Palermo, 1901. 4°.

Id. — Dr. F.co Cantelli: La conoscenza dei tempi nel Viaggio Dantesco. Napoli, 1901. — Recensione.

Id. — E. Moore: Studies in Dante. Second Series: Miscellaneous essays. Oxford, 1899. — Recensione. 1901. 8°.

Angelitti F. — E. Moore: The time-references in the Divina Commedia, London, 1877. — *Id.*: Gli accenni al tempo nella Divina Commedia. Vers. ital. di C. Chiarini. Firenze, 1900. — Recensione. 1901. 8°.

Id. — Sulle principali apparenze del Pianeta Venere durante dodici sue rivoluzioni sinodiche dal 1290 al 1309, e sugli accenni ad esse nelle opere di Dante. Palermo, 1901. 8°.

Bonini C. F. — L'industria siderurgica in Svezia. Torino, 1901. 8°.

Brandes W. — Flora der Provinz Hannover. Hannover, 1897. 8°.

Daday J. — Ostracoda Hungariae. Budapest, 1900. 8°.

De Toni G. B. — Commemorazione di Pietro Andrea Mattioli botanico del secolo XVI. Siena, 1901. 8°.

Dina A. — Confronto sperimentale fra l'isteresi alternativa, statica e rotante. Milano, 1901. 8°.

Gentile G. — Contribuzione allo studio dell'Eocene dell'Umbria. Siena, 1901. 8°.

Grave C. — The Oyster Reefs of North Carolina. Baltimore, 1901. 8°.

Katalog der systematischen Vogelsammlung des Provinzial-Museums Hannover. Hannover, 1897. 8°.

Lockyer N. — Further Observations on Nova Persei. N. 3. London, 1901. 8°.

Morselli E. — Il precursore dell'uomo (Pithecanthropus Duboisii). Genova, 1901. 8°.

Ostwald W. e *Bolis A.* — Elementi scientifici di chimica analitica. Milano, 1901. 16°.

Scarenzio A. — Il processo di rinoplastica a lembo frontale duplicato di Blasius. Milano, 1900. 4°.

Tommasi A. — Contribuzione alla paleontologia della Valle del Dezzo. Milano, 1901. 4°.

Tommasina Th. — Sur les phénomènes des Radioconducteurs. Genève, 1901. 8°.

Wernicke A. — Lehrbuch der Mechanik in elementarer Darstellung. T. I, 2. Braunschweig, 1901. 8°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 20 ottobre 1901.

Chimica. — *Sull' insegnamento dell' Elettrochimica.* Nota del Socio S. Cannizzaro.

Dovendosi introdurre nelle nostre scuole politecniche l' insegnamento dell' elettrochimica, sorse la questione di quali doti debbano essere forniti e quale indirizzo di studî debbano avere coloro che saranno chiamati ad iniziare questo nuovo insegnamento ed a diffondere le applicazioni dell' energia elettrica nella nostra industria chimica.

Alcuni hanno da noi creduto che i fisici matematici e gli elettrotecnici sieno quelli che naturalmente debbano essere chiamati a tale ufficio. Si è così sollevata una questione, che fu agitata anche alcuni anni fa in Germania, ma che ora è colà completamente risolta, poichè tutti ormai sono concordi nel richiedere che l' elettrochimico sia prima di ogni altra cosa un chimico provetto, conoscitore profondo della chimica generale, inorganica ed organica e padrone assoluto dell' analisi chimica e dell' arte sperimentale. In questo senso si sono concordemente espressi diversi illustri elettrochimici tedeschi, insegnanti ed industriali, in alcune pubblicazioni a stampa [1] od in lettere nelle quali rispondevano a domande che io avevo fatto loro rivolgere.

Il fisico o l' elettrotecnico è certamente in grado di svolgere benissimo una parte dell' elettrochimica, specialmente quella che per mezzo della termodinamica entra nel campo della fisica-matematica, ma non può in alcun

[1] F. Oettel, *Il compito dell' insegnamento elettrochimico nelle scuole politecniche*, Zeit. f. Electrochemie II, 657; v. Knorre, *Sull' insegnamento elettrochimico nei politecnici*, id. III, 61; B. Lorenz, *Sull' educazione dell' elettrochimico*, Halle, 1901; F. Foerster, Zeitschr. f. Elektrochemie, VI, 453; vedi anche Zeitschr. f. Elektrochemie, IV. 5, 19.

modo, senza una seria e lunga preparazione chimica, trattare dell'applicazione dell'energia elettrica nei processi chimici industriali, dell'opportunità e del modo col quale si dovrà p. es. stabilire il loro controllo analitico, dei rapporti chimici ed economici che i procedimenti elettrolitici potranno avere con altri metodi chimici, già esistenti o nuovi e che fossero in grado di far loro concorrenza.

L'industria elettrochimica è troppo intimamente connessa alla chimica industriale e solamente un chimico può essere chiamato ad insegnarla; un chimico che sia naturalmente in grado d'intendersi con quelli che gli dovranno fornire l'energia elettrica.

L'Oettel, direttore di una delle principali fabbriche elettrochimiche tedesche, scrive quanto segue:

« Quello che noi richiediamo dal laboratorio elettrochimico, è lo studio « di reazioni chimiche, che avvengano sotto l'influenza della corrente elet- « trica. Lo scopo è quindi puramente chimico, l'elettricità è solamente « il mezzo per raggiungere lo scopo. L'elettrochimico adopera relativamente « poche installazioni elettriche, al contrario in maggior grado quelle, di « cui egli ha bisogno anche per altre ricerche chimiche e che egli trova so- « lamente in un laboratorio chimico completamente montato. Già perciò il « laboratorio elettrochimico appartiene agli istituti chimici, ciò che è anche « confortato da un altro argomento. La fisica è una disciplina di una tale « vastità, che ad un suo cultore è assolutamente impossibile di padroneggiare « anche la chimica in modo tale da poter dirigere proficuamente un insegna- « mento elettrochimico pratico. Al chimico invece non è troppo difficile di « acquistare quelle cognizioni d'elettrotecnica sufficienti per poter sperimen- « tare colla corrente elettrica ». E questo ultimo concetto è anche espresso in una recente lettera del prof. K. Elbs dell'Università di Giessen: « Quelle « poche cognizioni che l'elettrochimico deve avere nel campo dell'elettro- « tecnica, egli le acquista da solo in poche settimane lavorando d'elettro- « chimica. Io sono completamente dell'avviso, che l'elettrochimico debba « essere in primo luogo un bravo chimico; una coltura elettrotecnica è secon- « daria quando egli abbia solide cognizioni fisiche ».

« In certi ambienti elettrochimici e meccanico-tecnici, scrive il prof. Lo- « renz del politecnico di Zurigo, è talvolta sostenuta la tesi, che il compito « dell'elettrochimico possa essere a poco a poco disimpegnato dall'elettro- « tecnico. Questo modo di vedere si è potuto forse formare, tenendo conto « solamente di quelle industrie, che sono più di ogni altra, collegate all'elet- « trotecnica, come ad esempio la fabbricazione del carburo di calcio. Non si « dimentichi però, che in questo caso si tratta di un processo chimico di « una speciale semplicità, il cui sviluppo tecnico può considerarsi come finito « e che deve perciò essere ritenuto quale una straordinaria eccezione. L'in- « dustria elettrochimica verrà creata da chimici elettricisti e può solamente « da questi essere tenuta durevolmente alla dovuta altezza ».

E non meno apertamente e categoricamente si esprime il Foerster, professore al politecnico di Dresda, in una recente lettera:

« È un fatto che l'elettrochimica fu molte volte da principio protetta « dall'elettrotecnica, anzi da questa fu chiamata in molti luoghi in vita. Ma « questi primordi non hanno avuto fortuna, appunto perchè i compiti della « elettrochimica non erano elettrotecnici, ma chimici e precisamente il più « delle volte problemi chimici veramente difficili e complicati. Di fatto, tutte « le grandi industrie elettrochimiche furono create da chimici, che appresero « facilmente le cognizioni elettrotecniche a loro necessarie. Allo sviluppo « della raffinazione del rame, da parte di Kiliani, che assieme poi all'Hérault « ha organizzato correttamente la preparazione dell'alluminio, ai lavori riguar- « danti la preparazione degli idrati alcalini e del cloro di Stroof in Griesheim, « alla preparazione elettrolitica dei clorati da parte di Gall, ecc. ecc., l'elet- « trotecnica può soltanto opporre, che la preparazione dell'ozono è dovuta in « gran parte ad elettrotecnici. In questo caso però la parte chimica, in cui « di solito stanno tutte le difficoltà, era estremamente facile. Le nostre grandi « fabbriche poi, hanno posto i loro reparti elettrochimici esclusivamente sotto « la direzione di chimici, il Le Blanc in Höchst, l'Oettel nelle grandi fab- « briche dei successori Heyden, Buchner in quelle della firma Boehringer e « figli, Quincke nelle fabbriche di Eberfeld, ecc. ecc. Anche nelle nostre « scuole superiori le cattedre di elettrochimica sono occupate tutte da chi- « mici; l'unica eccezione è data dal prof. Heim in Hannover, un elettrotecnico, « che divide però ora completamente le idee da me sostenute.

« All'adunanza dei naturalisti tedeschi di quest'anno, secondo una nuova « suddivisione delle materie, l'elettrochimica doveva essere aggregata all'elet- « trotecnica. Su mia proposta l'assemblea generale ha però deciso all'unani- « mità che l'elettrochimica non deve essere annessa all'elettrotecnica, ma « alla chimica, e bisogna notare che la maggioranza dei soci della suddetta « società è formata da industriali.

« Io non saprei veramente, come poi un elettrotecnico possa, special- « mente in laboratorio, insegnare elettrochimica, poichè solamente colla legge « di Ohm e colle misurazioni di intensità e tensione, non si fa nulla. L'elet- « trochimico deve seguire la sua elettrolisi con l'occhio della mente, mentre « per far questo manca all'elettrotecnico ogni esperienza. Inoltre dinanzi ai « composti organici non sa assolutamente che fare.

« Io spero perciò che in Italia, nell'organizzazione delle scuole d'elettro- « chimica non si commetterà un errore, verso il quale, circa sette od otto anni « fa, anche da noi si propendeva e dal quale ci siamo poi tanto più energi- « camente e generalmente allontanati, quanto più lo sviluppo dell'elettrochi- « mica, specialmente nell'industria, progrediva ».

Però, sebbene io creda formalmente che l'insegnamento dell'elettrochimica in una scuola politecnica si debba affidare solamente a chi possegga

una solida coltura chimica, sono il primo ad essere persuaso che, l'intervento di un fisico matematico nell'insegnamento di una scuola di ingegneri chimici può essere non solo di somma utilità, ma che sia quasi anche una necessità. « Colui che si vuole dedicare in modo speciale all'elettrochimica, dice il « Lorenz nell'opuscolo citato, non può accontentarsi di frequentare soltanto il « corso di elettrochimica, ma le sue cognizioni devono abbracciare tutto il « campo della fisico-chimica ».

Oggigiorno molte parti della chimica teoretica possono essere assoggettate ad un elevato trattamento matematico; uno studio della meccanica chimica basato sulla termodinamica, come fanno il Gibbs, il Plank, il Duhem, il van Laar nei loro libri, può essere un utilissimo complemento alla coltura di elevati ingegneri chimici, ma non può mai da se solo formare un corso d'elettrochimica.

Infatti noi vediamo per esempio che nella sezione di chimica industriale del politecnico di Zurigo, il corso di elettrochimica è preceduto da lezioni generali di fisico-chimica e da esercitazioni relative ed è poi completato da lezioni sulla termochimica, sulla dinamica chimica, sulla statica chimica e sulla termodinamica chimica, corsi che vengono suddivisi, secondo il sistema tedesco, in varî semestri.

Ciò converrebbe fare anche in Italia nonostante che uno dei fondatori della moderna elettrochimica, Svante Arrhenius, parlando in una recente pubblicazione (1) del valore della trattazione matematica di alcuni problemi elettrochimici, fatta dal Plank e da altri matematici, si sia espresso in questi termini:

« Le deduzioni termodinamiche da essi date non hanno contribuito in « un grado degno di nota ad aumentare il nostro positivo sapere; ma sono da « considerarsi come un rifacimento prevalentemente formale, sebbene molto « elegante, della trattazione teoretica già esistente del materiale empirico ».

Erano già stampate le pagine precedenti quando ho ricevuto altri pareri autorevoli, che concordano con quelli già da me sopra esposti. Stimo conveniente pubblicare quelli del prof. Lorenz insegnante di elettrochimica nel politecnico di Zurigo, del sig. G. Lunge e del sig. H. F. Weber, professore il primo di chimica industriale ed il secondo di fisica e di elettrotecnica nel detto politecnico.

Voglio sperare che il deciso parere di una personalità come il Weber, avrà sufficiente autorità su quelli elettrotecnici, che saranno chiamati a giudicare o a dar consigli sulla scelta degli insegnanti di elettrochimica in Italia.

(1) Zeitschrift für physikalische Chemie XXXVI, 39, 40.

Da una recente lettera del prof. Lorenz, stralcio quanto segue:

. . . .

« Nelle mie lezioni sull'elettrochimica industriale tratto la materia presso a poco « come nel trattato di elettrochimica tecnica dell'Haber. Accumulatori, carburi, cloro, « acido cloridrico, soda, clorati, alluminio, sodio, magnesio, rame, zinco, ecc. ecc. Nelle « lezioni invernali svolgo l'elettrochimica teorica su per giù, come è esposta nel libro « del Le Blanc.

« Mi compiacio assai, che il prof. Cannizzaro voglia intervenire energicamente in « favore dell'elettrochimica. Lo ossequi da parte mia e gli presenti i miei auguri e voti. « È completamente assurdo ed inopportuno (*gänzlich verkehrt und unsachgemäss*) d'affi- « dare l'elettrochimica agli elettrotecnici. Anche in Germania si dovette in principio « combattere questa aspra lotta; ora è da molto tempo decisa in favore dei chimici.

« L'elettrochimica è assolutamente una branca della *chimica* e deve essere trattata « da un *chimico*, solamente questo può produrre in quel campo, qualche cosa di vera- « mente utile ».

L'illustre prof. G. Lunge mi ha diretto poi la lettera seguente:

Technisch-chemisches Laboratorium
Eidgenössisches Polytechnikum
Zürich.

Zurigo, il 19 ottobre 1901.

Illustrissimo maestro e collega,

« Ho ricevuto la sua lettera del 16 e le bozze della sua Nota *sull'insegnamento del-* « *l'elettrochimica*. È appena necessario di dire, che io sono in pieno accordo coi signori « Oettel, Förster e Lorenz, in quanto che l'elettrochimica deve essere insegnata da un chi- « mico, ma non da un fisico o da un elettrotecnico. Le operazioni dell'elettrochimica sono « in fondo delle reazioni *chimiche*, che sono prodotte dalla forza fisica dell'elettricità; ma « questo è un caso analogo alle mille reazioni prodotte da un'altra forza fisica, il calore, « senza che alcuno pensi a delegare l'insegnamento di tali reazioni ad uno specialista di « riscaldamento. L'elettricità è solamente uno degli aiuti del chimico scientifico ed indu- « striale, come il calore, o le pompe per i gas, per i liquidi, ecc. ecc.

« Secondo il suo desiderio ho sottomesso questa questione anche al mio collega « sig. H. F. Weber, l'eminente professore di fisica e specialista per l'elettricità. Le ac- « cludo la sua risposta, colla quale dichiara di essere della stessa mia opinione.

« Accetti i più rispettosi e cordiali saluti, dal suo devotissimo

G. LUNGE ».

Ed ecco in fine la lettera del prof. H. F. Weber:

Prof. Dr. H. F. Weber
Physikalisches Institut
des
Eidgenöss. Polytechnikums
Zürich.

Onorevole signor collega!

« Rispondo volentieri al suo invito, di esprimere la mia opinione sulla questione: « se l'elettrochimica debba essere insegnata da un fisico o da un chimico.

« Il mio modo di vedere è il seguente: Nel vasto campo dell'elettrochimica il com-
« pito dell'elettricità è così piccolo e di natura così semplice, che la scelta di un fisico
« come insegnante di elettrochimica deve essere dichiarata assurda (*geradezu sachwidrig*).
« Al signor Cannizzaro invio i più cordiali saluti.

« Colla migliore stima, suo devotissimo
« H. F. WEBER.

« Zurigo, 18 ottobre 1901 ».

Matematica. — *Le superficie con infinite trasformazioni conformi in sè stesse.* Nota di UGO AMALDI, presentata dal Socio PINCHERLE

Il gruppo delle trasformazioni conformi dello spazio si può anche definire come l'insieme delle trasformazioni che mutano le sfere (e i piani) in sfere (o in piani) (1), ed è perciò il *gruppo principale* di quella *Geometria delle sfere*, di cui il Lie ha scoperto la relazione essenziale, sebbene ripostissima, con la *Geometria proiettiva* (2).

Ora io qui mi propongo di determinare le superficie, che ammettono infinite trasformazioni conformi in sè stesse e che perciò in codesta Geometria delle sfere meritano un posto e un'attenzione particolari. Prendo a tale scopo le mosse dalla determinazione dei gruppi conformi, reali, ad uno e a due parametri, limitandomi a considerare, come è evidentemente lecito, gruppi continui *propri* (e non *misti*), cioè gruppi generati *completamente* da un certo numero di trasformazioni infinitesime.

Ricordo, benchè tutto ciò sia notissimo, che il gruppo conforme dello spazio è costituito dalle similitudini e dalle trasformazioni per raggi vettori reciproci (3), che esso è continuo, finito e a dieci parametri e, infine, che le trasformazioni infinitesime, che lo generano, sono, nei simboli del Lie (4).

$$\begin{gathered} q \quad , \quad r \quad , \quad p \\ zq - yr \quad , \quad xr - zp \quad , \quad yp - xq \\ xp + yq + zr \\ (x^2 - y^2 - z^2)\,p + 2xyq + 2xzr\,, \quad 2yxp + (y^2 - z^2 - x^2)q + 2yzr\,, \\ 2zxp + 2zyq + (z^2 - x^2 - y^2)\,r. \end{gathered}$$

(1) Cfr. per una dimostrazione semplice ed elegantissima di codesto fatto notorio: Lie-Scheffers, *Geometrie der Berührungstransformationen*, t. I, p. 421.

(2) *Sur une transformation géométrique* [Comptes-Rendus, 31 ottobre 1870].

(3) Liouville, *Note au sujet de deux lettres de M. William Thomson* [Journ. de Math. pures et appl., Ière série, t. XII (1847), p. 265].

(4) Cfr. p. es.: Lie-Engel, *Theorie der Transformationsgruppen*, t. II, pag. 459; oppure: Lie-Scheffers, l. c., p. 443.

1. È ben nota l'osservazione del Klein [1] che il gruppo delle trasformazioni per raggi vettori reciproci e delle similitudini in uno spazio euclideo ad $n-1$ dimensioni si può ottenere, per mezzo di proiezione stereografica (trasformazione reale), dal gruppo proiettivo di una superficie del secondo ordine, non degenere, di uno spazio euclideo ad n dimensioni. Traendo da ciò profitto, noi sostituiremo alla ricerca dei gruppi conformi reali ∞^1 ed ∞^2 di S_3 la ricerca equivalente dei gruppi proiettivi reali ∞^1 ed ∞^2 di una sfera dello S_4 euclideo.

E qui notiamo subito che se un gruppo proiettivo della sfera di S_4 ammette un punto unito sulla sfera e questo punto non coincide già col centro scelto su di esso per la proiezione stereografica, il gruppo si può trasformare, mediante una trasformazione proiettiva che lascia ferma la sfera, in un gruppo che ammetta come punto unito il centro di proiezione. È allora manifesto che eseguendo la proiezione stereografica si ottiene in S_3 un gruppo di trasformazioni conformi che lasciano fermo il piano all'infinito, cioè *un gruppo di similitudini*. Si ha dunque che *ogni gruppo conforme di* S_3 *simile a un gruppo proiettivo della sfera di* S_4, *il quale ammetta un punto unito fisso sulla sfera, è equivalente dentro il gruppo conforme totale a un gruppo di similitudini.*

2. Ciò premesso, per una ben nota proprietà dei gruppi proiettivi integrabili di uno spazio a quante si vogliano dimensioni [2], a noi torna assai conveniente di sostituire al problema di determinare i gruppi proiettivi reali ∞^1 ed ∞^2 della sfera di S_4 la ricerca più generale dei gruppi proiettivi *integrabili* reali della sfera di S_4.

La proprietà, cui abbiamo alluso, dei gruppi proiettivi integrabili di S_n si è che ogni gruppo siffatto ammette un punto unito, una retta unita passante per esso, un piano unito contenente la retta unita ,....., uno S_{n-1} unito contenente lo S_{n-2} unito. Così un gruppo proiettivo integrabile di una sfera Q di S_4 ammette un punto unito P, una retta-unita r passante per P, un piano unito π, contenente r, e uno spazio unito a tre dimensioni S_3, contenente π. Poichè vogliamo determinare tipi di gruppi *reali*, dovremo tener conto delle condizioni di realità; e, perciò, lasciando da parte il caso in cui P cade sulla sfera (caso che, come già sappiamo, dà luogo a gruppi equivalenti dentro il gruppo conforme totale a gruppi di similitudini) distingueremo tre casi secondo che il punto P è: *a*) immaginario; *b*) reale ed esterno alla sfera; *c*) reale ed interno alla sfera.

a) *Se* P *è immaginario*, esso col suo coniugato determina una retta reale unita, che possiamo senz'altro supporre esterna alla sfera Q, poichè in

[1] *Ueber Liniengeometrie und metrische Geometrie* [Mathematische Annalen, t. V (1872), pp. 257-277 (p. 267)].

[2] Lie-Engel, *Theorie der Transformationsgruppen*. Bd. III, pag. 681.

caso contrario codesta retta intersecherebbe Q in due punti uniti [1] rispetto al gruppo considerato, il quale sarebbe, perciò, simile ad un gruppo di similitudini dello spazio a tre dimensioni. Insieme con codesta retta sarà unito il piano reale π, polare di essa rispetto a Q, il quale segherà la sfera secondo un cerchio reale. Il gruppo subordinato nel piano π è un gruppo proiettivo integrabile, che trasforma in sè un cerchio reale, ove è facile convincersi che esso ammette necessariamente un punto unito reale, o appartenente al cerchio o interno ad esso. Nel primo caso il gruppo considerato di S_4 è simile ad un gruppo di similitudini di S_3: il secondo caso sarà discusso più innanzi [*c*)].

b) *Il punto P sia reale ed esterno a Q.* Possiamo subito escludere che il gruppo ammetta qualche punto unito interno a Q, perchè se un tal punto esistesse, la congiungente di esso con P intersecherebbe la quadrica Q in due punti uniti rispetto al gruppo. Allora nello spazio S_3 a tre dimensioni, polare di P rispetto a Q, il quale è unito, resta subordinato un gruppo proiettivo integrabile che trasforma in sè una sfera reale ordinaria. Se il punto unito, ammesso da codesto gruppo integrabile di S_3, è reale (ed esterno a Q), sul piano polare di esso rispetto alla sfera di S_3 è subordinato un gruppo integrabile che lascia fermo un cerchio reale, e si conclude, come pocanzi, che il gruppo considerato in S_4 o ammette un punto unito su Q, o rientra sotto il caso *c*), che considereremo poco avanti. Se poi quel punto unito è immaginario, esso col coniugato determina una retta unita, la cui polare rispetto alla sfera di S_3 è pur essa unita. Una di codeste due rette interseca la sfera di S_3 e quindi su Q esiste anche in questo caso un punto unito.

c) *Se, infine,* P *è reale ed interno a* Q, possiamo escludere che esistano punti uniti reali esterni a Q. Nello spazio S_3 polare di P rispetto a Q (esterno a Q) è subordinato un gruppo integrabile, che ammette un punto unito immaginario: uniti saranno il punto coniugato, la congiungente reale e la retta reale polare di questa in S_3 rispetto alla quadrica (immaginaria) sezione di S_3 con Q. Abbiamo così il gruppo proiettivo *permutabile* che ammette un punto unito reale interno a Q e quattro punti uniti immaginari a due a due coniugati.

Possiamo dunque enunciare il seguente:

Teorema. *Ogni gruppo conforme integrabile reale dello spazio ordinario o è equivalente dentro il gruppo conforme totale ad un gruppo di similitudini, o è simile* (mediante una proiezione stereografica di S_4 combinata eventualmente con una trasformazione conforme di S_3) *al gruppo* G *proiettivo permutabile della sfera di* S_4, *che ammette un punto unito reale*

[1] Si esclude che codesti due punti possano essere scambiati l'uno nell'altro, perchè qui intendiamo occuparci di gruppi *propri* (e non *misti*).

ed interno alla sfera e quattro punti uniti immaginari a due a due coniugati.

3. Si trova senza difficoltà di sorta, che il gruppo G è a due parametri: se

$$x^2_1 + x^2_2 + x^2_3 + x^2_4 - x^2_5 = 0 \tag{1}$$

è la sfera invariante, e il punto unito reale è il centro di essa, e i punti uniti immaginari sono [1]

i, 1, 0, 0, 0; $-i$, 1, 0, 0, 0; 0, 0, i, 1, 0; 0, 0, $-i$, 1, 0,

le equazioni finite del gruppo sono [1]

$$(2)\qquad \begin{cases} y_1 \equiv x_1 \cos t_1 - x_2 \operatorname{sen} t_1 \\ y_2 \equiv x_1 \operatorname{sen} t_1 + x_2 \cos t_1 \\ y_3 \equiv x_3 \cos t_2 - x_4 \operatorname{sen} t_2 \\ y_4 \equiv x_3 \operatorname{sen} t_2 + x_4 \cos t_2 \\ y_5 \equiv x_5 \end{cases}$$

Queste equazioni si possono già assumere come le equazioni finite del gruppo conforme di S_3, che noi cerchiamo, riferito ad un sistema di *coordinate pentasferiche* omogenee [2], in cui la relazione quadratica fondamentale è la (1).

Ad ogni modo eseguendo la proiezione stereografica e riferendo il gruppo ad un ordinario sistema di coordinate cartesiane ortogonali, troviamo le seguenti equazioni finite:

$$(3)\qquad \begin{cases} x' = \dfrac{2(x \cos t_1 - y \operatorname{sen} t_1)}{1 + \cos t_2 - 2z \operatorname{sen} t_2 + (x^2 + y^2 + z^2)\,(1 - \cos t_2)} \\[2ex] y' = \dfrac{2(x \operatorname{sen} t_1 + y \cos t_1)}{1 + \cos t_2 - 2z \operatorname{sen} t_2 + (x^2 + y^2 + z^2)\,(1 - \cos t_2)} \\[2ex] z' = \dfrac{\operatorname{sen} t_2 + 2z \cos t_2 - (x^2 + y^2 + z^2) \operatorname{sen} t_2}{1 + \cos t_2 - 2z \operatorname{sen} t_2 + (x^2 + y^2 + z^2)\,(1 - \cos t_2)} \end{cases}$$

Le due trasformazioni infinitesime che generano il gruppo sono:

$$yp - xq \quad , \quad 2zxp + 2zyq + (z^2 - x^2 - y^2 + 1)r.$$

Poichè il gruppo G è costituito da *tutte* le trasformazioni proiettive della sfera di S_4 in sè stessa, che ammettono un determinato pentaedro unito, è manifesto che esso non è contenuto in nessun gruppo conforme più ampio,

[1] Cfr. il § III della mia Memoria: *Tipi di potenziali che, divisi per una funzione fissa, si possono far dipendere da due sole variabili* (Rendic. del Circ. mat. di Palermo, t. XVI).

[2] Cfr., p. es., Darboux, *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, I^ère partie, livre II, chap. VI.

come sottogruppo invariante, e quindi che *gli* ∞^1 *gruppi ad un parametro contenuti in* G, *generati dalle trasformazioni infinitesime*

$$e_1(yp - xq) + e_2(2zxp + 2zyq + (z^2 - x^2 - y^2 + 1)r),$$

non sono fra loro equivalenti dentro il gruppo conforme totale.

4. Dopo queste premesse, determiniamo le superficie che ammettono ∞^1 o ∞^2 trasformazioni conformi in sè, e cominciamo dalle prime.

Le superficie che ammettono un gruppo ∞^1 di similitudini, sono già state determinate dallo Stäckel [1] e sono: i *cilindri*, i *coni*, le *superficie di rotazione*, le *elicoidi* e le *superficie spirali* di Lie e Lewy.

Restano a considerare le superficie che ammettono un gruppo ∞^1 G_1 di trasformazioni conformi, sottogruppo di G_2. Per determinare le traiettorie di un tale gruppo ∞^1, cominciamo dall'osservare che, come risulta immediatamente dalle (2), o dalle (3), il gruppo G_2 trasforma in sè ciascuno dei *tori circolari* del fascio

$$x^2 + y^2 + r^2 - 1 - c\sqrt{x^2 + y^2} = 0, \tag{4}$$

i quali, notiamo incidentalmente, sono tutti *propri*, cioè tali che i cerchi che li generano per rotazione non sono intersecati dall'asse.

Ora si osservi che G_1, come ogni gruppo conforme, trasforma in sè stesso l'insieme delle sfere (e dei piani) e quindi anche l'insieme delle loro mutue intersezioni, cioè l'insieme dei cerchi (e delle rette). Perciò G_1, che trasforma in sè ogni toro del fascio (4), scambierà fra di loro i cerchi dei due fasci (meridiani e paralleli) che si trovano in ciascun toro: anzi, data la continuità del gruppo, G_1 trasformerà i paralleli del toro fra di loro e i meridiani pur essi fra di loro. Se allora consideriamo sopra ciascun toro il sistema doppio, costituito dai due fasci dei paralleli e delle traiettorie (il primo invariante e il secondo di curve invarianti) e ricordiamo che ogni gruppo conforme conserva gli angoli, concludiamo che *le traiettorie di* G_1 *sono traiettorie isogonali ai paralleli* (e quindi ai meridiani) *dei tori del fascio invariante* (4), *cioè lossodromiche di codesti tori.* Ogni superficie che ammetta il gruppo G_1 si otterrà, dunque, considerando la semplice infinità di codeste lossodromiche toroidali, che passano pei punti di una curva arbitraria, la quale non sia una traiettoria di G_1

Per avere le equazioni di queste lossodromiche, osserviamo che le equazioni finite del gruppo G_1 generato dalla trasformazione infinitesima [2]

$$2c(xq - yp) + 2zxp + 2zyq + (z^2 - x^2 - y^2 + 1)r$$

[1] *Beiträge zur Flächentheorie*, VI (Leipziger Berichte, 1898, pag. 12).

[2] Dando alla costante (reale) c tutti i possibili valori, otteniamo tutti i sottogruppi ∞^1 di G_2, eccettuato il gruppo di rotazioni $yp - xq$, che rientra nei gruppi ∞^1 di similitudini, di cui abbiamo già tenuto conto.

si ottengono dalle (3) ponendovi $t_1 = ct_2 = ct$: se nello stesso tempo dalle coordinate cartesiane passiamo ad un sistema di coordinate cilindriche, in cui l'asse dei cilindri coordinati è il primitivo asse delle z, otteniamo, indicando con ϱ e φ il vettore e l'angolo polare nel piano $z = 0$,

$$\varrho' = \frac{2\varrho}{1 + \cos t - 2z \operatorname{sen} t + (1 - \cos t)(z^2 + \varrho^2)} ,$$

$$\varphi' = \varphi + ct ,$$

$$z' = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} t - \frac{2\left(z - \operatorname{cotg} \frac{1}{2} t\right)}{1 + \cos t - 2z \operatorname{sen} t + (1 - \cos t)(z^2 + \varrho^2)} .$$

Gli invarianti di questo gruppo sono:

$$\sigma_1 = \frac{\varrho}{\varrho^2 + z^2 + 1} , \sigma_2 = \varphi - c \operatorname{arctg} \frac{\varrho^2 + z^2 - 1}{2z} ,$$

onde risulta, se si sceglie come superficie iniziale la sfera di centro nell'origine e raggio uguale all'unità, che le equazioni delle traiettorie di G_1 [*lossodromiche* dei tori (4)] sono:

$$\text{(5)} \qquad \left\{ \begin{aligned} \varrho &= \frac{\cos \psi_0}{1 - \operatorname{sen} \psi_0 \operatorname{sen} \chi} , \\ \varphi &= \theta_0 + a\chi , \\ z &= \frac{\operatorname{sen} \psi_0 \cos \chi}{1 - \operatorname{sen} \psi_0 \operatorname{sen} \chi} , \end{aligned} \right.$$

dove ψ_0 è la latitudine e θ_0 è la longitudine (rispetto ai piani diametrali $z = 0$, $y = 0$ ordinatamente) del punto, in cui la traiettoria interseca la sfera iniziale, e χ varia lungo ogni singola traiettoria.

Le equazioni parametriche delle superficie invarianti rispetto a G_1 si otterranno dalle (5) ponendovi ψ_0, θ_0, χ uguali a tre funzioni arbitrarie di due parametri u, v; e l'equazione cartesiana sarà data, se $\Omega(\sigma_1, \sigma_2)$ è una funzione arbitraria dei suoi argomenti σ_1 e σ_2, da

$$\Omega\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2 + z^2 + 1} , \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - c \operatorname{arctg} \frac{x^2 + y^2 + z^2 - 1}{2z} \right) = 0 .$$

Abbiamo così il

TEOREMA. *Ogni superficie, che ammetta un gruppo ad un parametro di trasformazioni conformi, è trasformabile mediante una trasformazione conforme o in una superficie che ammette un gruppo di similitudini o in una superficie*

$$\Omega\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2 + z^2 + 1} , \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - c \operatorname{arctg} \frac{x^2 + y^2 + z^2 - 1}{2z} \right) = 0 .$$

5. Riserbando per altra occasione lo studio geometrico di codeste ultime superficie, passiamo ad occuparci delle superficie che ammettono ∞^2 trasformazioni conformi in sè.

Codeste superficie sono trasformabili mediante una trasformazione conforme o in superficie che ammettono un gruppo a due parametri di similitudini, o in superficie invarianti rispetto al gruppo G_2 (n. 2).

Le superficie, che ammettono un gruppo ∞^2 di similitudini, sono state implicitamente determinate dall'Enriques (1).

Partendo dalla tabella in cui l'Enriques ha enumerato i gruppi di ∞^2 di omografie spaziali, si trova che i gruppi ∞^2 di similitudini sono i tre seguenti:

$$p\,,\, xp + yq + zr$$
$$p\,,\, zq - yr$$
$$zq - yr\,,\, xp + yq + zr\,;$$

onde risulta immediatamente che le superficie che ammettono un gruppo ∞^2 di similitudini sono i *piani*, e i *cilindri* e *coni di rotazione*.

Si verifica poi direttamente che il piano ammette un gruppo conforme ∞^6, il quale, se il piano invariante è il piano $z = 0$, è il gruppo

$$p\,,\, q\,,\, yp - xq\,,\; xp + yq + zr$$
$$(x^2 - y^2 - z^2)p + 2\,xyq + 2\,xzr\,,\, 2\,yxp + (y^2 - z^2 - x^2)\,q + 2\,yzr\,,$$

e che il cono e il cilindro di rotazione non ammettono più di ∞^2 trasformazioni conformi (2).

Quanto poi alle superficie che ammettono un gruppo ∞^2 conforme, non equivalente a un gruppo di similitudini, esse sono trasformabili mediante una trasformazione conforme in superficie invarianti rispetto al G_2, cioè in *tori circolari* (propri), i quali, come si verifica direttamente, non ammettono altre trasformazioni conformi fuori di codesto gruppo.

6. Ci rimane a vedere se esistano superficie, le quali ammettano più di ∞^2 trasformazioni conformi in sè stesse. Tale è, come già sappiamo, il piano e quindi la sfera (3), trasformata del piano mediante una inversione (e una traslazione).

(1) *Le superficie con infinite trasformazioni proiettive in sè stesse* (Atti del R. Ist. Ven. di sc. lett. ed arti, t. IV, s. VII, 1892-93, pag. 1590). Notiamo che la restrizione là imposta nel considerare gruppi di punti uniti distinti, si può qui considerare come soddisfatta.

(2) Qui parliamo di superficie *reali* e quindi escludiamo il *cono immaginario ciclico* delle *rette minime* passanti per un punto, il quale ammette notoriamente il gruppo conforme totale.

(3) Il gruppo ammesso dalla sfera $x^2 + y^2 + z^2 - a^2 = 0$ è generato dalle trasformazioni infinitesime:

$$zq - yr\,,\, xr - zp\,,\, yp - xq$$
$$(x^2 - y^2 - z^2 - a^2)\,p + 2xyq + 2xzr,\; 2yxp + (y^2 - z^2 - x^2 - a^2)\,q + 2yzr,$$
$$2zxp + 2zxq + (z^2 - x^2 - y^2 - a^2)\,r\,.$$

Esclusi allora il piano e la sfera, supponiamo che esista una superficie S la quale ammetta un gruppo conforme ∞^n $(n > 2)$: S conterrà un sistema ∞^1 di indice 2 di linee di curvatura, le quali, per una loro ben nota proprietà, saranno trasformate le une nelle altre dal gruppo considerato. Tenendo ferma una di codeste linee si ottiene un gruppo ∞^{n-1} che trasforma in sè la S, e tenendo fermo un punto generico si ottiene un gruppo ∞^{n-2}. Così, se $n > 2$, si riesce sempre a costruire un gruppo conforme ∞^2 trasformante in sè la S, la quale deve perciò essere trasformabile in un cilindro o in un cono di rotazione, oppure in un toro circolare. Ma ciascuna di codeste superficie non ammette più di ∞^2 trasformazioni conformi; onde concludiamo che è $n = 2$ ed enunciamo il

TEOREMA. *Le superficie, che ammettono più di ∞^1 trasformazioni conformi in sè sono o piani o sfere, e in tal caso il gruppo ha sei parametri, o sono trasformabili, mediante una trasformazione conforme, in un cilindro o in un cono di rotazione oppure in un toro circolare, e in tal caso il gruppo conforme è a due parametri.*

Fisica. — *Sulla doppia rifrazione circolare e la polarizzazione rotatoria.* Nota del dott. O. M. CORBINO, presentata dal socio PATERNÒ.

1. La geniale ipotesi di Fresnel che attribuiva la polarizzazione rotatoria allo sdoppiamento della vibrazione rettilinea primitiva in due vibrazioni circolari inverse, dotate di velocità di propagazione differente, ha dato luogo a delle controversie nell'ultimo ventennio, provocate da un lavoro del Gouy [1]. Questi dava un'interpretazione differente della famosa esperienza del triprisma eseguita dal Fresnel per dimostrare che quell'ipotesi non è una semplice finzione analitica, ma corrisponde alla realtà fisica.

Il Fresnel aveva addotto ancora altre prove, e all'esperienza del triprisma aveva aggiunto la spiegazione del triplo sistema di frange ottenuto da Arago addossando alle due fenditure di Young una lamina di quarzo perpendicolare all'asse.

Il Gouy fece vedere che la doppia rifrazione circolare prodotta dal triprisma può interpretarsi come un semplice effetto di diffrazione; infatti partendo dal vero risultato sperimentale che nei diversi punti di un'onda piana che traversa un prisma di quarzo la vibrazione subisce rotazioni diverse, egli dedusse con i procedimenti ordinarî seguiti nei problemi di diffrazione che una tale onda deve necessariamente produrre due imagini della sorgente polarizzate circolarmente in senso inverso. Convalidò in seguito questa dimo-

(1) C. R., t. 90, pag. 992 e 1121.

strazione analitica con una esperienza elegantissima (1); riuscì invero a riprodurre senza mezzi attivi la doppia riparazione circolare, per mezzo di una serie di laminette birefrangenti di mezza onda, orientate in modo che la disposizione dei piani di polarizzazione alla uscita fosse simile a quella che si trova nell'onda che ha traversato un prisma di quarzo. Infine fece vedere che un'analisi completa, anche seguendo le idee di Fresnel, portava ad escludere i due sistemi di frange laterali di Arago, e avvicinò questo risultato alla concludente dimostrazione sperimentale data dal Righi (2) che quei sistemi laterali son dovuti a ben altra ragione, e precisamente all'estinzione di certi colori operata dal quarzo tra due nicol.

Si hanno in seguito su questo soggetto alcune Note del Croullebois (3) che pur avendo lo scopo di difendere le idee del Fresnel non portano in loro favore nessun nuovo argomento. In una prima Nota l'Autore ritrova i sistemi laterali di frange a luce circolare sostituendo alla lamina di quarzo di Arago il triprisma di Fresnel. Egli dimentica però che con questa disposizione ottiene quattro invece di due sorgenti interferenti; com'è chiaro, quest'esperienza non dimostra niente più di quello che dimostrava la semplice esperienza del triprisma.

In una seconda Nota egli si occupa dell'esperienza riferita dal Cornu come decisiva in favore della ipotesi di Fresnel, esperienza consistente nell'addossare alle fenditure di Young una bilamina di quarzo a rotazione inverse e giustifica correttamente la divergenza tra lo spostamento delle frange centrali osservato e quello calcolato. Ma è giusto osservare che le stesse frange si ritrovano tenendo conto della dispersione rotatoria, che cioè le vibrazioni rettilinee all'uscita dal quarzo fanno nelle due metà angoli differentissimi per i varî colori. Questo punto, indipendentemente dalla questione che ci occupa, fu largamente sviluppato dal prof. Righi nel lavoro citato.

Del resto mi sembra ozioso, per difendere le idee del Fresnel, insistere sui sistemi laterali di frange, quando, anche accettando la sua ipotesi, combinando completamente le vibrazioni circolari presupposte, si perviene a un risultato che non permette di ritrovare le vibrazioni medesime. D'altra parte questa prova è inutile; e l'errore in cui incorse il Fresnel derivò, probabilmente, da un altro errore in cui egli stesso incorse in un'esperienza analoga sulla doppia rifrazione rettilinea, errore che, per quanto è a mia conoscenza, non è stato rilevato da alcuno.

Egli infatti, solo e con Arago, dall'esistenza di due sistemi laterali di frange per l'addossamento di una lamina di gesso alle due fenditure di Young, ricavò che in essa l'onda straordinaria e quella ordinaria si propagano con

(1) Journal de Physique, t. II, pag. 360, 1883.

(2) *Ricerche sperimentali sull' interferenza della luce*, Mem. Acc., Bologna, 1877.

(3) C. R., t. 92, pag. 519; t. 93, pag. 459.

diversa velocità. Or se la lamina di gesso, compresa tra due nicol, si interpone interamente al di là del sistema producente le frange di interferenza, i sistemi laterali si hanno egualmente. Quest'esperienza fu già eseguita, a un fine analogo, dal prof. Righi [1].

2. Dall'esame accurato delle diverse pubblicazioni in proposito, sembrami che si sia voluto dare al lavoro del Gouy, nel combatterlo, uno scopo superiore a quello prefissosi dall'Autore.

Questi infatti non poteva dimostrar falsa la concezione del Fresnel, concezione che si basa su un'equivalenza cinematica inattaccabile; ma invece egli voleva dimostrare che non c'è nessun argomento per ritenere che quell'ipotesi risponde alla realtà fisica. C'è però qualche cosa che è sfuggita all'analisi del Gouy e dei suoi contradittori, se se ne toglie un rapido accenno in una Nota del Sig. Cornu [2], e che merita di essere sviluppata più largamente.

Le considerazioni precedenti possono invero estendersi alla doppia rifrazione rettilinea, e concluderne che *c'è tante ragioni partendo dai fenomeni presentati dalle sostanze attive per credere alla realtà della doppia rifrazione circolare, quante ce n'è partendo dai fenomeni presentati dai cristalli per credere alla realtà della doppia rifrazione intesa nel modo ordinario,* cioè alla realtà dello sdoppiamento nelle lamine cristalline di una vibrazione qualsiasi in due vibrazioni rettilinee ortogonali.

Il parallelismo tra i due ordini di fenomeni è completo. L'effetto delle sostanze attive sulle onde che le attraversano è infatti la rotazione della direzione della vibrazione; e questa rotazione, crescente con lo spessore attraversato, in una lamina a spessore continuamente crescente, cioè in un prisma, deve produrre necessariamente la doppia rifrazione circolare.

A dimostrare che un'onda del genere di quelle emergenti da un prisma di sostanza attiva deve dar luogo a due fasci di raggi circolari inversi, il Signor Gouy non aveva bisogno di ricorrere alla teoria della diffrazione o alla riprova sperimentale data dalla sua lamina multipla; poichè quella necessità può essere dimostrata *a priori* e molto più semplicemente.

E infatti, oltre al triprisma di Fresnel e alla lamina multipla di Gouy noi conosciamo un altro mezzo che permette di ottenere, dato un punto o una linea luminosa a vibrazioni rettilinee, un'onda in cui la direzione della vibrazione varia all'istesso modo da un punto all'altro di essa; precisamente possiamo polarizzare circolarmente in senso inverso la luce emergente da *due immagini coniugate* della prima sorgente.

Ora, in quest'ultimo caso, raccogliendo la successione delle onde su un cannocchiale, si osservano, com' è evidente, le due immagini invianti luce circolare inversa. Se gli altri due metodi dànno luogo a onde identiche, è na-

[1] Loco citato, pag. 92.
[2] C. R. t. 92, pag. 1365.

turale che con un cannocchiale nell'uno e nell'altro caso, si trovino due immagini con luce circolare inversa [1]. Se questo ragionamento non ci dice nulla sul meccanismo del fenomeno, è però logicamente inappuntabile.

Venendo ora alla doppia rifrazione ordinaria, quali prove noi abbiamo dello sdoppiamento nelle lamine cristalline di una vibrazione qualsiasi in due vibrazioni ortogonali?

Una analoga alla corrispondente data dal triprisma di Fresnel. Un prisma di una sostanza anisotropa trasforma un'onda a vibrazioni rettilinee in un'onda a vibrazioni in generale ellittiche, variabili per la forma e l'orientazione dell'ellisse da un punto a un altro secondo una legge determinata; e quest'onda emergente, esaminata con un cannocchiale, dà della sorgente due immagini polarizzate ortogonalmente.

Ora un ragionamento analogo a quello del Gouy applicato, sulla scorta della teoria della diffrazione, a quest'onda a polarizzazione ellittica variabile, condurrebbe qui alla necessaria esistenza di due fasci di luce polarizzati ortogonalmente. Nè sarebbe impossibile *ideare* un sistema ottico senza cristalli capace di dar luogo a quest'onda speciale, e che, come la lamina multipla di Gouy per la doppia rifrazione circolare, riprodurrebbe le apparenze della doppia rifrazione ordinaria. Ebbene, concluderebbe da ciò il Sig. Gouy che la scomposizione in due onde polarizzate ortogonalmente prodotta dai cristalli è una supposizione arbitraria?

A dimostrare l'analogia completa dei due casi posso aggiungere che, come a produrre l'onda a vibrazioni rettilinee rotate progressivamente si può pervenire in tre modi diversi: col triprisma di Fresnel, con la lamina multipla di Gouy, con la fenditura di Young seguita dalla bilamina di Bravais a quarti d'onda, così a riprodurre l'onda a vibrazioni ellittiche variabili nel modo conosciuto si può pervenire pure in tre modi: Al primo corrisponde il doppio prisma costituente il compensatore di Babinet, al secondo un dispositivo teoricamente possibile, risultante dalla combinazione opportuna di mezzi attivi, di mezzi assorbenti ordinarî e di mezzi che assorbono solo uno dei raggi circolari, quali quelli scoperti dal Cotton; e infine al terzo corrisponde il sistema formato dalle fenditure di Young seguite da una bilamina di sostanza attiva capace di produrre rotazioni di 45°, inverse nelle due metà; questo sistema darebbe luogo identicamente alle stesse apparenze prodotte dai prismi cristallini, senza l'intervento di sostanze birefrangenti.

Concludendo la concezione di Fresnel sulla propagazione della luce nei mezzi attivi non era necessaria per spiegare l'esperienza del triprisma, e in ciò mi sembra abbia ragione il Gouy; ma essa è altrettanto verosimile quanto quella accettata da tutti, e dovuta pure al Fresnel, sulla propagazione della

[1] Si può anche ottenere l'onda suddetta disponendo, dopo un nicol e un prisma birifrangente con la sezione principale a 45° da quella del nicol, una lamina quarto d'onda con la sezione principale parallela a quella del nicol (Mascart, *Optique*, t. II, § 380).

luce nei mezzi birefrangenti. Venendo poi alle ricerche successive a quelle celebri di Fresnel, se da una parte la teoria del Mallard toglie ogni realtà fisica alla concezione del grande fondatore dell'ottica, essa apparisce come una geniale intuizione dopo la scoperta fatta dal Cotton di mezzi che hanno un assorbimento selettivo per una specie di raggi circolari, e dopo le ricerche che seguirono la scoperta del fenomeno Zeeman.

Fisica. — *Sull'uso dell'elettrodinamometro nella misura dei coefficienti di induzione mutua* [1]. Nota del dott. Riccardo Manzetti, presentata dal Socio Blaserna.

Quando il galvanometro balistico presenta delle sensibilità eccezionali con basse resistenze, come è necessario nelle misure di coefficienti di induzione mutua molto piccoli (p. es. $K = 10^{-8}$ amp. per 1 mm. della scala a 2 m. di distanza ed $R = 6$ ohm.) è noto come si abbiano nel suo uso dei serî inconvenienti, che si possono riassumere così: 1° Variazioni di zero, dovute alle correnti vaganti del sottosuolo, ed alle correnti termoelettriche che si generano per l'inevitabile differenza di temperatura fra le diverse parti del circuito eterogeneo; 2° Variabilità della costante dell'istrumento nel corso delle misure, dovuta principalmente alla variazione dell'intensità di magnetizzazione del magnete astatizzatore [2].

Queste ragioni che permangono almeno in parte anche per sensibilità meno elevate, mi spinsero a ricercare se l'elettrodinamometro e le correnti alternate non offrissero un metodo altrettanto sensibile ed esente dalle perturbazioni suddette, in tutti quei casi però in cui la corrente alternata possa e debba essere adoperata, e p. es. per la misura dei coefficienti di induzione mutua fra correnti nell'aria, per la determinazione della permeabilità di sostanze non conduttrici, e nella misura delle variazioni dei coefficienti stessi per effetto delle correnti parassite ecc.

È chiaro intanto che nella scelta dell'istrumento, qualunque schema di circuiti si adottasse, si doveva ricercare la massima sensibilità colla minima resistenza, esclusi pertanto il tipo Siemens a bobina mobile, come quello affatto insufficiente allo scopo. Mi servii invece dell'elettrodinamometro a ferro mobile, che ho già descritto nella sua parte costruttiva [3].

(1) Lavoro eseguito nel Gabinetto di Fisica Tecnica della Scuola per Ingegneri, di Roma.

(2) Vedi R. Manzetti ed A. Sella, *Ricerche magnetiche*. Atti dell'Accademia Gioenia 1900.

(3) Vedi R. Manzetti, Atti della R. Acc. dei Lincei, 1901. *Di un nuovo metodo per la misura della frequenza delle correnti alternate*.

L'equipaggio mobile di questo elettrodinamometro avrebbe potuto essere di rame, ma in tal caso la sensibilità sarebbe stata molto minore, e la costante dell'istrumento avrebbe variato colla frequenza.

Nei diversi tentativi fatti per aumentarne la sensibilità, mi accorsi che essi erano piuttosto perniciosi che utili per il buon uso dell'istrumento: dei fascetti di filo di ferro nelle bobine influivano sullo zero dell'istrumento, per le variazioni della magnetizzazione di essi: eccedere nella sensibilità della sospensione, non era nemmeno utile, per le maggiori ed eccessive cure che richiede l'uso delle sospensioni delicate di filo di quarzo.

Mi accontentai però di una via intermedia, e riuscii ad ottenere senza inconvenienti e abbastanza facilmente una sensibilità dell'ordine di $K = 2 \cdot 10^{-6}$ ampère (ammettendo approssimativamente $i = K \sqrt{\alpha}$) con una resistenza interna di 12 ohm. e la scala a 2 m. di distanza.

In tutte le esperienze fatte la corrente alternata era ottenuta con un piccolo alternatore mosso da un motorino a corrente continua eccitato in derivazione; il numero delle alternazioni era circa 200 al ″.

Per confrontare i diversi metodi di misura a cui accennerò, paragonavo fra loro due coefficienti di cui uno si ammetteva noto, l'altro era variabile da zero ad un certo valor massimo.

Il primo era dato da una spirale posta nel campo generato da una bobina molto lunga. Si avevano; nel primario 27 spire per cm., nel secondario 426 spire di filo da $^{3}/_{10}$ in 4 strati. Il diametro del rocchetto era di 3 cm.

Il coefficiente da misurarsi era anch'esso dato da una spirale secondaria, ma questa era fissata ad un sostegno mobile per rispetto al primario, in modo che la bobina potesse passare da punti esterni a punti interni del primario, mantenendosi sempre coassiale a questo. In tal modo il coefficiente poteva variare con continuità da un valore zero ad un valore massimo molto prossimo a quello noto.

In questo secondo caso il primario era formato da una bobina lunga 10 cm. con due strati di filo da $^{6}/_{10}$ e con 268 spire complessive. Il secondario aveva 436 spire in 4 strati sopra un rocchetto da 3 cm. di diametro. I due primarî erano percorsi in serie dalla corrente alternata di intensità poco superiore a $^{1}/_{2}$ amp. eff.

Ciò posto, è facile vedere come un metodo di zero per il confronto di questi due coefficienti dato dalla fig. 1 [1] per cui $\frac{M_1}{M_2} = \frac{R_1}{R_2}$, non può essere adottato nella pratica delle misure per due ragioni:

1°. Una piccolissima sensibilità dell'istrumento in vicinanza del punto zero, come si rileva senz'altro dalla $\alpha = \frac{1}{K^2} i^2$ da cui $\sigma = \frac{d\alpha}{di} = \frac{2}{K^2} i$, che ci dice cioè, che la sensibilità dell'istrumento non è una costante come nei galvanometri ordinarî, ma diminuisce col diminuire della corrente.

[1] Vedi R. Manzetti ed A. Sella, *Permeabilità magnetica del platino alla temperatura dell'aria liquida*. Elettricista, 1900.

2°. L'istrumento devia sempre da una stessa parte dello zero, cosicchè non si può riconoscere subito quale deve essere il senso giusto della variazione di resistenza nei due rami. In tali circostanze se al primo incon-

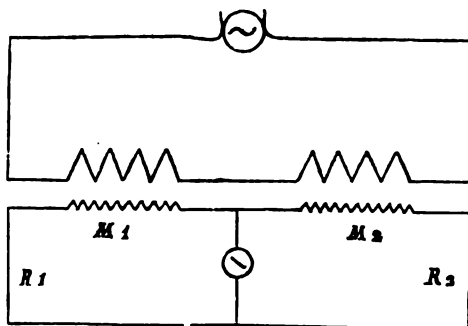



Fig. 1.

veniente si poteva pensare a rimediare con un eccesso di sensibilità nell'istrumento, il secondo invece rendeva così penosa e difficile la misura da farmi abbandonare qualsiasi altro tentativo in questo senso.

Però i grandi vantaggi che presentano generalmente i metodi di zero, mi fecero tentare una disposizione speciale dell'istrumento, feci costruire cioè un elettrodinamometro differenziale.

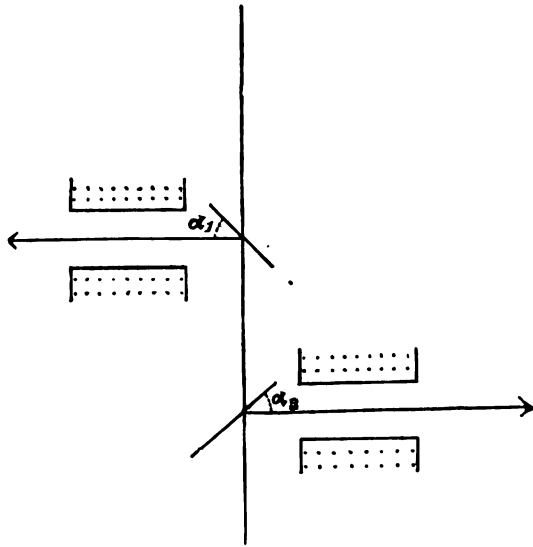



Fig. 2.

Tolsi dall'istrumento le due bobine e ne disposi sulle stesse guide altre due in modo però che avessero gli assi a diversa altezza, come è indicato schematicamente nella fig. 2. L'equipaggio mobile era costituito da un'asti-

cina di alluminio in cui erano infissi due fascetti di filo di ferro dolce, ricotto, coi loro assi ad angolo retto e disposti in modo da essere a 45° da una parte e dall'altra del piano dei due assi delle bobine.

È chiaro che, se le due correnti indotte sono generate dai due primari in serie percorsi dalla stessa corrente alternata, si avrà $\frac{M_1}{M_2} = K \frac{R_1}{R_2}$ in cui K (numero puro) è una costante dipendente dall'istrumento e facilmente determinabile. Per fare $K = 1$ il sostegno di una delle due bobine era raccomandato ad una vite micrometrica per produrre spostamenti piccolissimi. Così se i due circuiti dell'elettrodinamometro erano percorsi in serie da una corrente, si poteva far variare in modo la posizione della bobina munita di vite micrometrica da render nulla la deviazione dell'istrumento: era allora chiaramente $K = 1$.

Si capisce allora come l'istrumento dia deviazioni dalle due parti dello zero, e per di più in vicinanza dello zero la sensibilità non sia diminuita, perchè non nulle sono le correnti che circolano nelle due bobine.

Però in certe condizioni l'equipaggio mobile è in equilibrio instabile.

L'espressione del momento che soffre l'equipaggio mobile in generale è:

$$y = K_1^2 I_1^2 \operatorname{sen} 2\alpha_1 - K_2^2 I_2^2 \operatorname{sen} 2\alpha_2 - K_3 \alpha_3$$

essendo α_1 ed α_2 gli angoli che formano gli assi dei fascetti di ferro con l'asse della bobina corrispondente; è $\alpha_2 = \beta - \alpha_1$ dove β è l'angolo degli assi dei due fasci di ferro.

$\frac{I_1}{I_2}$ è determinato per un certo valore quando $y = 0$ e $K_3 \alpha_3 = 0$;

si ha allora

$$\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{K_2^2}{K_1^2} \frac{\operatorname{sen} 2(\beta - \alpha_1)}{\operatorname{sen} 2\alpha_1} = x.$$

Se $\beta = 90°$ nel caso cioè della massima sensibilità per l'istrumento, x è indipendente da α_1 ed assolutamente costante, vale a dire il rapporto delle intensità è determinato sempre da una costante qualunque sia l'angolo che forma il ferro coll'asse delle bobine.

Se $\beta \lesseqgtr 90°$ l'istrumento non ha più una costante, ma il valore di x dipende dall'angolo α_1 e da β, vale a dire dalla posizione di zero dell'equipaggio mobile, dovuta alla torsione della sospensione.

La variazione di essa x è data da

$$dx = 2(\operatorname{cotg} 2(\beta - \alpha_1) - \operatorname{cotg} 2\alpha_1): \text{ p. es. per } \beta = 84° \quad \alpha = 40° \quad d\alpha = 2°;$$

importa circa l'un per cento, e cresce rapidamente al variare degli angoli. In questo stesso caso $\beta \lesseqgtr 90°$, la variazione tende a zero per $\alpha_1 = \frac{1}{2}\beta$.

Vogliamo ancora fare un'osservazione.

Per una variazione di corrente dI_1 il momento soffre una variazione

$$dy = 2\,K_1^2\,I_1^2 \cos 2\,\alpha_1\,d\alpha - 2\,K_2^2\,I_2^2 \cos 2\,(\beta - \alpha_1)\,d\alpha + 2\,K_1^2\,I_1 \operatorname{sen} 2\,\alpha_1\,dI_1 - K_3\,d\alpha.$$

Si vede subito che se ammettiamo di partire da $y = 0$ e che sia $\beta = 90^\circ$ per semplicità, è

$$dy = 2\,K_1^2\,I_1 \operatorname{sen} 2\,\alpha_1\,dI_1 - K_3\,d\alpha.$$

Se $K_3 = 0$, se cioè il sistema non ha torsione propria dy non si annulla che per α_1 molto piccoli, ed allora il sistema è folle, cioè qualunque piccola variazione di corrente rende $\alpha_1 = 0$.

Lo stesso avviene se $2\,K_1^2\,I_1 \operatorname{sen} 2\,\alpha_1$ è molto grande rispetto a K_3, ciò che però avviene se si lancia nell'istrumento una corrente I_1 troppo forte.

Questo allora ci indica il modo di usare l'istrumento. Le correnti che circolano nelle bobine devono esser tali da produrre ognuna una deviazione leggibile sulla scala.

Riassumendo, da quanto si è detto si deduce:

1°. L'istrumento deve essere costruito ed aggiustato in modo che sia β molto prossimo a 90° ed α_1 ad $\frac{1}{2}\beta$ perchè la x soffra la minima variazione al variare della posizione di zero.

2°. Non si devono inviare nelle bobine delle correnti eccessivamente forti per non rendere folle il sistema mobile.

Il fatto della variazione della costante con lo zero, rendeva meno utile la vite micrometrica per la riduzione di x all'unità. Ma il suo valore poteva essere determinato con un metodo molto semplice, shuntando cioè con una resistenza nota ϱ la bobina più sensibile di resistenza R. Sarà allora $\left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 = x = \left(\frac{\varrho + R}{\varrho}\right)^2$.

Un altro vantaggio dell'istrumento è la indipendenza delle sue indicazioni della differenza di fase delle correnti, e della frequenza della corrente alternata.

Nell'istrumento costruito si avevano 304 spire per ciascuna bobina, con una resistenza di circa 8,8 ohm.

Coll'ajuto della vite micrometrica si poteva molto facilmente ottenere $x = 1{,}01$.

Per una variazione dello zero della scala di 8 o 10 cm. la x variava di circa il 3 %. Mantenendo fisso lo zero dentro due o tre mm., non si aveva una variazione sensibile.

La sensibilità elettrodinamometrica di ognuna delle due parti era ridotta a circa $5 \cdot 10^{-6}$.

Giova avvertire che poco si era curato di ottenere l'ortogonalità fra i due fascetti di ferro.

Ottimi risultati ottenni ancora con altri metodi.

Supponiamo di tornare allo schema della fig. 3ª con l'elettrodinamometro semplice nella diagonale.

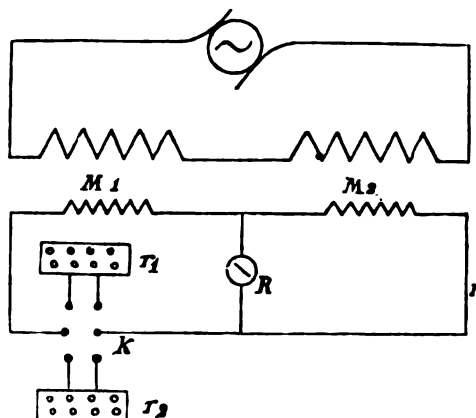



Fig. 3.

È chiaro che si avrà una stessa deviazione dell'istrumento per due valori della resistenza nel ramo dove vi ha la forza elettromotrice maggiore, il che corrisponde al caso di due deviazioni uguali o di segno contrario per le correnti continue. A e B sono i due primarî: A col secondario fisso, cioè il coefficiente campione, B col secondario mobile, cioè il coefficiente variabile secondo quanto si è detto precedentemente: K è un commutatore a 6 vie che serve ad includere rapidamente nel ramo di M_2 la resistenza r_1 o la r_2 che si fanno variare in modo, che l'inclusione dell'una o dell'altra nel circuito non dia una differenza di deviazione apprezzabile nell'elettrodinamometro. Allora è

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{r(R+r)(r_1+r_2)+2Rr^2}{2r_1r_2(R+r)+Rr(r_1+r_2)}.$$

Manovrando il commutatore abbastanza rapidamente non si dà all'elettrodinamometro il tempo di tornare verso lo zero e la misura si eseguisce con grande speditezza. Si suppongono nulli tutti i coefficienti di autoinduzione, il che è quasi sempre lecito.

Questo metodo per sensibilità o precisione di risultati mi ha dato risultati veramente notevoli. Ho operato per diverse deviazioni dell'elettrodinamometro essendo il cannocchiale a 2,5 m. di distanza dallo specchio, e riporto alcuni numeri per dimostrare i risultati a cui sono giunto.

Era R = 11,9 = resistenza dell'elettrodinamometro:

$\frac{M_1}{M_2}$	r_1	r_2	r	$\frac{M_1}{M_2}$	r_1	r_2	r
0,01569	∞	809,9	25,55	0,04753	1912	309,0	25,55
0,01571	7100	914,9	25,55	4753	1591	320,9	»
				4734	1262	341,0	»
0,02586	∞	489,9	25,55	4736	6908,3	373,0	»
2577	7383	527,9	»				
2582	4742	547,9	»	0,2873	2512.9	460,6	225,6
2590	2949	589,9	»	0.2869	2100	480,4	»
				0,2865	1789,6	502,9	»
				0,2870	1544,3	525,9	»
0,6063	540,2	276,9	225,6				
0,6061	741,9	326,1	275,6	0,8444	481,9	245,4	275,6
0,6071	704,1	333,4	275,6	0,8446	454,6	252,4	»
				0,8441	421,1	265.9	»
0,9114	623,0	306.4	375,6				
0,9112	595,6	313,9	»				
0,9122	566,4	322,4	»				

Il valore di M_2 era 0,00112 henry con una resistenza di 24,9 ohm.

Ogni valore del rapporto $\frac{M_1}{M_2}$ era ottenuto con diverse deviazioni nell'istrumento che variavano de pochi centimetri a tutta la lunghezza della scala (60 cm.). Si vede dai numeri precedenti come sarebbe difficile pretendere da altri metodi dei risultati migliori, se si pensa che col galvanometro balistico, di cui ho dato più sopra la sensibilità veramente eccezionale, si sarebbe ottenuta appena la stessa sensibilità e con precauzioni ben diverse. Unico difetto di questo metodo è quello di richiedere un calcolo laborioso, ma esso può essere facilmente eliminato semplificando la disposiziono dei circuiti. Basta che il commutatore a 6 vie metta in comunicazione coll'elettrodinamometro ora l'uno ora l'altro dei due secondarî in serie ciascuno ad una cassetta di resistenza. Si fa variare il valore delle due resistenze, finchè l'inserzione dell'uno o dell'altro dei due secondarî, sia la stessa deviazione nell'istrumento, in tal caso è $\frac{M_1}{M_2} = \frac{R_1}{R_2}$.

Non ho potuto eseguire misure più numerose ed accurate con questo metodo come coll'elettrodinamometro differenziale per i guasti avvenuti.

Però in questi ultimi due metodi è necessario avere una certa costanza nella frequenza della corrente alternata, almeno nel breve tempo che dura una misura.

Essa può essere ottenuta al solo patto di adoperare la corrente di città quando non sia prodotta da motori a vapore, oppure facendo muovere un alternatore da un motore elettrico azionato da accumulatori ed eccitato in de-

rivazione. Sarebbe illusorio tentare gli ultimi metodi con corrente alternata poco costante, mentre in tal caso è lecito usare l'elettrodinamometro differenziale.

Si può dunque concludere:

L'elettrodinamometro (quando la corrente alternata possa essere adoperata) per quel che riguarda sensibilità e precisione di misure, può essere non solo sostituito ma in molti casi preferito al galvanometro balistico.

L'elettrodinamometro differenziale ed il metodo ultimo possono dirsi equivalenti: solo essi devono essere utilizzati in condizioni diverse, a seconda della corrente alternata di cui si dispone.

Se si ha una corrente alternata sufficientemente costante è preferibile il 2° metodo, perchè più semplice, non dovendo determinare alcuna costante dell'istrumento. Quando invece la corrente soddisfa meno bene a questa condizione, diventa illusoria la praticità del 2° metodo, ed è preferibile l'elettrodinamometro differenziale, curando o che lo zero rimanga stabile o campionando l'istrumento per diverse posizioni dello zero.

Fisiologia. — *Sulla decomposizione di sostanze albuminoidi nell'uomo sottoposto a forti strapazzi* [1]. Nota del dott. C. Jackson, presentata dal Socio straniero Kronecker.

Kronecker nel suo lavoro sulla fatica (1871) aveva dimostrato che rane illese delle quali i gastroenemi erano caricati di 20 gr. ed irritati fino all'esaurimento ogni giorno, divengono dopo due o tre giorni incapaci di ristabilirsi e muoiono: le fibre muscolari apparivano degenerate. Angelo Mosso (Seduta reale dell'Accademia dei Lincei, 29 maggio 1887) ha fatto conoscere un veleno nel sangue di cani esauriti per fatica. Gli alpinisti sanno bene che dopo ascensioni molto faticose emettono anche per due o tre giorni urina di color d'arancio con sedimenti, malgrado che abbiano con molte bibite ricostituita l'acqua evaporata col sudore. Molti viaggiatori più deboli si accorgono di uno stato febbrile. Le guide avvezze a grande fatiche, lavorando non soffrono e la loro urina non apparisce modificata.

La guida Reichen faceva da Kandersteg l'ascensione del Doldenhorn (3647 m.) nell'intervallo di 8 ore con due fratelli di 14 (Federigo Zurbuchen) e 13 anni (Massimo).

Furono misurate le quantità di nitrogeno nei saggi delle urine raccolte prima e dopo l'ascensione.

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto fisiologico di Berna.

Risultavano i seguenti dati:

Nitrogeno per cento

	Prima dell'ascensione	Dopo l'ascensione
Guida	1,322	1,381
Federigo	0,76	1,097
Massimo	0,774	1,222

Questo risultato interessante fa vedere che l'eliminazione del nitrogeno s'aumenta colla fatica. Ma fu insufficiente perchè non si misurò la concentrazione dei liquidi.

Perciò il sig. Jackson approfittava dell'occasione di una traversata della piccola Scheideck (2000 m.) che facemmo nei primi giorni del gennaio da Grindelwald a Lauterbrunnen (Cantone di Berna). Il tempo freddo impediva di sudare.

Eravamo 5 persone: Portatore di circa 35 anni (P), un uomo di 62 anni (K. s), due uomini di circa 32 anni (C) e 26 anni (F), un giovane di 17 anni (K. j.).

Le urine emesse subito dopo l'arrivo in Lauterbrunnen furono paragonate colle urine lasciate in pieno riposo.

La seguente tavola fa conoscere la composizione *percentuale* dei saggi d'urina (N).

	Peso specifico		Nitrogeno totale		Nitrogeno in Urea + Ammionaca		Proporzione del $\frac{\overset{+}{\text{N in U}}}{\text{N totale}}$	
	Riposo	Lavoro	Riposo	Lavoro	Riposo	Lavoro	Riposo	Lavoro
P.	1024	1023	0,78	1,28	0,65	0.99	0,83	0,77
F.	1023	1028	1,41	1,65	1,13	0,92	0,80	0,56
C.	1024	1024	1,14	1,79	0,94	1,18	0,82	0,66
K.s.	1021	1026	1,43	1,65	1,27	0,69	0,88	0,42
K.j.	1023	1030	1,51	2,11	1,32	1,82	0,87	0,86

Si vede che il peso specifico dell'urina di 4 persone è punto o poco aumentato; soltanto il giovane emise dell'urina concentrata, dopo il viaggio.

Tutti producevano più nitrogeno dopo il lavoro.

Ma questo poteva dipendere dalla maggior quantità di cibi presi. Il portatore e il giovane mangiavano molto; il vecchio non aveva appetito e mangiava quasi niente durante il viaggio. Si sa, che la più gran parte del nitrogeno dei cibi viene eliminato sotto forma di Urea. Colla nutrizione cresce la quantità dell'Urea. Voit, Fick ad altri dimostrarono che il lavoro non aumenta l'Urea. Nella nostra tavola si vede che il portatore ed il giovane, che avevano mangiato molto durante il cammino, davano maggior quantità di Urea dopo la corsa che negli altri giorni. K.s. quasi digiuno ne elimina poco più della metà; gli altri compagni di mediocre appetito, poco più o meno dell'ordinario.

Ma le ultime due colonne fanno riconoscere l'influenza dello strapazzo: la proporzione del nitrogeno nell'Urea rispetto al nitrogeno eliminato in altre combinazioni è diminuita pel lavoro. Soltanto il giovane conserva l'urina non modificata. Il vecchio presenta una diminuzione fino alla metà.

Bisognerà continuare queste ricerche, ma già apparisce probabile l'ipotesi che *lo strapazzo è uno stato patologico nel quale le materie eliminate dal corpo non sono soltanto aumentate ma cambiate, in maniera che si riconosce una dissoluzione di tessuti, probabilmente muscolari.*

Per l'esercizio, lo stesso lavoro diviene possibile senza distruzione dei muscoli.

Fisiologia. — *La funzione del nervo glossofaringeo nella ruminazione* [1]. Nota del sig. Emilio Krueger, presentata dal Socio straniero Kronecker.

Suetonio racconta dell'imperatore Claudio che dopo pranzi lussuriosi si procurava il vomito irritando con una penna la mucosa della faringe. Lo stesso fanno col dito gli studenti tedeschi, quando hanno riempito di birra lo stomaco. Ma non esiste ancora una spiegazione del fatto ben conosciuto.

S. Meltzer ha dimostrato che il nervo glossofaringeo serve come nervo inibitore del movimento di deglutizione. Così egli rende possibile il vomito sopprimendo le resistenze dell'esofago.

Wassilieff ha osservato che un uomo quando appoggia il manico di un cucchiaio alla sua faringe non può più deglutire.

E. Krüger considerando la ruminazione come atto analogo al vomito, studiava la funzione del nervo glossofaringeo nelle pecore.

Irritando il nervo glossofaringeo nelle teste di pecore macellate, vedemmo, d'accordo con molti osservatori, che possiede fibre motrici pel « m. constrictor medius pharyngis » e pel « m. stylopharyngeus ». Ma le contrazioni di questi muscoli sono passeggere, anche se si tetanizza il nervo, mentre pel nervo pneumogastrico tetanizzato tutta la faringe e l'esofago restano tanto tempo contratti quanto dura l'irritazione.

Buona parte delle fibre del glossofaringeo penetra fino alla mucosa della faringe. Per queste fibre, influenze inibitrici si portano al centro nervoso della deglutizione nel midollo allungato.

Osservammo anche, irritando il ramo faringeo, segni di leggero dolore nelle pecore.

Poscia esaminammo i disturbi della ruminazione dopochè erano tagliati i nervi glossofaringei di una pecora. L'animale subito dopo l'operazione è in

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto fisiologico di Berna.

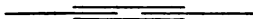
buono stato, mangia erbe, ma non rumina. Osservando attentamente l'animale, non lo si vide ruminare che all'ottavo giorno. Ma l'atto era penoso per l'animale, che riusciva soltanto dopo ripetuti sforzi dei muscoli addominali, a respingere il boccone nella bocca. Qualche volta il boccone si fermò nell'esofago e fu poi inghiottito giù nel rumine. Atto simile al rutto, al quale Meltzer vedeva succedere una peristalsi del suo esofago. Nella seconda settimana la pecora aveva imparato a ruminare con minor pena, ma l'atto risultava più difficile che nelle pecore normali.

Ad una seconda pecora fu tagliato soltanto il nervo glossofaringeo sinistro. Alla sera del secondo giorno dopo l'operazione, si vedeva l'animale ruminare con qualche sforzo, ma trascorsi due giorni la ruminazione appariva normale.

Il gusto per materie dolci, agre e salate restava intatto anche nella pecora senza nervi glossofaringei, ma per le sostanze amare (china, aloë) mostravasi indifferente l'animale senza nervi glossofaringei, e poco sensibile la pecora con un nervo.

Così possiamo conchiudere che il nervo glossofaringeo irritato dall'animale ruminante, fa cessare per un momento il tono della cardia, mentre i muscoli dell'addome premono il rumine.

Oltre ciò il glossofaringeo serve come nervo del gusto amaro.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 novembre 1901.

P. Blaserna, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — *Osservazioni di pianetini recentemente scoperti.* Nota del Corrispondente E. Millosevich.

L'ultima mia Nota, che ebbi l'onore di presentare all'Accademia, a proposito di mie osservazioni su nuovi pianetini, scoperti colla fotografia, si arrestava al pianetino FX 1900. Dei numerosi pianetini ritrovati in quest'ultimo anno, potei osservare soltanto i seguenti:

GH 1901 (449) gr. 11.0

1901 marzo 17 $9^h 8^m 14^s$ R.C.R.
» α apparente (449) $12^h 35^m 51^s.06$ ($9^n.568$)
» δ » (449) + 2° 7′ 32″.7 (0. 759)
1901 marzo 28 $8^h 56^m 18^s$ R.C.R.
» α apparente (449) $12^h 26^m 16^s.67$ ($9^n.508$)
» δ » (449) + 3° 7′ 40″.0 (0. 750)

Il pianeta GH 1901 venne riconosciuto identico al pianeta (449) Hamburga.

GP 1901 (11.6) (12.0)

Il pianeta fu scoperto colla fotografia da Carnera ad Heidelberg l'11 luglio.

					α apparente	δ apparente
1901	luglio	18	$11^h 24^m 30^s$	R.C.R.	$19^h 46^m 48^s.09$ ($8^n.877$);	— 15°57′45″.2 (0.869)
»	»	22	10 58 13	»	19 43 5. 83 ($8^n.960$);	— 16 30 27. 0 (0.871)
»	»	25	10 42 47	»	19 40 20. 02 ($8^n.959$);	— 16 55 16. 8 (0.873)
»	agosto	5	10 6 39	»	19 30 51. 43 ($8^n.769$);	— 18 25 34. 9 (0.884)
»	»	9	10 30 37	»	19 27 49 18 (8.436);	— 18 57 28. 8 (0.884)
»	»	14	12 51 48	»	19 24 26. 26 (9.513);	— 19 36 17. 7 (0.850)
»	sett.	2	9 19 4	»	19 17 38. 30 (8.978);	— 21 39 32. 0 (0.892)
»	»	9	8 35 10	»	19 17 38. 25 (8.792);	— 22 17 23. 0 (0.896)

GQ 1901 (11.0)

Il pianeta fu scoperto colla fotografia da Carnera ad Heidelberg il 17 agosto.

	α apparente	δ apparente
1901 agosto 21 10h 4m45s R.C.R.	20h37m42s.19 (8n.826);	+ 6°21′48″.3 (0.707)

GV 1901 (11.0) (10.8)

Il pianeta fu scoperto da Villiger a Monaco l'11 ottobre scorso.

				α apparente	δ apparente
1901	ottobre	12	10h38m22s R.C.R.	1h57m46s.97 (9n.328);	— 0°35′52″.7 (0.771)
»	»	16	9 38 54 »	1 54 55. 34 (9n.443);	— 0 58 4. 1 (0.773)
»	»	20	9 0 46 »	1 51 58. 05 (9n.484);	— 1 19 19. 0 (0.775)
»	»	23	8 53 11 »	1 49 42. 98 (9n.471);	— 1 34 20. 4 (0.774)

Dopo il plenilunio venne ritrovato ieri sera e osservato come segue:

1901 novembre 2 6h43m0s R.C.R. α apparente 1h42m25s.4
δ » — 2°16′.4

La posizione è soltanto approssimata, necessitando un luogo rigoroso della stella di riferimento.

Fisiopatologia. — *Intorno alla Fisiopatologia dell'Embrione di Pollo.* Memoria del Corrispondente A. Maffucci.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Meccanica. — *Su alcuni problemi d'equilibrio elastico.* Nota del dott. O. Tedone, presentata dal Socio Volterra.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Intorno ad un metodo per determinare o per eliminare la costante psicrometrica, e ad un psicrometro assoluto con tre termometri.* Nota di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

La nota formula che dà la tensione del vapor acqueo nell'aria, quando si conosca la differenza di temperatura di due termometri contigui, esposti all'aria libera, uno col bulbo nudo e asciutto, l'altro col bulbo avviluppato di garza e bagnato con acqua, contiene una costante il cui valore non è punto costante ma varia notevolmente, a seconda delle condizioni in cui si trovano i due termometri, e quindi se nell'applicare tale formula non si fa uso di quel valore della costante che appunto corrisponde alle condizioni suddette, si possono ottenere per la tensione cercata valori notevolmente erronei.

Il valore trovato da August supponendo che sempre nuovi strati d'aria giungano a contatto col termometro bagnato, e che il calore da essi perduto nel raffreddarsi fino alla temperatura di questo sia uguale al calore assorbito nell'evaporazione dell'acqua destinata alla loro saturazione, senza tener conto della diffusione del vapore (indipendente dall'accennato fenomeno di convezione) nè del calore che il termometro riceve per irradiazione, non si discosta moltissimo dal valore esatto ma tuttavia, come fu ripetutamente dimostrato, non si può in nessun caso adottare senza incorrere in errori grandissimi.

Il valore trovato da Maxwell e da Stefan per il caso d'un'atmosfera quieta e illimitata, deducendolo dal coefficiente di diffusione del vapore nell'aria, può dare valori abbastanza esatti della tensione cercata qualora si verifichino le condizioni suddette, ciò che in pratica avviene ben raramente. Nè il locale ove conviene fare le determinazioni può assimilarsi a un'atmosfera illimitata, nè l'aria è, se non raramente, affatto quieta; nel caso, specialmente, dei psicrometri a ventilatore o ad aspirazione, tali ipotesi non si verificano neppure lontanamente.

Di solito si determina il valore di essa costante eseguendo contemporaneamente e nello stesso locale due determinazioni, una col psicrometro che dà la differenza di temperatura dei due termometri, l'altra con un igrometro, p. es. a condensazione, il quale dà il valore corrispondente della tensione di vapore. Tuttavia anche il valore così ottenuto della costante cessa di essere esatto quando variino le condizioni in cui si trova lo psicrometro, cioè la forma e le dimensioni del locale nel quale esso è collocato, e il movimento dell'aria. Nello psicrometro con ventilatore, quest'ultimo può attenuare ma non eliminare completamente e con sicurezza le suddette cause di variazione.

Mi pare dunque che possa riuscir utile il metodo seguente che permette col solo psicrometro, senza nessun altro igrometro, sia di determinare il valore della costante suddetta in ciascuna delle varie condizioni in cui può trovarsi lo psicrometro, e di assicurarsi così dei limiti della sua costanza, sia di eliminare affatto questa costante ed ottenere indipendentemente da essa e senza che le sue variazioni possano influire, il valore esatto della tensione cercata.

Si possono ottenere questi risultati eseguendo, sia dopo la determinazione solita col termometro bagnato con acqua, sia contemporaneamente ad essa, ma facendo uso d' un terzo termometro, una determinazione con un termometro bagnato con una soluzione acquosa avente una nota tensione di vapore. Secondo la formula dello psicrometro, la differenza di temperatura dei termometri asciutto e bagnato è proporzionale alla differenza della tensione di vapore del liquido che bagna il termometro e della tensione dello stesso vapore nell' aria. Se quindi f' ed f'' sono le tensioni di vapore dell' acqua pura e della soluzione alle temperature t' e t'' indicate dai rispettivi termometri, x e t sono la tensione del vapore nell' aria e la temperatura del termometro asciutto, ed A la costante psicrometrica, supponendo costante la pressione atmosferica si ha:

$$f' - x = A\,(t - t') \tag{1}$$

$$f'' - x = A\,(t - t'') \tag{2}$$

donde si ricava:

$$A = \frac{f' - f''}{t' - t''} \tag{3}$$

$$x = f' - \frac{t - t'}{t'' - t'}\,(f' - f'') \tag{4}$$

$$x = f'' - \frac{t - t''}{t'' - t'}\,(f' - f'') \tag{5}$$

Se le due determinazioni necessarie per calcolare A ed x sono eseguite successivamente, può avvenire spessissimo che nell' intervallo, per quanto breve, fra le due determinazioni, il valore d' x cambi ed allora le due equazioni (1) e (2) avendo una diversa x non sono rigorosamente paragonabili e quindi i valori di A e di x che se ne ricavano non sono esatti.

Si può evitare questa causa d' inesattezza eseguendo la seconda determinazione con i due termometri entrambi bagnati, uno però con acqua pura, l'altro colla soluzione. I valori di t' e t'' che così si ottengono sono rigorosamente paragonabili perchè ottenuti contemporaneamente e introdotti nella (3) dove non comparisce il valore di t, che nella seconda determinazione noi non potevamo osservare, avremo il valore esatto di A. Siccome A è almeno approssimativamente una costante, si può ammettere con tutta sicurezza che essa non abbia variato nel breve intervallo fra la prima e la seconda determina-

zione, e sostituendolo nella (1) o nella (4) avremo il valore esatto che aveva x durante la prima determinazione.

Certamente però sarebbe preferibile l'uso di tre termometri, uno asciutto, uno bagnato con acqua, ed il terzo bagnato colla soluzione, ciò che permetterebbe di eseguire simultaneamente le due determinazioni senza cambiare l'uso a cui è destinato il termometro asciutto.

Può avvenire, se la soluzione è molto concentrata o l'aria molto umida, che la tensione di vapore della soluzione sia minore di quella del vapore nell'aria; questo allora si condenserà sul termometro bagnato colla soluzione e lo riscalderà, la diffusione del vapore si farà verso la soluzione, ma le formule precedenti rimarranno ancora applicabili, solo $f'' - x$ e $t - t''$ avranno entrambi cambiato segno. Può avvenire altresì che la tensione di vapore della soluzione sia uguale a quella del vapore nell'aria; allora sul termometro bagnato colla soluzione non avverrà nè evaporazione, nè condensazione, la sua temperatura rimarrà uguale a quella del termometro asciutto, e la formula (2) conforme all'ipotesi darà $x = f''$. Questo caso, come risulterà ancor meglio in seguito, è il più favorevole e il più sicuro, ed è quello al quale converrà, per quanto è possibile, avvicinarsi.

Nell'eseguire queste determinazioni bisogna tuttavia tener conto di due circostanze che trascurate potrebbero talvolta dar luogo ad errori notevoli. Una si è che per effetto dell'evaporazione del liquido o condensazione del vapore sulla soluzione, essa si altera specialmente alla superficie, lentamente ma progressivamente, concentrandosi se vi ha evaporazione, diluendosi nel caso contrario, e quindi la temperatura del termometro che ne è bagnato, nel primo caso salisce, nel secondo scende avvicinandosi in ogni caso alla temperatura del termometro asciutto, o bagnato colla soluzione che non emette nè assorbisce vapore. È evidente che l'errore derivante da questa causa decresce quando decresce l'evaporazione o la condensazione, s'annulla con esse ed è facile vedere con un diretto ragionamento o applicando le formule che esso, tanto per A che per x, ha un segno diverso a seconda che avviene evaporazione o condensazione.

Risultano da ciò due modi per evitare o per correggere questo errore. Uno consiste nell'uso di una soluzione la cui tensione di vapore sia per quanto è possibile vicina alla tensione di vapore nell'aria che possiamo almeno approssimativamente dedurre o dalla prima determinazione con acqua pura o dalle indicazioni d'un igroscopio, p. es. l'igrografo degli Osservatori. L'altro mezzo consiste nell'eseguire due determinazioni oltre quella con l'acqua: una con un termometro bagnato con soluzione avente una tensione di vapore maggiore di quella nell'aria, e l'altra col termometro bagnato con una soluzione avente la tensione di vapore minore d'altrettanto di quella nell'aria. In tal modo i due valori che si ottengono sia per A che per x hanno errori di segno contrario e all'incirca uguali, e si distruggono nel prendere la media. Conviene notare che una sola determinazione coi due termometri bagnati colle due

soluzioni suddette non gioverebbe, poichè i singoli errori anzichè distruggersi si sommerebbero.

Due altri modi supplementari per correggere l'errore suddetto consistono, l'uno nell'osservare a intervalli noti la temperatura del termometro bagnato colla soluzione, dedurne la variazione per minuto e servirsi di questa per calcolare la temperatura iniziale della soluzione, quando essa era ancora inalterata; l'altro consiste nel rinnovare lentamente la superficie della soluzione, facendola colare lungo la garza che avvolge il bulbo del termometro. Ho sperimentato l'utilità e l'efficacia del primo di questi metodi supplementari, non quelle del secondo; occorrerebbe che la soluzione scorresse con tale rapidità da non alterarsi sensibilmente nel tempo che essa impiega a percorrere la lunghezza del bulbo, ma occorrerebbe anche che le quantità di calore che essa cede o acquista nel prender la temperatura del bulbo non facessero variare sensibilmente quest'ultima; ignoro fino a qual punto le due condizioni sono compatibili.

L'altra circostanza di cui bisogna tener conto nell'applicare la formula della psicrometro a termometri bagnati con soluzioni, si è che il calore latente o di evaporazione dell'acqua il quale trovasi al denominatore del valore teorico della costante A, è certamente diverso per l'acqua e per le soluzioni saline e specialmente per le soluzioni d'acido solforico che svolgono notevoli quantità di calore per effetto della diluizione, e quindi le assorbiscono nella concentrazione causata dalla evaporazione. Per poter applicare ad esse con esattezza la formula psicrometrica, bisognerebbe aggiungere alla costante A come fattore il calore latente dell'acqua e come divisore quello delle soluzioni di acido solforico, cioè il calore latente d'evaporazione accresciuto di quello di concentrazione.

Tuttavia pare probabile che esistano soluzioni nell'acqua di uno o più corpi per le quali il calore latente di evaporazione sia uguale o pochissimo diverso da quello dell'acqua. Siccome però tale non è il caso delle soluzioni di acido solforico, credo utile dimostrare che il trascurare la diversità dei calori latenti produce nei valori di A e di x errori di segno diverso a seconda che la soluzione emette o assorbisce vapore, i quali s'annullano se non si produce nè emissione nè assorbimento di vapore. La formula (2) che vale per il termometro bagnato con soluzione può scriversi tenendo conto del diverso calor latente di evaporazione:

$$(2') \qquad f'' - x = A\,(1-\lambda)\,(t-t'') = A\,(t-t'') - A\,\lambda\,(t-t'')$$

dove λ è una quantità minore di 1, positiva per le soluzioni di acido solforico. La (3) e la (4) ottenute per combinazione colla (1) divengono allora:

$$(3') \qquad A = \frac{f'-f''}{(t''-t')+\lambda\,(t-t'')},$$

$$x = f' - \frac{(f'-f'')\,(t-t')}{(t''-t')+\lambda\,(t-t'')}.$$

Il termine $\lambda(t - t'')$ cambia segno secondo che $t > t''$ e che la soluzione s' evapora o che $t < t''$ e la soluzione assorbisce vapore. Quindi trascurando questo termine si commette un errore di segno diverso nei due casi ed un errore nullo per $t = t''$.

Dunque anche il possibile errore derivante dal diverso calor latente, ed anche colle soluzioni di acido solforico, viene evitato completamente se la soluzione non assorbisce nè emette vapore, è piccolo se l' evaporazione o l' assorbimento sono piccoli, ed è di segno diverso secondo che vi ha evaporazione o assorbimento; quindi facendo due determinazioni con due soluzioni aventi tensioni di vapore poco ed egualmente differenti in più e in meno da quella nell'aria, non solo gli errori provenienti dalla alterazione della soluzione, ma altresì quelli derivanti dalla trascurata diversità del calore di evaporazione, sono piccoli e di segno contrario e si annullano nel far le medie dei singoli valori.

Essendo chiuso da molto l' anno scolastico ed essendo io inoltre occupato a condurre a termine altri studî, non m' era possibile incominciarne uno nuovo sperimentale completo sul presente argomento, che avrebbe richiesto determinazioni delle tensioni di vapore, del calore di evaporazione e del calore specifico di molte soluzioni. Perciò feci solo qualche prova con soluzioni di acido solforico, di cui sono ben note le tensioni di vapore e di cui sono altresì noti i calori di diluizione per le esperienze di Pfanndler, di cui però non potei aver conoscenza.

Dopo alcuni tentativi con soluzioni prese a caso, di nota densità, per le quali però riusciva troppo inesatta la ricerca per interpolazione del valore della tensione alle diverse temperature, preparai quattro soluzioni che avevano a 26° rispettivamente le densità 1,240, 1,280, 1,333, 1,412 e che corrispondevano abbastanza esattamente ad alcune di quelle studiate da Regnault. Pur troppo non avendo acido solforico puro, dovetti usare di quello del commercio che conteneva del solfato di piombo; le densità vennero determinate colla bilancia di Mohr trascurando la dilatazione del vetro, poichè date anche le condizioni in cui eseguivo le esperienze, tale precisione mi parve sufficiente.

Lo psicrometro a ventilatore di cui feci uso era quello dell'Osservatorio meteorico, lasciato al suo posto nel balcone meteorico. Osservavo i termometri con un cannocchiale da lettura attraverso i vetri della finestra che separa il balcone dall' interno. I due termometri erano divisi in quinti di grado, e quello bagnato aveva una divisione nitidissima che lasciava apprezzare con sicurezza i centesimi di grado, mentre quello asciutto aveva tratti grossissimi a orli ondulati, tracciati evidentememte a mano e da mano inesperta. Essi vennero nuovamente confrontati fra loro e con un termometro campione.

Eseguii una sola serie di determinazioni nel modo seguente. Bagnai il termometro a ciò destinato con acqua, misi in moto il ventilatore, chiusi la finestra e andai ad osservare i termometri, prendendo nota di minuto in minuto

della loro temperatura, trascurando talora le prime letture. Dopo fermatosi il ventilatore, tolsi dal termometro bagnato la garza che ne avviluppava il bulbo, lo asciugai, lo avvolsi strettamente con due giri di carta da filtro mantenuta a posto da un anelletto di gomma, feci immergere questo bulbo nella soluzione più concentrata, misi in moto il ventilatore, chiusi la finestra, e così di seguito ripetei l'operazione per le quattro soluzioni in ordine di densità decrescente e poi di nuovo coll'acqua. Ecco i risultati corretti dalle varie osservazioni.

XII e 20′	Bagno il termometro con acqua		
21′	Term. bagnato	19°,54	Term. asciutto 27°,6
22′		18 ,38	
23′		18 ,24	27 ,4
26′		18 ,34	
28′		18 ,52	27 ,4
Valori medî		18°,37	27°,4

La tensione di vapore dell'acqua sul termometro bagnato a 18°,37 risulta dalle tavole 15,72 mm., la differenza fra i due termometri era di 9°,02 e la tensione di vapore nell'aria risulta dalle tavole dell'Osservatorio 10,24 mm.

XII e 34′	Bagno il termometro con soluzione di acido solforico di densità 1,412.		
36′	Term. bagnato	28°,34	Term. asciutto 27°,80
37′		29 ,54	
38′		29 ,36	
39′		29 ,14	
40′		28 ,84	
41′		28 ,84	
42′		28 ,59	27 ,70
Valori medî corretti		30°,11	27°,75

La temperatura del termometro bagnato era più elevata di quella del termometro asciutto, segno che sul primo avveniva condensazione di vapore, e questa andava decrescendo lentamente per effetto del diluirsi della soluzione. La variazione media per minuto fu di 0°,19 ed ammettendo che essa si producesse anche nei 3 minuti fra l'immersione del termometro e l'osservazione a 37′, se ne deduce che la temperatura iniziale calcolata del termometro bagnato fu di 30°,11 mentre quella media del termometro asciutto fu di 27,75. La differenza di temperatura dei due termometri risulta dunque di — 2,36, la tensione di vapore della soluzione a 30°,11 risulta dalle tavole di Regnault di 10,76 mm.

Per le ragioni sopra addotte non posso garantire che le soluzioni da me usate fossero identiche con quelle di Regnault, sebbene non mi paia che possa esistere una grande differenza. Se questa si suppone trascurabile e si

ammette quindi che la tensione di vapore della soluzione fosse realmente di 10,76 mm., ne risulterebbe che il valore trovato precedentemente nel modo solito per la tensione del vapore nell'aria, di 10,24 mm. è certamente molto inesatto perchè in tal caso la soluzione avrebbe dovuto emettere e non già assorbire vapore. È da notare che allo stesso risultato conduce anche la determinazione seguente eseguita con un altra soluzione.

XII e 46′ Bagno il termometro con soluzione di acido solforico di densità 1,333.

48′	Term. bagnato	26°,54	
49′		26 ,47	Term. asciutto 28°,00
51′		26 ,84	
52′		26 ,96	
53′		26 ,98	
54′		27 ,06	
55′		27 ,00	
56′		27 ,06	28 ,50
Valori iniziali calcolati		26°,22	27°,80

Il termometro bagnato indicava una temperatura inferiore a quella del termometro asciutto, ed emetteva quindi vapore; la sua temperatura andava lentamente crescendo e la variazione media per minuto fu di 0°,084, poco diversa da quella del termometro asciutto che è dovuta unicamente alle variazioni della temperatura ambiente. Se ne deduce per la temperatura iniziale del termometro bagnato 26°,22 e per quella del termometro asciutto 27,80. La differenza è di + 1°,58 mentre la tensione di vapore della soluzione a 26°,22 risulta dalle tavole suddette di 12,45 mm.

Queste due ultime determinazioni, secondo ciò che fu esposto, sono sufficienti e sono anche le più adatte, quando siano combinate colla 1ª, per il calcolo della costante e della tensione del vapore nell'aria, anzi nel fatto una sola di esse sarebbe sufficiente. Credo tuttavia utile di riferire anche le osservazioni eseguite colle altre due soluzioni meno concentrate, sebbene io non abbia potuto calcolarle per la mancanza dei dati sul calore latente di evaporazione, e sebbene inoltre esse siano meno adatte al calcolo suddetto e presentino anche qualche anomalia.

XIII e 1′ Bagno il solito termometro con soluzione di acido solforico di densità 1,280.

3′	Term. bagnato	24°,74	
4′		24 ,71	Term. asciutto 28°,30
5′		24 ,56	
6′		24 ,64	
7′		24 ,94	27 ,96
8′		24 ,78	
9′		25 ,04	28 ,10
10′		25 ,34	
11′		25 ,56	28 ,30
Valori iniziali		23°,96	28°,30

La temperatura del termometro bagnato fu inferiore a quella del termometro asciutto, più che nel caso precedente, ed anche la variazione media per minuto di 0°,15 dovuta alla nota causa fu maggiore. Se ne deduce per la temperatura iniziale 23°,96, per quello del termometro asciutto ho assunto 28,30 quindi la differenza è 4°,34 mentre la tensione del vapore della soluzione a 23°,96 risulta dalle tavole di 13,74 mm.

5ª Determinazione.

XIII e 17′	Bagno il termometro colla soluzione di acido solforico di densità 1,240.		
19′	Term. bagnato	23°,94	
20′		23 ,87	Term. asciutto 27°,84
21′		23 ,94	
22′		24 ,16	
23′		24 ,34	27 ,78
24′		24 ,14	
25′		23 ,94	
26′		24 ,04	
27′		24 ,04	27 ,80
Valori iniziali calcolati		23°,68	27°,81

La temperatura del termometro bagnato risulta sempre inferiore a quella del termometro asciutto, la variazione per minuto 0°,046 però risulta minore che non nel caso precedente, ciò che potrebbe dipendere dal fatto che la variazione della concentrazione per una data perdita d'acqua diminuisce colla diluizione, e diventa nulla se questa è infinita. La temperatura iniziale del termometro bagnato risulterebbe di 23°,68, la differenza fra i due termometri 4°,13 e la tensione del vapore della soluzione a 23°,68 secondo le tavole suddette 15,64 mm. Questa determinazione, forse per una improvvisa variazione dell'umidità dell'aria, non va d'accordo colla precedente, poichè mentre la tensione di vapore della soluzione è aumentata, la differenza fra i due termometri, che dovrebbe essere indizio dell' intensità dell' evaporazione è diminuita. Occorrerebbe tuttavia tener conto della diversità della costante per le due diverse soluzioni.

6ª Determinazione.

XIII e 29′	Bagno il termometro con acqua		
31′	Term. bagnato	19°,76	
32′		19 ,74	Term. asciutto 27°,22
33′		19 ,94	
34′		19 ,98	27°,60
35′		20 ,04	
36′		20 ,14	27 ,72
37′		20 ,04	
Valori medî		19 ,95	27 ,50

Anche in questo caso la temperatura del termometro bagnato cresceva lentamente, non certo per alterazione del liquido che era acqua, ma per aumento dell'umidità dell'aria, e rimane un po' dubbio quale valore convenga scegliere; come media presi 19,95 per il termometro bagnato, 27,50 per l'asciutto. Differenza 7°,52; tensione dell'acqua a 19°,95 = 17,30 mm., tensione del vapore nell'aria secondo le tavole dell'Osservatorio 12,73 mm.

Come apparisce dai risultati le condizioni atmosferiche in cui vennero eseguite, queste determinazioni non furono buone, in breve tempo la tensione di vapore variò di 2,5 mm. ed anche la temperatura ambiente variava non poco; nelle giornate precedenti aveva soffiato un forte vento di maestrale a raffiche e le condizioni mi parvero ancora meno soddisfacenti. Secondo le indicazioni dell'igrografo avrei trovato una grande costanza dell'umidità e della temperatura in alcune ore notturne, ma la disposizione del balcone meteorico, che anche di giorno per la lettura di termometri col cannocchiale richiedeva esercizi di acrobatismo, non permetteva affatto le determinazioni notturne. Finalmente non avevo ancora scorto l'utilità delle determinazioni con entrambi i termometri bagnati, uno con acqua l'altro con soluzione, le quali appunto nel caso di rapide variazioni del valore d'x sarebbero state opportunissime.

Dalle precedenti determinazioni applicando ad esse la formula psicrometrica, e distinguendo con apici i valori di x e di A corrispondenti alle varie determinazioni troviamo:

1ª determinazione	$15{,}72 - x'$	$= A'.\ 9{,}03$
2ª »	$10{,}76 - x''$	$= - A''.\ 2{,}36$
3ª »	$12{,}45 - x'''$	$= A'''.\ 1{,}58$
4ª »	$13{,}74 - x^{IV}$	$= A^{IV}.\ 4{,}34$
5ª »	$15{,}64 - x^{V}$	$= A^{V}.\ 4{,}13$
6ª »	$17{,}30 - x^{VI}$	$= A'.\ 7{,}52$
6ª *bis* »	$14{,}80 - x'$	$= A'.\ 7{,}52$

L'equazione 6 *bis* fu ottenuta supponendo che sebbene i valori di x' e x^{VI} dati dalle tavole psicrometriche possano essere inesatti, la loro differenza possa ritenersi come abbastanza esatta e quindi $x^{VI} = x' + 2{,}50$ mm.

Trascurando le differenze fra x', x'', ed x''' poichè si riferiscono a determinazioni molto prossime, trascurando altresì le differenze fra A', A'' ed A''' le cui variazioni a causa della piccolezza dell'evaporazione o condensazione hanno poca influenza, come apparisce dai risultati, si trova combinando:

	A	x'
la 1ª e la 2ª equazione	A = 0,435	x' = 11,79
1ª 3ª	0,439	11,76
Media delle due determinazioni	0,437	11,775
Combinando la 2ª e la 6ª	0,396	11,72
3ª e 6ª	0,409	11,82
Media delle due determinazioni	0,407	11,770

I valori così ottenuti per x' sono molto concordanti e molto differenti da quello 10,24 dato dalle tavole usuali. Si potrebbe credere che tale differenza fosse causata dall'aver trascurato nel calcolo precedente le differenze fra A', A'' ed A''', ma una formula trovata precedentemente dimostra che l'errore che ne risulta è di segno contrario per le due soluzioni delle quali una emette, l'altra assorbisce vapore, quindi i valori corrispondenti di x dovrebbero risultare uno maggiore, l'altro minore di quello dato dalle tavole. Inoltre che questo valore è inesatto dimostrerebbe anche il fatto già accennato che la soluzione più concentrata avente la tensione di vapore 10,76 assorbiva vapore dall'aria avente una tensione del vapore presunta di 10,24 mm.

Del resto è certo che queste poche determinazioni non possono bastare a decidere sulla erroneità di tavole da molto tempo e generalmente in uso; occorrono molte esperienze, ed anche misure dirette della tensione di vapore delle soluzioni, che potranno essere oggetto d'un prossimo studio.

Credo tuttavia che l'utilità e l'efficacia del metodo sia sufficientemente dimostrata, indipendentemente dalla maggiore o minore bontà dei risultati ottenuti con queste poche ed affrettate esperienze.

Fisica. — *Sulla conducibilità elettrica dei vapori di ipoazotide.* Nota di A. Pochettino, presentata dal Socio Blaserna.

Una breve Nota presentata da Le Verrier all'Accademia di Parigi [1]. suona testualmente così: « Il sig. O. Hempel costruttore di macchine elettriche ha osservato un fatto notevole di conduttività dei gas. Se, mentre una macchina è in attività e fornisce forti scintille, si pone un vaso contenente dell'acido nitrico e tornitura di rame al di sotto dell'intervallo che separa il conduttore dalla sfera eccitatrice, le scintille cessano completamente e la macchina perde tutta la sua tensione quando i vapori rutilanti si innalzano nello spazio traversato dalla scintilla. La tensione riappare immediatamente allorquando, per il rinnovarsi dell'aria, si è dissipata la nebbia rossa. L'esperienza non riesce che nell'aria secca; nell'aria umida la formazione di acido nitrico impedisce all'aria di riprendere così rapidamente la sua proprietà isolante ».

L'impressione che si riporta nel leggere la nota riferita si è che l'Hempel voglia attribuire all'ipoazotide la proprietà di una conducibilità elettrica molto elevata. Questo fatto sarebbe estremamente interessante perchè sono ben note le proprietà d'isolamento dei gas alla temperatura ordinaria, quando questi non si siano sottoposti a condizioni speciali (radiazioni Röntgen, ultravioletto o Lenard, Becquerel; ovvero presso a scintille, a dei pezzi di fosforo);

[1] Comptes Rendus, LXII, pag. 58, 1866.

e la cosa sarebbe anche più importante per il fatto che la ipoazotide alla temperatura ordinaria si trova già parzialmente dissociata (nel senso ordinario, chimico della parola).

Ora che la conducibilità elettrica dei vapori rossi di ipoazotide non sia molto elevata risulta dalle esperienze di A. De Hemptinne (1). Questi, partendo dall'osservazione fatta poco prima da J. J. Thomson (2) che i gas, i quali portati ad elevata temperatura conducono l'elettricità, si trovano sempre in un certo stato di dissociazione e, volendo d'altra parte evitare la causa perturbatrice che proviene dallo spolverizzamento (3) dei metalli costituenti gli elettrodi, decise di determinare se le sostanze che si dissociano a temperature non tanto elevate, divengano conduttrici quando siano dissociate, ossia se, contemporaneamente alla dissociazione, si abbia la produzione di quegli joni liberi necessarî a dare al gas una certa conducibilità per l'elettricità. Il metodo da lui adoperato consiste essenzialmente in quanto segue: Il gas o vapore da studiare si fa arrivare in un recipiente di vetro ove trovansi due elettrodi ben isolati terminanti in due piattini affacciati, uno in comunicazione con una batteria di pile o accumulatori, l'altro con un elettrometro capillare molto sensibile. Come si eseguisca una misura è senz'altro evidente.

Ebbene, usando questo metodo coll'ipoazotide, non potè constatare conducibilità di sorta, nè riscaldando nè raffreddando, sebbene alla temperatura ordinaria, come si sa, il gas sia già parzialmente dissociato.

Il metodo del Hemptinne è però molto poco sensibile, e per procedere ad un esame più rigoroso delle proprietà conduttrici dell'ipoazotide ricorsi alle misure di dispersione che consentono una sensibilità molto maggiore. Ecco pertanto come operai: In un cilindro vuoto di vetro, chiuso da due tappi di paraffina, si trovano due piattelli metallici alla distanza di circa $^1/_2$ centim. uno dall'altro, uno in comunicazione col suolo, l'altro con un elettrometro Exner di buona tenuta; il gas entra per un tubo ed esce per un altro, ambedue fissati attraverso i tappi di paraffina, dopo avere riempita tutta la boccia così formata. Una misura si conduceva così; si caricava l'elettrometro e il piatto con esso comunicante per 5′ con una pila Zamboni a circa 200 Volt, poi si determinava quanto tempo occorresse perchè la divergenza delle foglie d'alluminio dell'elettrometro, letta su un'apposita scala, diminuisse di una certa quantità a seconda che il riempimento era pieno d'aria o d'ipoazotide. Ecco i risultati delle misure eseguite compendiate nella seguente tabella:

(1) Zeit. für phys. Chemie, 12, pag. 244, 1893.
(2) Phil. Mag. 29. 356. 441, 1890.
(3) Wied. Ann. 32, 289.

Tempo impiegato dalle foglioline per passare da una divergenza di 18 mm. ad una di 15 mm.			Mentre la boccia è piena di:
I serie	II serie	III serie	
30′	31′ 1/2	40′	Aria
33′	35′	35′	Ipoazotide
35′	37′	34′	Aria

Come si vede, nessuna differenza sensibile si nota fra il comportamento dell'aria e quello dell'ipoazotide. Ad ogni modo volli ripetere le esperienze variando la durata delle medesime, ed eccone i risultati:

Tempo impiegato per passare da una divergenza di 18 mm. a una di 5 mm.	Mentre la boccia è piena di:
40′	Aria
42′	Ipoazotide
43′	Aria
Da 18 mm. a 10 mm.	
24′	Ipoazotide
26′ 1/2	Aria
26′ 3/4	Ipoazotide
Da 20 mm. a 8 mm.	
37′	Aria
25′ 1/2	Ipoazotide
35′	Aria

Dunque possiamo concludere che la conducibilità elettrica dell'ipoazotide è precisamente dello stesso ordine di quella dell'aria atmosferica ordinaria.

Volli in appresso studiare il comportamento dell'ipoazotide rispetto alla scarica disruptiva. Ricorsi perciò al metodo escogitato dal Sella [1] per dimostrare l'azione della luce ultravioletta sulla distanza esplosiva. Questo metodo ha il vantaggio che la distanza esplosiva è molto sensibile allo stato del gas, ma assai poco alle cause secondarie, come presenza di altri corpi in vicinanza della scintilla ecc. Le armature interne dei due condensatori di una macchina Whimshurst terminano, come al solito, allo spinterometro della macchina stessa; le armature esterne sono in comunicazione mediante due fili lunghi circa due metri ciascuno con un secondo spinterometro i cui due conduttori sono uniti fra loro mediante una resistenza induttiva formata da poche spire di filo di rame grosso. La distanza fra le palline di questo secondo spinterometro venne mantenuta sempre all'incirca di mm. 2 e si regolava invece la distanza fra le palline dello spinterometro della macchina finchè nel secondo passassero ancora delle scintille, sempre, ma un po' stentatamente, cioè

(1) Nuovo Cimento (4), 1899, 10, p. 184.

finchè alla più piccola diminuzione della distanza esplosiva del primo spinterometro non scoccassero più scintille nel secondo. Di più, sia per condurre via i vapori di ipoazotide, sia per impedire un'azione fotoelettrica fra le due scintille, il secondo spinterometro veniva posto sotto una cappa di vetro i cui sportelli venivano abbassati in modo che i due tratti di scintilla *non si vedessero*. Disposto così l'apparecchio, sotto al secondo spinterometro si poneva il generatore di ipoazotide, consistente in un palloncino, contenente del nitrato di piombo preventivamente essicato, il cui collo sboccava proprio sotto le due palline; non appena i vapori rossi si innalzavano sotto il tratto di scintilla questa non scoccava più. Tre cose si potrebbero ora obbiettare a questo modo di sperimentare: prima di tutto che, malgrado l'essicamento del nitrato di piombo prolungato per più ore, in una stufetta ad acqua, l'ipoazotide svolgentesi contenesse dell'umidità, donde formazione di acido nitrico e relativo alteramento della superficie delle due palline, fatto questo molto grave ben sapendo di che importanza sia in esperienze di questo genere lo stato della superficie degli elettrodi; poi che fosse possibile un'azione sulla distanza esplosiva del vetro del palloncino; infine che l'azione non fosse dovuta all'aria riscaldata dal becco Bunsen posto sotto il palloncino, o addirittura ai prodotti della combustione del gas illuminante. Per ovviare il primo inconveniente, non si pose il palloncino donde si svolgeva il gas sotto lo spinterometro, se non quando dal nitrato di piombo si era già svolta buona quantità di ipoazotide, di più mi fu facile il convincermi che non avvenisse l'inconveniente di un'alterazione delle palline giacchè, per far scoccare nuovamente la scintilla, bastava allontanare, semplicemente soffiando, i vapori rossi dal tratto fra le palline, e non appena i vapori di nuovo lo occupavano, la scintilla cessava; di più ancora la superficie delle palline, anche dopo un funzionamento abbastanza prolungato, non presentava alcuna alterazione visibile. Il fatto che soffiando via i vapori rossi dal tratto del secondo spinterometro bastava per far ritornare la scintilla e che al ritornare dei vapori rossi la scintilla cessava, dimostra anche la nessuna azione del vetro del palloncino. Infine, tolto via il palloncino e posto il becco Bunsen sotto il tratto di scintilla, non si notò nessuna azione marcata su quest'ultima. Possiamo quindi concludere che nell'ipoazotide la distanza esplosiva è minore che nell'aria.

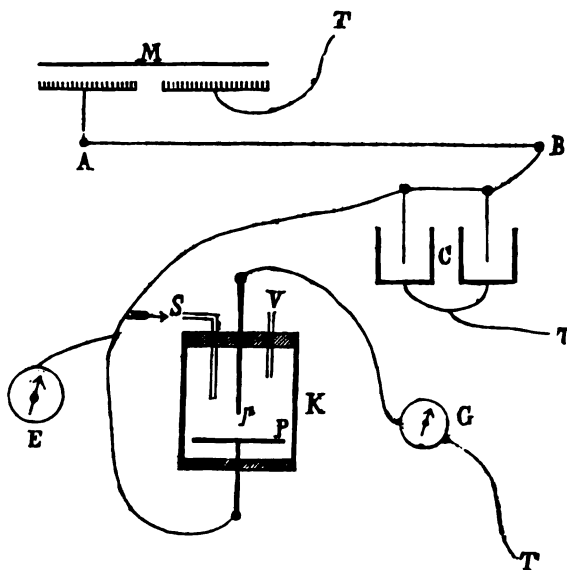
Resta ora ad esaminarsi il comportamento di questi vapori rossi rispetto alla scarica detta *per convezione* quale quella che ha luogo fra una punta acuminata ed un piano. Circa questa specie di scarica nei gas esistono alcune interessanti esperienze eseguite dal Röntgen [1].

Egli fece l'osservazione che la scarica fra punta e piano non ha luogo per qualunque potenziale, ma che esiste un potenziale minimo al di sotto del quale questa scarica non si effettua.

(1) Phil. Mag., V, 6, pag. 136, 1878.

Röntgen trovò che questo potenziale minimo non è lo stesso in tutti i gas, ma varia in ordine crescente dall' idrogeno, all' ossigeno, all' ossido di carbonio. al metano, al protossido d' azoto, all' anidride carbonica, di modo che parrebbe che il potere isolante dei gas per questo genere di scarica cresca col diminuire del cammino medio delle loro molecole; ed invero facendo, per i vari gas, il prodotto di questa differenza di potenziale minima per il cammino medio delle molecole, si hanno dei numeri pressochè uguali. Mi parve dunque interessante fare alcune esperienze in proposito anche sull' ipoazotide, che ora descriverò.

La determinazione di questo potenziale minimo si può fare sia crescendo che diminuendo il potenziale, ma le differenze dei valori che così si ottengono è così piccola, come risulta dalle recenti ricerche, di F. Tamm (¹) che io, trattandosi di sole misure quantitative, mi sono limitato a misurare il potenziale di cui la scarica *comincia* ad effettuarsi.

La disposizione sperimentale risulta chiaramente dalla seguente figura:

Uno dei pettini di una macchina Holtz M era posto in comunicazione col suolo, l' altro attraverso un lungo filo di cotone AB caricava una batteria C di grande capacità coll' armatura esterna parimenti al suolo. L' armatura interna comunicava poi col piatto P e con un elettrometro E di conveniente sensibilità che venne tarato col metodo della distanza esplosiva.

Il piatto P e la punta p alla distanza di circa 20 mm. si trovavano chiusi in un cilindro K di vetro chiuso superiormente e inferiormente da

(¹) Ann. der Physik., 1901. N. 10, pag. 259.

due tappi di paraffina; per mezzo dei due tubi S e V il recipiente così formato poteva riempirsi di ipoazotide e di aria a piacere. La punta p poi era in comunicazione col suolo attraverso un galvanometro convenientemente shuntato.

La misura del potenziale a cui avviene la scarica si faceva così: si allontanavano i bottoni della macchina, posta in rotazione uniforme da un motore elettrico a campo rotante, e si cominciavano, grazie al filo AB, a caricare lentamente i condensatori C, contemporaneamente si osservava l'elettrometro E e si faceva lettura della deviazione subìta dall'ago di questo nell'istante preciso in cui il galvanometro G accennava al passaggio di una corrente. Il risultato fu il seguente: mentre nell'aria la scarica comincia ad effettuarsi per una differenza di potenziale corrispondente a una distanza esplosiva di 0,50 mm., nell'ipoazoatide essa si inizia per una differenza di potenziale corrispondente ad una distanza esplosiva di 0,75 mm. fra palline di 37 mm. di diametro.

Questi sono naturalmente numeri solo approssimativi; mi riserbo di studiare in appresso più minutamente questo fenomeno e il suo andamento colla dissociazione del gas ipoazotico.

Risulta dunque dalle mie esperienze che il potere isolante dell'ipoazotide alla dispersione lenta è del medesimo ordine di quello dell'aria; che la distanza esplosiva però in detto gas è minore che non nell'aria e che il potere isolante dell'ipoazotide per la scarica detta *per convezione* fra punta e piano è maggiore che non quello dell'aria; l'effetto osservato dall'Hempel deve dunque ricondursi a una causa affatto secondaria e non a una proprietà specifica dell'ipoazotide.

Mineralogia. — *Dati analitici su alcuni campioni di Manganese di Sardegna.* Nota del dott. C. Rimatori, presentata dal Socio Struever.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sulle anidridi solforica e disolforica.* Nota di G. Oddo [1], presentata dal Socio Paternò.

Le notizie che si possiedono finora sull'anidride solforica sono poco precise e talune anche contradittorie.

Secondo Marignac [2] esistono due modificazioni isomere d'anidride, di cui una, liquida a temperatura ordinaria, bolle a 46° e cristallizza a 18° in prismi trasparenti; l'altra fibrosa, come amianto, si ottiene dalla prece-

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Cagliari.

[2] Arch. scienc. phys. nat. *22*, 225 (1853); *52*, 236 (1875).

dente col riposo, è infusibile e distilla a 100° allo stato d'anidride liquida. Nelle analisi che eseguì di queste due modificazioni non trovò difatti alcuna differenza di composizione.

Quest'affermazione, contradetta da Buff (1), nel 1870 fu confermata in gran parte da Schultz-Sellak (2), il quale diede per punto di fusione della prima varietà 16°, disse che la fibrosa si liquefà a poco a poco al di là di 50°, e osservò inoltre questi due fatti interessanti: 1° che la trasformazione della varietà liquida nella fibrosa avviene quando si conserva a 25° e al di là di 27° non continua; 2° che l'anidride liquida subisce dilatazione considerevole col calore e il suo coefficiente tra 25 e 45° è uguale a 0,0027, cioè più di $^{2}/_{3}$ di quello dei gas. Ma non ritenne le due sostanze isomere, bensì credette la fibrosa risultasse dalla liquida per polimerizzazione, come l'acido cianurico dal cianico.

Malgrado questo lavoro, Weber nel 1876 (3) ritornò a negare l'esistenza di due anidridi isomere o una polimera dell'altra: egli dimostrò che la fibrosa si forma dalla liquida quando questa assorbisce acqua, assorbimento che riesce difficile evitare del tutto; la credette quindi un prodotto d'idratazione. È un concetto questo che non si capisce come sia potuto sorgere nella sua mente, poichè egli aveva spesso osservato che bastano tracce d'acqua per compire la trasformazione. La vera anidride solforica pura invece si conserva secondo Weber liquida per un tempo indefinito in tubo chiuso. Egli difatti riuscì ad ottenerla assolutamente anidra, p. f. 15°, facendola ricadere in tubo chiuso per 6 o 8 ore su anidride fosforica e raccogliendola poi nella branca del tubo che l'anidride solforica aveva lavato nel ricadere, ed era quindi esente d'ogni traccia d'umidità. Così preparata si è conservata liquida per anni.

Quest'opinione sulla natura della sostanza fibrosa non poteva essere accettata da Marignac (4), il quale nel 1877 fece osservare che anche i prodotti preparati con tutte le regole prescritte da Weber per evitare ogni traccia d'umidità, dopo alcuni giorni si trasformano nella modificazione fibrosa.

Weber in una pubblicazione del 1886 (5), ritornando a descrivere il metodo di preparazione dell'anidride solforica liquida, mostrò che il fatto osservato da Marignac è d'attribuirsi alla qualità del vetro e asserì d'aver ottenuto un campione d'anidride solforica che si è conservata liquida per 8 anni; ma non si occupò più dell'anidride fibrosa. Più recentemente, nel 1889, Rebs (6) ha confermato l'opinione di Weber, ammettendo ch'esista una sola

(1) Liebig's, Ann. Ch., 4 suppl., 127.
(2) Bull. Soc. Chim. *14*, 154, Ber. deut. chem. Ges. III, 215.
(3) Poggendorff, Ann. *159*, 313; Ber. deut. chem. Gesell. XIX (1886) 3187.
(4) Arch. scienc. phys. nat. [2], *58*, 228 (1877).
(5) Ber. deut. chem. Gesell. XIX, 3187.
(6) Bull. Soc. chim. (1889), 1. 717; Liebig', Ann. ch. *246*, 356-382.

anidride solforica, la quale bolle a 46°2 e fonde a 14°8; ed egli l'ha potuto conservare liquida per due anni.

I trattatisti evidentemente dovevano dividersi tra opinioni così disparate, e, per citarne alcuni, mentre Dammer (1), per l'indole della sua opera riporta le opinioni di tutti senza commenti, Mendeleeff (2) e Richter-Piccini accettano l'opinione di Weber (3), Erdmann (4) quella di Schultz-Sellak, e Ostwald (5) pare ritenga si possa trattare d'un caso di polimorfismo, come per i due monocloruri di iodio e per lo zolfo, con la differenza che le due forme non hanno un punto di trasformazione nel quale la loro stabilità si possa permutare, ma una è sempre stabile e l'altra sempre instabile.

Che dire poi del comportamento chimico? Non si sa mai, perchè non sempre se ne fa esattamente la distinzione, se le proprietà siano loro comuni o no, e in questo caso se le reazioni che si descrivono appartengano ad una modificazione od all'altra, a meno che non fosse espressamente detto nelle memorie originali.

Questa discrepanza d'opinioni e confusione nella parte descrittiva su corpi che s'imparano subito a conoscere, è senza dubbio censurabile.

Io credo d'essere riuscito a definire la questione. Determinando la grandezza molecolare delle due varietà in soluzione nell'ossicloruro di fosforo, ho potuto dimostrare che la modificazione liquida a temperatura ordinaria, p. f. 13°8, ha il peso molecolare corrispondente alla formola SO_3, mentre invece la modificazione fibrosa infusibile ha la formola doppia $S_2 O_6$. Differenze pure alquanto notevoli ho constatato nel loro comportamento chimico.

Nell'esporre le mie esperienze chiamerò quindi la prima anidride solforica e la seconda anidride disolforica.

Parte sperimentale.

Anidride solforica.

Per prepararla ho riscaldato a bassissima temperatura a bagno di sabbia l'acido solforico fumante cristallizzato di Kalbaum, raccogliendo in un collettore saldato alla storta che conteneva l'acido solforico fumante, e all'altra estremità era tirato in punta sottile, che veniva chiusa con valvola ad $H_2 SO_4$. Durante la distillazione lo teneva immerso in bagno ad acqua a 27-30° e, raccolto il prodotto, le due estremità del collettore venivano chiuse alla lampada, separandolo così dalla storta. Avveniva sempre che, dopo una notte di

(1) Band I, 627.
(2) Grundl. der Ch. ubers. Jawein-Thillot. 913.
(3) Tratt. chim. inorg. III. Ed. ital. 178.
(4) Lehrb. anorg. Ch. II, Auf. 244.
(5) Grundlin. anorg. Ch. 292.

riposo a temperatura ordinaria, si trovava l'anidride solforica trasformata nella disolforica fibrosa.

Per cercare d'ottenerla allo stato di liquido persistente, tentai far uso d'un metodo diverso da quello consigliato da Weber: alla storta, cioè, che conteneva l'acido solforico fumante saldai non uno, ma una serie di cinque palloncini Erlenmeyer ad angolo retto fra di loro e l'ultimo saldato con un tubo ad U, che riempiva di pomice asciutta imbrattata d'anidride fosforica, dopo aver disseccato bene tutto l'apparecchio riscaldandolo fortemente in corrente d'aria secca.

Versato quindi rapidamente l'acido, raccoglieva nel primo palloncino Erlenmeyer l'anidride solforica, lo distaccava dalla storta fondendo alla lampada il tratto di tubo intermedio, sovrariscaldava gli altri palloncini ancora vuoti per scacciare ogni traccia d'umidità e farla assorbire, nel caso ve ne fosse ancora, dall'anidride solforica che si trovava ad una estremità dell'apparecchio o dall'anidride fosforica che era all'altra estremità, e dopo averli lasciato raffreddare, faceva subire all'anidride solforica una serie di 3 o 4 distillazioni, raccogliendo sempre nei palloncini successivi e separando alla lampada quelli già usati. Ma non raggiunsi lo scopo, e sempre dopo una notte di riposo l'anidride solforica s'era polimerizzata nella disolforica fibrosa. Il metodo di Weber, che ho accennato sopra, resta quindi sempre da preferirsi per ottenerla allo stato di liquido persistente.

Per determinare il peso molecolare, raccoglieva in due collettori separati due frazioni diverse d'anidride solforica e l'uno e l'altro chiudeva alla lampada conservandoli sempre a bagno d'acqua alla temperatura di 30°. Ne pesava uno soltanto, l'anidride dell'altro mi serviva invece per aggiungerne poche gocce al solvente, senza pesarla, allo scopo di disidratarlo completamente; poichè, come ho detto nel descrivere il comportamento crioscopico dell'ossicloruro di fosforo, questo, per quanto si cerchi di purificarlo, mantiene sempre una certa quantità d'idrati (o forse anche di acqua). Avviene perciò che le prime gocce d'anidride solforica aggiunta, secondo l'idratazione minore o maggiore del solvente, o non vi determinano affatto abbassamento nel punto di congelazione, o possono dare anche un leggero inalzamento, perchè tendono a formare dei prodotti insolubili nel solvente stesso, i quali agiscono come corpi indifferenti.

Quando però si è raggiunto il momento in cui resta nel solvente dell'anidride solforica inalterata, gli abbassamenti si succedono in modo regolare e le determinazioni non vanno più soggette, possiamo dire, a nessuna causa d'errore, se nella manualità per versare l'anidride nel tubo crioscopico si saprà evitare che avvenga idratazione.

E operando nel modo da me seguìto si raggiunge pienamente anche questo scopo: io costruiva il collettore, nel quale pesava poi l'anidride solforica, con un'estremità lunga circa un dm. e tirata in tubo sottile circa un mm. As-

sieme ad esso pesava un pesafiltri: raggiunto il momento in cui l'anidride solforica dell'altro collettore, che aveva versata, senza pesarla, nel solvente, vi determinava un abbassamento alquanto notevole, assumeva questo come punto di congelamento del solvente, e non più l'altro ch'esso aveva prima di disitratarlo per mezzo dell'anidride solforica; quindi da un assistente svelto faceva tagliare con la lima un pezzo di tubo del recipiente pesato, che conteneva l'anidride solforica, e mentre io, capovolgendolo in modo che per la sua punta ancora lunga e sottile venisse a funzionare come una pipetta Beckmann, faceva gocciolare l'anidride solforica dentro il tubo crioscopico che chiudeva poi subito con turacciolo di sughero, l'assistente chiudeva nel pesafiltri il pezzettino di tubo tagliato al collettore e quindi alla lampada il collettore stesso, e si ritornava a pesare collettore e pesa filtro.

Si possono impiegare senza alcun inconveniente i turaccioli di sughero per il tubo crioscopico; poichè, come dirò più tardi, i vapori d'anidride solforica non si sollevano fino alla loro altezza.

Ecco i risultati ottenuti:

1ª *Determinazione.* — Il solvente solo cristallizzava a 3,928 del termometro differenziale. Dopo averlo disidratato per l'aggiunta d'anidride solforica non pesata nel cristallizzare raggiunse i gradi 3,458: questo valore fu adottato come temperatura di cristallizzazione del solvente.

Aggiungendo successivamente anidride solforica in quantità pesata si ebbe 1,362. Quindi:

Concentrazione	Abb. punto cong.	Peso molecolare
2,2902	2°,096	75,4

2ª *Determinazione.* — Il solvente solo cristallizzava a 3,812 e dopo l'aggiunta di SO_3 non pesata, per disidratarlo, a 2,310, che fu preso come suo punto di congelamento. Aggiungendo successivamente anidride solforica pesata si ebbe 0,488.

Concentrazione	Abb. punto cong.	Peso molecolare
2,0643	1°,822	78,1

Per SO_3 si calcola *p. m.* = 80,06.

Anidride disolforica.

Per prepararla e poterne disporre a piacimento, ho trovato che il metodo più comodo è far arrivare il prodotto della distillazione a blando calore dell'acido solforico fumante in un tubo lungo circa cm. 50, largo 1 cm. e più: per un'estremità esso viene saldato alla storta che contiene l'acido, estremità che si chiude poi alla lampada, quando la preparazione è finita; l'altra invece, di un diametro un po' inferiore a quella del tubo, è smerigliata in modo che

vi si possano adattare una valvola ad acido solforico, durante la preparazione, o dopo, un turacciolo a tenuta perfetta.

Durante la preparazione manteneva il tubo all'aria (temp. 15-18°): la solidificazione del prodotto nella massa fibrosa poteva così avvenire subito, ma non era mai completa; ed anche quando con un po' di riposo aveva preso tutto l'aspetto d'amianto, la polimerizzazione era parziale; difatti i valori per il peso molecolare che si ottengono con un prodotto preparato di recente, come mostrerò, sono alquanto inferiori a quelli calcolati per S_2O_6. Si completa invece col riposo: aspettando che ciò avvenga, conviene tenere il tubo capovolto con l'estremità a turacciolo sotto; usando tale cura, se questo per poco perde, l'acido solforico che si forma impedisce per capillarità l'ingresso d'altra umidità e il prodotto si può conservare a lungo inalterato. Si constata intanto che mentre esso si era depositato durante la preparazione nella parte più declive del tubo, poscia, sublimando, arriva a tapezzarlo completamente di lunghe fibre splendenti, d'aspetto d'amianto.

Volendo poi adoperare il prodotto, difficilmente si riesce ad averlo in piccoli pezzi per strappamento. Io ho trovato invece più conveniente di tirarne dal tubo una certa quantità per mezzo d'un filo di ferro ben pulito e robusto terminante ad uncino, e farla cadere in un mortaio di porcellana profondo: la nubecola bianca che subito si solleva impedisce, come dirò meglio più oltre, l'attacco dell'umidità per tutta la massa, che si può comodamente ridurre in pezzi della grandezza desiderata, senza alcun inconveniente, pigliandola con una pinza di platino, o, in mancanza di questa, anche con una a punte d'osso, che non vengono alterate, e tagliandola con una forbice d'acciaio ben pulita, esente d'ossido.

È bene poi avvertire che dei pezzettini così ottenuti non conviene metterne assieme parecchi in un medesimo pesa filtro, perchè ritornano a saldarsi molto facilmente. Conviene quindi isolarli in singoli pesa filtri; e con questa cura si eviterà ogni perdita di tempo e quindi di prodotto nel passare la sostanza dal pesafiltro nel crioscopo. Per rendere agevole quest'operazione ed evitare ogni causa d'errore o renderle trascurabili, io ricorreva al seguente processo: un assistente apriva il pesafiltro in vicinanza del tubo laterale del crioscopo, io per mezzo d'una pinza a punte d'osso toglieva rapidamente il pezzo d'anidride da un oggetto e lo passava nell'altro; e mentre l'assistente chiudeva il pesafiltro, io chiudeva il crioscopo e le perdite diventavano quasi nulle.

Debbo poi accennare che appena introdotto il pezzo d'anidride nel crioscopo, cessa la sublimazione di essa, anche lasciando il crioscopo aperto, e quindi non è necessaria una fretta eccessiva.

L'anidride disolforica si scioglie nell'ossicloruro di fosforo con una certa lentezza; occorre agitare per alcuni minuti, tenendo il tubo crioscopico fuori del bagno freddo.

Per le determinazioni ho seguito il metodo descritto per l'anidride solforica: ho aggiunto cioè prima dei pezzettini non pesati d'anidride (talvolta era sufficiente uno) sino ad ottenere la completa disidratazione del solvente, e quindi un abbassamento notevole nel punto di congelamento di esso. Anche in questo caso, se il peso d'anidride aggiunta al solvente non era sufficiente alla completa disidratazione di esso, notai che la temperatura di congelamento o non si abbassava, o anche talvolta aumentava d'un poco.

Ecco i risultati ottenuti con anidride disolforica preparata da lungo tempo.

Il solvente solo cristallizzava a 4,2122. Dopo l'aggiunta di S_2O_6 non pesata cristallizzava a 2,929, che fu adottato come punto di congelamento del solvente. Aggiungendo successivamente anidride disolforica in quantità pesata, cristallizzò a 2,145. Perciò:

Concentrazione	Abb. punto cong.	Peso molecolare
1,9322	0,784	170,05

Le seguenti determinazioni furono eseguite in serie; i valori ottenuti tuttavia sono abbastanza concordanti, ciò che dimostra l'esattezza del metodo.

Il solvente solo cristallizzava a 4,898. Dopo l'aggiunta di S_2O_6 non pesata cristallizzava a 4,569, che fu preso come punto di congelamento di esso.

Concentrazione	Abb. punto cong.	Peso molecolare
2,0360	0°,843	166,6
3,1505	1 ,347	161,38
3,8400	1 ,682	157,5

Per S_2O_6 si calcola *p. m.* = 160,12.

Questi risultati non lasciano alcun dubbio che la modificazione fibrosa sia dimera della liquida.

Riporto finalmente una serie d'esperienze eseguite con anidride disolforica preparata di recente.

Il solvente solo cristallizzava a 3,625. Dopo aver aggiunto l'anidride non pesata cristallizzava a 3,155, valore che adottai come punto di congelamento di esso.

Concentrazione	Abb. punto cong.	Peso molecolare
1,9893	1°,119	122,66
4,0609	2 ,365	118,47
4,4510	2 ,543	120,77

Caratteri differenziali tra l'anidride solforica e la disolforica.

Caratteri fisici. — Queste due anidridi si differenziano sia per caratteri fisici che per alcuni caratteri chimici. Sui caratteri fisici io debbo ripetere quanto in parte si conosce. L'anidride solforica cristallizza in prismi alquanto

trasparenti, p. f. 14°,8. In quanto al suo punto d'ebollizione da Mitscherlich fu dato 35°, da Schultz-Sellak 46°, da Buff 46°-47°, da Fischer 52°-56°. Io non ho ancora l'apparecchio adatto per darne con esattezza la cifra; vi ritornerò in occasione di altri lavori su questa sostanza. Si conserva bene inalterata in bagno a 27-30°.

L'anidride disolforica invece non fonde ma si decompone. Se si riscalda a pressione ordinaria, a circa 50°, incomincia a fornire SO_3, che si può raccogliere; ma a questa temperatura la dissociazione è molto lenta e dopo circa mezz'ora di riscaldamento, anche operando con discreta quantità di sostanza, se ne raccoglie appena qualche goccia; progredisce più rapidamente coll' innalzarsi della temperatura e a 100° ha acquistata tale celerità da potersi raccogliere l'anidride solforica come quasi in una distillazione ordinaria, senza che mai la disolforica arrivi a fondere. Se si riscalda in tubo chiuso, pieno quasi per un terzo, a bagno di H_2O bollente, con molta lentezza va diventando liquida, sino a fondere completamente; ma la lentezza con la quale si compie il fenomeno ci avvisa che non si tratta di semplice fusione, senza alterazione della sostanza, bensì della solita dissociazione; difatti tolto il tubo dal bagno caldo, lasciandolo raffreddare sino a temperatura ordinaria di 20-25°, rimane liquida per molto tempo e mostra tutte le proprietà dell'anidride solforica.

Anche nel vuoto non si riesce a distillarla senza dissociazione: se si mette nel primo della serie dei palloncini Erlenmeyer saldati fra di loro, che ho descritto avanti, dell'anidride disolforica, e si fa il vuoto, a temperatura ordinaria, a poco a poco sparisce, il palloncino che la contiene si ricopre di rugiada, raffreddandosi; ma nulla si condensa nei palloncini successivi, se sono tenuti a temperatura ordinaria; se invece vengono raffreddati con miscuglio frigorifero, vi si può raccogliere piccola quantità d'anidride solforica cristallizzata nei prismi caratteristici.

Caratteri chimici. — Farò cenno in questa prima Memoria soltanto di pochi caratteri differenziali, riservandomi un'ampia trattazione in lavori successivi.

Il fatto più appariscente delle due anidridi è quello d'agire come forti disidratanti; però la solforica si comporta molto più attivamente della disolforica, come mostrano le seguenti esperienze:

1°. Se una goccia d'anidride solforica cade su un pezzo di stoffa o su un tessuto organico, li carbonizza immediatamente e negli animali produce assieme ulcerazioni profonde. Al contrario l'anidride disolforica, cadendo sulle stoffe, non le altera, a meno che non vi resti tanto tempo da idratarsi all'aria; e si può prendere non solo, come ho avuto occasione di dire, con pinze a punte d'osso, senza che queste si alterino, ma anche con le dita; e tra queste perfino l'ho potuta premere come per impastarla, senza risentirne alcun danno.

Gaudry A. — Sur la similitude des dents de l'homme et de quelques animaux. Paris, 1901. 8°.

Huygens Ch. — Oeuvres complètes publiées par la Société hollandaise des sciences. Vol. IX. La Haye, 1901. 4°.

Italia (L') agricola alla fine del secolo XIX (Società degli agricoltori italiani). Roma, 1901. 8°.

Klebs E. — Diplococcus semilunaris, ein Begleiter der Tuberkulose. München, 1901. 8°.

Krug A. — Die lineare Differenzialgleichung dritter Ordnung. I. Bd. Aussig, 1901. 8°.

Memorie del R. Osservatorio del Collegio Romano. Ser. 3ª, vol. I, II. Roma, 1889. 1901. 4°.

Middendorp H. W. — L'étiologie de la tuberculose suivant le prof. Dr. R. Koch et se méthode curative. Paris, 1901. 8°.

Millosevich E. — Il pianeta Eros. Roma, 1901. 4°.

Niedenzu F. — De genere Byrsonima. Braunsberg, 1901. 4°.

Omboni G. — Denti di Lophiodon degli strati eocenici del Monte Bolca. Venezia, 1901. 8°.

Palazzo L. — Sur l'organisation en Italie des stations pour l'étude des orages et de la grêle. Paris, 1901. 8°.

Pennisi-Mauro A. — Metamorfosi cosmica. Catania, 1901. 8°.

Scarpini G. — Tavole numeriche di topografia. Torino, 1901. 8°.

Stossich M. — Osservazioni elmintologiche. Trieste, 1901. 8°.

Tycho Brahe — De Nova Stella. Hauniae, 1891. 4°.

Verson E. — Sull'armatura delle zampe spurie nella larva del filugello. Venezia, 1901. 8°.

Valli V. — Rivendichiamo all'Italia la priorità della scoperta dell'inoculazione del Virus rabido e del pus antipestilenziale. Roma, 1901. 8°.

V. C.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Vicepresidente Blaserna dà comunicazione delle lettere di ringraziamento inviate, per la loro recente nomina, dai Soci nazionali: Mattirolo, Pincherle, Pirotta e Spezia; dai Corrispondenti: Cagni, Capelli, Castelnuovo, Cuboni e Macaluso; e dai Soci stranieri: Engelmann, Picard, Pickering, Richet, Rosenbusch, van 't Hoff e Walcott.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Cerruti dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Lucca: la R. Accademia delle scienze di Amsterdam; la R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società di scienze naturali di Emden.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

La R. Accademia delle scienze di Berlino; la Società zoologica di Londra; la Società degl'ingegneri civili di Londra; le Università di Rostock e di Freiburg i. B.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 3 novembre 1901.

Abel O. — Les Dauphins longirostres du Boldérien (Miocène supérieur) des environs d'Anvers. Bruxelles, 1901. 4°.

Association internationale des Académies. Première assemblée générale tenue à Paris du 16 au 20 avril 1901. Paris, 1901. 4°.

Cocchi I. — Sur l'origine de l'acide carbonique dans les eaux et de la température des sources. Liége, 1898. 8°.

Colomba L. — Sopra una iadeitite di Cassine (Acqui). Padova, 1901. 8°.

Gadot A. — Un nouveau mètre unité physique essentielle. Paris, 1901. 8°.

Gallardo A. — Concordancia entre los poligonos empiricos de variacion y las correspondientes curvas teóricas. Buenos Aires, 1901. 8°.

Id. — Las Matématicas y la Biología. Buenos Aires, 1901. 8°.

Id. — Notes morphologiques et statistiques sur quelques anomalies héréditaires de la digitale. Paris, 1901. 8°.

Ripetendo il ragionamento inverso per l'anidride disolforica, ci spieghiamo ugualmente perchè sia stabile a bassa temperatura e tenda a dissociarsi alle temperature alle quali SO_3 è stabile; e perchè inoltre alle temperature alle quali è stabile non mostri l'avidità di combinazione dell'anidride solforica e si avvicini per i suoi caratteri, a confronto di essa, quasi ad un composto saturo e senza tensione.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Segretario Cerruti, a nome del Corrispondente Nasini, relatore, e del Socio Ciamician, legge le Relazioni sulle seguenti Memorie: *Influenza del solvente sopra i numeri di trasporto*, del dott. G. Carrara; *Sul comportamento e sul punto di fusione di alcune sostanze organiche a bassissima temperatura*, dei dottori G. Carrara e A. Coppadoro. Le relazioni concludono col proporre l'inserzione dei due precedenti lavori negli Atti accademici.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, messe ai voti dal Vicepresidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Cerruti presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci Cocchi, Dalla Vedova, d'Ovidio, Riccò, Boussinesq, Klebs, Kölliker, Nansen; fa inoltre particolare menzione di una recente edizione dell'opera: *De Nova Stella* di Tycho Brahe, dono della R. Accademia danese delle scienze, e del vol. IX delle *Opere complete* di Christiaan Huygens, dono della Società olandese delle scienze di Harlem.

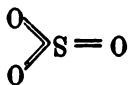
Il Socio Tacchini presenta il 1° e 2° volume della 3ª serie delle *Memorie del R. Osservatorio del Collegio Romano*, che contengono i lavori eseguiti dopo il passaggio dell'Osservatorio alla dipendenza del Ministero della Pubblica Istruzione. Oltre alla memorie astronomiche dei professori Tacchini e Millosevich, vi sono in questi volumi osservazioni dei signori Cerulli, Peyra e Palazzo. I volumi sono corredati di tavole e di figure.

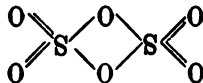
Il Corrispondente Cuboni presenta, discorrendone, il volume intitolato: *L'Italia agricola alla fine del secolo XIX*, contenente 35 monografie inviate alla Società degli Agricoltori di Francia in occasione della Esposizione internazionale di Parigi, del 1900.

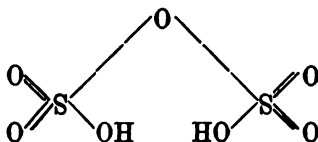
tostante dall' attacco dell' umidità dell' aria. Se invece si tiene in vaso slargato, continua a spargere sempre densa nube bianca finchè si consuma.

L' anidride solforica invece conservata al fondo d' un tubo da saggio aperto, si trasforma presto nella disolforica.

Se ammettiamo l' atomo di zolfo essavalente, essendo la formola dell' anidride solforica:

$$O = S \begin{matrix} \diagup O \\ \diagdown O \end{matrix}$$

quella della disolforica possiamo rappresentarla con l' altra:

$$\begin{matrix} O \\ O \end{matrix} \gg S \begin{matrix} \diagup O \diagdown \\ \diagdown O \diagup \end{matrix} S \ll \begin{matrix} O \\ O \end{matrix}$$

Il suo primo termine d' idratazione è quindi l' acido disolforico:

$$\begin{matrix} O \\ O \end{matrix} \gg S \begin{matrix} \diagup OH \\ \diagdown \end{matrix} \quad \begin{matrix} HO \diagdown \\ \diagup \end{matrix} S \ll \begin{matrix} O \\ O \end{matrix}$$
$$\diagdown O \diagup$$

Riguardo poi alla stabilità di queste due anidridi in funzione della temperatura, essendo la solforica stabile a temperatura superiore ai 27° e la disolforica a temperatura inferiore, e riguardo alla maggiore avidità che mostra SO_3 a combinarsi, avidità che la fa quasi paragonare ad un composto non saturo, accennerò un mio concetto che vale molto per lo meno come mezzo mnemonico. Ammettiamo che gli atomi d' ossigeno abbiano la forma d' un ellissoide, e siano disposti simmetricamente attorno all' atomo di zolfo come sui lati d' un triangolo equilatero, di cui lo zolfo occupa il centro: vibrando a bassa temperatura vengono ad urtarsi per gli estremi nelle loro escursioni: ne risulterà una tensione esterna — per adottare l' espressione in uso — paragonabile a quella che Baeyer ammise per i composti trimetilenici: da ciò la grande tendenza alle combinazioni che possiede l' anidride solforica; e quando non può addizionare altri corpi, perchè o non ne trova, o non si prestano, basta una causa perturbatrice qualunque, come tracce d' umidità, per far ruotare un atomo d' ossigeno e dare l' anidride disolforica, addizionando un' altra molecola di sè stessa: ciò avviene difatti a temperature inferiori a 25°. Se invece si riscalda, gli atomi si allontanano e nelle vibrazioni non si urtano; finisce quindi la tensione esterna nell' anidride solforica ed il corpo diventa stabile. Ciò avviene difatti a partire da 27° in su, temperature alle quali riesce facile conservare l' anidride solforica inalterata.

2°. Era stato osservato da Schultz-Sellak che l'anidride solforica si scioglie immediatamente nell'acido solforico, e invece la disolforica molto lentamente; io ho constatato che se l'acido solforico si raffredda e si gettano dentro di esso dei pezzi d'anidride solforica e quindi pezzettini di ghiaccio, anche numerosi, non avviene alcuna reazione violenta, e occorrono parecchi minuti e una continua agitazione affinchè sparisca.

Tali caratteri differenziali di grande rapidità di reazione con l'anidride solforica e maggiore lentezza con la disolforica, si ripetono con le sostanze organiche definite, purchè si abbia cura d'evitare ogni innalzamento brusco di temperatura, che, provocando una rapida dissociazione dell'anidride disolforica in solforica, farebbe attribuire a quella il comportamento di questa. E così, per citare qualche esempio, se si versa anidride solforica su polvere di canfora, reagisce energicamente, fluidificandola in parte ed in parte anche carbonizzandola; viceversa se si mescolano intimamente a temperatura ordinaria anidride disolforica e polvere di canfora, nulla avviene; e soltanto quando si è premuto per un po' di tempo il miscuglio, incomincia la reazione: ma appena insorta, lo sviluppo di calore è tale da provocare la dissociazione istantanea di tutta l'anidride disolforica in solforica e quindi una reazione energica e brusca, con risultato finale uguale al precedente.

E senza andare più oltre per ora, terminerò accennando qualche altro fatto interessante delle due anidridi.

L'anidride solforica non reagisce con nessun metallo: io ne ho versato parecchie gocce in varî tubi da saggio asciutti e in ciascuno ho fatto cadere un metallo diverso: ho osservato che il potassio ed il sodio galleggiano sull'anidride, rimanendo inalterati; gli altri metalli, come Mg, Zn, Cu, Sn, Pb, Hg, Ni, Cd, anche se in polvere, vi restano al fondo ugualmente inalterati.

Ma ancora più inaspettato è il fatto che nemmeno gli ossidi vi reagiscono: ho eseguito l'esperienze mettendo l'ossido in polvere in fondo al tubo da saggio, e versandovi sopra l'anidride in notevole quantità: constatai che con ossido di sodio avviene subito reazione, che con eccesso d'anidride non continua. L'ossido impiegato però proveniva da ossidazione lenta del sodio in vaso che non chiudeva bene ed era esente di petrolio, ed evidentemente doveva contenere dell'idrato: e a ciò si deve se reagì solo in parte. Gli ossidi di Hg, Sn, Cu, Zn, Pb, Ba, non reagiscono affatto o danno origine al momento del contatto ad un leggero sibilo, forse dovuto a traccia d'idrati o d'umidità; ma anche con un eccesso d'anidride restano inalterati e null'altro si osserva nel miscuglio, anche agitandolo.

Dirò finalmente che l'anidride disolforica resta inalterata per giorni interi, quando se ne metta qualche pezzo al fondo d'un tubo da saggio aperto: essa in parte si sublima sino a raggiungere una piccola altezza del tubo, ma al disopra si forma una nubecola bianca, in forma di menisco convesso, che se non è agitata non si solleva a riempire tutto il tubo, ma protegge l'anidride sot-

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 novembre 1901.

P. Blaserna, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Chimica. — *Sulla polimerizzazione di alcune cloroanidridi inorganiche del prof. Oddo.* Nota del Socio G. Ciamician.

Fra le pubblicazioni che il prof. Giuseppe Oddo presentò al recente concorso al premio Reale per la Chimica, ve ne erano due intitolate: *Sulla polimerizzazione di alcune cloroanidridi inorganiche.* Con questi lavori l'A. cercò di dimostrare che le sostanze da lui esaminate, in alcuni solventi organici hanno tendenza a polimerizzarsi, deducendo ciò dalle determinazioni dei pesi molecolari fatte col metodo ebullioscopico Beckmann. I risultati furono i seguenti:

Ossicloruro di fosforo:	P. ebollizione 107-108°.			$POCl_3$	= 135,4
Metodo ebullioscopico:	in etere	p. eb.	35°,6.	Peso molecolare	= 147-157
» » :	in CS_2	»	47°,0.	» »	= 214-244
» » :	in $CHCl_3$	»	63°,0.	» »	= 159-164
» » :	in CCl_4	»	78°,5.	» »	= 325-362
» » :	in benzolo	»	80°,5.	» »	= 283-309
Metodo crioscopico :	in benzolo			» »	= 149-152
Ossibromuro di fosforo:	P. ebollizione		193°.	$POBr_3$	= 287
Metodo ebullioscopico:	in CCl_4	p. eb.	78°,5.	Peso molecolare	= 287-310
» » :	in benzolo	»	80°,5.	» »	= 334-352
Metodo crioscopico :	in benzolo			» »	= 293-308
Solfocloruro di fosforo:	P. ebollizione		124°.	$PSCl_3$	= 169,4
Metodo ebullioscopico:	in CCl_4	p. eb.	78°,5.	Peso molecolare	= 209
» » :	in benzolo	»	80°,5.	» »	= 239-243
Metodo crioscopico :	in benzolo			» »	= 158-161

Protocloruro di solfo :	P. ebollizione 138°.		S_2Cl_2 = 134,8
Metodo ebullioscopico :	in CCl_4 p. eb. 78°,5.	Peso molecolare	= 169-172
» » :	in benzolo » 80°,5.	» »	= 180-193
Metodo crioscopico :	in benzolo ed acido acetico	valori normali (Raoult)	
Cloruro di tionile :	P. ebollizione 78°.		SO_2Cl_2 = 118,8
Metodo ebullioscopico :	in cloroformio p. eb. 63°.	Peso molecolare	= 233-240
Metodo crioscopico :	in benzolo	» »	= 108-110
Cloruro di solforile :			SO_2Cl_2 = 134,8
Metodo crioscopico :	in benzolo	Peso molecolare	= 131
Cloruro di cromile :	P. ebollizione 118°.		CrO_2Cl_2 = 155,3
Metodo ebullioscopico :	in CCl_4 p. eb. 78°,5.	Peso molecolare	= 225-243
Metodo crioscopico :	in benzolo	» »	= 165-175

Come si vede tutti questi cloruri hanno a freddo peso molecolare normale quando questo venga determinato col metodo crioscopico; con quello ebullioscopico si notano invece delle differenze che in genere sono tanto maggiori quanto più il punto d'ebollizione del solvente si accosta a quello della sostanza studiata.

L'unica conclusione che da questi numeri a priori poteva essere dedotta era però quella, che in genere le differenze dipendessero dalla volatilità della sostanza disciolta, la quale per la piccola distanza del suo punto di ebollizione da quello del solvente doveva necessariamente ripartirsi fra le due fasi del sistema. A raccomandare questa interpretazione ed a porre in ogni modo in guardia l'Autore da conclusioni troppo affrettate, avrebbe dovuto servire l'esempio dell'ossibromuro di fosforo, il quale, per la sua minore volatilità, dà, a differenza dell'ossicloruro, anche col metodo ebullioscopico il peso molecolare quasi esatto.

Il prof. Oddo invece va assai oltre nelle sue conclusioni, e sebbene egli si proponesse di tener conto in una prossima pubblicazione della tensione di vapore delle sostanze disciolte, pure invece credette di poter affermare senza altro che le relative correzioni « saranno quasi trascurabili poichè W. Nernst « con soluzioni di benzolo e cloroformio in etere trovò che il peso molecolare « osservato superava quello corretto soltanto dal 10 al 20 per cento ». L'Autore evidentemente qui s'è lasciato illudere perchè la correzione a seconda dei casi può essere assai varia.

Vi è poi un'altra circostanza che merita d'esser posta in rilievo. L'Autore sembra non essersi accorto che gli innalzamenti da lui osservati sono proporzionali alla concentrazione, ciò che risulta evidente ad es. per l'ossicloruro di fosforo in benzolo; per questa coppia ho riportato nella tabella che segue più avanti il rapporto dei due valori. Il coefficiente d'innalzamento, come si vede, si mantiene costante entro i limiti d'errore e ciò, come osserva il Nernst

nella stessa Memoria citata dall' Oddo (1), significa che alla sostanza disciolta spetta lo stesso peso molecolare tanto allo stato di soluzione, che allo stato gassoso. Se questo non fosse, infatti, il rapporto non sarebbe neppure lontanamente costante.

Secondo l'interpretazione del prof. Oddo l'ossicloruro di fosforo presenterebbe perciò il seguente interessante caso: Esso avrebbe in soluzione benzolica al suo punto di congelamento (5°) peso molecolare normale, nello stesso solvente invece al suo punto d'ebollizione (80°) peso molecolare doppio che si manterebbe tale anche allo stato di vapore alla stessa temperatura, per ritornare normale a temperature superiori a 108° (2).

Malgrado tutto ciò l'Oddo attribuisce ai cloruri in questione tendenza a polimerizzarsi a caldo in alcuni solventi, dà all'ossicloruro di fosforo la formola raddoppiata e lo chiama *difosfodiossicicloessacloruro*, che è veramente un bel nome. E si noti che se anche realmente questa sostanza mostrasse in soluzione benzolica peso molecolare doppio, non sarebbe per questo lecito raddoppiargli la formola, dal momento che allo stato gassoso ha peso molecolare normale.

Davanti a tante stranezze ed essendo io relatore nella Commissione pel premio Reale, credetti conveniente di accertarmi come stessero realmente le cose, sebbene dopo quanto s'è detto, il giudizio non dovesse esser difficile anche senza fare ulteriori esperienze. Feci però eseguire alcune misure per la coppia ossicloruro di fosforo e benzolo, per vedere a quanto ascendesse la correzione da farsi secondo Beckmann.

L'esperienza dette il seguente risultato: In grammi 73,75 di benzolo furono sciolti gr. 3,95 di ossicloruro di fosforo. Furono distillati gr. 9,4628, dai quali si ottennero gr. 0,7146 di AgCl pari a gr. 0,2548 di $POCl_3$. Quindi la composizione della soluzione liquida al principio ed alla fine dell'esperienza e quella del vapore era la seguente:

	Soluzione iniziale	Soluzione finale	Vapore
Benzolo gr. . . .	73,75	64,54	9,2078
$POCl_3$ » . . .	3,95	3,70	0.2548
	77,70	68,24	9,4626
Concentrazioni. . .	$C_0 = 5{,}08$	$C_1 = 5{,}42$	$C_{vap.} = 2{,}69$

$$C_{media} = 5{,}25 \qquad \alpha = \frac{C_{vap.}}{C_{media}} = 0{,}51$$

Come si vede il coefficiente di ripartizione per la concentrazione del cinque per cento circa ha il valore 0,51 e però applicando la formola

(1) Zeitschrift für physikalische Chemie, VIII, 116.

(2) La densità di vapore dell'ossicloruro di fosforo fu determinata da Wurtz (Annales de chimie et de physique [3], XX, 472) e da Cahours (Ibidem, XXIII, 329); e corrisponde alla formola semplice $POCl_3$.

$m_{cor} = m_{trov}(1 - \alpha)$, i pesi molecolari osservati si riducono a circa la metà e l'anomalia è spiegata.

In base a questo risultato ed alle considerazioni suesposte la Commissione credette di poter concludere « che introducendo nei risultati sperimentati descritti dall'Oddo, la correzione indicata dal Beckmann per il metodo « ebullioscopico, quando la sostanza disciolta ed il solvente hanno punti di « ebollizione vicini si elimina l'anomalia da lui notata », e questo giudizio è stato riportato nella relazione.

Il prof. Oddo evidentemente poco soddisfatto e non persuaso di questo giudizio ha posto in esecuzione il suo proponimento ed ha eseguito alcune misure per determinare quale parte avesse la volatilità della sostanza disciolta, nella correzione da portarsi ai pesi molecolari osservati. Il lavoro è comparso ora nella Gazzetta chimica [1]; ma disgraziatamente le sue misure non conducono sempre ai valori normali. Egli trovò per la coppia ossicloruro di fosforo in benzolo i seguenti numeri:

	I	II	III
Concentrazione media della soluzione:	1,0465	2,18975	3,56305
» del vapore	0,2829	0,6775	0,9648
$\alpha = \frac{C_{vap.}}{C_{media}}$:	0,27	0,31	0,27

i quali, si vede, sono assai diversi da quello sopra riportato. Siccome correggendo i pesi molecolari osservati con i coefficienti di ripartizione da lui trovati, si ottengono valori ancora notevolmente superiori ai normali, egli insiste nella sua ipotesi di « una polimerizzazione molto labile che avviene in con« dizioni speciali di temperatura e di soluzione ».

Noi abbiamo perciò ripetuto le esperienze a diverse concentrazioni, ma i risultati ottenuti concordano perfettamente con quelli della prima determinazione surriportata.

Queste determinazioni, come la prima, furono eseguite impiegando un apparecchio che non differisce sostanzialmente da quello di Beckmann; però il recipiente era a pallone della capacità di 200 ccm. circa, riempito per più di un terzo di granati; si poteva così operare con grandi quantità di soluzione diminuendo notevolmente le cause di errore. I vapori dopo aver percorso il tubo laterale ascendente (che era munito di una bolla onde evitare le projezioni) entravano in un refrigerante discendente che vi era direttamente saldato. Il tutto stava immerso in un bagno d'acqua tenuto ad 81°, fino alla piegatura del refrigerante; ciò allo scopo di togliere completamente la deflegmazione, poichè ciò che interessa è di conoscere la composizione del vapore che sta in equilibrio colla superficie del liquido. Il distillato, raccolto in boccetta chiusa con tappo a cloruro di calcio, e pesato, veniva scomposto con

[1] Gazz. chim. 1901, 2° vol., fasc. III, pag. 222.

potassa alcoolica e sbattuto ripetutamente con acqua; la soluzione acquosa scaldata a bagno maria per cacciare l' alcool, ed acidificata con acido nitrico; infine si precipitava in essa il cloro con nitrato d' argento. Ecco ora i risultati ottenuti:

I. In grammi 102,85 di benzolo furono sciolti gr. 1,3534 di $POCl_3$. Furono distillati gr. 13,4952 dai quali si ottennero gr. 0,2680 di AgCl, corrispondenti a gr. 0,0953 di $POCl_3$.

II. Dalla soluzione rimasta furono distillati gr. 11,0986, dai quali si ebbero gr. 0,2302 di AgCl, corrispondenti a gr. 0,0821 di $POCl_3$.

Da queste nuove determinazioni si calcolano quindi i dati seguenti:

		Soluzione iniziale	Soluzione finale	Vapore
I.	Benzolo gr. . .	102,85	89,45	13,40
	$POCl_3$ » . .	1,35	1.25	0,0953
		104,20	90,70	13,495
	Concentrazioni. .	$C_0 = 1,33$	$C_1 = 1,39$	$C_{vap} = 0,706$

$$C_{media} = 1,36 \qquad \alpha = \frac{C_{vap}}{C_{media}} = 0,52$$

		Soluzione iniziale	Soluzione finale	Vapore
II.	Benzolo gr. . .	89,45	78,43	11,02
	$POCl_3$ » . .	1,25	1,17	0,0821
		90,70	79,60	11,10
	Concentrazioni. .	$C_0 = 1,39$	$C_1 = 1,48$	$C_{vap} = 0,740$

$$C_{media} = 1,44 \qquad \alpha = \frac{C_{vap}}{C_{media}} = 0,515$$

Il coefficiente α resta dunque fra le concentrazioni di 1,3 a 5 per cento, perfettamente costante. Per mostrare quanto oltre vada questa costanza, da cui risulta senz' altro l'uguale grandezza molecolare nelle due fasi, dirò che da una determinazione eseguita su una soluzione concentratissima ($C_{media} = 20,44$) si ottenne un vapore della concentrazione 11,13; da cui si calcola $\alpha = 0,545$.

Se ora si correggono i pesi molecolari trovati dall' Oddo col valore medio di α da noi trovato (0,515), si hanno i seguenti numeri:

Serie di misure	Concentrazione	Coefficiente d'innalzamento	Peso molecolare trovato	Peso molecolare corretto $m = m_{trov}\ (1 - 0,515)$
IV	1,0465	0,083	321	156
IV	2,18975	0,080	332	161
II	2,2313	0,091	288	140
I	2,4392	0,094	283	137
III	3,1517	0.087	309	150
IV	3,56305	0,086	312	151
I	3,8612	0,089	301	146
II	4,5907	0,090	296	144
III	5,2026	0,087	309	150
				$POCl_3 = 153,4$

Come chiaramente si vede tutti questi valori oscillano intorno al peso molecolare semplice e concordano con questo in modo soddisfacente entro i limiti di errore.

Quale sia la ragione per cui i numeri del prof. Oddo non coincidono coi nostri, non credo necessario ricercare; sembra però che egli non si sia abbastanza premunito contro una parziale deflegmazione dei vapori di ossicloruro di fosforo e benzolo nel suo apparecchio, per cui avrebbe ottenuto nel distillato una quantità di ossicloruro minore di quella contenuta nel vapore che trovasi immediatamente a contatto col liquido.

Chimica. — *Esperienze al tubo caldo freddo al forno elettrico.* Memoria del Corrispondente R. Nasini e del dott. F. Anderlini.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Mineralogia. — *Dati analitici su alcuni campioni di Manganese di Sardegna.* Nota del dott. C. Rimatori, presentata dal Socio Struever.

Per la varietà delle sue formazioni geologiche, l'importanza de' suoi giacimenti e la ricchezza delle specie minerali, la Sardegna ha attirato l'attenzione di studiosi nazionali e stranieri, epperciò sono estese le cognizioni, che si hanno ora su questa terra così interessante ne' molteplici campi d'investigazione, che essa presenta. Io credo però che non siasi fatto abbastanza dal lato chimico e che da un particolareggiato esame analitico, finora limitato per la maggior parte a scopi industriali, si possano derivare ulteriori conoscenze e probabilmente dimostrare l'esistenza di specie nuove, non solo per la Sardegna, ma forse anche per la scienza. Così ne' giacimenti de' minerali di piombo, zinco ed argento si può senza difficoltà ammettere l'esistenza di altre forme di combinazione di questi metalli, oltre a quelle già conosciute, derivante anche da metamorfosi od alterazioni delle specie primitive.

Il procurarsi il materiale necessario per effettuare un lavoro complesso, quale sarebbe mio desiderio di fare, costituisce la principale difficoltà, che non è sempre possibile superare, almeno in poco volgere di tempo; per tale ragione ora mi limiterò a comunicare in questa breve Nota i dati risultanti dall'analisi di diversi campioni di manganese provenienti da località differenti e che ho potuto avere per cortesia del prof. Lovisato, al quale rendo grazie anche per le notizie relative al loro giacimento e per i consigli prestatimi.

I campioni di manganese non sempre si presentano in frammenti puri abbastanza grandi; talvolta il minerale è impastato con la roccia in modo da richiedere una separazione accurata, la quale invece che per densità, ho preferito eseguire meccanicamente riducendo il minerale in piccoli frammenti e scegliendo quelli che, esaminati con la lente, si presentavano scevri di ganga. Con questo metodo ho avuto talvolta il minerale quasi puro, in altri casi sostanze estranee sono tanto intimamente mescolate, che non si possono separare e che rimangono indietro, quale residuo inattaccabile, nel trattamento con gli acidi.

La densità fu sempre determinata con il metodo della boccetta e la quantità de' componenti con il processo che così riassumo. In un dato peso di sostanza polverizzata fu determinato il manganese allo stato di biossido, trattandola con circa tre volte il suo peso d'ossalato potassico puro e l'acido solforico in un apparecchio di Schrödter e pesando questo prima e dopo completato lo sviluppo di anidride carbonica: un'altra porzione di sostanza fu sciolta in acido cloridrico; in alcuni casi si è avuta soluzione limpida ed altre volte è rimasto indietro un residuo. Dalla soluzione filtrata, previa aggiunta di acqua di cloro, fu mediante soda caustica precipitato il manganese allo stato d'ossido idrato misto e pesato quindi sotto forma di ossido salino; dalla quantità di questo si è calcolato il manganese che si trovava in forma di protossido. Ne' campioni, che nei saggi qualitativi accusavano presenza di quantità apprezzabile di calce, il manganese totale fu precipitato mediante solfidrato d'ammonio. L'umidità è stata desunta dalla perdita in peso subìta da un'altra porzione di sostanza riscaldata a circa 300° in tubetto chiuso da una parte; infine il ferro, per quei campioni che lo contengono in quantità apprezzabile, fu dosato volumetricamente in un altro peso di sostanza.

Manganese n. 1. — Proviene da' dintorni di Padria (circondario di Alghero). Presentasi in massa compatta di color grigio d'acciaio scuro, in alcuni punti con struttura cristallina e splendore metallico, in altri con splendore quasi sericeo e struttura fibroso-raggiata; tinge per confricamento le dita; polvere nera. Trovasi compreso ora in piccoli noduli, ora in considerevoli concentrazioni nella massa d'un calcare talvolta roseo, tal'altra bianco sporco, a struttura granulare, a contatto con le trachiti.

Densità a 14°,6 = 4,71; durezza 3.

Composizione centesimale.

	α) della massa totale	β) della parte solubile in HCl
MnO^2	90,63	92,04
MnO	3,95	4,01
Fe^2O^3	tracce	tracce
CuO	tracce	tracce
H^2O	3,52	3,56
Residuo insol.	1,53	
	99,63	99,61

Campione n. 2. — Proveniente pure dalla stessa località di Padria. Massa compatta di color quasi nero, amorfa, senza splendore, più dura del campione precedente; confricata non tinge le dita; nell'insieme presenta l'aspetto d'un'incrostazione mammellonare.

Densità a 16°,8 = 3,34; durezza 5.

Composizione centesimale.

	α) della massa totale.	β) della parte solubile in HCl.
MnO^2	38.75	67,05
MnO	16,03	27,73
Fe^2O^3	tracce	tracce
H^2O	3,39	5,86
Residuo insol.	42,21	—
	100,38	100,64

La maggior durezza, il peso specifico poco elevato ed un po' anche la composizione chimica, farebbero vedere in questo campione una varietà di psilomelano.

Campione n. 3. — Nelle trachiti di color rossigno chiaro, che trovansi presso la Punta o Capo Giordano per andare a Porto Scuso, si riscontrano delle incrostazioni di manganese prive assolutamente di struttura cristallina e con notevole durezza.

Densità a 25°,6 = 3,25; durezza 5-6.

Composizione contesimale.

	α) della massa totale.	β) delle parte solubile in HCl.
MnO^2	43,84	69,74
MnO	11,22	17,82
Fe^2O^3	1,17	1,87
CaO e BaO	tracce	tracce
H^2O	5,53	8,56
Residuo insol.	37,16	—
	98,92	97,99

Anche questo possiamo considerarlo come psilomelano che si riscontra pure nel trachitico delle vicinanze di Bosa.

Campione n. 4. — Proveniente da Pozzomaggiore. Questo manganese è compreso nella massa compatta d'un calcare chiaro, ora formando de' noduli, ora diffuso in esso con aspetto dendritico. Questi arnioni, non molto grandi,

non manifestano sempre struttura omogenea, e poichè alcuni, i più grandi, sono costituiti d'un involucro esterno più o meno spesso di color bruno cioccolatte e d'un nucleo interno più duro di color nero con splendore submetallico e minutamente cristallino, così ho proceduto all'analisi delle due parti.

a) *Parte esterna.*

Densità a 12°,6 = 4,9; durezza 1-2.

Composizione centesimale.

	α) della massa totale.	β) della parte solubile in HCl.
MnO^2	67,45	70,95
MnO	21,81	22,93
Fe^2O^3	tracce	tracce
H^2O	5,99	6,26
Residuo insol.	4,98	—
	100,23	100,14

b) *Parte interna.*

Densità a 16°,4 = 4,79.

Composizione centesimale.

MnO^2	95,53
MnO	2,24
H^2O	1,86
Residuo insol.	0,37
	100,00

Da questi dati risulta che il manganese di Pozzomaggiore è costituito da pirolusite quasi pura all'esterno alterata più o meno profondamente.

Campione n. 5. — Proveniente dal vulcanico antico fra Ploaghe e Chiaramonti. Massa compatta di color nero bluastro, senza splendore, a prima vista amorfa, osservata però con la lente, presentasi impregnata di minute particelle cristalline a splendore submetallico.

Densità a 16°,25 = 4,39; durezza 3.

Composizione centesimale.

	α) della massa totale	β) della parte solubile in HCl.
MnO^2	88,20	92,31
MnO	5,87	6,14
Fe^2O^3	tracce	tracce
H^2O	1,88	1,95
Residuo insol.	4,46	—
	100,41	100,40

Campione n. 6. — Appartiene a quel giacimento, che si tentò coltivare, e che è situato fra Bosa e Montresta. Trovasi in forma di noduli più o meno grandi misti ad una ganga ferruginosa a tinte diverse; in alcuni punti chiara, in altri rossa o gialla oppure rosea. Solo col ridurlo in piccoli frammenti lo si può meccanicamente separare dalla ganga in modo da presentarsi omogeneo ed adatto all'analisi. Massa di color grigio scuro di ferro, splendore tra il submetallico ed il resinoso senza struttura cristallina distinta. Confricato, tinge le dita. La sua composizione si differenzia da quella degli altri manganesi per una notevole quantità di ferro e per la presenza di forte percentuale d'ossido di piombo.

Densità a 14°,2 = 3,51; durezza 2,5.

Composizione centesimale.

	α) della massa totale	β) della parte solubile in HCl.
MnO^2	23,94	35,06
MnO	8,12	11,88
PbO	20,68	30,28
Fe^2O^3	6,30	9,22
H^2O	8,51	12,46
Residuo insol.	31,72	—
	99,27	98,90

Campione n. 7. — Trovasi nelle trachiti andesiti presso la stazione di Siliqua. Massa di color grigio bluastro chiaro poco distinta dalla roccia involgente di color roseo chiaro, ma spesso impastata con essa; in alcuni punti però presentasi quasi pura, ora spugnosa, tal'altra con struttura cristallina poco distinta; confricata, sporca le dita.

Densità a 19°,4 = 4,88; durezza 2,5.

Composizione centesimale.

MnO^2	94,95
MnO	3,35
Fe^2O^3	tracce
H^2O	1,19
Residuo insol.	0,94
	100,43

Campione n. 8. — Proviene dal giacimento compreso fra Capo Rosso e Capo Becco sulla costa occidentale dell'isola di S. Pietro. Per quanto riguarda

l'aspetto di questo giacimento e le roccie che l'accompagnano, ci ha dato una dettagliata descrizione l'ing. Bertolio [1].

Il campione che ho esaminato presentasi amorfo, di consistenza terrosa, color quasi nero traente al rossigno, macchia fortemente le dita. Anche ad occhio nudo appare molto impuro e disugualmente nelle sue diverse parti. Questi caratteri corrispondono a quelli descritti dal suddetto autore, e probabilmente il campione da lui analizzato non sarà stato molto diverso da quello che è passato fra le mie mani per l'analisi.

Da una porzione, che, scelta colla lente, appariva la meno inquinata da ganga, ho ricavato i dati seguenti:

Densità a 19° = 3,41.

Composizione centesimale.

	α) della massa totale	β) della parte solubile in HCl
MnO^2	59,17	69,75
MnO	10,91	12,86
Fe^2O^3	2,03	2,39
CaO	2,12	2,61
H^2O	10,09	11,89
Resid. insol.	15,17	—
CO^2 e perdite	0,51	0,60
	100,00	100,10

Poichè tali cifre si allontanano di molto da quelle pubblicate dal Bertolio, ho creduto opportuno eseguire una seconda analisi sul minerale senza fare alcuna scelta, ma prendendo de' frammenti in punti diversi in modo da avere una composizione centesimale probabilmente vicina alla media. Per confrontare i dati ho eseguito l'analisi anche del residuo insolubile nell'acido cloridrico; ecco i valori ottenuti:

MnO^2	29,36
MnO	13,98
Fe^2O^3	4,31
Al^2O^3	6,37
MgO	0,38
CaO	10,36
Alcali (K^2O predom.)	1,73
SiO^2	16,87
CO^2	7,72
Ph^2O^5	tracce
H_2O	8,80
	99,88

[1] *Appunti geologico-minerari dell'Isola di S. Pietro*, 1896.

Nè risulta che, oltre al sesquiossido di ferro, il manganese contiene anche del carbonato di calcio, qualche silicato decomponibile dagli acidi, avendo riscontrato nel residuo insolubile della silice idrata solubile nel carbonato sodico, ed infine un silicato inattaccabile contenente una discreta percentuale di potassa.

Anche questi dati differiscono alquanto da quelli dell'ing. Bertolio; ciò prova che la composizione può facilmente variare da un punto all'altro del medesimo giacimento.

Conclusione. — Da' risultati riferiti si può concludere che i minerali di manganese che si riscontrano in Sardegna si dimostrano in generale quali varietà di pirolusite; fanno eccezione i campioni 2 e 3 e quello segnato con il numero 6. Questo si distingue per la notevole percentuale in ossido di piombo; esso ci ricorda un esemplare di Wad (Wackenrodite), proveniente da Baden, il quale all'analisi accusò contenere il 12 % d'ossido di piombo (1). Gli altri poi per le proprietà fisiche e per la composizione chimica, specialmente il num. 3 contenente anche tracce di barite, possono essere considerati quali varietà di psilomelano.

È da notarsi infine che il manganese ne' campioni esaminati, suole presentarsi talora in forma di noduli o di piccole concentrazioni, tal'altra impastato più o meno intimamente con la massa di rocce calcaree, trachitiche o de' tufi trachitici ed andesitici.

Fisica. — *Intorno ad alcuni nuovi metodi per determinare il peso molecolare dei corpi in soluzione diluita.* Nota di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

I metodi crioscopico ed ebullioscopico, per la determinazione del peso molecolare dei corpi in soluzione diluita, sono ormai resi d'un uso così facile, che può parere superfluo il proporre nuovi metodi destinati allo stesso scopo; tuttavia sono così svariate le condizioni in cui conviene talora sperimentare, sia per la natura dei corpi che si studiano, sia per altre ragioni, che forse, anche nuovi metodi che escano alquanto dalla solita « routine » possono riuscire non del tutto privi di utilità.

Credo perciò utile far notare che tutti i metodi che servono in Igrometria per la determinazione della tensione del vapor acqueo nell'aria, e del rapporto fra essa tensione e quella di saturazione alla stessa temperatura possono altresì servire a determinare la tensione d'un vapore qualsiasi emesso da una soluzione e il rapporto fra essa tensione e quella del vapore emesso dal solvente puro, ossia saturo, alla stessa temperatura, donde si può dedurre

(1) Dana, *A System of Mineralogy* 1893, pag. 258.

nel modo solito il peso molecolare del corpo disciolto. Alcuni di questi metodi inoltre non richiedono che apparecchi ed operazioni della massima semplicità.

Uno studio comparativo completo di questi metodi, cioè del loro modo di funzionare, delle condizioni più propizie, degli apparecchi più convenienti, degli errori cui sono soggetti, delle precauzioni da usare, richiederebbe molto più tempo di quello di cui posso disporre attualmente, molto dopo la chiusura dell'anno scolastico. Differendo perciò questo studio ad epoca più propizia, mi limiterò per ora ad esporre il principio di questi metodi, le disposizioni più ovvie per metterli in pratica, ed alcune esperienze destinate a dimostrarne l'attuabilità e ad indicare all'incirca le condizioni nelle quali si deve operare.

Metodo psicrometrico con termometri. — Questo, che è certo il più comodo dei metodi igrometrici e che difatti è adottato negli Osservatorî meteorici, è anche d'un uso molto facile per la determinazione del peso molecolare dei corpi in soluzione diluita. Il semplice apparecchio di cui mi sono servito nelle pochissime prove che ho eseguito è il seguente. Nel fondo d'una boccetta a collo largo versai uno strato della soluzione alto circa 1 cm. e chiusi la boccetta con un tappo attraversato da tre fori, per due dei quali passavano due termometri che giungevano fino a 1 cm. circa dalla soluzione, uno col bulbo nudo, l'altro col bulbo avviluppato strettamente da uno o due giri di carta da filtro tenuta fissa mediante una legatura o un anelletto di gomma; per il terzo foro passava e scorreva liberamente un'asta o tubo di vetro coll'estremità inferiore ripiegata orizzontalmente, pescante nella soluzione e destinata a rimescolarla per mantenerla omogenea.

Alcune precauzioni che è utile di avere sono le seguenti: I due termometri paralleli devono esser tanto lontani quanto lo permette il diametro del collo della boccetta, ed inoltre conviene fissare al tappo una laminetta metallica levigata che stia fra i loro bulbi a modo di schermo ed impedisca che l'uno agisca sull'altro per irradiazione. È utile anche che la boccetta sia immersa fino al collo in un gran bicchiere o altro recipiente pieno d'acqua alla temperatura ambiente e frequentemente agitata, dimodochè la sua temperatura sia uniforme, e se le pareti di questo recipiente sono trasparenti, conviene avvolgerle con un foglio di carta per evitare che le irradiazioni dall'esterno possano agire disugualmente sui due termometri.

Ciò posto, sollevato per un momento il tappo coi termometri, con una pipettina di capacità conveniente facevo arrivare sulla carta da filtro che avvolgeva uno dei bulbi, tanto solvente che bastasse ad imbeverla bene senza che vi fosse la minima possibilità che potesse gocciolare sulla soluzione sottostante ed alterarne le proporzioni. È comodo che il solvente destinato a bagnare il bulbo del termometro sia tenuto in un tubo d'assaggio immerso nello stesso bagno colla boccetta suddetta, ed abbia quindi la stessa tempe-

ratura. Rimesso a posto il tappo, il solvente che bagna il bulbo, avendo una tensione di vapore maggiore di quella della soluzione, emette continuamente vapore che si diffonde verso di essa e vi si condensa, e così la temperatura del termometro bagnato diminuisce, finchè la quantità di calore assorbita per l'evaporazione non è uguale a quella ricevuta dall'aria circostante e per irradiazione. L'aumento di temperatura prodotto dal condensarsi del vapore sulla soluzione, a causa della gran massa di questa e del bagno che la circonda, è trascurabile.

Siano t e t' le temperature del termometro asciutto e di quello bagnato, F ed F' le tensioni di vapore del solvente a t e t' ed F'' la tensione di vapore della soluzione a t; sia m il peso molecolare del solùto, p il suo peso in grammi in 100 di solvente, e sia finalmente H la pressione atmosferica, A, B, C, apposite costanti.

La formula psicrometrica ci dà:

$$F' - F'' = \frac{A}{H}(t - t').$$

Inoltre si può ammettere che per piccole variazioni di temperatura, le corrispondenti variazioni della tensione di vapore del solvente siano ad esse proporzionali, e quindi sia:

$$F - F' = h(t - t'),$$

essendo h la variazione per 1° di essa tensione. Ne risulta

$$F = F'' - \left(\frac{A}{H} + h\right)(t - t').$$

D'altra parte la legge di Raoult ci dà:

$$F - F'' = B.F.\frac{p}{m}$$

ed uguagliando i due valori di $F - F''$ si ricava:

$$(a) \qquad t - t' = \frac{BF}{A/H + h} \cdot \frac{p}{m} = C\frac{p}{m}, \quad m = C\frac{p}{t - t'}.$$

La costante C si potrebbe calcolare quando fossero noti B, F, h, H e si calcolasse A basandosi sul coefficiente di diffusione del vapore, tenendo conto delle dimensioni dell'aria nella quale si effettua la diffusione ecc.; ma torna più comodo e più sicuro il determinarla sperimentalmente osservando la differenza di temperatura prodotta da una soluzione nota a temperatura e pressione determinate. Se p_1, m_1, t_1, t_1', sono i dati corrispondenti a questa soluzione e supponiamo t_1 poco diverso da t, avremo:

$$m_1 = C\frac{p_1}{t_1 - t_1'}, \quad \frac{m}{m_1} = \frac{p}{p_1}\frac{t_1 - t_1'}{t - t'}$$

e se $p = p_1$ si ha:

$$\frac{m}{m_1} = \frac{t_1 - t'_1}{t - t'} \text{ e se invece } \frac{p}{m} = \frac{p_1}{m_1} \text{ risulta: } t - t' = t_1 - t'_1,$$

ossia:

Soluzioni diluite aventi un ugual peso di corpo disciolto per 100 di uno stesso solvente producono sul termometro bagnato di solvente, a parità delle altre condizioni, abbassamenti di temperatura che sono inversamente proporzionali al peso molecolare del corpo disciolto; ovvero anche:

Soluzioni diluite aventi disciolti uguali numeri di molecole di diversi corpi per 100 gr. di uno stesso solvente, a parità delle altre condizioni, producono uguali abbassamenti di temperatura sul termometro bagnato col solvente stesso.

Nell' applicare la formula (a) bisogna tuttavia tener conto che la costante C contiene come fattore F la tensione di vapore del solvente e quindi varia proporzionalmente ad essa quando la temperatura e quindi la tensione varia. Sarà facile di determinare coll' esperienza oppure di calcolare i diversi valori di C per le temperature ordinarie.

È anche da notare che essa costante vale rigorosamente solo per una stessa boccetta e per una stessa distanza del termometro bagnato dalla soluzione, cambiando uno o l' altro di questi elementi, cambia la costante psicrometrica A e quindi anche C. Tuttavia in parecchie prove eseguite avvicinando o allontanando il termometro bagnato alla soluzione, tanto quanto lo permetteva la boccetta, la temperatura del termometro bagnato rimase immutata, per cui pare che questa causa di variazione della costante abbia ben poca influenza.

La differenza $t - t'$ delle temperature del termometro asciutto e di quello bagnato, può anche esser determinata con un solo termometro, poichè la temperatura del termometro asciutto è anche quella del bagno e della soluzione. A tal uopo, scelto un periodo di tempo nel quale la temperatura ambiente e quella del bagno e della soluzione si mantenevano quasi affatto costanti, determinavo col termometro, col bulbo nudo, la temperatura del bagno che circondava la boccetta, quindi asciugavo il bulbo, lo avvolgevo colla carta da filtro, lo agitavo nell' aria finchè avesse perduto il calore ricevuto nell' ultima operazione, lo bagnavo col solvente puro e lo introducevo nella boccetta. Quando la temperatura da esso indicata era divenuta affatto stazionaria, ne prendevo nota ed avevo così t'; toglievo quindi il termometro, levavo la carta che ne avvolgeva il bulbo e determinavo nuovamente la temperatura del bagno che dava il valore di t, mentre la prima determinazione serviva solo come indizio o per una eventuale correzione.

In un apparecchio costruito nel modo precedentemente indicato, l' abbassamento di temperatura causato da una soluzione di 5 gr. di glicerina in 100 gr. di acqua su un termometro bagnato con acqua, fu di 0°,25; misu-

rato con un termometro diviso in decimi di grado, esso permette già una determinazione abbastanza esatta del peso molecolare cercato. Tale abbassamento potrebbe riuscire alquanto maggiore qualora si facilitasse l'evaporazione coll'aumentare la superficie assorbente, p. es. tappezzando di carta da filtro le pareti della boccetta e facendole imbevere di soluzione. Inoltre esso risulterebbe assai maggiore per soluzioni in liquidi più volatili dell'acqua, come il benzolo, l'etere o il solfuro di carbonio, ecc. ed inoltre per una data soluzione esso cresce al crescer della temperatura (proporzionalmente alla tensione di vapore del solvente). Operando a temperature diverse dall'ambiente occorrerebbero molte cure per evitare gli errori prodotti dall'irradiazione dei corpi circostanti e dalle variazioni della temperatura; più facile riuscirebbe la determinazione alla temperatura d'ebollizione del solvente e nella stufa che serve alla determinazione del punto 100 dei termometri, però è dubbio se il metodo in questo caso presenti qualche vantaggio sulla determinazione solita mediante la temperatura d'ebollizione della soluzione.

Metodo psicrometrico senza termometri, mediante pesate. — Può avvenire non raramente in un laboratorio di chimica, che i buoni termometri, divisi almeno in decimi di grado, quali occorrono per le determinazioni col metodo precedente, non siano disponibili, perchè in uso per altre ricerche, o per altre ragioni. È possibile tuttavia eseguire la determinazione, non solo senza inconvenienti, ma fors'anche con vantaggio.

Difatti, se nella determinazione precedente noi sostituiamo il termometro bagnato con un'asta o tubo di vetro avvolto anch'esso con carta da filtro e bagnato col solvente, ed abbiamo cura di pesare questo tubo (colle debite cure perchè durante la pesata non si perda liquido per evaporazione o per gocciolamento) prima d'introdurlo nella boccetta che contiene in fondo la soluzione, e dopo avervelo lasciato per un tempo noto, la perdita di peso che esso ha subìto per minuto e per cm^2 della superficie evaporante, misura l'intensità dell'evaporazione e può servire altresì come misura del raffreddamento che in uguali condizioni avrebbe subìto un termometro. Potremo quindi far uso delle formule trovate per il metodo precedente, sostituendovi alle differenze di temperatura il peso di solvente evaporato per cm^2 e per minuto, oppure anche il peso totale del solvente evaporato se si ha cura di usare sempre una ugual superficie evaporante e far durare l'evaporazione un tempo determinato sempre lo stesso. Del resto la legge dell'evaporazione che stabilisce che la quantità di liquido evaporato è proporzionale alla differenza fra la tensione del liquido evaporante e la tensione nell'ambiente, o anche la legge della diffusione che stabilisce che la quantità di vapore che si diffonde è proporzionale alla differenza di tensione nelle sezioni estreme, conducono, unitamente alla legge di Raoult, alle stesse formule; l'abbassamento di temperatura prodotto dall'evaporazione non fa che modificare proporzionalmente la tensione di vapore del solvente e modifica solo la costante.

Può tornar comodo di pesare non il tubo bagnato di solvente (che dovrebbe esser pesato dentro un altro tubo per impedire l'evaporazione durante la pesata) ma la boccetta colla soluzione, che avrà subìto un aumento di peso, oppure si potrà collocare su un piatto della bilancia la boccetta, e sull'altro il tubo bagnato, la variazione del peso occorrente per l'equilibrio è in questo caso la somma e il doppio delle singole variazioni di peso del tubo bagnato e della boccetta.

Feci alcune esperienze colla soluzione acquosa di glicerina (al 5 °/₀) usata precedentemente; per aumentare la quantità d'acqua evaporata, aumentai le superficie evaporante ed assorbente e diminuii la loro distanza. Perciò invece della solita boccetta usai un tubo d'assaggio di 3 cm. di diametro, lungo 15 cm. tappezzato internamente con carta da filtro fino a 3 cm. dall'orlo; in questo tubo versai un po' di soluzione, ed inclinandolo e poi facendolo ruotare attorno al proprio asse feci che essa bagnasse bene la carta da filtro, quindi pesai questo tubo dopo averlo ricoperto con una capsuletta che colla sua convessità s'adattava bene all'orlo del tubo stesso.

Inoltre presi un altro tubo d'assaggio di 1 cm. di diametro, attraversante un tappo che s'adattava bene nel tubo più largo, lo avvolsi con carta da filtro che bagnai d'acqua tanto che ne fosse bene imbevuta senza che potessero cadere delle gocce, e lo introdussi nel tubo più largo avendo cura che le pareti non venissero a contatto e fissai il tappo. Dopo un tempo determinato estrassi il tubo centrale colle stesse precauzioni, ricoprii il tubo largo colla stessa capsuletta di prima e lo ripesai, e l'aumento di peso mi diede la quantità d'acqua evaporata dal tubo centrale ed assorbita dalla soluzione. È necessario durante l'evaporazione di rinnovare la superficie della soluzione che si diluisce per effetto del vapore che vi si condensa, e ciò tanto più spesso quanto maggiore è la condensazione. Ciò si ottiene facilmente inclinando il sistema dei due tubi finchè sia quasi orizzontale (avendo cura che la soluzione pesata non giunga sino al tappo) e facendolo ruotare sul suo asse.

Nelle mie esperienze la quantità d'acqua assorbita dalla soluzione fu di 7 mgr. per ora, quindi siccome l'esperienza può essere prolungata per 24 o più ore, si potrebbero ottenere risultati misurabili anche con soluzioni molto più diluite di quelle da me usate e con solventi molto meno volatili. Nel caso però di evaporazioni e diffusioni lentissime occorrerebbe assicurarsi, sperimentando prima con soluzioni note, che le perturbazioni causate dai cambiamenti della temperatura ambiente non disturbino sensibilmente la regolarità dei risultati.

Qualora invece il solvente fosse molto volatile, sarebbe utile rallentare la velocità dell'evaporazione, sia diminuendo la superficie assorbente e quella evaporante, sia aumentando la loro distanza. Così il tubo esterno non dovrebbe esser tappezzato con carta da filtro e dovrebbe contenere la soluzione, so-

lamente in fondo, ed il tubo bagnato dovrebbe essere più corto e di minor diametro.

Ritengo che quèsto metodo possa dare buoni risultati anche a temperatura diversa da quella dell'ambiente, ed anche se essa non fosse rigorosamente costante ma oscillasse attorno ad una media. Nei periodi nei quali la temperatura cresce, siccome il tubo esterno si scalda per il primo, l'assorbimento del vapore diminuirebbe, ma nei periodi nei quali la temperatura va decrescendo si produrrebbe il fenomeno inverso, e le due variazioni potrebbero compensarsi.

Metodo degli igrometri ad appannamento. — Per vedere all'incirca il modo di funzionare di questo metodo e gl'inconvenienti che può presentare, in una boccetta a collo largo contenente in fondo un po' di soluzione, ho adattato un tappo attraversato da un tubo d'ottone nichelato, chiuso in fondo, aperto in cima, largo circa 2 cm. nel quale versavo un liquido volatile, etere, alcool o acqua. Esso tubo era chiuso a sua volta da un tappo con tre fori attraversato da un termometro immerso completamente nel liquido volatile, da un tubo aperto ai due capi, affilato inferiormente che giungeva fino in fondo del liquido suddetto e da un terzo tubo più corto che non pescava nel liquido. Questo tubo nichelato col suo contenuto viene a costituire la parte essenziale dell'igrometro di Regnault.

Se per il tubo pescante nel liquido volatile si fa in questo gorgogliare aria, questa saturandosi di vapore produce evaporazione e quindi un raffreddamento progressivo, e quando la temperatura è divenuta così bassa che il vapore a contatto del tubo nichelato sia saturo, un ulteriore raffreddamento per quanto piccolo produrrà la condensazione del vapore, ossia l'appannamento del tubo. Interrompendo il passaggio dell'aria la temperatura salisce, e quando abbia oltrepassato quella di saturazione del vapore, l'appannamento si evapora e sparisce.

Operando lentamente e prendendo la media delle due temperature alle quali comparisce e scomparisce l'appannamento, si ha la temperatura alla quale il vapore prodotto dalla soluzione è saturo. Se F' è la tensione di questo vapore, t la temperatura della soluzione, t' la temperatura del tubo nichelato corrispondente alla saturazione, si ha che t e t' sono (per definizione) le temperature d'ebollizione della soluzione e del solvente puro alla pressione F', e ad esse si può applicare la formola di Van 't Hoff. L'esperienza dirà se questo modo di determinare le temperature d'ebullizione del solvente e della soluzione presenti qualche vantaggio, per lo meno in casi speciali.

In questo metodo è d'importanza essenziale, che le più piccole traccie d'appannamento siano visibili con sicurezza; nel mio apparecchio, l'imperfezione del tubo nichelato, quelle del vetro della boccetta e del bicchiere che lo circondava, rendevano molto facile di confondere le suddette imperfezioni con le traccie di appannamento e viceversa. Colla soluzione di glice-

rina precedentemente usata, la temperatura di saturazione fu all'incirca di 0°,3 sotto quella della soluzione.

Per apprezzare bene l'appannamento occorrerebbe che il tubo nichelato avesse almeno una faccia ben piana (come negli igrometri di Alloüard e di Chistoni) e che fosse, per quanto è possibile, levigata e specchiante. Se allora s'illumina fortemente questa faccia con luce normale, e si osserva per riflessione molto obliqua una superficie affatto nera, all'occhio difeso dai riflessi laterali non può pervenire niente luce. Se però sulla superficie specchiante si depone un po' di rugiada questa diffonde la luce normale in tutte le direzioni ed apparirà all'occhio come intensamente luminosa.

M'è parso anche che riuscisse di qualche utilità l'illuminare obliquamente la superficie specchiante, e il ricevere i raggi riflessi prima su una lente e poi su uno schermo collocato al foco coniugato della superficie suddetta rispetto alla lente. Inoltre potrebbe esser utile far produrre l'appannamento sul mercurio, la cui superficie si può sempre e agevolmente rinnovare e rendere specchiante. Le esperienze da me eseguite furono finora, per le ragioni sopra esposte, troppo frettolose per poterne dedurre sicure conclusioni.

Il metodo precedente, per il principio su cui essenzialmente è fondato, dà la temperatura di saturazione del vapore per approssimazioni successive; quando l'appannamento si produce il termometro indica una temperatura inferiore a quella di saturazione, fintantochè l'appannamento perdura, l'apparecchio diviene una specie di psicrometro, ed indica più o meno esattamente la temperatura del termometro bagnato del psicrometro che è sempre superiore a quella di saturazione (poichè altrimenti non vi sarebbe evaporazione), e quando l'appannamento è scomparso del tutto la temperatura del termometro è ancora di più superiore a quella di saturazione.

Solo se la quantità di rugiada è minima, le due temperature corrispondenti alla produzione e alla dissoluzione dell'appannamento differiscono pochissimo in meno e in più dalla temperatura di saturazione, colla quale la loro media può ritenersi uguale.

Un metodo teoricamente esatto sarebbe quello di determinare la temperatura alla quale il solvente che bagna per es. un termometro non emette nè assorbisce vapore e quindi il suo peso rimane costante. In tal caso la sua tensione di vapore sarebbe uguale a quella della soluzione che trovasi alla temperatura ambiente; non mi pare tuttavia che questo metodo possa essere facilmente messo in pratica.

Un altro metodo usato in igrometria, e che potrebbe essere usato facilmente per lo scopo attuale, è quello di determinare con un manometro ad aria libera ad acqua o con altro liquido, l'aumento di pressione che produce in un recipiente chiuso e pieno d'aria, l'introduzione di una certa quantità della soluzione. L'azione perturbatrice delle pareti osservata da Regnault, confermata dal Galitzin, in questo caso non sarebbe da temere, perchè il vapore non saturo non si condenserebbe su di esse.

Chimica. — I. *Sulla reazione di Kolbe per la formazione degli ossiacidi aromatici in presenza di solventi indifferenti.* II. *Relazione tra questa reazione e il comportamento crioscopico dei fenoli in benzolo ed altri solventi esenti d'ossidrile* (¹). Nota di G. ODDO ed E. MAMELI, presentata dal Socio PATERNÒ.

I.

Abbiamo osservato che la reazione di Kolbe (²) tra sodio, fenoli e anidride carbonica per la formazione degli ossiacidi aromatici, avviene, in alcuni casi, anche in presenza di solventi indifferenti; e l'uso di questi ci ha fatto constatare delle differenze notevoli di comportamento tra i diversi fenoli, le quali sfuggivano operando per azione diretta a pressione ordinaria o in tubi chiusi.

Il solvente del quale abbiamo fatto più uso nelle nostre ricerche è stato il toluene anidro, e quando la decomponibilità dell'acido non permetteva d'operare a temperatura elevata, si fece uso dell'etere anidro; in altri pochi casi per ottenere temperature superiori a quella del toluene bollente, non avendo a disposizione cimene o xilene, si ricorse a delle frazioni di petrolio purificato, bollenti dentro certi limiti. Tentativi fatti con un solvente attivo — l'alcool amilico — allo scopo d'aumentare il rendimento in acido, non diedero risultato favorevole.

A ciascun fenolo, sciolto in circa 50 volte il suo peso del solvente, veniva aggiunto il sodio, tagliato in nastrini molto sottili, si portava all'ebollizione e contemporaneamente o dopo qualche tempo si faceva passare la corrente d'anidride carbonica secca. In un caso o nell'altro il sodio richiedeva molto tempo prima di consumarsi, anche impiegandone un atomo per ogni atomicità del fenolo, e rimaneva in gran parte inalterato se si usavano due atomi. Quando il sodio era interamente scomparso, o la quantità residuale non accennava a diminuire, si faceva raffreddare e la massa, che il più delle volte era densa e in gran parte gelatinosa, sospesa nel solvente, si trattava cautamente con acqua fino a consumare tutto il sodio. Separata la parte toluica da quella acquosa, la prima, dopo alcuni lavaggi con acqua, veniva asciugata con $CaCl_2$, e distillata, ricavando così una parte del fenolo, che non si era combinato; la soluzione acquosa alcalina veniva saturata con anidride

(¹) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Cagliari, agosto, 1901.

(²) Ann. Ch. *115*, 201; Journ. pr. Ch. (2) *27*, 503 e *31*, 397; Ber. deut. chem. Ges. XI, 1910 e XVI, 795.

carbonica, per ottenere il resto del fenolo rimasto inalterato, e, separato questo, si acidificava per precipitare l'acido, il quale veniva raccolto, lavato su filtro e cristallizzato. Nei casi speciali in cui il fenolo in esame era solubile in acqua, si riotteneva estraendo le acque sature di CO_2 con etere.

I risultati ottenuti sono i seguenti.

Il fenolo ordinario, sperimentato in diverse condizioni di temperatura (toluene, alcool amilico, petrolio p. e. 140-160°, petrolio p. e. 180-200°), anche dopo riscaldamento prolungato di varî giorni è rimasto sempre inalterato.

Dei tre cresoli, soltanto l'orto, dopo 24 ore di riscaldamento, ha fornito il 5 per cento d'acido β cresotinico, p. f. = 163-164; mentre il guaiacolo, nel quale, come è noto, le due catene sostituenti OH, OCH_3, stanno pure in posizione orto, non ne diede nemmeno tracce.

Migliori risultati si ricavano quando nel nucleo benzenico, insieme all'ossidrile fenolico sono legate altre due catene sostituenti; ma il rendimento varia con la natura della catena. Infatti lo xilenolo OH, CH_3, CH_3 = 1, 2, 4 ci ha fornito il 15 per cento d'acido α ossixililico; mentre il creosolo, nel quale OH, OCH_3, CH_3 stanno egualmente in posizione 1, 2, 4, anche dopo 30 ore di riscaldamento, dà un rendimento in acido creosolcarbonico più scarso del fenolo precedente, che non arriva al 10 per cento, analogamente a quanto abbiamo detto per il guaiacolo rispetto all'ortocresolo.

I rendimenti aumentano con l'allungarsi d'una delle due catene alchiliche sostituenti, ma in modo diverso secondo la posizione della catena più lunga rispetto all'ossidrile. Così dei due metilisopropilfenoli, il timolo, nel quale l'isopropile è in posizione orto rispetto all'ossidrile, fornisce circa il 50 per cento d'acido ortotimotico; mentre il carvacrolo, in cui è il metile in posizione orto rispetto all'ossidrile, dà soltanto il 15 per cento d'acido carvacrotico CH_3, OH, COOH, C_3H_7 = 1, 2, 3, 4, p. f. = 135-137°.

Questo processo, fondato sull'uso dei solventi, acquista però l'importanza d'un metodo di preparazione veramente vantaggioso con i fenoli biciclici. Infatti dai due naftoli α e β, si ottengono, con grande facilità e con rendimento quasi teorico, i due acidi naftolcarbonici OH, CO_2H = $\alpha\beta$, p. f. 185° per il primo e OH, CO_2H = $\beta\alpha$, p. f. 156°, per il secondo. Per ottenerli puri basta cristallizzarli per una o due volte da alcool ordinario, riscaldando però sino a temperatura non superiore a 40°, in caso diverso si decompongono in CO_2 e nel naftolo corrispondente.

Se invece degli alchili s'introducono nella molecola dei fenoli catene sostituenti negative, come — NO_2, ovvero — OH, — CO_2H, da noi finora studiate, non si forma affatto acido carbossilico. E così non ne abbiamo ottenuto nemmeno tracce impiegando, sempre in soluzione nel toluene, o— e p— nitrofenolo, dinitrofenolo OH, NO_2, NO_2 = 1, 2, 4, acido picrico e anche dinitronaftolo OH, NO_2, NO_2 = α, β, α', per quanto si prolungasse il ri-

scaldamento per 24-30 ore. Similmente non si ottiene nessuna traccia di acido, nè in soluzione nel toluene bollente, nè in soluzione nell'etere assoluto, con i tre fenoli biatomici pirocatechina, resorcina e idrochinone; e in nessuna esperienza positiva con i fenoli monoatomici abbiamo ottenuto acidi bicarbossilici: ciò mostra che anche $—CO_2H$ ostacola la reazione. A confermare questo fatto, si fece agire sull'acido salicilico in soluzione nel toluene il sodio e l'anidride carbonica per circa 24 ore e lo abbiamo riottenuto del tutto inalterato.

Un'eccezione a questa regola delle catene sostituenti negative, che concorrerà poi molto a darci spiegazione del processo, abbiamo trovato tra i fenoli soltanto nella floroglucina, che fornisce facilmente l'acido floroglucinmonocarbonico. Basta far agire un atomo o più di sodio per una molecola di floroglucina, disciolta in etere anidro, far gorgogliare simultaneamente l'anidride carbonica nell'apparecchio a ricadere per circa due ore, e trattare il prodotto della reazione nel modo già descritto, perchè si abbia un rendimento quasi teorico. Riesce però molto difficile purificare quest'acido, perchè si decompone anche col riposo a temperatura ordinaria, come mostrano le seguenti analisi.

Gr. 0,2514 di sostanza appena precipitata dalla soluzione alcalina, lavata con acqua, disseccata un po' all'aria e poi per una notte nel vuoto, fornirono gr. 0,4595 di CO_2 e gr. 0,1012 di H_2O:

	Trovato %	Calcolato per $C_6H_2O_3.CO_2H$
C	49,84	49,40
H	4,50	3,56

Invece gr. 0,2137 della medesima sostanza, bruciata dopo oltre tre giorni di permanenza in un essiccatore nel vuoto, fornirono gr. 0,4383 di CO_2 e gr. 0,0984 di H_2O:

	Trovato %	Calcolato per $C_6H_6O_3$
C	55,93	57,12
H	5,15	4,80

In grandissima parte s'era dunque decomposto in floroglucina, della quale presentò anche il punto di fusione.

Non abbiamo eseguito ancora esperienze con fenoli nei quali si trovino, come catene sostituenti, radicali positivi come NH_2.

Da questo studio comparativo risulta che quanto più facilmente i fenoli si prestano a fornire l'ossiacido corrispondente, tanto maggiore tendenza hanno questi a decomporsi. Infatti l'acido salicilico è abbastanza stabile, mentre i due acidi naftolcarbonici e così pure il floroglucinmonocarbonico si decompongono molto facilmente col riscaldamento e anche a temperatura ordinaria.

Del pari gli ossiacidi meno stabili più facilmente reagiscono con l'acido nitroso. Per gli acidi α- e β- naftolcarbonici basta agitarli a temperatura ordinaria con nitrito sodico per trasformarli negli isonitrosoortochinoni, con sviluppo di CO_2; al contrario per l'acido salicilico, a temperatura ordinaria o all'ebollizione, la reazione non avviene, e quando si riscalda in tubi chiusi a 150° con nitrito d'amile, in mezzo a molti prodotti resinosi, si estrae con le soluzioni alcaline una scarsa quantità di sostanza, che, riprecipitata con gli acidi, dopo ripetute cristallizzazioni dall'acqua bollente e quindi dalla ligroina, dove è pochissimo solubile, si riesce ad ottenere in piccoli aghi bianchi, che danno con gli alcali la reazione gialla caratteristica degli isonitroso-chetoni, ed hanno un punto di fusione molto elevato: 220°. Riuscendo però molto costosa la preparazione, le risorse di questo laboratorio non ci hanno consentito d'ottenerlo in quantità sufficiente per poterlo studiare.

Per darci una spiegazione di tutti questi fatti, se richiamiamo alla nostra mente che i chetoni ciclici saturi, come la canfora e il mentone [1], danno facilmente nelle medesime condizioni gli acidi carbonici corrispondenti e che dei fenoli poliatomici studiati soltanto la floroglucina, la quale, come è noto, può assumere la forma trichetometilenica, fornisce e con grande facilità l'acido monocarbonico, possiamo attribuire la maggiore tendenza che vanno acquistando i fenoli a dare gli acidi carbossilici col crescere del numero degli alchili sostituenti nel nucleo benzenico e della loro lunghezza e col condensarsi dei nuclei, ad una maggiore tendenza che va acquistando il loro ossidrile a diventare carbonile:

CH / COH (anello) ⟶ CH_2 / CO (anello)

Lo stesso è da ammettersi per gli ossiacidi che si formano:

$C.CO_2H$ / COH (anello) ⟶ $CH.CO_2H$ / CO (anello)

e perciò gli acidi naftolcarbonici sia rispetto al calore che all'acido nitroso, hanno un comportamento identico a quello dimostrato da uno di noi per gli acidi canfocarbonico e mentenmonocarbonico [2].

(1) G. Oddo, Gazz. chim. ital., 1893, I, 70; 1897, II, 97.
(2) G. Oddo, Gazz. chim. ital., 1893, I, 85 e 1897, II, 108.

II.

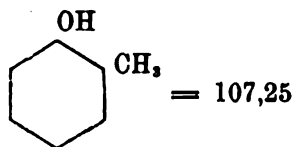
Mettiamo ora questa proprietà da noi riscontrata nell'ossidrile dei fenoli in relazione col comportamento crioscopico di questi corpi negl' idrocarburi aromatici ed altri solventi esenti d'ossidrile.

È noto, per le interessanti ricerche principalmente di Paternò [1] e in seguito di Auwers [2], che mentre gli acidi, gli alcooli propriamente detti, le ossime ed altre sostanze contenenti ossidrile mostrano in soluzione nella benzina, nella naftalina, nel p-xilene etc. un comportamento crioscopico anormale, e col crescere della concentrazione si determinano delle condensazioni molecolari sempre più complesse, i fenoli invece si comportano quasi normalmente, dando abbassamenti che corrispondono quasi alla molecola semplice.

Ma vi hanno delle eccezioni, che però sono poche, come abbiamo potuto osservare anche noi, studiando crioscopicamente in benzolo i fenoli da noi usati per la reazione di Kolbe, dei quali non si conosceva il comportamento.

Si sono riscontrate principalmente col fenolo ordinario e col p-cresolo in diversi solventi: ora poichè nessuno di questi due fenoli fornisce col nostro metodo l' ossiacido — e ciò rivela che l' ossidrile resta in essi inalterato (a parte la questione delle soluzioni solide che non si può invocare per tutti i solventi) — era d' aspettarsi che anche il comportamento crioscopico doveva essere quello anormale caratteristico dei veri alcooli.

Ma abbiamo constatato che questa corrispondenza non si conserva nel comportamento degli altri fenoli. Difatti l' o-cresolo ha fornito, come abbiamo detto, il 5 per cento d' ossiacido: e in soluzione nel benzolo, dove non era stato studiato, noi abbiamo ottenuto crioscopicamente i seguenti risultati:

$$C_6H_4(OH)(CH_3) = 107,25$$

Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso mol.	Differ. dal peso molec. teoret.
	I. Serie		
1,185	0°,554	104,7	— 2,55
2,451	1,083	110,8	+ 2,75
3,497	1,470	116,6	» 9,35
4,553	1,880	118,7	» 11,45
5,596	2,183	125,6	» 18,35

(1) Gazz. chim. ital. *1889*, 640; *1894*, II, 197; *1895*, I, 411.

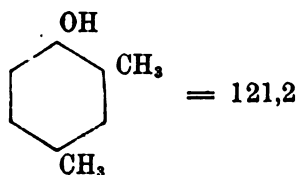
(2) Zeits. phys. Ch. *12*, 689; *15*, 53: *18*, 595 (1895); *21*, 337 (1896). Si veda inoltre Raoult, Ann. Ch. Phys. (6). 2, 66; Beckmann, Zeits. phys. Ch. *2*, 715.

Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso mol.	Differ. dal peso molec. teoret.
	II. Serie		
0,825	0°,391	103,3	— 3,95
2,120	0,948	109,5	+ 1,25
3,658	1,546	116	» 8,75
5,058	2,057	120,5	» 13,25
6,495	2,517	126,4	» 19,15

ed Auwers in soluzione nella naftalina:

1,15	0°,692	115	+ 7,75
2,50	1,260	118	» 10,75
3,62	2,068	123	» 15,75
8,75	4,600	131	» 33,75

L'as. m-xylenolo ci ha fornito il 15 per cento d'ossiacido, e crioscopicamente nella benzina ci ha dato i seguenti risultati:

$C_6H_3(OH)(CH_3)(CH_3)$ = 121,2

Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso mol.	Differ. dal peso molec. teoret.
	I. Serie		
1,000	0°,493	107,3	— 13,9
2,172	0,871	122,2	+ 1
3,307	1,268	127,8	» 6,6
4,404	1,649	130,9	» 9,7
5,545	1,997	136,1	» 14,9
	II. Serie		
0,889	0°,388	112,3	— 8,9
2,064	0,842	120	» 1,2
3,319	1,266	128,4	+ 7,2
4,594	1,689	133,3	» 12,1
5,895	2,059	140,3	» 19,1

e ad Auwers in soluzione nella naftalina:

Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso mol.	Differ. dal peso molec. teoret.
1,12	0°,630	123	+ 1,8
3,66	1,946	130	» 8,8
6,41	3,276	135	» 13,8
8,93	4,375	141	» 19,8

Il timolo ci ha fornito il 50 per cento d'acido timotico e il prof. Games Paternò vi ha osservato in benzina il seguente comportamento crioscopico:

1,2822	0°,43	158	+ 9
2,2362	0,755	157	» 8
3,3795	1,11	161	» 12
6,0069	1,89	168	» 19
10,5183	3,06	182	» 33
17,7079	4,725	198	» 49

e Auwers in naftalina:

1,42	0°,669	146	— 3
2,58	1,195	148	» 1
5,46	2,437	155	+ 6
8,54	3,697	159	» 10

Il carvacrolo ci ha fornito invece il 15 per cento d'ossiacido, ma crioscopicamente in benzolo non vi abbiamo constatato notevoli differenze dal suo isomero. Ecco difatti i risultati che ne abbbiamo ottenuti:

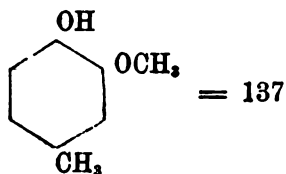
Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso mol.	Differ. dal peso molec. teoret.
	I. Serie		
0,822	0°,331	121,7	— 27,3
2,159	0.773	136,9	» 12,1
3,295	1,130	142,9	+ 6,1
4,510	1,462	151,1	» 2,1
5,707	1,783	156,8	» 7,8
	II. Serie		
1,089	0°,448	119,1	— 29,9
2,258	0,818	135,3	» 13,7
3,483	1,175	145,2	» 3,8
4,659	1,519	150,3	+ 1,3
5,724	1,782	157,4	» 8,4

I due naftoli α e β ci hanno fornito rendimento quasi teorico in ossiacido, e il prof. Paternò ha ottenuto crioscopicamente in benzolo risultati quasi normali:

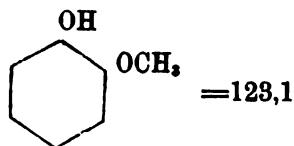
Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso mol.	Differ. dal peso molec. teoret.
	α-naftol = 141		
2,2024	0°,74	157	+ 16
3,4594	1,15	159	» 18
	β-naftol		
1,3706	0°,47	154	+ 13
2,2701	0,73	165	» 24

Da questo studio parallelo risulta quindi evidente che non possiamo attribuire del tutto il comportamento crioscopico quasi normale dei fenoli al fenomeno da noi constatato della trasformazione tautomerica del gruppo — COH = CH — in — CO — CH_2 —. Abbiamo visto difatti nei casi riportati che le modificazioni nel rendimento in ossiacido non sono proporzionali a quelle del comportamento crioscopico; ma una prova più decisiva dell' influenza d'altri fattori su quest' ultimo fenomeno l' abbiamo ricavato con lo studio del creosolo e più specialmente del guaiacolo.

Il creosolo, pur avendo le catene sostituenti nella medesima posizione dello xilenolo studiato, con la sola differenza che in posizione orto rispetto all' ossidrile contiene un OCH_3, ci ha dato un rendimento inferiore in acido carbossilico (circa il 10 per cento); ma il comportamento crioscopico è stato quasi uguale, normale. Abbiamo ottenuto difatti:

OH / OCH_3 / CH_3 (anello benzenico) = 137

Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso molec.	Differ. dal peso molec. teoret.
	I. Serie		
2,125	0°,809	128,7	— 8,3
3,492	1,263	135,5	» 1,5
4,835	1,700	139,4	+ 2,4
6,260	2,118	144,8	» 7,8
8,117	2,615	152,1	» 15,1
	II. Serie		
1,054	0°,434	119	— 18
2,183	0,834	128,3	» 8,7
3,224	1,200	131,6	+ 5,4
4,557	1,611	138,6	» 1,6

Col guaiacolo poi non abbiamo ottenuto nessuna traccia d'ossiacido, mentre abbiamo trovato il comportamento crioscopico in benzina quasi del tutto normale:

$$C_6H_4(OH)(OCH_3) = 123,1$$

Concentrazione	Inalz. punto eboll.	Peso molec.	Differ. dal peso molec. teoret.
	I. Serie		
1,356	0°,582	114,2	— 8,9
2,889	1,147	123,4	+ 0,3
4,371	1,694	126,4	» 3,3
5,828	2,217	128,8	» 5,7
7,386	2,705	133,8	» 10,7
	II. Serie		
0,925	0°,460	98,5	— 24,6
2,330	1,019	112,0	» 11,1
3,759	1,545	119,2	» 3,9
5,187	2,036	124,8	+ 1,7
6,615	2,518	128,7	» 5,6

Possiamo pertanto conchiudere che vi ha una serie di cause le quali influiscono in modo quasi equipollente sul comportamento crioscopico dei fenoli: ciò risulta dalle numerose esperienze d'Auwers in naftalina e da queste nostre in benzina; ma non possiamo ancora definire quale sia il meccanismo d'azione, poichè non tutte queste cause influiscono proporzionalmente sulla reazione di Kolbe in presenza di solventi e quindi sul fatto specifico da noi constatato della trasformazione tautomerica del gruppo $— HC = COH —$ in $— H_2C — CO —$.

Continueremo lo studio comparativo di questi due fenomeni e, descrivendo in altro lavoro alcuni prodotti di condensazione che abbiamo ottenuto con diversi fenoli, cercheremo di mettere in evidenza quanta estensione si possa attribuire al confronto da noi istituito tra i fenoli e gli ossiacidi a cicli non saturi da una parte e dall'altra i chetoni e i chetoacidi saturi.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio Cerruti presenta, a nome dell' autore ing. G. Cadolini, le due pubblicazioni: *Il bonificamento dell'Agro romano — L'acquedotto delle Puglie*, e ne discorre.

CORRISPONDENZA

Il Vicepresidente Blaserna comunica alla Classe che la Presidenza inviava a S. M. il Re, in occasione del Suo genetliaco, il seguente telegramma:

A S. E. il generale Ponzio Vaglia, Ministro della Casa Reale

Capodimonte

« La Reale Accademia Lincei rammenta con grato animo la geniale visita ed il nobile ed elevato interessamento di Sua Maestà per gli studi. A suo nome prego V. E. di voler trasmettere all'Augusto Sovrano profonde felicitazioni e caldissimi auguri per la prosperità di tutta la Reale Famiglia e per il benessere della Nazione, le cui sorti sono indissolubilmente legate alla gloriosa Casa di Savoia ».

Il Vicepresidente
P. Blaserna.

A questo telegramma il Ministro della R. Casa rispondeva nel seguente modo:

Prof. Pietro Blaserna Vicepresidente Accademia Lincei — Roma.

« I nobili ricordi e gli elevati sentimenti che Ella esprimeva a S. M. il Re pel suo genetliaco recarono particolare gradimento all'Augusto Sovrano, il quale ringrazia cordialmente cotesto insigne Istituto e gli rinnova l'assicurazione della speciale Sua benevolenza ».

Il Ministro
E. Ponzio Vaglia.

Lo stesso Vicepresidente partecipa che alle lettere di ringraziamento inviate da Soci di nomina recente, devesi aggiungere anche quella del Socio nazionale C. Segre.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 1° dicembre 1901.

P. BLASERNA, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Meccanica. — *Su alcuni problemi di equilibrio elastico.* Nota I del prof. ORAZIO TEDONE, presentata dal Socio VOLTERRA.

1. In questa Nota e nell'altra, sullo stesso argomento, che presento all'Accademia, mi propongo di dar notizia di una parte di alcune mie ricerche sulle equazioni dell'equilibrio elastico per un corpo omogeneo ed isotropo.

Supposto introdotto un sistema di assi cartesiani ortogonali che chiameremo, indifferentemente, (x, y, z), ovvero (ξ, η, ζ), dinotiamo con S la porzione di spazio limitata dal semipiano $\xi = 0$ in cui la ζ è positiva e che chiameremo σ_1, e dal semipiano $\zeta = 0$ in cui è positiva la ξ e che chiameremo σ_2. Ogni punto di S viene, quindi, ad essere caratterizzato dall'avere le coordinate ξ e ζ positive.

Vogliamo, dapprima, risolvere il problema della determinazione della deformazione elastica di un mezzo omogeneo ed isotropo, che occupa lo spazio S quando su σ_1 e σ_2 sieno dati i valori degli spostamenti.

Siano perciò, (x, y, z) le coordinate di un punto qualunque A, fisso in S, e indichiamo con A_1, A_2, A_3 i punti $(-x, y, z)$, $(-x, y, -z)$, $(x, y, -z)$ i quali cadono, evidentemente, fuori di S, e con r, r_1, r_2, r_3 le distanze rispettive di ciascuno di questi punti, da un punto (ξ, η, ζ) variabile in S. Avremo allora:

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}\,, \qquad r_1 = \sqrt{(x+\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}\,,$$
$$r_2 = \sqrt{(x+\xi)^2+(y-\eta)^2+(z+\zeta)^2}\,, \qquad r_3 = \sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z+\zeta)^2}\,.$$

Se (ξ, η, ζ) cade in un punto di σ_1 è: $r = r_1$, $r_2 = r_3$; se cade in un punto di σ_2 è: $r = r_3$, $r_1 = r_2$.

Ciò posto, notiamo che il valore di una funzione φ la quale sia armonica in S ed assume valori fissati su σ_1 e σ_2, nel punto A, è dato dalla formola

$$(1) \qquad 2\pi\varphi = x\int_{\sigma_1}\varphi\left(\frac{1}{r^3}-\frac{1}{r_3^3}\right)d\sigma_1 + z\int_{\sigma_2}\varphi\left(\frac{1}{r^3}-\frac{1}{r_1^3}\right)d\sigma_2$$
$$= -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\varphi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 - \frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\varphi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2;$$

mentre il valore di una funzione ψ la quale in S soddisfi all'equazione $\Delta^2\Delta^2\psi = 0$ ed è tale che tanto ψ e $\Delta^2\psi$ assumano valori fissati su σ_1 e σ_2, nello stesso punto A, è dato dalla formola

$$(2) \qquad -2\pi\psi = \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2$$
$$+\frac{x}{2}\int_{\sigma_1}\Delta^2\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{z}{2}\int_{\sigma_2}\Delta^2\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2$$

nelle cui formole ξ, η, ζ sono le variabili d'integrazione.

2. Sieno ora:

$$(3) \qquad \left\{\begin{aligned} \Delta^2 u &= -\frac{\lambda+\mu}{\mu}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}, \\ \Delta^2 v &= -\frac{\lambda+\mu}{\mu}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}, \\ \Delta^2 w &= -\frac{\lambda+\mu}{\mu}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}, \end{aligned}\right. \qquad \theta = \frac{\partial u}{\partial\xi}+\frac{\partial v}{\partial\eta}+\frac{\partial w}{\partial\zeta}$$

le equazioni dell'equilibrio elastico per un corpo omogeneo ed isotropo da integrarsi nello spazio S in modo che u, v, w assumano su σ_1 e σ_2 valori fissati. Con λ e μ indichiamo le due costanti di Lamé e, ricordiamo, che $\mu > 0$, $3\lambda + 2\mu > 0$, onde, anche: $\lambda + \mu > 0$, In quanto ai valori di u, v, w su σ_1 e σ_2, ammetteremo che u, v, w, su σ_2, abbiano le derivate rispetto ad η e ζ almeno fino al second'ordine finite ed integrabili e che su σ_2 abbiano le derivate rispetto a ξ e η soddisfacenti alle stesse condizioni, ed ammetteremo, inoltre, che u, v, w all'infinito, tanto su σ_1 che su σ_2, si annullino almeno del prim'ordine.

È chiaro, poi, che possiamo limitarci a considerare soltanto il caso in cui u, v, w sieno differenti da zero soltanto su σ_1, senza restringere, perciò,

la generalità delle nostre conclusioni. In questa ipotesi, tenendo conto che $\Delta^2\theta = 0$, a causa delle (2), possiamo scrivere:

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} 2\pi u &= -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1} u\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 \\ &\qquad + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}z\int_{\sigma_2}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2, \\ 2\pi v &= -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1} v\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 \\ &\qquad + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}z\int_{\sigma_2}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2, \\ 2\pi w &= -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1} w\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 \\ &\qquad + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}z\int_{\sigma_2}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2. \end{aligned}\right.$$

E ci proponiamo, dapprima, di trasformare queste formole opportunamente.

Perciò notiamo che, qualunque sia θ su σ_1 e σ_2, purchè soddisfi a condizioni generali derivanti da quelle imposte, sopra, ad u, v, w su σ_1 e σ_2, valgono sempre le formole:

$$(a)\quad \int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 = \frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma,$$

$$(a')\quad \int_{\sigma_2}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2 = \frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2,$$

$$(b)\quad \int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 = \frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + 2\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_1}\frac{\theta}{r_3}\,d\sigma_1,$$

$$(b')\quad \int_{\sigma_2}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_1 = \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2 + 2\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_2}\frac{\theta}{r_1}\,d\sigma_2,$$

le quali si ricavano facilmente con integrazioni per parti. Se poi θ è anche, come nel caso nostro, una funzione armonica in S, applicando il teorema di Green in S, alle due funzioni armoniche θ e $\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}$, si trova

$$-4\pi\theta = \int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + 2\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\theta\frac{d\sigma_2}{r}$$

e questa formola, paragonata con l'altra

$$-2\pi\theta = \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2$$

ci dà subito

$$(c)\qquad \int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1=\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1-2\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\theta\frac{d\sigma_2}{r_1}.$$

Allo stesso modo si stabilirà l'altra formola

$$(c')\qquad \int_{\sigma_2}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2=\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2-2\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\theta\frac{d\sigma_1}{r_3}.$$

Facendo uso di questi risultati, le (4) si trasformano, facilmente, nelle altre formole:

$$(5)\quad\left\{\begin{aligned}
2\pi u &= -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}u\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1+\\
&\quad+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}z\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2+\frac{\lambda+\mu}{\mu}\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\frac{\xi\theta}{r_1}d\sigma_2,\\
2\pi v &= -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}v\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1+\\
&\quad+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}z\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2,\\
2\pi w &= -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}w\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1+\\
&\quad+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}z\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2+\frac{\lambda+\mu}{\mu}\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\frac{\zeta\theta}{r_3}d\sigma_1.
\end{aligned}\right.$$

Queste formole risolvono completamente il nostro problema se riusciamo a determinare i valori di θ su σ_1 e σ_2 in funzione dei valori dati di u, v, w.

Per raggiungere questo scopo, deriviamo successivamente le (5) rispetto ad x, y, z e sommiamo. Tenendo presente la (1), si trova, facilmente

$$(6)\quad \frac{\pi}{\mu}(\lambda+3\mu)\theta=-\int_{\sigma_1}\left\{u\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)+v\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)+\right.$$
$$\left.+w\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)\right\}d\sigma_1+\frac{\lambda+\mu}{\mu}\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\left[\int_{\sigma_1}\frac{\zeta\theta}{r_3}d\sigma_1+\int_{\sigma_2}\frac{\xi\theta}{r_1}d\sigma_2\right].$$

Prima di procedere oltre, osserviamo che l'integrale

$$\int_{\sigma_1}\left\{u\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)+v\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)+w\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)\right\}d\sigma_1$$

che, per brevità, possiamo indicare con T, è una funzione finita e continua, insieme a tutte le sue derivate, in S, tranne nei punti di σ_1 nei quali l'integrale stesso è improprio. Possiamo, però, facilmente, dimostrare che T tende ad un limite determinato e finito quando ci avviciniamo, restando

sempre in S, ad un punto qualunque di σ_1, fatta eccezione, al più, per i punti dell' asse y. Abbiamo, infatti:

$$T = -\int_{\sigma_1} u \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 - \int_{\sigma_1} u \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 + $$
$$+ \int_{\sigma_1} v \frac{\partial^2}{\partial x \, \partial y}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 + \int_{\sigma_1} w \frac{\partial^2}{\partial x \, \partial z}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1$$
$$= -\int_{\sigma_1} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 - \int_{\sigma_1} \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 - 2\frac{\partial}{\partial z}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u}{r} d\eta +$$
$$+ \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1} \frac{\partial v}{\partial \eta}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 + \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1} \frac{\partial w}{\partial \zeta}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 +$$
$$+ 2\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1} \frac{\partial w}{\partial \zeta} \frac{d\sigma_1}{r_3} - 2\frac{\partial}{\partial x}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{w}{r} d\eta .$$

Questo risultato si ottiene, facilmente, con delle integrazioni per parti, tenendo presenti le (a) e (b) e nella ipotesi che gli assi (x, y, z) sieno orientati nel modo solito, in modo, cioè, che se una persona ha i piedi sul piano x, y e la testa secondo la direzione positiva dell' asse z, quando guarda verso la direzione positiva dell' asse y, ha la direzione positiva dell' asse x alla sua sinistra. Ora di tutti i termini che compaiono nella nuova espressione di T soltanto

$$\frac{\partial}{\partial z}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u}{r} d\eta , \quad \frac{\partial}{\partial x}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{w}{r} d\eta \quad (^1)$$

possono diventare infiniti nei punti dell' asse y. Però noi supporremo, a causa della continuità, che il limite di u, v, w, quando ci avviciniamo ad un punto qualunque dell' asse y, restando su σ_1, sia zero in modo che i due integrali precedenti saranno identicamente nulli. Questo valore limite di T è, inoltre, una funzione continua dei punti di σ_1.

Indicando con $T'(y, z)$ il limite di T per $x = 0$ e con $T''(x, y)$ il valore di T per $z = 0$, dalla (6) risultano subito le due equazioni seguenti:

$$(7) \left\{ \begin{aligned} &\frac{\pi}{\mu}(\lambda + 3\mu)\,\theta(0, y, z) = -T'(y, z) + 3\frac{\lambda + \mu}{\mu} z \int_{\sigma_2} \frac{\xi^2 \theta(\xi, \eta, 0)\, d\sigma_2}{[x^2 + (y-\eta)^2 + \xi^2]^{\frac{5}{2}}}, \\ &\frac{\pi}{\mu}(\lambda + 3\mu)\,\theta(x, y, 0) = -T''(x, y) + 3\frac{\lambda + \mu}{\mu} x \int_{\sigma_1} \frac{\zeta^2 \theta(0, \eta, \zeta)\, d\sigma_1}{[x^2 + (y-\eta)^2 + \zeta^2]^{\frac{5}{2}}} \end{aligned} \right.$$

(¹) Nel caso in cui i valori di u, v, w su σ_2 sieno diversi da zero, ma passando attraverso l'asse y, da σ_1 a σ_2, sia conservata la continuità, i due integrali in quistione si distruggono con quelli che proverrebbero trasformando, analogamente a quello che abbiamo fatto per l'integrale T esteso a σ_1, l'integrale analogo a T, esteso a σ_2, e la dimostrazione del nostro assunto non ha bisogno di altre osservazioni.

ed il nostro problema è ridotto a determinare le due funzioni $\theta(0, y, z)$, $\theta(x, y, 0)$ da queste due equazioni.

3. Cominciamo col dimostrare che, se u, v, w si annullano, oltre che su σ_2, anche su σ_1, e quindi sia $T'(y, z) = T''(x, y) = 0$, le equazioni (7) non ammettono altra soluzione che $\theta(0, y, z) = \theta(x, y, 0) = 0$. E difatti, nella nostra ipotesi, supponendo che $\theta(0, y, z)$, $\theta(x, y, 0)$ non sieno identicamente nulle, chiamando A il massimo fra i massimi moduli di $\theta(0, y, z)$ e di $\theta(x, y, 0)$, dalla prima delle (7) si avrebbe:

$$|\theta(0, y, z)| \leq \frac{3}{\pi} \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} A z \int_{\sigma_2} \frac{\xi^2 \, d\sigma_2}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}}$$

qualunque sia il punto (y, z) su σ_1. E questa disuguaglianza, osservando che

$$3z \int_{\sigma_2} \frac{\xi^2 \, d\sigma_2}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}} = z \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta \int_0^{+\infty} \frac{d\xi}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} = \pi,$$

si può scrivere

$$|\theta(0, y, z)| \leq \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} A.$$

Allora, dalla seconda delle (7), risulterebbe

$$|\theta(x, y, 0)| \leq \left(\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu}\right)^2 A$$

e quindi ancora dalla prima

$$|\theta(0, y, z)| \leq \left(\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu}\right)^3 A$$

e dalla seconda

$$|\theta(x, y, 0)| \leq \left(\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu}\right)^4 A.$$

Ripetendo un numero sufficiente di volte questo ragionamento, risulta che tanto il modulo di $\theta(x, y, 0)$ che il modulo di $\theta(0, y, z)$ sono più piccoli di qualunque numero, giacchè, $0 < \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} < 1$. Ciò mostra, appunto, che $\theta(0, y, z)$ e $\theta(x, y, 0)$ sono identicamente nulle.

Da questo teorema risulta anche, immediatamente, che ad un sistema di valori di u, v, w dati su σ_1, non può corrispondere che un solo sistema di funzioni $\theta(0, y, z)$, $\theta(x, y, 0)$, soddisfacenti alle (7). Se, difatti, vi corrispondessero i due sistemi distinti: $\theta(0, y, z)$, $\theta'(0, y, z)$; $\theta(x, y, 0)$, $\theta'(x, y, 0)$ le due funzioni, non identicamente nulle: $\theta(0, y, z) - \theta'(0, y, z)$,

$\theta(x, y, 0) - \theta'(x, y, 0)$ corrisponderebbero a spostamenti u, v, w nulli anche su σ_1, il che è impossibile.

4. Determineremo ora le due funzioni $\theta(0, y, z)$, $\theta(x, y, 0)$ soddisfacenti alle (7), per mezzo di approssimazioni successive. Partendo dai valori $\theta(0, y, z) = \theta(x, y, 0) = 0$, poniamo successivamente:

$$\theta_1(0, y, z) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{\mathrm{T}'(y, z)}{\lambda + 3\mu},$$

$$\theta_2(0, y, z) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{\mathrm{T}'(y, z)}{\lambda + 3\mu} + \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} z \int_{\sigma_2} \frac{\xi^2 \theta_1(\xi, \eta, 0)\, d\sigma_2}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}},$$

$$\theta_3(0, y, z) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{\mathrm{T}'(y, z)}{\lambda + 3\mu} + \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} z \int_{\sigma_2} \frac{\xi^2 \theta_2(\xi, \eta, 0)\, d\sigma_2}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}},$$

. . . .

$$\theta_n(0, y, z) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{\mathrm{T}'(y, z)}{\lambda + 3\mu} + \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} z \int_{\sigma_2} \frac{\xi^2 \theta_{n-1}(\xi, \eta, 0)\, d\sigma_2}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}},$$

. . . .

$$\theta_1(x, y, 0) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{\mathrm{T}''(x,y)}{\lambda + 3\mu},$$

$$\theta_2(x, y, 0) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{\mathrm{T}''(x.y)}{\lambda + 3\mu} + \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x \int_{\sigma_1} \frac{\zeta^2 \theta_1(0, \eta, \zeta)\, d\sigma_1}{[x^2 + (y - \eta)^2 + \zeta^2]^{\frac{5}{2}}},$$

$$\theta_3(x, y, 0) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{\mathrm{T}''(x,y)}{\lambda + 3\mu} + \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x \int_{\sigma_1} \frac{\zeta^2 \theta_2(0, \eta, \zeta)\, d\sigma_1}{[x^2 + (y - \eta)^2 + \zeta^2]^{\frac{5}{2}}},$$

. . . .

$$\theta_n(x, y, 0) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{\mathrm{T}''(x,y)}{\lambda + 3\mu} + \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x \int_{\sigma_1} \frac{\zeta^2 \theta_{n-1}(0, \eta, \zeta)\, \partial\sigma_1}{[x^2 + (y - \eta)^2 + \zeta^2]^{\frac{5}{2}}},$$

. . . .

Vogliamo dimostrare che al crescere di n all'infinito $\theta_n(0, y, z)$, $\theta_n(x, y, 0)$ tendono a limiti determinati $\theta(0, y, z)$, $\theta(x, y, 0)$ soddisfacenti alle equazioni (7). Chiamiamo, perciò, A il massimo dei massimi valori assoluti raggiunti da $\theta_1(0, y, z)$ e $\theta_1(x, y, 0)$. Dalle formole:

$$\theta_2(0, y, z) - \theta_1(0, y, z) = \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} z \int_{\sigma_2} \frac{\xi^2\, \theta_1(\xi, \eta, 0)\, d\sigma_2}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}},$$

$$\theta_2(x, y, 0) - \theta_1((x, y, 0) = \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x \int_{\sigma_1} \frac{\zeta^2\, \theta_1(0, \eta, \zeta)\, d\sigma_1}{[x^2 + (y - \eta)^2 + \zeta^2]^{\frac{5}{2}}}$$

si deduce, ragionando come sopra:

$$|\theta_2(0, y, z) - \theta_1(0, y, z)| \leq \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu}\mathrm{A}, \quad |\theta_2(x, y, 0) - \theta_1(x, y, 0)| \leq \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu}\mathrm{A}.$$

Similmente, dalle formole:

$$\theta_3(0\,,y\,,z)-\theta_2(0\,,y\,,z)=\frac{3}{\pi}\,\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\,z\int_{\sigma_2}\frac{\xi^2[\theta_2(\xi\,,\eta\,,0)-\theta_1(\zeta\,,\eta\,,0)]\,d\sigma_2}{[\xi^2+(y-\eta)^2+z^2]^{\frac{5}{2}}}\,,$$

$$\theta_3(0\,,y\,,z)-\theta_2(0\,,y\,,z)=\frac{3}{\pi}\,\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\,x\int_{\sigma_1}\frac{\zeta^2[\theta_2(0\,,\eta\,,\zeta)-\theta_1(0\,,\eta\,,\zeta)]\,d\sigma_1}{[x^2+(y-\eta)^2+\zeta^2]^{\frac{5}{2}}}$$

si deduce:

$$|\theta_3(0,y,z)-\theta_2(0,y,z)|\leq\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^2\mathrm{A}\,,\qquad|\theta_3(x,y,0)-\theta_2(x,y,0)|\leq\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^2\mathrm{A}.$$

E, più in generale, dalle formole:

$$\theta_n(0,y,z)-\theta_{n-1}(0,y,z)=\frac{3}{\pi}\,\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\,z\int_{\sigma_2}\frac{\xi^2[\theta_{n-1}(\xi\,,\eta\,,0)-\theta_{n-2}(\xi\,,\eta\,,0)]\,d\sigma_2}{[\xi^2+(y-\eta)^2+z^2]^{\frac{5}{2}}}\,,$$

$$\theta_n(x,y,0)-\theta_{n-1}(x,y,0)=\frac{3}{\pi}\,\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\,x\int_{\sigma_1}\frac{\zeta^2[\theta_{n-1}(0\,,\eta\,,\zeta)-\theta_{n-2}(0\,,\eta\,,\zeta)]\,d\sigma_1}{[x^2+(y-\eta)^2+\zeta^2]^{\frac{5}{2}}}$$

tenendo conto dei risultati precedenti, si deduce:

$$|\theta_n(0,y,z)-\theta_{n-1}(0,y,z)|\leq\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^{n-1}\mathrm{A}\,,\ |\theta_n(0,y,z)-\theta_{n-1}(0,y,z)|\leq\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^{n-1}\mathrm{A}.$$

Ora

$$|\theta_n(0\,,y\,,z)-\theta_{n+k}(0\,,y\,,z)|\leq|\theta_{n+1}(0\,,y\,,z)-\theta_n(0\,,y\,,z)|+$$
$$+|\theta_{n+2}(0\,,y\,,z)-\theta_{n+1}(0\,,y\,,z)|+\cdots+|\theta_{n+k}(0\,,y\,,z)-\theta_{n+k-1}(0\,,y\,,z)|$$

quindi

$$|\theta_n(0,y,z)-\theta_{n+k}(0,y,z)|<\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^n\mathrm{A}\left[1+\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}+\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^2+\cdots\right]=$$
$$=\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^n\mathrm{A}\,\frac{\lambda+3\mu}{2\mu}.$$

Questo risultato mostra, appunto, che al crescere di n all' infinito $\theta_n(0\,,y\,,z)$ tende ad un limite determinato e finito $\theta(0\,,y\,,z)$, che può considerarsi come somma della serie convergente assolutamente ed in egual grado

$$\theta_1(0\,,y\,,z)+[\theta_2(0\,,y\,,z)-\theta_1(0\,,y\,,z)]+[\theta_3(0\,,y\,,z)-\theta_2(0\,,y\,,z)]+\cdots$$

onde può anche scriversi

$$\theta(0\,,y\,,z)=-\frac{\mu}{\pi}\,\frac{\mathrm{T}'(y\,,z)}{\lambda+3\mu}+\frac{3}{\pi}\,\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\,z\int_{\sigma_2}\Big\{\theta_1(\xi\,,\eta\,,0)+$$
$$+[\theta_2(\zeta,\eta,0)-\theta_1(\xi,\eta,0)]+[\theta_3(\xi,\eta,0)-\theta_2(\xi,\eta,0)]+\cdots\Big\}\frac{\xi^2\,d\sigma_2}{[\xi^2+(y-\eta)^2+z^2]^{\frac{5}{2}}}$$

Questo risultato e l' altro analogo relativo a $\theta(x\,,y\,,0)$, dimostrano completamente quello che ci eravamo proposti.

Fisica. — *Intorno ad una microbilancia idrostatica ed al suo uso per la misura di piccole forze.* Nota di G. GUGLIELMO, presentata dal Socio BLASERNA.

In una Nota precedente (Rendiconti dell'Acc. dei Lincei, IX, 2, 1900) indicai come l'areometro a immersione totale, inclinazione variabile e riflessione, possa servire utilmente per determinare il peso nell'acqua o in altri liquidi e la densità di minime quantità di un solido, con una esattezza molto maggiore di quella ottenibile in un simile caso colle solite bilance di precisione. Essendo soppresso il filo di sospensione parzialmente immerso, viene soppresso altresì l'errore causato dalla tensione superficiale del liquido attorno ad esso filo; essendo molto piccolo il peso apparente dell'areometro e quindi la pressione che esso esercita sul piano d'appoggio, diventa affatto minimo il relativo attrito, il quale viene anche diminuito perchè il liquido interposto fra le punte e il piano d'appoggio ne diminuisce l'aderenza ed agisce come lubrificante; finalmente l'azione della spinta rende meno sensibili le imperfezioni del coltello, o delle punte, e del piano d'appoggio.

In tale Nota non tralasciai d'osservare che l'areometro, originariamente destinato alla determinazione della densità dei liquidi, è molto sensibile alle variazioni della densità dell'acqua causate da quelle della sua temperatura, e che per effetto di queste la posizione d'equilibrio dell'areometro varia continuamente, con una rapidità tanto maggiore quanto maggiori sono la sua sensibilità e la variabilità della temperatura suddetta.

Si possono bensì rendere minime o nulle, nei modi soliti, le variazioni della temperatura dell'acqua; si possono correggere gli effetti di queste variazioni mediante osservazioni successive ed alternate ad intervalli di tempo uguali o noti; finalmente si può evitare l'effetto di queste variazioni facendo uso di due areometri uguali, contigui, ed osservando le deviazioni che i pesi noti e quelli da determinare producono in uno di essi rispetto all'altro, poichè le suddette variazioni agendo quasi ugualmente su entrambi gli areometri non fanno variare che in piccol grado la loro posizione relativa. Tuttavia questi metodi complicano più o meno l'apparecchio e l'operazione che si deve eseguire, e se la sensibilità o la variabilità della temperatura sono molto grandi, il continuo variare dell'inclinazione dell'areometro può rendere la determinazione alla temperatura ambiente, molto incerta, molto penosa o anche del tutto impossibile.

La suddetta azione della temperatura è evitata completamente senza che riescano più complicati nè l'apparecchio, nè l'operazione, quando l'areometro sia costruito in modo che il suo centro di spinta e quindi anche quello

di gravità, nella posizione d'equilibrio si trovino sulla verticale passante per il punto d'appoggio; allora l'apparenza dell'areometro ed il suo modo di funzionare non differiscono essenzialmente da quelli della bilancia, ma siccome persistono le condizioni vantaggiose sovraccennate mentre è evitato l'inconveniente suddetto, la precisione di cui è suscettibile questo nuovo strumento, che indicherò col nome di microbilancia idrostatica, è grandemente aumentata.

Fra le molte forme d'areometro che avevo sperimentato ma che avevo creduto inutile di descrivere nella Nota citata, trovavansi anche areometri che soddisfacevano alla condizione ora accennata; ma alcune esperienze, eseguite certamente in condizioni non buone, ed una considerazione superficiale del loro modo di funzionare m'avevano indotto a credere che, a pari sensibilità, i primitivi areometri fossero più stabili, meno sensibili alle imperfezioni della costruzione che non questi ultimi, i quali ad ogni modo richiedevano uno studio ulteriore.

Cercai dapprima di evitare questa supposta instabilità usando areometri in forma di pendolo rigido, nei quali il centro di gravità e quello di spinta si trovavano distanti circa 1 metro, al disopra o al disotto, dal punto d'appoggio ed il peso era equilibrato quasi completamente dalla spinta; ma sebbene questi pendoli possano riuscire utilissimi per la misura di piccole forze, specialmente se esse agiscono in direzione orizzontale, essi non erano certo nè adatti, nè comodi per lo scopo che mi proponevo.

In seguito considerata meglio la teoria dello strumento trovai utile che il centro di spinta coincida o sia vicinissimo al punto d'appoggio.

Sia A questo punto, o in generale la proiezione dell'asse d'inclinazione dell'areometro sul piano della figura che suppongo verticale, B e C il centro di gravità e quello di spinta (o le loro proiezioni), sia $AB = L$, $AC = L'$, siano φ e φ' gli angoli della AB e della AC colla verticale, e P e Q il peso dell'areometro e la spinta che esso subisce. Suppongo inoltre che B e C si trovino al disotto di A e che sia $P > Q$, sebbene i risultati con poche ed ovvie modificazioni di segno possano servire per tutti i casi; considero inoltre come positivi i momenti che agiscono nello stesso senso di P.

Perchè l'areometro appoggiato sul punto o asse A sia in equilibrio, dovrà essere:

$$PL \operatorname{sen} \varphi = QL' \operatorname{sen} \varphi'$$

Se sull'areometro viene ad agire un momento μ, esso devierà d'un angolo α e per l'equilibrio nella nuova posizione dovrà essere:

$$\mu + PL \operatorname{sen} (\varphi - \alpha) = QL' \operatorname{sen} (\varphi' - \alpha)$$

e dividendo questa uguaglianza per la precedente e per $\operatorname{sen}\alpha$, si avrà:

$$\frac{\mu}{PL \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \alpha} + \frac{\operatorname{sen} (\varphi - \alpha)}{\operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \alpha} = \frac{\operatorname{sen} (\varphi' - \alpha)}{\operatorname{sen} \varphi' \operatorname{sen} \alpha}$$

ossia:

$$\frac{\mu}{\text{PL sen}\,\varphi\,\text{sen}\,\alpha} + \cot\alpha - \cot\varphi = \cot\alpha - \cot\varphi'$$

ossia:

$$\mu = \frac{\text{sen}\,(\varphi' - \varphi)}{\text{sen}\,\varphi'}\,\text{PL sen}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,(\varphi' - \varphi)}{\text{sen}\,\varphi}\,\text{QL}'\,\text{sen}\,\alpha = \text{K sen}\,\alpha$$

ossia i momenti che agiscono sull'areometro sono proporzionali ai seni delle deviazioni che essi vi producono; il momento μ rappresenta anche la reazione che oppone l'areometro alla sua deviazione di un angolo α.

La deviazione prodotta dal momento 1, ossia la sensibilità media, è data da:

$$\frac{\text{sen}\,\alpha}{\mu} = \frac{\text{sen}\,\varphi'}{\text{PL sen}\,(\varphi' - \varphi)} = \frac{\text{sen}\,\varphi}{\text{QL}'\,\text{sen}\,(\varphi' - \varphi)}\,.$$

Se $\varphi' < \varphi$ (in generale se la AB che passa per il centro di gravità è al disopra della AC che passa per il centro di spinta) l'equilibrio è instabile.

Supponiamo che mentre l'areometro per l'azione del momento μ è deviato d'un angolo α e si verifica la precedente condizione d'equilibrio, la densità del liquido per effetto d'una variazione di temperatura divenga $1 + \delta$ e la spinta $Q(1 + \delta)$, la deviazione dell'areometro cambierà, ma potremo ricondurla ad essere quella di prima coll'aggiunta di un momento μ_1 che servirà di misura dell'azione perturbatrice della temperatura, e la nuova condizione d'equilibrio sarà:

$$\mu + \mu_1 + \text{PL sen}\,(\varphi - \alpha) = \text{QL}'\,(1 + \delta)\,\text{sen}\,(\varphi' - \alpha)$$

donde tenendo conto della precedente condizione:

$$\mu_1 = \text{Q}\delta\text{L}'\,\text{sen}\,(\varphi' - \alpha)\ .$$

Potremo quindi render minima o nulla l'azione perturbatrice suddetta rendendo piccoli Q e δ ciò che non sempre è possibile o comodo, ma specialmente costruendo l'areometro in modo che siano piccoli o nulli L' e φ'. Il rendere nullo φ' o $\varphi' - \alpha$ non sarebbe sufficiente, a meno di ricondurre sempre l'areometro a quella inclinazione tale che il centro di spinta si trovi sulla verticale passante per il punto d'appoggio, e quindi sia $\varphi' - \alpha = 0$ ciò che renderebbe più lunga e più difficile l'operazione e priverebbe dell'utilità della formula fondamentale.

Se $\varphi' = 0$ e quindi anche $\varphi = 0$ come avviene nella microbilancia e nei pendoli idrostatici sopracitati, la relazione fra i momenti e le deviazioni diviene indeterminata, però in questo caso la condizione primitiva d'equilibrio ci dà:

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\text{PL}}{\text{QL}'} \qquad \frac{\varphi' - \varphi}{\varphi'} = \frac{\text{PL} - \text{QL}'}{\text{PL}}\ ,\ \mu = \frac{\varphi' - \varphi}{\varphi_1}\,\text{PL sen}\,\alpha$$

si ha quindi:

$$\mu = (PL - QL') \operatorname{sen} \alpha \qquad \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\mu} = \frac{1}{PL - QL'}$$

ossia la sensibilità è in ragione inversa della differenza dei momenti esercitati dal peso e dalla spinta per una stessa deviazione qualsiasi; la posizione d'equilibrio stabile dell'areometro non soggetto ad altre forze è la stessa come se il momento minore non agisse.

Queste relazioni possono anche scriversi identicamente:

$$\mu = [(P - Q) L + Q (L - L')] \operatorname{sen} \alpha \qquad \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\mu} = \frac{1}{(P - Q) L + Q (L - L')}$$

$$\mu = [(P - Q) L' + P (L - L')] \operatorname{sen} \alpha \qquad \text{»} = \frac{1}{(P - Q) L' + P (L - L')}$$

donde risulta che ad aumentare la sensibilità giova il diminuire di Q ed L, oppure di P ed L′, ed inoltre il diminuire di $P - Q$ peso apparente dell'areometro nell'acqua ed il diminuire di $L - L'$ distanza del centro di gravità dal centro di spinta. Tre casi notevoli sono i seguenti:

1°. $L = L'$ ossia il centro di gravità coincide con quello di spinta, l'areometro si comporta come se essendo nell'aria fosse costruito con un materiale così leggero che il suo peso fosse $P - Q$, rimanendo immutato il centro di gravità; le relazioni suddette danno:

$$\mu = (P - Q) L \operatorname{sen} \alpha \qquad \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\mu} = \frac{1}{(P - Q) L}$$

2°. $P = Q$, il peso dell'areometro è uguale alla spinta, in questo caso si ha:

$$\mu = (L - L') P \operatorname{sen} \alpha \qquad \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\mu} = \frac{1}{P (L - L')}$$

la sensibilità sarà tanto maggiore quanto più vicini sono i centri di gravità e di spinta e quanto minore è il valore comune del peso e della spinta.

3°. $L' = 0$ il centro di spinta dell'areometro coincide col punto d'appoggio, come si richiede per annullare l'azione della temperatura. In questo caso:

$$\mu = PL \operatorname{sen} \alpha \qquad \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\mu} = \frac{1}{PL}$$

apparentemente come se l'areometro si trovasse in bilico nell'aria.

Giova dimostrare che anche in questo caso, non solo la spinta agisce per diminuire il peso apparente dell'areometro e quindi l'attrito sul piano d'appoggio, ma essa agisce anche rendendo più piccoli gli errori che potrebbero esser causati dalle imperfezioni del coltello o delle punte d'appoggio e da quelle del piano pure d'appoggio. Se, difatti, per effetto di queste imperfezioni o anche per effetto d'un grano di pulviscolo, il punto d'appoggio

dell'areometro precedentemente in equilibrio, venisse a spostarsi lateralmente di una lunghezza ε (gli spostamenti verticali non alterano il valore dei momenti e non influiscono sull'equilibrio) l'equilibrio sarà distrutto perchè il momento esercitato da P avrà variato di $P\varepsilon$, quello esercitato da Q di $Q\varepsilon$, e per mantenere, l'equilibrio dovremo aggiungere un momento μ_2 uguale e contrario a $(P - Q)\varepsilon$ che misura l'errore causato dallo spostamento suddetto. Se invece l'areometro di peso P fosse in bilico nell'aria, uno spostamento laterale ε del punto d'appoggio causerebbe una variazione del momento esercitato da P ossia un errore uguale a $P\varepsilon$, e se alle estremità del giogo come nelle solite bilancie fossero appesi dei piatti carichi di peso P' e P'', l'errore suddetto sarebbe $\cdot\varepsilon(P + P' + P'')$. Appare chiaro che questo errore nel caso della microbilancia è minore, e può esser reso piccolo quanto si vuole.

Inoltre, siccome per quanto accuratamente sia costruito il taglio del coltello mediano d'una bilancia, esso differirà sempre più o meno da una linea retta matematica, e da una superficie cilindrica di raggio minimo costante, ne risulta che nel deviare del giogo per l'azione d'un momento, il fulcro cambierà posizione e la nota relazione fra i momenti e le deviazioni non sarà rigorosamente applicabile, mentre nel caso della microbilancia, i suddetti spostamenti produrranno errori più piccoli e la suddetta relazione sarà quindi più esattamente applicabile.

Finalmente è utile determinare l'errore che può causare l'attrito del coltello o punto d'appoggio del giogo e dei piattelli. Il primo è evidentemente determinato dal momento, sia p. es. μ_3, al quale può fare equilibrio. Per determinare il secondo, sia P il peso d'un piattello colla sua carica, l'attrito impedisce che il centro di gravità si disponga esattamente sulla verticale passante per esso punto di sospensione dalla quale si discosterà d'una lunghezza ε_1, e quindi il valore dell'attrito sarà per es. $\mu_1 = P\varepsilon_1$ ed il momento del piatto sul giogo, se L è il braccio della bilancia, sarà non PL ma $P(L \pm \varepsilon_1)$ e l'errore che ne risulterà sarà un momento $P\varepsilon_1$, che d'altra parte fa equilibrio all'attrito e serve a misurarlo. Appare quindi che l'errore causato dall'attrito delle sospensioni dei piattelli è dello stesso ordine di grandezza di quello del coltello mediano, solo che questo sopportando il peso del giogo e dei due piattelli, a parità delle altre condizioni subirà un maggiore attrito.

Da quanto precede risultano le seguenti norme per la costruzione della microbilancia. 1°. Il centro di spinta si deve trovare sulla perpendicolare alla congiungente i punti d'appoggio ed all'asse del giogo ($\varphi' = 0$). 2°. Esso deve essere vicino tanto quanto è possibile ad essa congiungente ($L' = 0$). 3°. Il centro di gravità deve anche trovarsi sulla perpendicolare suddetta ($\varphi = 0$). 4°. La sua distanza dalla congiungente i punti d'appoggio dev'essere tanto minore quanto maggiore è la sensibilità richiesta. 5°. La differenza fra il peso e la spinta dev' essere tanto piccola quanto è possibile

(compatibilmente colla comodità dell'operazione, perchè se tale differenza è troppo piccola, riesce difficile far stare a posto il giogo che obbedisce ai più piccoli impulsi). 6°. Il modo di sospensione o d'appoggio dei piattelli dev'essere così accurato come quello del giogo.

Riesce molto facile di soddisfare a queste condizioni; la 1ª e la 3ª sono già soddisfatte approssimativamente come conseguenza d'una costruzione simmetrica; inoltre è facile ottenere che l'areometro nell'aria si disponga

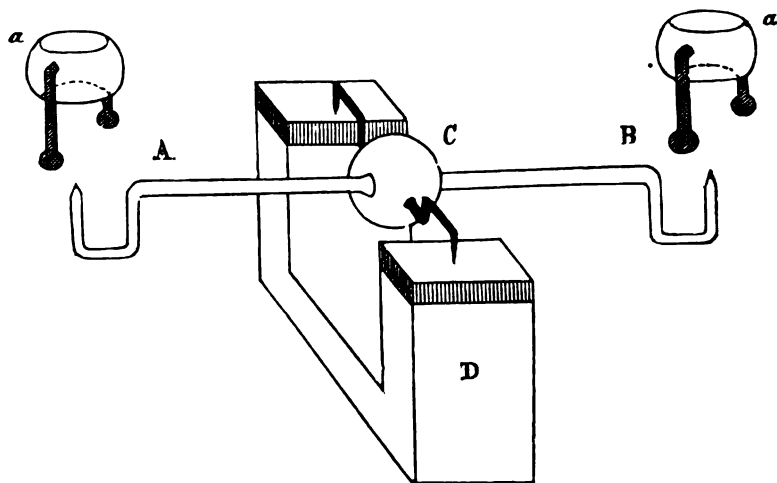



Fig. 1.

col giogo orizzontale e quindi sia $\varphi = 0$, e che abbia la sensibilità voluta; si dispone quindi l'areometro nell'acqua, se il giogo si mantiene orizzontale si ha anche $\varphi' = 0$, se s' inclina bisogna gonfiare l'estremità del giogo che rimane più bassa, (o fissarvi una bolla) ciò non sposta il centro di gravità ma bensì quello di spinta.

Le microbilancie da me adoperate hanno all' incirca la forma rappresentata nella figura.

Un'asta o tubo di vetro AB di 2 a 3 mm. di diametro, lunga da 8 a 40 cm., ha nel suo mezzo una bolla C di grandezza conveniente la quale alle estremità di un diametro perpendicolare all'asse del tubo è munita di due astine di vetro ricurve ad Ω, colle estremità libere affilate, arrotondate mediante fusione, e terminanti presso il prolungamento del diametro stesso. Questo tubo che fa l'ufficio di giogo di bilancia riposa colle estremità suddette sulle due parti d'un piano D della forma usata nelle comuni bilancie, cioè con un intaglio o scanalatura nella quale sta e può liberamente oscil-

lare la parte media del giogo. Questo è zavorrato convenientemente, sia con pallini contenuti nel suo interno e fissati con cera, sia con pezzetti di piombo fissati all'esterno con mastice, in modo da avere la stabilità e la sensibilità opportuna. Come ho già accennato, in una microbilancia ben costruita il giogo deve disporsi in equilibrio orizzontalmente tanto nell'aria che nell'acqua, ed avere in entrambe la stessa sensibilità. La bolla C può anche mancare se il giogo è abbastanza leggero e se le punte e il piano d'appoggio non sono troppo imperfetti. Se il giogo fosse di vetro pieno, il suo centro di spinta coinciderebbe con quello di gravità e la voluta sensibilità si potrebbe ottenere sia allontanando questo doppio centro dalla linea d'appoggio, sia abbassando la posizione dal centro di gravità con un minuscolo pezzetto di piombo, fissato al disotto del giogo.

Il sostegno D era formato, ora da un piccolo parallelepipedo di legno duro, verniciato, convenientemente incavato, ora da una lamina d'ottone di 1 a 2 mm., di spessore, piegata ad U e colle estremità superiori piegate orizzontalmente. Però in entrambi i due casi piani su cui appoggiano le due punte del giogo erano di vetro da specchi, fissato con ceralacca e premuto con una lamina piana, mentre la ceralacca era ancor molle, dimodochè le due parti si disponessero nello stesso piano. È necessario osservare minutamente questo vetro per assicurarsi che la sua superficie non sia difettosa; essa presenta non di rado una serie di solchi paralleli dovuti alla lavorazione. La perfezione delle immagini ottiche che essa può fornire non è un indizio sufficiente; alcune strie o imperfezioni qualsiasi se di area molto limitata non pregiudicano sensibilmente alla bontà di esse immagini, formate dall'insieme dei raggi riflessi da tutta la superficie, mentre possono porre ostacolo all'inclinazione del giogo. Per le microbilancie più sensibili ho dovuto servirmi di vetro lavorato per usi ottici (a faccie piane e parallele), ma sarebbero certo preferibili lastrine di agata.

In questi casi è utile che la lastrina su cui deve appoggiare il giogo sia unica, come avviene nelle bilancie di precisione; a tale scopo ho fatto uso di un giogo avente due bolle invece d'una, distanti entrambe circa 1 cm. dal punto di mezzo, riunite alla parte superiore da un corto tubetto, al quale era saldata nel mezzo un'astina trasversale ripiegata ad Ω le cui estremità affilate e fuse formavano le punte d'appoggio. Esse riposavano sulla latrina, che essendo compresa fra le due bolle suddette non impediva la libera inclinazione del giogo.

È utile che le estremità delle punte d'appoggio si trovino in uno stesso piano, non già coll'asse del tubo che forma il giogo, ma colla sua generatrice superiore; in tal modo il braccio di leva su cui agiscono i pesi in forma di cavaliere collocati sul giogo è determinato dal loro punto di contatto col giogo stesso e non dalla proiezione di questo punto sull'asse, la quale varia coll'inclinazione.

Quando si richiede molta sensibilità, specialmente se il giogo è corto, in modo che possa esser collocato in recipienti di dimensioni solite, giova osservare le deviazioni per riflessione, fissando sul giogo al di sopra delle punte d'appoggio uno specchietto colla normale nel piano d'oscillazione, ed osservando in esso con un cannocchiale con reticolo l' immagine d'una scala graduata. Se lo specchietto è verticale, si dovrà osservare attraverso le pareti del recipiente che dovranno essere trasparenti e piane; non sarà possibile o comodo collocare il recipiente in un bagno a temperatura costante o nel ghiaccio che impedirebbero l'osservazione, e questa potrebbe esser anche impedita dal sollevamento d'un braccio del giogo o dai piattelli.

Perciò mi parve preferibile di disporre lo specchietto orizzontalmente, e al disopra di esso ma nell'aria, un prisma a riflessione totale (uno specchio a 45° avrebbe maggior estensione, minor perfezione e minor chiarezza) ed osservare col cannocchiale orizzontale e nel piano d'oscillazione, attraverso il prisma, e per riflessione sullo specchietto l' immagine della scala verticale.

Sia lo specchio verticale o orizzontale, se l'angolo del suo piano colla superficie di separazione del vetro o dell'acqua dall'aria cresce, l' immagine della scala diviene meno netta, occorre un diverso adattamento dell'oculare per i tratti orizzontali e per i numeri nei quali predominano i tratti verticali, e finalmente i raggi riflessi dallo specchietto sono riflessi totalmente alla superficie dell'acqua e non pervengono al cannocchiale, ciò che limita alquanto l'ampiezza delle deviazioni che si possono osservare a circa 24° al massimo in ciaschedun senso.

Si può rimediare abbastanza facilmente a questo inconveniente in due modi. Il modo più semplice mi par quello di fissare al giogo un secondo specchietto contiguo al primo, facente con esso un angolo ottuso (p. es. di 160°), colla linea d' intersezione perpendicolare al piano d'oscillazione. A misura che uno specchietto s'allontana dal parallelismo colla superficie dell'acqua, l'altro se ne avvicina; e quando l' immagine fornita da uno specchietto diviene imperfetta o scompare, l'altra comparisce e diviene più netta. Si potrebbe altresì collocare sulla superficie dell'acqua un buon vetro d'orologio (possibilmente con superfici sferiche lavorate) col centro nel mezzo dello specchietto e colla concavità interamente piena d'acqua; in tal modo i raggi cadenti sullo specchietto o riflessi da esso attraverserebbero sempre in direzione normale la suddetta superficie di separazione fra l'acqua e l'aria.

Quando l'ampiezza delle deviazioni sia un po' grande (p. es. oltre 5°) occorre tener conto che la deviazione che si osserva per riflessione e rifrazione non è proporzionale alla deviazione vera dello specchietto e del giogo, e converrà determinare sperimentalmente una relazione empirica fra i momenti e le deviazioni.

Come piatti della microbilancia, ho usato una specie di areometri di forma varia, rappresentati nella figura, immersi totalmente, aventi un peso

di poco superiore alla spinta e riposanti in equilibrio sulle estremità del giogo che a tal uopo sono ripiegate in forma di U coll'estremità libera affilata e fusa. La forma *a* più semplice, ma meno comoda, consiste di una bolla di vetro nella quale si è praticata una conveniente aspirazione dopo averla fusa da un lato e dopo si è ripetuta l'operazione dal lato opposto, formando così nella medesima due concavità opposte, una delle quali serve di piatto e l'altra serve ad impedire che la bolla possa scivolar giù dall'estremità del giogo. Due astine di vetro saldate all'estremità d'un diametro orizzontale e piegate verticalmente all'ingiù, zavorrano la bolla e le danno una stabilità che aumenta col peso e colla lunghezza di esse astine, e che deve essere sufficiente anche se la bolla è carica di pesi.

L'altra forma (fig. 2) meno semplice, ma più comoda, è formata da due piatti o coppe emisferiche, *b b'* di vetro sottile collocate una sull'altra alla distanza di 3 o 4 cm. e riunite da una o due astine o tubetti di vetro; inoltre sotto la coppa superiore si trova una bolla *c* e questa, o la coppa inferiore o entrambe presentano la concavità per la sospensione sull'estremità del giogo. Nella coppa inferiore si collocano i pesi maggiori che non occorre cambiare durante la determinazione, e che servono anche di zavorra, nella superiore le frazioni che occorre collocare o togliere durante la pesata per ottenere l'equilibrio; il corpo, di cui si cerca il peso, si può collocare nella coppa superiore se si può afferrare colle pinzette e se il suo peso non è tale da far ribaltare il piatto.

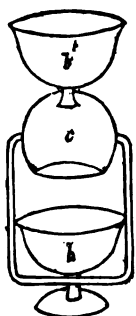



Fig. 2.

E comodo spesso che una o entrambe le coppe suddette siano mobili; in tal caso alle coppe fisse si sostituiscono due anelli di vetro orizzontali sui quali si collocano le coppe mobili.

Finalmente, dovendo pesare delle polveri, è utile introdurle in un minuscolo tubetto d'assaggio il quale si può sottoporre alle solite operazioni, riscaldamento o rarefazione, necessarie per espellere le bolle d'aria; a questo tubetto ho saldato un uncino di vetro, dimodochè con un uncino d'ottone con manico potevo agevolmente collocare il tubetto dentro la coppa inferiore, oppure in un anello piuttosto largo, e toglierlo quando occorreva.

I vantaggi che presentano questi piatti-areometri sono parecchi: 1°. Sono soppressi gli anelli, gli uncini e simili che facilmente si dispongono di traverso e che, se uniti indissolubilmente al giogo rendono l'apparecchio articolato incomodo, se si possono staccare, nell'acqua facilmente si staccano e riesce difficile il rimetterli a posto. 2°. Entrambi i piattelli sovrapposti, ma specialmente quello superiore, sono facilmente accessibili; quest'ultimo trovasi alla parte superiore dell'apparecchio affatto libero come nella bilancia di Roberval, ma senza i noti inconvenienti di questa. 3°. Il loro peso totale

essendo equilibrato in massima parte dalla spinta, l'errore che può provenire da uno spostamento del punto d'applicazione sul giogo è minimo. Però non è comodo di render quasi nullo il peso apparente del piatto areometro perchè allora questo obbedendo a ogni più piccolo impulso, difficilmente si mantiene a posto. Talora uno dei piatti era sostituito da una bolla fissa al giogo, talora questo aveva le due braccia disuguali.

Differisco ad una prossima Nota la descrizione di alcune delle determinazioni più importanti eseguite con questa microbilancia, le indicazioni delle precauzioni necessarie, e di alcuni modi di renderle più facili.

Differisco inoltre ad altre Note la descrizione dell'uso di questa bilancia come bussola d'inclinazione, come bilancia telluro-magnetica, e per la misura della costante della gravitazione.

Chimica. — *Su un nuovo azotometro applicabile alla pompa Sprengel* [1]. Nota di G. Oddo, presentata dal Socio Paternò.

Nelle determinazioni d'azoto nelle sostanze organiche, se si fa uso del metodo di scacciare l'aria dal tubo a combustione per mezzo dell'anidride carbonica fornita dalla decomposizione d'un carbonato e di raccogliere l'azoto nell'azotometro di Schiff, si ottengono risultati superiori a quelli calcolati (circa di 0,2-0,3 $^0/_0$); se invece si estrae l'aria per mezzo d'una pompa, la manipolazione delle ordinarie canne graduate per raccogliere il gas a causa dell'uso della soluzione concentrata di potassa, non è scevra d'inconvenienti e di perdita di tempo.

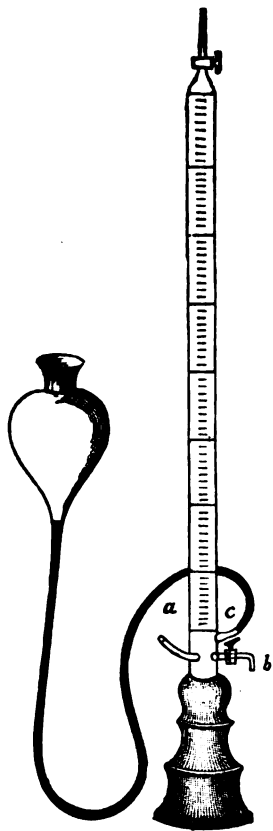
Per unire l'eleganza del primo metodo con l'esattezza del secondo e ottenere maggiore rapidità, ho pensato che basta modificare l'azotometro di Schiff in modo da poterlo applicare alla pompa Sprengel, dandovi una via d'uscita per il mercurio.

A questo scopo il mio azotometro, come quello di Schiff, consta di una canna graduata di cc. 100 o 50, che nell'estremità superiore affilata porta un rubinetto e nell'inferiore è chiusa. A circa cm. 3 dalla base sono saldati tre tubi: *a*, *b*, *c*; i primi due al medesimo livello: *a* serve per attaccare l'azotometro alla pompa Sprengel e far entrare il mercurio e il gas; *b* è a rubinetto e serve per fare uscire il mercurio che arriva; e il terzo *c*, saldato circa mezzo centimetro al di sopra dei due precedenti, per il passaggio della soluzione di potassa, come nell'azotometro Schiff.

Ognuno dei tre corpi che vi si raccolgono — mercurio, soluzione di potassa e gas — con questa disposizione trova nell'apparecchio, per ragione di densità, una strada propria.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Cagliari.

Conviene montare l'azotometro su un sostegno di circa un decimetro di altezza, per potere raccogliere agevolmente il mercurio che n' esce.

Per eseguire la determinazione si attacca, per mezzo di un tubo di gomma, l'azotometro all'estremità inferiore della pompa Sprengel, che per l'altra estremità è unita al tubo a combustione, e si procede quasi come si suole usando le campanelle graduate, con le poche modificazioni necessarie: tenendo cioè i due rubinetti dell'azotometro aperti e la bolla contenente la potassa in basso, si fa il vuoto nel tubo a combustione; poi si ristabilisce la pressione, facendo sviluppare la quantità necessaria d'anidride carbonica con la decomposizione d'un po' di carbonato collocato, al solito, all'estremità del tubo; si rifà il vuoto e quindi si ristabilisce la pressione con altro sviluppo di CO_2: si riempie allora l'azotometro con soluzione di potassa al 50 %, inalzando la bolla e, chiuso il rubinetto superiore, si ritorna ad abbassare la bolla medesima al punto d'affioramento del tubo connesso con la pompa, affinchè dentro la canna a combustione non vi sia quasi pressione superiore a quella atmosferica, e si brucia la sostanza.

Terminata la combustione si fa per la terza volta il vuoto, si ristabilisce la pressione con CO_2 e si ritorna a praticare il vuoto per la quarta volta; si distacca quindi l'azotometro dalla pompa, chiudendo prima il tubo di gomma, che ve lo unisce, per mezzo d'una pinza di Mohr, e chiudendo pure il rubinetto dal quale è uscito il mercurio.

Si legge il volume del gas raccolto con le solite norme.

Siccome per ottenere una forte rarefazione con una buona pompa Sprengel non s'impiegano più di 5′, la durata dell'analisi riesce molto più breve che facendo uso dell'azotometro Schiff senza vuoto, dà risultati quasi teorici ed è ugualmente elegante.

È quasi superfluo dire che il mio apparecchio, modificato come si crederà più opportuno per forma e volume, riesce utile per tutti i casi nei quali si voglia estrarre un gas da qualunque recipiente e dosarlo.

Chimica. — *Sulla formula del Triazolo.* Nota di GUIDO PELLIZZARI, presentata dal Socio PATERNÒ.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Geologia. — *Tracce glaciali nel Montenegro.* Nota di P. VINASSA DE REGNY, presentata dal Socio G. CAPELLINI.

Dopo gli studî del Penck che dimostrò l'esistenza del glaciale nella Dalmazia, il contributo maggiore per la conoscenza delle tracce glaciali nella penisola balcanica è stato portato dal Cvijić col suo importante lavoro: *Morphologische und glaciale Studien aus Bosnien, der Hercegovina und Montenegro* (1).

Spinto da queste osservazioni l'Hassert, così benemerito degli studî geografici nella penisola balcanica e specialmente del Montenegro, nell'estate del 1900 vi si recava appositamente. Egli ebbe la ventura di fare molte ed interessanti scoperte, e sapendo che io pure ero deciso a fare una escursione geologica nel Montenegro sud-orientale, mi scrisse gentilmente avvertendomi di porre molta attenzione alle tracce glaciali, delle quali egli aveva trovato un numero assai rilevante, e che avrebbe fatte note in un prossimo lavoro.

Debbo avvertire che sono sempre stato, forse eccessivamente, scettico sopra la grande quantità di glaciale, che oggi si tende a vedere quasi ovunque, e che credo parecchie formazioni considerate di origine glaciale possano da altre cause ripetere la loro origine. Ero perciò deciso a non considerare come glaciale se non quanto ne presentasse l'aspetto tipico.

Lungo tutta la strada da Podgorica al Hum Orahovski nulla potei vedere, che con sicurezza potesse riportarsi a tracce glaciali. Ma oltrepassato il confine montenegrino, scendendo in territorio albanese a Greča (2), sopra a Selce nel Cañon del Cem, trovai alcune morene di cui una magnificamente conservata, e sebbene non molto alta e non di grande estensione, pure nettamente tipica. Il ghiacciaio che la produsse doveva discendere dai monti di confine, come il Kupi Kostić, e tracce del suo passaggio sono infatti assai ben visibili.

Salendo da Greča alla Kostića continua il terreno glaciale, in forme variate, e continua pure sotto l'Ibala sino a Rikavac e al lago omonimo; altre

(1) Abhandlungen der K. k. geograph. Gesellsch. in Wien, II Bnd. n. 6, 1900.
(2) Adopero pei nomi serbi l'ortografia comodissima dell'alfabeto croato.

tracce sono salendo a Širokar e da qui sino al Polje di Mokro, sotto il Maglić. Anche al lago Bukomirsko sono avanzi glaciali assai nettamente visibili.

Nella regione degli scisti paleozoici nella quale si entra, oltrepassando la Čafa ot proússa verso Carine, non sono riuscito a vedere nemmeno nelle montagne calcaree triassiche, soprastanti agli scisti ed alle anageniti verrucane, traccia alcuna dell'azione dei ghiacci, non ostante si sia più al Nord e ad altezze molto notevoli.

Per ritrovarne dobbiamo giungere a Nord di Kolašin, lungo la Tara, ove nel piano di Vratlo, alla quota di circa 950 m. si ha una serie di argini paralleli, assai alti, costituiti da materiale detritico di dimensioni svariate, che non possono interpretarsi altro che come morene. Esse sono dirette circa da E. a W. ed addossate al Markovo Brdo. Il ghiacciaio che le produsse doveva probabilmente discendere lungo la valle della Plašnica, la quale però non ebbi tempo di esplorare.

Sono queste quindi due regioni nettamente glaciali, che all'epoca del mio viaggio erano tuttora ignote. Al mio ritorno ebbi conoscenza del lavoro di Hassert (*Meine Reise in Montenegro im Sommer 1900* [1]), pubblicato nel frattempo, nel quale si facevano sommariamente note alcune regioni glaciali montenegrine, e tra queste erano pure Rikavac e Širokar. Fui lietissimo di questa coincidenza di osservazioni, poichè il mio modo di vedere, per la grande autorità del prof. Hassert, veniva ad acquistare maggior valore.

Il prof. Hassert però aveva trovato il glaciale anche ad ovest del Bukomirsko jezero sino a Žiovo ed al Brskut.

Completando le mie osservazioni con quelle di Hassert, il campo glaciale di Rikavac etc. viene ad estendersi ad E. sino a Greča, a S. sino alla Kostića, a W. sino a Žiovo ed a Brskut ed a N. sino a Mokro. È questa quindi una delle regioni glaciali più estese, se non la più estesa di tutto quanto il Montenegro.

Hassert cita poi anche la regione dello Sto, come tipicamente glaciale. Le tracce da me trovate a Vratlo, presso al Markovo Brdo, potrebbero essere in relazione coi ghiacciai di questa regione.

Non dubito che nuovi studî accresceranno notevolmente le nostre conoscenze sul glaciale della penisola balcanica, specialmente poi quando potranno essere esplorate le ancor vegini montagne delle Alpi albanesi, o meglio studiate molte delle regioni montenegrine, le quali se non vergini del tutto, pure dal punto di vista topografico e geologico sono tuttora quasi ignote.

(1) Mitth. K. k. geogr. Gesell. Wien, 1901.

Patologia. — *L'azione dei farmaci antiperiodici sul parassita della malaria.* Nota VI dei dottori D. Lo Monaco e L. Panichi, presentata dal Socio Luciani.

Dopochè Laveran descrisse il parassita della malaria, tutti gli autori che d'allora in poi si occuparono di questa malattia, usufruendo della scoperta dell'agente etiologico, giustamente ammisero che se la chinina riusciva a impedire il ritorno dell'accesso febbrile, la sua azione doveva essere localizzata, sul parassita. Per avvalorare siffatta supposizione si citavano le importantissime ricerche del prof. Binz [1] eseguite sin dal 1867. Questo illustre farmacologo notò che la chinina in soluzione neutra o debolmente basica è un veleno energico per molti protoplasmi. Aggiungendo a una goccia di *infusione vegetale* contenente molti infusorî, una goccia di soluzione 1:200 di chinina, egli osservò al microscopio che i movimenti vivaci di questi esseri si paralizzano istantaneamente, e che il loro protoplasma dopo qualche tempo assume l'aspetto granuloso e si scompone in piccoli detriti. Ritenne poi giustamente che l'azione della chinina sugli infusorî era specifica, perchè adoperando altri alcaloidi non si ottenevano i medesimi risultati. Nelle esperienze posteriori Binz dimostrò che quanto meno sviluppati erano gl'infusorî, tanto più erano resistenti alla chinina, e che adoperando soluzioni diluitissime di questo alcaloide, i movimenti protoplasmatici degli infusorî si facevano ancora più vivaci; per il qual fatto ammise che la chinina si comporta come i veleni paralizzanti i quali in soluzione diluita eccitano, e in soluzione concentrata paralizzano. Riferendo l'azione della chinina sugli infusorî ai benefici che con questo alcaloide si ottengono nella cura dei malarici, Binz intuì che l'agente patogeno dell'infezione palustre non poteva essere che un organismo protoplasmatico, sul quale la chinina doveva esercitare un'azione intensamente deleteria.

Le previsioni di Binz furono confermate dall'esperienza, in quanto che da tutti gli studiosi della malaria si osservò che dopo circa 24 ore dalla somministrazione della chinina, i parassiti non si ritrovano più nel sangue circolante. Non tutte le fasi di azione della chinina sui parassiti poterono essere dimostrate. Laveran [2] si limita a farci conoscere che la chinina uccide i parassiti paralizzandone i movimenti. Marchiafava e Celli [3] notano che nei malarici chinizzati, i parassiti sono immobili, e alcuni di essi si trovano

[1] Binz, *Schültze's*, Arch. 1867.
[2] Laveran, *Traité des fièvres palustres.* Paris 1884.
[3] Marchiafava e Celli, Arch. Scienze Mediche, 1886.

come fuoruscenti dal globulo rosso. Baccelli (1) osservando di mezz'ora in mezz'ora il sangue di un individuo a cui aveva fatto un' iniezione endovenosa di 1 grammo di chinina, non riscontrò dopo sei ore nessuna modificazione sensibile nè nel numero, nè nella forma, nè nel movimento ameboide forse più vivace nelle prime 2 o 3 ore. Dopo 24 ore, egli aggiunge, quasi tutti i parassiti erano scomparsi senza aver potuto segnalare una fase di regressione o di morte. Marchiafava e Bignami (2) dopo la somministrazione della chinina, dicono di avere molte volte notato nel sangue circolante un aumento di forme parassitarie necrotiche e di pigmento libero. Mannaberg (3) ammette che i parassiti dopo il chinizzamento possono in un primo momento mostrarsi fortemente eccitati al pari degli infusorî trattati con soluzione debole di chinina.

Contemporaneamente a queste ricerche ne furono eseguite altre allo scopo di potere stabilire in vitro l'azione della chinina sui parassiti malarici. Mescolando una goccia di sangue contenente forme flagellate, con una goccia di soluzione di chinina, Laveran vide che i movinenti dei flagelli si arrestavano. Con la medesima tecnica Marchiafava e Celli (4) descrissero l' arresto dei movimenti protoplasmatici delle forme giovanissime dei parassiti malarici, mentre Rosin (5) con soluzioni di chinina 1:5000 concluse che nessuna influenza sul movimento ameboide del parassita, nè su quello dei granuli di pigmento si poteva osservare anche dopo 10 ore dell' aggiunta della chinina nel preparato microscopico. Ma poichè l' immobilità dei parassiti si effettua parimenti adoperando le soluzioni di cloruro sodico o la semplice acqua distillata, questo metodo di ricerca fu abbandonato, e gli ultimi autori come Romanowski (6), Ziemann (7), Manneberg, Plehn (8) e altri studiarono nei preparati colorati le modificazioni strutturali che subiscono i parassiti dopo la somministrazione della chinina. In questo modo fu dimostrato con evidenza che la chinina ha un'azione necrotica sul protoplasma del parassita malarico.

Come facilmente si può dedurre dal complesso dei risultati finora ottenuti, restano ignote le prime fasi d'azione della chinina sul parassita malarico. Noi abbiamo ripreso questo studio, e nelle 5 Note precedenti (9) abbiamo

(1) Baccelli, Riforma Medica, 1890.

(2) Marchiafava e Bignami, *Sulle febbri malariche estivo-autunnali.* Loescher 1892.

(3) Mannaberg, *Die Malaria-Krankheiten.* Wien 1899.

(4) Marchiafava e Celli, Arch. Scienze Mediche. 1886.

(5) Rosin, *Deut. Med. Woch.* 1893.

(6) Romanowski, *Zur frage der Parasitologie u. Therapie der malaria,* St. Petersburger. Medic. Wochensch. 1891.

(7) Ziemann, *Ueber Malaria u. andere Blutparasiten.* Jena 1898.

(8) Plehn, *Die Kamerum-Küste.* Berlin 1898.

(9) Lo Monaco e Panichi, Rendiconti Acc. Lincei, 1° e 2° sem. 1899, 1° sem. 1900, 1° sem. 1901.

mano mano descritto le nostre numerose e pazienti ricerche, i risultati delle quali possiamo brevemente così riassumere. Depositando sul margine del vetrino coprioggetti di un preparato fresco di sangue malarico una goccia di soluzione di chinina, i parassiti malarici fissati nel campo microscopico mostrano di risentirne l'azione. Questa però si manifesta differentemente a seconda del titolo della soluzione chininica. Se questa è debole, allora l'osservazione mostra che il parassita, appena si manifestano le correnti liquide nel preparato, si contrae rapidamente, e torna dopo pochi minuti a riespandersi, emettendo dei pseudopodi più o meno vivacemente; se la soluzione di chinina è di media concentrazione, l'eccitamento del parassita va gradatamente aumentando, e finisce col produrre il distacco di esso dall'eritrocito cui era aderente, il quale si scolora *sempre dopo e mai prima* della caduta nel plasma del parassita; se la soluzione è forte, questo si contrae permanentemente rimanendo attaccato al globulo rosso. Avendo dopo osservato che, col somministrare a un malarico di terzana primaverile una dose di chinina equivalente a quella che *in vitro* produceva il distacco del parassita, si otteneva la scomparsa dell'accesso febbrile; noi ci siamo serviti di questo fenomeno (che rappresenta una delle fasi d'azione della chinina) per stabilire la dose razionale di chinina capace di produrre la guarigione nei varî tipi d'infezione malarica. Inoltre abbiamo osservato che nel medesimo individuo le forme più resistenti alla chinina sono le più piccole, e che negli ammalati di infezione malarica con più generazioni parassitarie (terzana doppia, quartana doppia e tripla, terzana estiva), le forme della stessa fase di sviluppo sono meno resistenti alla chinina in vicinanza dell'accesso febbrile e durante lo svolgersi di esso, mentre nell'apiressia la resistenza raggiunge un limite massimo. Da ciò deducemmo che durante l'accesso febbrile circolano nel sangue sostanze antiparassitarie le quali, dal fatto che in quel periodo, per impedire il ritorno dell'accesso febbrile, occorre una quantità di chinina minore di quella che si deve adoperare durante l'apiressia per ottenere il medesimo scopo, mostrano di essere dotate di azione simile a quella della chinina. L'azione di queste sostanze antiparassitarie si manifesta su tutte le forme malariche e su tutte le specie dei parassiti malarici, ad eccezione di quelle forme giovanissime senza pigmento che si rinvengono nella terzana estiva.

Le forme estive pigmentate invece, resistenti durante l'apiressia all'azione della chinina quanto le altre meno sviluppate, durante l'accesso febbrile s'indeboliscono, e possono farsi staccare dal globulo rosso con soluzioni relativamente deboli di chinina. Con l'insorgere però dei fenomeni di perniciosità, le forme parassitarie estive pigmentate e non pigmentate mostrano una resistenza massima che conservano fino a che l'ammalato non migliora, la qual cosa non abbiamo saputo altrimenti spiegare che ammettendo nello stato di perniciosità l'assenza di produzione di sostanze antiparassitarie o un aumento nelle sostanze finora non dimostrate e di azione opposta alle prime.

Tutte le nostre esperienze furono eseguite servendoci di soluzioni di bisolfato di chinina in acqua distillata. Però non abbiamo mancato sin da principio di notare che i medesimi fenomeni si osservano quando alla soluzione di chinina si aggiunge tanto cloruro sodico da ottenere la non dissoluzione dei globuli rossi contenuti nel preparato di sangue malarico sul quale si sperimentava. Con l'acqua distillata e con la soluzione isotonica 0,90 °/₀ di cloruro sodico, contenente chinina, il fenomeno del distacco del parassita, non potè mai essere riscontrato. Incalzati dai risultati che mano mano ottenevamo, non insistemmo su queste prime esperienze. A noi l'avere ottenuto il fenomeno del distacco del parassita con soluzioni clorurate e chinizzate, tali che non scioglievano i globuli rossi del preparato, ci parve sufficiente per escludere che nei nostri risultati dovesse insieme alla chinina influire l'azione dell'acqua distillata. La comunicazione però fatta dal prof. Bignami a nome del dott. Capogrossi nella seduta dell'Accademia Medica di Roma del 26 giugno 1901, ci obbliga a ritornare su queste esperienze.

Bignami e Capogrossi, come risulta dal resoconto della loro comunicazione pubblicata nel *Policlinico* e nella *Riforma Medica*, confermano il fenomeno da noi descritto del distacco del parassita, che ha subìto l'azione della chinina, dal globulo rosso; ma ritengono che ciò avviene perchè la soluzione di cloruro sodico e di chinina da noi adoperata, ha una concentrazione inferiore a quella che comunemente si adopera come isotonica al plasma sanguigno. Aggiungono che il fenomeno non si ottiene con la soluzione isotonica (0,90 °/₀ di Na Cl) chinizzata, mentre si osserva *ora sì*, *ora no* con la sola acqua distillata.

A queste obiezioni potremmo esaurientemente rispondere, servendoci dei risultati delle esperienze già eseguite. Se infatti, come dicono Bignami e Capogrossi, l'acqua distillata o la soluzione di cloruro sodico sono le condizioni essenziali per potere riuscire ad assistere al distacco del parassita dal globulo rosso, non si riesce a comprendere per quale ragione, tutte le volte che si voleva da noi studiare la resistenza di una forma parassitaria alla chinina, nella serie graduale di soluzioni chininiche di cui disponevamo, solamente alcune, costituenti una porzione della serie suddetta, erano adatte a produrre il fenomeno; mentre le altre di concentrazione più leggiera o più forte ci guidavano a raggiungere lo scopo, facendoci notare le altre fasi d'azione della chinina sul parassita malarico. Medesimamente, se tutti i nostri risultati sono dovuti al solvente e non alla chinina in esso disciolta, perchè le forme estive resistentissime alla chinina non si distaccano dall'eritrocito con quelle soluzioni chininiche leggiere che sono adatte a produrre il medesimo fenomeno nei parassiti della terzana primaverile?

Per noi il fenomeno del distacco di una forma con una data soluzione chininica, non si avvera *ora sì*, *ora no*. Se le condizioni sperimentali sono buone, ripetendo l'esperienza con le medesime forme e con la medesima so-

luzione, i risultati sono sempre uguali, come si può anche facilmente osservare in certi tratti delle curve che abbiamo riportato nelle Note precedenti.

Altri argomenti, per sostenere il nostro metodo di ricerca e i risultati delle nostre esperienze, potremmo ancora enumerare, ma sarà meglio seguire i nostri contraddittori nelle loro esperienze, e tra queste c'interessa in primo luogo di esaminare per quale ragione Bignami e Capogrossi sono venuti alla conclusione che l'acqua distillata può *ora sì, ora no* produrre il distacco del parassita.

Premettiamo che prima di noi altri autori avevano studiato l'azione dell'acqua distillata sul parassita malarico.

Marchiafava e Celli nella loro prima Memoria sulla malaria [1] descrivono una loro esperienza in questi termini: « Se al sangue uscente dalla ferita, si mescola una goccia di acqua distillata e poi si dissecca, e si colora col bleu di metilene, allora si vedono insieme ai corpuscoli rossi normali che hanno perduto l'emoglobina e che sono marcati da un contorno sottilissimo, altri che hanno ugualmente perduto l'emoglobina, che sono ugualmente rivelati da un contorno sottilissimo, ma che contengono nel loro interno i corpicciuoli ricordati (parassiti malarici), intensamente colorati in turchino e nettamente distinti ».

Il medesimo risultato fu ottenuto, variando le colorazioni, da questi autori, i quali nella tavola annessa al lavoro fecero riprodurre le figure dei globuli trattati nel modo suddetto. Per Marchiafava e Celli, quindi, i parassiti per l'azione dell'acqua distillata rimangono sempre aderenti agli stromi degli eritrociti. Simili esperienze furono ripetute da Marchiafava e Celli, da Laveran, da Manneberg e da altri allo scopo di studiare l'azione diretta della chinina sul parassita malarico, e da Grassi e Feletti [2] per istudiare la struttura di esso, ma nessuno di questi autori ebbe mai a notare che per azione dell'acqua distillata il parassita si stacca dall'eritrocita. I risultati quindi ottenuti da Bignami e Capogrossi, non solo contraddicono quelli da noi descritti, ma anche quelli dei più noti studiosi della malaria, ai quali faremmo grave torto se per un momento solo pensassimo che non hanno saputo bene osservare. Pur nondimeno non mettiamo in dubbio i risultati delle esperienze di Bignami e Capogrossi, ma preferiamo credere che, se essi qualche volta hanno visto il distacco del parassita dal globulo rosso, depositando una goccia di acqua distillata sul margine del vetrino coproggetti del preparato di sangue malarico, ciò è dipeso dalle cattive condizioni in cui si è compiuta l'esperienza.

Ciò accade quando le correnti liquide che si manifestano nel preparato sono molto violenti. Allora è facile osservare che il parassita aderente al

[1] Marchiafava e Celli, Atti Acc. Lincei, vol. XVIII, 1882-83.
[2] Grassi e Feletti, Atti Acc. Gioenia di Catania, Serie IV, tomo V.

globulo rosso, sul quale abbiamo fissata la nostra attenzione, o viene trasportato dalla corrente al pari degli altri eritrociti normali, o si distacca dal globulo, e si allontana per azione del liquido dal campo microscopico; mentre il globulo, cui era attaccato, resta sul posto e si scolora. Se invece la corrente, che si manifesta nel preparato, dopo aver depositato una goccia di acqua distillata sul margine del vetrino coprogetti, è d'intensità leggera, condizione essenziale perchè simili esperienze diano risultati attendibili, noi possiamo affermare che allora la forma parassitaria resta sempre attaccata al globulo, anche dopo lo scolorimento di esso. Non ci è lecito quindi mescolare i risultati delle prime con quelli delle seconde esperienze, e dire che il parassita per azione dell'acqua distillata si distacca dal globulo rosso *ora sì, ora no.* Nei primi due casi siamo in presenza di un fenomeno fisico, nel terzo caso osserviamo l'azione dell'acqua distillata sul parassita, la quale, come è noto, consiste nel far perdere a questo i suoi movimenti ameboidi.

Che la spinta di un corpo per azione di un liquido in movimento, come avviene nel primo caso, rappresenti un fenomeno fisico, nessuno vorrà oppugnare; che si tratti del pari di fenomeno fisico, quando la corrente strappa il parassita e lascia in sito il globulo, è facile dimostrarlo. Se teniamo presente il fatto già da noi notato, che il globulo parassitifero oppone una forte resistenza alla corrente del preparato, la qual cosa mostra rimanendo sempre nel posto dove si trova, mentre il parassita, quando è libero, si lascia facilmente trasportare da essa; ne viene di conseguenza che, essendo il parassita fuori e non dentro il globulo rosso, la corrente, quando non riuscirà a smuovere questi due corpi come corpo unico, agirà più sul parassita, producendone il distacco, che sul globulo che non si lascia vincere dalla forza di essa. E che il fenomeno del distacco sia in queste condizioni dipendente dalla forza della corrente, lo prova anche il fatto, che mentre per l'azione della chinina il parassita può lasciare il globulo rosso cui era aderente contro la direzione della corrente, ciò mai si osserva quando agisce la sola acqua distillata. Ammettendo invece la sede endoglobulare del parassita, l'azione dell'acqua distillata dovrebbe manifestarsi sempre egualmente, lasciando il parassita in sito o producendone il distacco dal globulo rosso.

Patologia. — *Sul fenomeno dell'agglutinazione nel sangue dei malarici.* Nota dei dottori D. Lo Monaco e L. Panichi, presentata dal Socio Luciani.

Questa Nota sarà pubblicata in uno dei prossimi fascicoli.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Vicepresidente Blaserna dà il doloroso annuncio della perdita fatta dalla Classe nella persona del Socio straniero A. Kowalewsky, mancato ai vivi il 22 novembre 1901; apparteneva il defunto Socio all'Accademia, sino dal 20 settembre 1887.

I Soci Todaro e Grassi deplorano la perdita fatta dalla scienza colla morte del prof. Kowalewsky, di cui mettono in rilievo i meriti e l'operosità.

Il Vicepresidente Blaserna dà comunicazione delle dimissioni presentate, per ragioni di famiglia, dal Socio Tacchini dalla carica di Amministratore; ed aggiunge che prossimamente, in una seduta delle due Classi riunite, si procederà alla nomina del nuovo Amministratore.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Cerruti presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci Riccò, Bassani, Haeckel, Helmert, Lockyer, Noether; fa inoltre particolare menzione del vol. XI della edizione nazionale, sotto gli auspici di S. M. il Re, delle *Opere di Galileo Galilei*.

Il Socio Betocchi presenta alcune pubblicazioni dell'architetto Busiri-Vici, colle seguenti parole:

« A nome dell'Autore, comm. Andrea Busiri-Vici, architetto primario della Fabbrica di S. Pietro, consigliere e già Presidente della Reale Accademia di Belle Arti di Roma, detta di S. Luca, ho l'onore di fare omaggio alla nostra Accademia di cinque delle sue numerose pubblicazioni storico-artistiche.

« Tre si riferiscono a quell'insigne monumento che è la Basilica Vaticana; una all'arte nobilissima del mosaico ed allo studio di detta arte che da circa cinque secoli ha sede in Vaticano alla dipendenza della fabbrica di detta Basilica; ed una riguarda la più antica e la più rinomata Accademia di Belle Arti che si conosca, l'insigne Accademia detta di S. Luca, della quale hanno fatto e fanno parte gli artisti più illustri passati e presenti.

« L'alto grado che il chiaro Autore occupa nei predetti Istituti, gli ha permesso di compulsare i rispettivi archivî, e di avere a sua disposizione memorie ed atti che altri difficilmente avrebbero potuto avere fra mani.

« Donde ne viene che in queste pubblicazioni si trovano riprodotti disegni, notizie e documenti importantissimi, che invano si cercherebbero in altre pubblicazioni congeneri.

« E ciò forma il pregio singolare di queste monografie dovute all'amore vivissimo che il chiaro Autore ha per le Belle Arti, ed alla sua singolare competenza, essendo non solamente insigne architetto, ma ben anche distinto pittore ».

Il Corrispondente Cuboni presenta il vol. I dell'*Annuario della R. Stazione di patologia vegetale di Roma.*

CORRISPONDENZA

Il Vicepresidente Blaserna, a nome del Socio Mosso, fa omaggio di una copia della tessera coniata in occasione del recente Congresso internazionale di fisiologia, tenutosi a Torino.

Il Socio Luciani dà alla Classe alcune notizie sui lavori e sulla importanza del Congresso anzidetto.

Il Segretario Cerruti dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società di scienze naturali di Emden; le Società geologiche di Manchester e di Sydney; la Società zoologica di Tokyo; l'Università di Upsala; l'Istituto tecnico superiore di Karlsruhe.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

La R. Società di scienze naturali di Budapest; la Facoltà delle scienze di Marsiglia; il Corpo Reale delle miniere di Roma; l'Istituto geografico militare di Vienna; la R. Scuola d'applicazione per gl'ingegneri di Roma; l'Università di Tokyo.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 1° dicembre 1901.

Abafi Aigner L. — Historia Lepidopterologiae Hungaricae. Budapest, 1898. 8°.

Arcidiacono S. — Principali fenomeni eruttivi avvenuti in Sicilia e nelle isole adiacenti durante l'anno 1900. Modena, 1901. 8°.

Bassani F. — Il Notidanus griseus Cuv. nel Pliocene della Basilicata e di altre regioni italiane e straniere. Napoli, 1901. 8°.

Id. — Su alcuni avanzi di pesci del Pliocene Toscano. Napoli, 1901. 8°.

Id. — Nuove osservazioni paleontologiche sul Bacino Stampiano di Ales in Sardegna. Napoli, 1901. 8°.

Berlese A. — Gli uccelli insettivori sono realmente utili all'agricoltura? Padova, 1901. 8°.

Id. — L'accoppiamento della mosca domestica. S. l. 1901. 8°.

Busiri-Vici A. — Il celebre studio del mosaico della Rev. Fabbrica di S. Pietro. Roma, 1901. 4°.

Id. — La conservazione, il decoro e la difesa della maestosa patriarcale Basilica del Principe degli Apostoli. Roma, 1897. 4°.

Id. — Le torri campanarie della Basilica Vaticana nel secolo XVII. Roma, 1899. 4°.

Id. — Riforma artistica delle decorazioni, addobbi e luminarie nelle solenni funzioni pontificie della Basilica Vaticana. Roma, 1898. 4°.

Id. — Sessantacinque anni delle Scuole di belle arti della ins. e pont. Accademia Romana denominata di S. Luca. Roma, 1895. 4°.

Crema C. — Cenni sull'industria delle Scorie Thomas. Roma, 1901. 8°.

De Angelis G. e *Millosevich F.* — La Miniera di antimonio a Montauto di Maremma e suoi dintorni. Torino, 1901. 8°.

De Angelis G. — Sulla geologia della provincia di Roma. Roma, 1901. 8°.

Festschrift der Naturhistorischen Gesellschaft in Nürnberg 1801-1901. Nürnberg, 1901. 8°.

Galilei G. — Le opere. Edizione nazionale. Vol. XI. 1901. 4°.

Gentile G. — Su alcune nummuliti dell'Italia Meridionale. Napoli, 1901. 4°.

Guareschi I. — Storia della Chimica. I. Amedeo Avogadro e la teoria molecolare. Torino, 1901. 8°.

Haeckel E. — Kunst-Formen der Natur. Lief VI. Leipzig, 1901. 4°.

Heat Th. — Observations of Edinburgh Rock Thermometers. Edinburgh, 1901. 4°.

Héjas A. — Die Gewitter in Ungarn nach den Beobachtungen von d. J. 1871-1895. Budapest, 8°.

Hellmann G. — Regenkarte der Provinzen Brandenburg und Pommern. Berlin, 1901. 8°.

Helmert F. R. — Zur Bestimmung kleiner Flächenstücke des Geoids aus Lothabweichungen mit Rücksicht auf Lothkrümmung. Berlin, 1901. 8°.

Lockyer N. Chrisholm-Batten Capt.. *Pedler A.* — Total eclipse of the Sun, January 22, 1898. — Observations at Viziadrug. London, 1901. 4°.

Matiegka H. — Bericht ueber die Untersuchung der Gebeine Tycho Brahe's. Prag, 1901. 8°.

Meli R — Cenno sulle escursioni geologiche eseguite con gli allievi ingegneri della R. Scuola di applicazione di Roma. Roma, 1901. 16°.

Negri A. — Carta geologica della provincia di Vicenza. Vicenza, 1901. 8°.

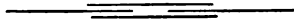
Noether M. — Charles Hermite. Leipzig, 1901. 8°.

Riccò A. — Cratere centrale dell'Etena. Modena, 1901. 8°.

Roscoe-Schorlemmer. — Ausführliches Lehrbuch der Chemie von J. W. Brühl. Bd. IX. 7. Die Kohlenwasserstoffe und ihre Derivate oder Organische Chemie. Braunschweig, 1901. 8°.

Sars G. O. — An account of the Crustacea of Norway. Vol. IV. Copepoda calanoida. P. I, II. Bergen, 1901. 8°.

Studnička F. J. — Bericht ueber die astrologischen Studien des Reformators der beob. Astronomie Tycho Brahe. Prag, 1901. 8°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ADUNANZA DELLE DUE CLASSI DEL 15 DICEMBRE 1901.

P. BLASERNA, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sopra una proprietà generale delle linee di curvatura di una superficie.* Nota del Socio LUIGI BIANCHI.

1. Da un noto teorema di Ribaucour, relativo ai sistemi ciclici, potrebbe facilmente dedursi la proprietà delle linee di curvatura di una superficie qualunque, di cui tratto nelle linee seguenti. Ma poichè la proposizione in vista esprime una proprietà semplice ed affatto generale delle linee di curvatura, e non sembra fino ad ora esplicitamente osservata, stimo non inutile darne, insieme all' enunciato, una dimostrazione diretta.

La proposizione in discorso si enuncia:

A) *Sopra qualsiasi superficie, il luogo dei circoli osculatori delle linee di curvatura di un sistema, lungo una linea di curvatura del secondo sistema, ammette questi circoli per linee di curvatura.*

Per dimostrarla geometricamente, consideriamo sulla superficie data S le linee di curvatura (u) del primo sistema e la prima falda S_1 della evoluta di S, che è il luogo degli spigoli di regresso delle sviluppabili generate dalle normali alla S lungo ogni singola linea (u). I piani normali di questa linea (u) toccano, nei corrispondenti centri M_1 di prima curvatura, la falda S_1 dell' evoluta, e contengono gli assi dei circoli osculatori di (u), il luogo di questi assi essendo appunto la sviluppabile polare della (u), sulla quale è tracciata la linea (u) di S_1. Gli assi dei circoli osculatori della linea (u) sopra S toccano adunque la S_1 nei corrispondenti centri M_1 di prima curvatura; e, poichè formano una sviluppabile, hanno in ogni punto M_1 di S_1

la direzione coniugata a quella della relativa linea (u). Dunque: *gli assi dei circoli osculatori della linea di curvatura (u) del primo sistema sopra S sono le tangenti a quelle linee (v) della prima falda S_1 della evoluta, che corrispondono alle linee di curvatura del secondo sistema.*

Ciò posto, si considerino le sfere (principali) che toccano la superficie S, avendo il centro nel rispettivo centro M_1 di prima curvatura, e contengono per conseguenza i circoli osculatori delle linee (u) sopra S. Se spostiamo il centro M_1 lungo una linea (v) di S_1, avremo una semplice infinità di queste sfere, il cui inviluppo sarà una superficie a linee di curvatura circolari; dimostreremo il teorema A) provando che questi circoli di curvatura sono precisamente i circoli osculatori delle linee (u) di S. E infatti le sfere principali toccando la superficie S, il circolo caratteristico di una tale sfera Σ (cioè la sua intersezione colla successiva nella serie (v)) passerà pel punto M di S e giacerà nel piano condotto per M normalmente alla direzione dello spostamento del centro; questa è segnata dall' asse del circolo osculatore della (u) in M, e ciò dimostra la nostra asserzione.

2. Possiamo confermare con un breve calcolo le proprietà sopra stabilite geometricamente.

Riferita la superficie S alle sue linee di curvatura u, v, e ritenendo le consuete notazioni [1], poniamo

$$X_1 = \frac{1}{\sqrt{E}} \frac{\partial x}{\partial u}, \quad X_2 = \frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial x}{\partial v};$$

avremo le seguenti formole fondamentali:

$$(2) \begin{cases} \dfrac{\partial X_1}{\partial u} = -\dfrac{1}{\sqrt{G}} \dfrac{\partial \sqrt{E}}{\partial v} X_2 - \dfrac{\sqrt{E}}{r_2} X, \quad \dfrac{\partial X_2}{\partial u} = \dfrac{1}{\sqrt{G}} \dfrac{\partial \sqrt{E}}{\partial v} X_1, \quad \dfrac{\partial X}{\partial u} = \dfrac{\sqrt{E}}{r_2} X_1 \\ \dfrac{\partial X_1}{\partial v} = \dfrac{1}{\sqrt{E}} \dfrac{\partial \sqrt{G}}{\partial u} X_2, \quad \dfrac{\partial X_2}{\partial v} = -\dfrac{1}{\sqrt{E}} \dfrac{\partial \sqrt{G}}{\partial u} X_1 - \dfrac{\sqrt{G}}{r_1} X, \quad \dfrac{\partial X}{\partial v} = \dfrac{\sqrt{G}}{r_1} X_2. \end{cases}$$

La sfera principale avente il centro nel primo centro M_1 di curvatura, di coordinate

$$(3) \qquad x_1 = x - r_1 X, \quad y_1 = y - r_1 Y, \quad z_1 = z - r_1 Z,$$

ha per equazione

$$(4) \qquad (\xi - x_1)^2 + (\eta - y_1)^2 + (\zeta - z_1)^2 = r_1^2,$$

indicando con ξ, η, ζ le coordinate correnti. Spostando il centro M_1 lungo una linea (v) sopra S_1, il circolo caratteristico della sfera (4) sulla superficie

[1] Vedi le mie *Lezioni di geometria differenziale*, cap. IX.

inviluppo si otterrà associando alla (4) l'equazione che ne risulta derivandola rispetto al parametro u, con che si ottiene a causa delle (2):

$$\Sigma(\xi - x)\left\{\sqrt{E}\left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right)X_1 - \frac{\partial r_1}{\partial u}\right\} = 0.$$

Avendo riguardo alla formola di Codazzi

$$\frac{\partial r_1}{\partial u} = \frac{r_1}{\sqrt{G}}\left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right)\frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u}$$

essa può scriversi anche:

$$\Sigma(\xi - x)\left\{\frac{\sqrt{G}}{r_1}X_1 - \frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u}X\right\} = 0,$$

e combina, come dimostrano le (2), (3), colla equazione del piano osculatore alla prima linea di curvatura (u) della S:

$$\begin{vmatrix} \xi - x & \eta - y & \zeta - z \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \\ \frac{\partial^2 x}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} \end{vmatrix} = 0.$$

Ne risulta la conferma analitica del teorema A).

3. Si è visto sopra che i circoli osculatori delle linee di curvatura (u) del primo sistema lungo ciascuna linea di curvatura (v) del secondo, generano una superficie sulla quale essi sono linee di curvatura. Ancor più facilmente si vede che la stessa cosa avviene per il luogo dei circoli osculatori di una medesima linea (u); sussiste invero la proposizione generale seguente:

B) *La superficie luogo dei circoli osculatori di una curva qualunque dello spazio ammette questi circoli per linee di curvatura.*

La dimostrazione è immediata, ove si consideri che ogni circolo osculatore è l'intersezione della sfera osculatrice colla successiva, e per ciò la superficie considerata non è altro che l'inviluppo delle sfere osculatrici.

Così adunque, per qualsiasi superficie S, nella congruenza dei circoli osculatori delle linee di curvatura (u) di un sistema, sono contenute due serie ∞^1 di superficie aventi questi circoli per linee di curvatura; le prime si ottengono associando i circoli lungo le linee (u) stesse, quelle della seconda serie associandoli invece lungo le linee di curvatura (v) del secondo sistema. Risulta inoltre dalle considerazioni superiori, che le normali a queste superficie, lungo uno dei detti circoli, concorrono per la superficie (u)

della prima serie nel centro M_0 della sfera osculatrice in M alla linea di curvatura (u), e per quelle (v) del secondo sistema nel centro principale M_1 di curvatura relativo alla linea (u) stessa.

4. Da quanto precede sorge spontanea la domanda: *Quando accade che le due serie di superficie, a linee di curvature circolari, formate nel modo descritto coi circoli osculatori delle linee di curvatura di un sistema della data sugerficie* S, *si tagliano ortogonalmente lungo questi circoli?*

Pel teorema inverso di Dupin si può porre il problema sotto l'altra forma: *Per quali superficie* S *accade che i circoli osculatori delle linee di curvatura di un sistema ammettono una serie di superficie ortogonali?*

Per risolvere la questione proposta conviene esprimere che, in ogni punto M di una linea di curvatura (u), la sfera osculatrice della linea è normale alla superficie. Ora, il piano normale alla linea (u) avendo per equazione

$$(\xi - x) X_2 + (\eta - y) Y_2 + (\zeta - z) Z_2 = 0, \tag{5}$$

le coordinate ξ, η, ζ del centro della sfera osculatrice della linea (u) si calcoleranno associando alla (5) le due equazioni che se ne ottengono con una prima ed una seconda derivazione rispetto a v. A causa delle (3), si hanno così le due equazioni seguenti:

$$\Sigma(\xi - x)\left\{\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}X_1 - \frac{\sqrt{G}}{r_1}X\right\} = \sqrt{G}$$
$$\Sigma(\xi - x)\left\{\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right)X_1 - \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\sqrt{G}}{r_1}\right)X\right\} = \frac{\partial\sqrt{G}}{\partial v}.$$

Ma, per le nostre ipotesi, deve essere

$$\Sigma(\xi - x) X = 0,$$

onde le due equazioni

$$\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\cdot\Sigma(\xi - x) X_1 = \sqrt{G}$$
$$\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right)\cdot\Sigma(\xi - x) X_1 = \frac{\partial\sqrt{G}}{\partial v}$$

debbono coincidere, ciò che si esprime colla relazione

$$\frac{\partial}{\partial v}\log\left(\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right) = \frac{\partial}{\partial v}\log\sqrt{G}.$$

Integrando risulta

$$\frac{1}{\sqrt{EG}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u} = U, \tag{6}$$

indicando U una funzione arbitraria di u; inversamente quando sussiste la (6) ha luogo la proprietà richiesta. Il primo membro della (6) non è altro che la curvatura geodetica della linea (u); dunque ciascuna linea di curvatura (u) deve essere a curvatura geodetica costante. Ora, per un noto teorema dovuto al Brioschi, ogni linea di curvatura che sia a curvatura geodetica costante è tracciata sopra una sfera (o piano) che taglia ad angolo retto la superficie, ed inversamente.

Ne concludiamo adunque: *Le superficie per le quali la congruenza dei circoli osculatori delle linee di curvatura di un sistema ammette una serie di superficie ortogonali, sono tutte e sole quelle che hanno queste linee di curvatura sferiche, e tracciate sopra sfere ortogonali alla superficie.*

È ben noto come si trovano tutte queste superficie [1]. Basta prendere ad arbitrio una semplice infinità di sfere, e nella congruenza delle loro ∞^2 traiettorie ortogonali scegliere comunque una serie ∞^1 di queste traiettorie; il loro luogo costituisce la più generale superficie richiesta. Quanto al problema di trovare le traiettorie ortogonali di un sistema ∞^1 dato di sfere, esso riducesi ad un'equazione differenziale di Riccati e si risolve per quadrature, appena nota una di esse.

Meccanica. — *Di alcune nuove forme delle equazioni della Dinamica, applicabili ai sistemi anolonomi.* Nota del Corrispondente Gian Antonio Maggi.

Il concetto di formare le equazioni differenziali del movimento di un sistema vincolato di punti, valendosi dell'espressione delle velocità per funzioni lineari di parametri indipendenti, si ritrova nella *Mechanik* di Kirchhoff. Ivi, con questo principio, sono dedotte dal teorema di Hamilton le ultime equazioni del § 4 della Lezione 3ª, le quali sono applicate, nel § 2 della Lezione 4ª, alla formazione delle equazioni differenziali più generali del movimento di un solido libero, o avente un punto fisso.

Il sig. Volterra ha applicato lo stesso principio nella sua Nota *Sopra una classe di equazioni dinamiche,* pubblicata nel volume XXXIII (1898) degli « Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino », per dedurre dall'equazione di d'Alembert e Lagrange, ridotta ad un'espressione di Beltrami [2], una forma delle equazioni del movimento di un sistema di punti i cui vincoli sono indipendenti dal tempo, ed espressi da equazioni ai diffe-

[1] Darboux, *Leçons sur les systèmes orthogonaux et les coordonnées curvilignes,* Chap. II.

[2] Beltrami, *Sulle equazioni dinamiche di Lagrange,* Rendiconti del R. Istituto Lombardo, vol. XXVIII (1895).

renziali totali fra le coordinate, egualmente valida se queste formano o no un sistema integrabile, vale a dire se il sistema mobile è olonomo o anolonomo. Sono le equazioni differenziali (C), stabilite fra il tempo, le coordinate, e le *caratteristiche del moto*, in numero eguale a queste: così chiamando tanti parametri quanti sono i gradi di libertà del sistema, mediante i quali, in virtù dei vincoli, si esprimono per funzioni lineari omogenee le componenti della velocità d'ogni punto. E il sig. Volterra si propone particolarmente d'indagare il caso che dette equazioni siano sufficienti a determinare le caratteristiche in funzione del tempo.

Infine il sig. Appell, col medesimo principio delle caratteristiche, ha dedotto dall'equazione di d'Alembert e Lagrange una forma elegante di equazioni differenziali del movimento, applicabili, come le precedenti, a sistemi olonomi e anolonomi, come pure al caso di vincoli dipendenti dal tempo, nella sua Nota *Sur les mouvements de roulement — Équations analogues à celles de Lagrange*, inserita nel tomo CXXIX dei « Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences » di Parigi (1899), e nell'altra *Sur une forme générale des équations de la dynamique*, pubblicata nel tomo CXXI del « Giornale di Crelle » (1900) (1).

Mi permetto di mostrare, con questa breve Nota, come le equazioni del sig. Appell e quelle del sig. Volterra si deducano da una forma di equazioni della dinamica, che si trovano nel § 493 della mia *Meccanica* (2), dedotta, alla sua volta, assai speditamente dal teorema di Hamilton: le quali, per quanto apparisce, passarono inosservate, quantunque siano applicate, nel seguente §, a formare le equazioni del movimento di un solido, con un metodo che ci sembra presentare, in confronto di quello di Kirchhoff, il vantaggio di una maggiore prontezza.

Comincierò col rammentare la semplicissima deduzione delle equazioni in discorso. Partiamo dal teorema di Hamilton:

$$\int_{t'}^{t''} (\delta \mathrm{T} + \Pi)\, dt = 0, \tag{1}$$

dove, indicando $q_1, q_2, \dots q_n$ una specie qualsivoglia di coordinate, libere o no, del sistema mobile, si ha

$$\delta \mathrm{T} = \sum_1^n {}_i \left(\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i \right), \quad \dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}, \quad \Pi = \sum_1^n {}_i \, \mathrm{Q}_i \, \delta q_i . \tag{2}$$

(1) V. anche Appell, *Les mouvements de roulement en Dynamique*, § 24 (Scientia 4°). Parigi, 1899.

(2) *Principii della teoria matematica del movimento dei corpi*. Milano, 1896.

Siano i vincoli rappresentati da

$$(3) \qquad \sum_1^n{}_i \, \Phi_{i,j} \, dq_i = T_j \, dt, \qquad (j = 1, 2, \dots m)$$

con che le $\delta q_1, \delta q_2, \dots \delta q_n$ riescono definite da

$$(4) \qquad \sum_1^n{}_i \, \Phi_{ij} \, \delta q_i = 0 \qquad (j = 1, 2, \dots m)$$

Queste ultime equazioni potranno sempre supporsi risolute rispetto ad $n - m$ delle $\delta q_1, \delta q_2, \dots \delta q_n$, se occorre, opportunamente scelte, quindi tali da fornire

$$(5) \qquad \delta q_i = \sum_1^{n-m}{}_r \, E_{ir} \, \varepsilon_r \qquad (i = 1, 2, \dots n)$$

dove le $\varepsilon_r, \varepsilon_2, \dots \varepsilon_{n-m}$ sono altrettanti parametri arbitrarii.

Ora (1), conformemente a (2), può porsi notoriamente sotto la forma

$$\int_{t'}^{t''} dt \sum_1^n{}_i \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} - Q_i \right) \delta q_i = 0,$$

che fornisce immediatamente

$$\sum_1^n{}_i \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} - Q_i \right) \delta q_i = 0.$$

Nella quale relazione introducendo le (5), raccogliendo le singole ε_r, eguagliando a 0 il coefficiente di ciascuna, e ponendo

$$\sum_1^n{}_i \, Q_i \, E_{ir} = E_r$$

con che, per (2),

$$(6) \qquad \Pi = \sum_1^{n-m}{}_r \, E_r \, \varepsilon_r,$$

si ottiene

$$(7) \qquad \sum_1^n{}_i \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} \right) E_{ir} = E_r. \qquad (r = 1, 2, \dots n - m)$$

Queste sono le equazioni cercate, formanti colle (3) un sistema di n equazioni differenziali, dove t funge da variabile indipendente, e le $q_1, q_2, \dots q_n$ da incognite: valide per sistemi olonomi e anolonomi, e per vincoli indipendenti e dipendenti dal tempo.

Per porre queste equazioni sotto la forma del sig. Appell, basta osservare che da (3) si ricaverà, conformemente a (5),

$$\dot{q}_i = \mathrm{E}_i + \sum_1^{n-m} {}_r \, \mathrm{E}_{ir} \, e_r \, , \qquad (i = 1, 2, \dots n)$$

con che $e_1, e_2, \dots e_{n-m}$ rappresentano le caratteristiche del movimento del considerato sistema, per modo che

$$\mathrm{E}_{ir} = \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial e_r} = \frac{\partial \ddot{q}_i}{\partial \dot{e}_r} \tag{8}$$

Mentre, d'altra parte, posto, col sig. Appell,

$$\mathrm{S} = \tfrac{1}{2} \sum m \left(\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2 \right),$$

dove m e x, y, z rappresentano la massa e le coordinate del punto generico del sistema, e la somma è estesa a tutti i punti, si ha

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial q_i} = \frac{\partial \mathrm{S}}{\partial \ddot{q}_i} . \tag{9}$$

Difatti

$$\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial \ddot{q}_i} = \sum m \left(\ddot{x} \frac{\partial \ddot{x}}{\partial \ddot{q}_i} + \ddot{y} \frac{\partial \ddot{y}}{\partial \ddot{q}_i} + \ddot{z} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial \ddot{q}_i} \right).$$

Ma si ha

$$\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t} + \sum_1^n {}_i \frac{\partial x}{\partial q_i} \dot{q}_i ,$$

donde

$$\frac{\partial x}{\partial q_i} = \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial \ddot{x}}{\partial \ddot{q}_i}$$

e le analoghe. Quindi

$$\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial \ddot{q}_i} = \sum m \left(\ddot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}_i} + \ddot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{q}_i} + \ddot{z} \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{q}_i} \right).$$

E stando

$$\mathrm{T} = \tfrac{1}{2} \sum m \left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 \right) \tag{10}$$

anche

$$\frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_i} = \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \sum m \left(\dot{x}\frac{d}{dt}\frac{\partial x}{\partial q_i} + \dot{y}\frac{d}{dt}\frac{\partial y}{\partial q_i} + \dot{z}\frac{d}{dt}\frac{\partial z}{\partial q_i}\right) = \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i};$$

poichè

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial x}{\partial q_i} = \frac{\partial^2 x}{\partial q_i \partial t} + \sum_1^n {}_j \frac{\partial^2 x}{\partial q_i \partial q_j}\dot{q}_j = \frac{\partial^2 x}{\partial t \partial q_i} + \sum_1^n {}_j \frac{\partial^2 x}{\partial q_j \partial q_i}.\dot{q}_j = \frac{\partial}{\partial q_i}\frac{dx}{dt} = \frac{\partial \dot{x}}{\partial q_i}.$$

Ciò posto, per (8) e (9), le (7) diventano

$$\sum_1^n {}_i \frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_i}\frac{\partial \ddot{q}_i}{\partial \dot{e}_r} = E_r \qquad (r = 1, 2, \ldots n - m)$$

ossia

$$(7^{bis}) \qquad \frac{\partial S}{\partial \dot{e}_r} = E_r, \qquad (r = 1, 2, \ldots n - m)$$

che sono le equazioni del sig. Appell, svincolate da ogni ipotesi speciale sulla scelta delle caratteristiche.

Le equazioni del sig. Volterra si ottengono, ponendo le (7), conformemente a (8), sotto la forma

$$\sum_1^n {}_i \left(\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i}\right)\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial e_r} = E_r,$$

ossia

$$\frac{d}{dt}\sum_1^n {}_i \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial e_r} = \sum_1^n {}_i \frac{dE_{ir}}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} + \sum_1^n {}_i E_{ir}\frac{\partial T}{\partial q_i} + E_r,$$

o infine

$$(7^{ter}) \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial e_r} = \sum_1^n {}_i \frac{dE_{ir}}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} + \sum_1^n {}_i E_{ir}\frac{\partial T}{\partial q_i} + E_r \qquad (r = 1, 2, \ldots n - m).$$

Queste equazioni si applicano propriamente a qualunque specie di coordinate $q_1, q_2 \ldots q_n$, e a vincoli anche dipendenti dal tempo. Supposto che le $q_1, q_2 \ldots q_n$, con $n = 3\nu$, rappresentino le coordinate cartesiane ortogonali, x, y, z, di un sistema di ν punti, e che i vincoli siano indipendenti dal tempo, si ha, conformemente a (10),

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = m_i \dot{q}_i = m_i \sum_1^{n-m} {}_u E_{iu} e_u \quad (i = 1, 2, \ldots 3\nu;\ m_i = m_{i+1} = m_{i+2})$$

Inoltre,

$$\frac{dE_{ir}}{dt} = \sum_1^n {}_j \frac{\partial E_{ir}}{\partial q_j} \dot{q}_j = \sum_1^{n-m} {}_v e_v \sum_1^{3\nu} {}_j \frac{\partial E_{ir}}{\partial q_j} E_{jv}.$$

Quindi, in dette ipotesi, le precedenti equazioni diventano

$$(7^{\text{IV}}) \qquad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial e_r} = \sum_1^{n-m} {}_u \sum_1^{n-m} {}_v b^{(u)}_{rv} e_u e_v,$$

dove

$$b^{(u)}_{rv} = \sum_1^{3\nu} {}_j E_{jv} \sum_1^{3\nu} {}_i m_i \frac{\partial E_{ir}}{\partial q_j} E_{iu}:$$

forma semplice, alla quale (salvo le lettere differenti) si riducono le equazioni (C) del sig. Volterra, valendosi delle premesse relazioni, ed eseguendo le operazioni indicate.

Termino con brevi osservazioni sull'opportunità e la legittimità dell'uso del teorema di Hamilton.

Pare a me, quanto ad opportunità, che l'equazione in cui si traduce questo teorema possa sempre considerarsi come una riduzione a forma più concisa dell'equazione di d'Alembert e Lagrange, che si presta spontaneamente per la deduzione delle equazioni del movimento in coordinate generali.

Quanto a legittimità, all'eccezione del sig. Appell, che forma oggetto della sua Nota *Sur les équations de Lagrange et le principe d'Hamilton*, nel tomo XXVI del « Bulletin de la Société Mathématique de France » (1898), può obbiettarsi che la dimostrazione della incompatibilità di

$$(11) \qquad d\delta x = \delta dx, \qquad d\delta q_i = \delta dq_i,$$

nel caso della anolonomia, si fonda sulla deduzione di

$$\delta\,[dx - (A_1\,dq_1 + A_2\,dq_2)] = 0$$

dall'equazione traducente i vincoli

$$dx - (A_1\,dq_1 + A_2\,dq_2) = 0.$$

Ora, ciò significa imporre al movimento virtuale di soddisfare i medesimi vincoli del movimento effettivo. Che se, conformemente all'ordinario canone, la variazione relativa al passaggio ad un movimento virtuale si definisce colle (11), e, nel caso in discorso, con

$$\delta x - (A_1\,\delta q_1 + A_2\,\delta q_2) = 0,$$

il ragionamento del sig. Appell dimostra come, nel medesimo caso, l'olonomia sia condizione necessaria e sufficiente perchè coincidano movimento virtuale e movimento soddisfacente agli stessi vincoli del movimento effettivo [1].

[1] Cfr. Hölder, *Ueber die Principien von Hamilton und Maupertuis*, § 6. Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen (1896).

Patologia vegetale. — *Sulla malattia dell' olivo chiamata « brusca » nel territorio di Lecce.* Nota preliminare del Corrisp. G. Cuboni e del prof. U. Brizi.

Nella provincia di Lecce infierisce da qualche anno una grave malattia degli olivi che li rende assolutamente improduttivi.

Tale malattia, che sul luogo è denominata *brusca*, non è nuova, giacchè autori antichi ne parlano e, a quanto sembra, ricorre più funesta periodicamente.

Sulle cause che producono questo malanno si è molto discusso, e varie ipotesi più o meno attendibili furono emesse. L' ultima è quella del prof. Comes che studiò sul posto recentemente la *brusca* e che l' attribuisce senz' altro al *marciume radicale* ed alla conseguente *gommosi.*

Uno di noi (Brizi) recatosi sul posto sui primi dello scorso novembre per visitare gli oliveti colpiti, ebbe immediatamente l'impressione che dovesse trattarsi piuttosto di malattia crittogamica, giacchè quasi tutte le foglie degli olivi apparivano chiazzate di caratteristiche macchie arsiccie, per una grandissima estensione, comprendente tutto il territorio olivato dei paesi di Lizzanello, Cavallino, Vernole, Castri, Pisignano, Melendugno ecc., al sud di Lecce. Oltre alla presenza delle caratteristiche macchie sulle foglie, facevano subito supporre trattarsi di malattia crittogamica altre circostanze che convalidavano questa opinione.

Infatti, l' esame accurato del sistema radicale della maggior parte degli olivi anche più fortemente colpiti dalla *Brusca*, rivelò che le radici erano quasi sempre sane e che non poteva esservi alcun rapporto fra qualche radice superficiale eventualmente marcita e il deperimento generale del fogliame. Inoltre non era possibile spiegare colla sola ipotesi di un marciume radicale generale, anzitutto i caratteri della sofferenza del fogliame assai diversi da quelli che sogliono apparire nel vero *marciume*, ma sopratutto la rapidità con cui la malattia si manifesta, caratteristica delle vere infezioni crittogamiche, tanto che, in generale, nella prima quindicina di novembre improvvisamente in pochi giorni molte migliaia di olivi vengono quasi contemporaneamente colpiti. Si aggiunga inoltre che la malattia si presenta specialmente dopo un periodo di nebbie, e sopratutto che la *brusca* ha una spiccata preferenza per quella varietà di olivo detta *oliarola*, mentre rispetta quasi totalmente la varietà detta *nardò*, che pur trovasi ovunque commista alla precedente.

Lo studio microscopico del materiale raccolto sul posto, svelò la presenza sempre costante su tutte le foglie colpite, in corrispondenza delle macchie arsiccie, di un micelio ad ifi septati tenuissimi, non molto facile ad esser messo in evidenza per la sua estrema piccolezza.

Sul materiale raccolto non si rinvenne sul posto alcuna fruttificazione del fungillo, ma le foglie stesse invase dal micelio e tenute in laboratorio in condizioni opportune svilupparono un corpo fruttifero che permise di riferire il fungillo all'ordine dei *discomiceti* ed al genere *stictis*.

Ritornati entrambi sul posto alla metà di dicembre, i dubbî che potevano rimanere sulla natura della malattia furono risolti completamente, giacchè i caratteri di essa erano molto più accentuati e di più non solo si rinvenne la fruttificazione del fungo sulle abbondantissime foglie cadute, ma anche su quelle ancor vive e sulla pianta, fruttificazione perfettamente identica a quella ottenuta in laboratorio.

L'esame poi delle radici degli olivi più sofferenti nel territorio di Vernole confermò una seconda volta non potersi attribuire in alcun modo al marciume radicale la malattia in questione.

Non rimane quindi secondo noi alcun dubbio sulla origine crittogamica della dannosissima malattia della *brusca* nell'agro Leccese. Il fatto ci sembra di grande importanza, poichè non è improbabile che lo studio accurato, che vedrà la luce a suo tempo, delle condizioni dello sviluppo del fungillo e della sua biologia ci diano una norma sicura, finora completamente mancata, per combattere questa malattia che, colla sua persistenza, ha completamente immiserito e posta alla disperazione la popolazione di molti paesi, pei quali l'unica risorsa è il prodotto dell'olivo.

Meccanica. — *Su alcuni problemi di equilibrio elastico.* Nota II [1] del prof. Orazio Tedone, presentata dal Socio Volterra.

5. Come una generalizzazione immediata del problema precedente, indichiamo, senza insisterci, la soluzione del problema della determinazione della deformazione elastica di un mezzo isotropo ed omogeneo compreso fra le facce di un triedro trirettangolo quando in superficie sono dati gli spostamenti.

Mantenendo, per quanto è possibile, le notazioni precedenti, supponiamo che il mezzo elastico omogeneo di cui vogliamo occuparci occupi il triedro trirettangolo S in cui ξ, η, ξ sono positive, e chiamiamo $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ le facce corrispondenti a $\xi = 0$, $\eta = 0$, $\zeta = 0$. Insieme ai punti A, A_1, A_2, A_3, introduciamo anche gli altri punti A', A'_1, A'_2, A'_3 e le distanze: r', r'_1, r'_2, r'_3 di questi quattro punti dal punto (ξ, η, ζ) di S.

Come nel caso precedente, noteremo che il valore di una funzione armonica in S la quale su $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ assume valori fissati, nel punto A, è dato dalla formola

(1) V. pag. 251.

$$(8)\qquad -2\pi\varphi = \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\varphi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1 +$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_3}\varphi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_2 + \frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_2}\varphi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_3\,,$$

mentre il valore di una funzione ψ che in S soddisfaccia all'equazione $\Delta^2\Delta^2\psi=0$ ed è tale che ψ e $\Delta^2\psi$ assumano su $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ valori fissati, nello stesso punto A, è dato dalla formola

$$(9)\qquad -2\pi\psi = \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1 +$$

$$+\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_2}\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_2 + \frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_3}\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3$$

$$+\frac{x}{2}\int_{\sigma_1}\Delta^2\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1 +$$

$$+\frac{y}{2}\int_{\sigma_2}\Delta^2\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_2 + \frac{z}{2}\int_{\sigma_3}\Delta^2\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3\,.$$

Senza trascriverle, notiamo, pure, che sussistono delle formole analoghe alle (a), (a'), (b), (b'), (c), (c') e che si dimostrano allo stesso modo. Applicando la (9) a ciascuna delle (3) e trasformando i risultati con le formole a cui or ora abbiamo accennato, si trova, nella ipotesi che u, v, w sieno differenti da zero soltanto su σ_1:

$$(10)\left\{\begin{aligned}
2\pi u =& -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}u\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1 +\\
&+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}y\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_2 + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}z\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_3}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3 +\\
&+\frac{\lambda+\mu}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_2}\xi\theta\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)d\sigma_2 + \frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_3}\xi\theta\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3\right],\\
2\pi v =& -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}v\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1 +\\
&+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}y\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_2 + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}z\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_3}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3 +\\
&+\frac{\lambda+\mu}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_3}\eta\theta\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3 + \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\eta\theta\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_3\right],\\
2\pi w =& -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}w\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1 +\\
&+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}y\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_2 + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}z\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_3}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3 +\\
&+\frac{\lambda+\mu}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\zeta\theta\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_2}\zeta\theta\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_2}\right)d\sigma_2\right].
\end{aligned}\right.$$

Derivando queste formole successivamente rispetto ad x, y, z, sommando e tenendo presente le (8), si trova

$$
\begin{aligned}
(11)\qquad & \frac{\pi}{\mu}(\lambda+3\mu)\,\theta = -\int_{\sigma_1}\left\{ u\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)+\right.\\
& + v\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)+w\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\left.\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)\right\}d\sigma_1+\\
& + \frac{\lambda+\mu}{\mu}\left\{\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\left[\int_{\sigma_1}\eta\theta\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1+\int_{\sigma_2}\zeta\theta\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)d\sigma_2\right]+\right.\\
& + \frac{\partial^2}{\partial y\,\partial z}\left[\int_{\sigma_2}\zeta\theta\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_2}\right)d\sigma_2+\int_{\sigma_3}\zeta\theta\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3\right]+\\
& + \left.\frac{\partial^2}{\partial z\,\partial x}\left[\int_{\sigma_3}\xi\theta\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3+\int_{\sigma_1}\zeta\theta\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1\right]\right\}.
\end{aligned}
$$

Questa equazione al limite, per $x=0$, $y=0$, $z=0$, successivamente, chiamando $T'(y, z)$, $T''(x, z)$, $T'''(x, y)$ il valore limite ed i valori dell'integrale

$$
\begin{aligned}
\int_{\sigma_1}\left\{u\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)+v\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)+\right.\\
\left.+w\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)\right\}d\sigma_1
\end{aligned}
$$

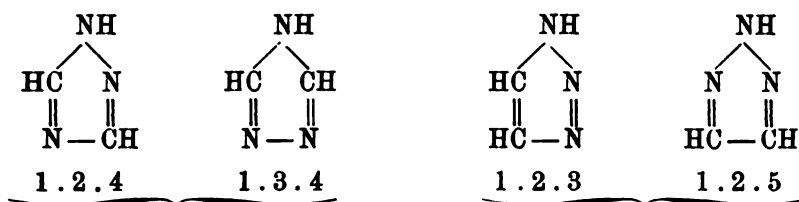
per $x=0$, $y=0$, $z=0$, ci da:

$$
(12)\left\{
\begin{aligned}
& \frac{\pi}{\mu}(\lambda+3\mu)\,\theta(0, y, z) = -T'(y, z)+\\
& \quad +3\frac{\lambda+\mu}{\mu}\left[y\int_{\sigma_2}\zeta^2\theta(\xi,0,\xi)\left(\frac{1}{r_3^5}-\frac{1}{r_2^5}\right)d\sigma_2+z\int_{\sigma_2}\eta^2\theta(\xi,\eta,0)\left(\frac{1}{r'^5}-\frac{1}{r_1'^5}\right)d\sigma_1\right]\\
& \frac{\mu}{\pi}(\lambda+3\mu)\,\theta(x, o, z) = -T''(x, y)+\\
& \quad +3\frac{\lambda+\mu}{\mu}\left[z\int_{\sigma_2}\xi^2\theta(\xi,\eta,0)\left(\frac{1}{r_1^5}-\frac{1}{r_1'^5}\right)d\sigma_3+x\int_{\sigma_1}\zeta^2\theta(0,\eta,\zeta)\left(\frac{1}{r_3^5}-\frac{1}{r_3'^5}\right)d\sigma_1\right]\\
& \frac{\pi}{\mu}(\lambda+3\mu)\,\theta(x, y, 0) = -T''(y, z)+\\
& \quad +3\frac{\lambda+\mu}{\mu}\left[x\int_{\sigma_1}\eta^2\theta(0,\eta,\zeta)\left(\frac{1}{r'^5}-\frac{1}{r_3'^5}\right)d\sigma_1+y\int_{\sigma_2}\xi^2\theta(\xi,0,\zeta)\left(\frac{1}{r_1^5}-\frac{1}{r_2^5}\right)d\sigma_1\right]
\end{aligned}
\right.
$$

E queste equazioni si possono risolvere, come le (7), per mezzo di approssimazioni successive.

6. Termineremo osservando che il metodo da noi adottato è suscettibile di essere applicato anche al caso generale in cui il mezzo elastico è limitato da due piani formanti un angolo diedro commensurabile con π, ovvero da tre piani formanti un triedro birettangolo in cui l'angolo diedro non retto è commensurabile con π, e conduce alla soluzione del problema anche quando, invece di dare in superficie gli spostamenti, si dieno i valori delle tensioni.

Chimica. — *Sulla formula del Triazolo.* Nota di GUIDO PELLIZZARI, presentata dal Socio PATERNÒ [1].

Dei quattro triazoli preveduti dalla teoria se ne conoscono tre e del quarto, che è l'1. 3. 4, si hanno soltanto dei derivati. Questi possibili quattro nuclei possono considerarsi secondo due coppie a seconda che il ciclo è formato con gli atomi di carbonio e di azoto alternati oppure contigui.

La relazione fra i triazoli della stessa coppia apparisce evidente considerando che corrispondono ad uno stesso ipotetico tetraidroderivato.

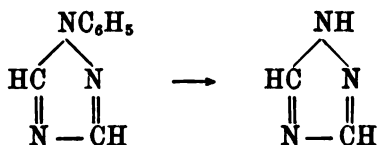
NH
H_2C NH
HN — CH_2

NH
HN NH
H_2C — CH_2

Senza occuparmi per ora della coppia seconda e riferendomi soltanto ai triazoli 1. 2. 4 e 1. 3. 4, dirò subito che le presenti mie ricerche hanno portato alla conclusione che essi sono rappresentati da un'unica sostanza.

Fra i sei modi coi quali questo triazolo è stato ottenuto, due soli giustificano pienamente la formula asimmetrica 1. 2. 4, gli altri quattro, per l'identità del prodotto ottenuto, potevano e dovevano ragionevolmente interpretarsi con schemi che conducono a quella stessa formula, ma potrebbero anche spiegarsi colla formula simmetrica 1. 3. 4.

I. — *Per ossidazione del* 1 *feniltriazolo* 1. 2. 4 *con permanganato potassico in soluzione acida* [2].

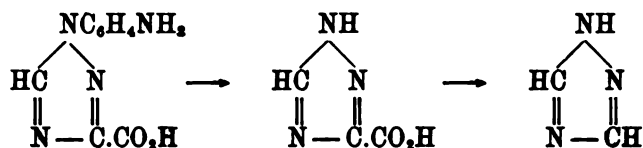
NC_6H_5
HC N
N — CH
⟶
NH
HC N
N — CH

[1] Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Genova.

[2] Rend. Acc. Lincei 1892, vol. VII, pag. 459; Ber. 1892, pag. 225.

Quest'importante reazione è dovuta, come è noto, al compianto prof. Andreocci, il quale dall'acetiluretano e fenilidrazina ottenne l'*1* fenil- *3* metil- *5* triazolone 1. 2. 4, e da questo per una serie di trasfomazioni arrivò all'1 feniltriazolo asimmetrico.

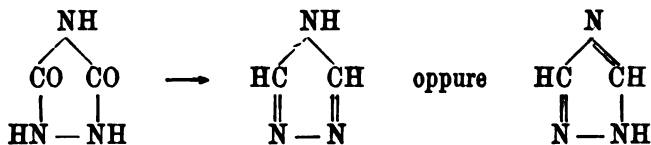
II. — *Per riscaldamento al punto di fusione dell'acido carbotriazolico* 1. 2. 4 (1).

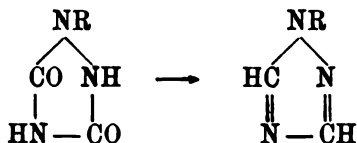
Quest'acido fu preparato da Bladin dall'acido *1* amidofenil- 3 carbotriazolico per ossidazione col permanganato potassico in soluzione alcalina.

$$\begin{array}{c} NC_6H_4NH_2 \\ HC \quad N \\ \| \quad \| \\ N - C.CO_2H \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} NH \\ HC \quad N \\ \| \quad \| \\ N - C.CO_2H \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} NH \\ HC \quad N \\ \| \quad \| \\ N - CH \end{array}$$

Questi due metodi, che hanno, come sostanze di partenza, dei derivati del triazolo 1. 2. 4, sono i soli che fino ad oggi giustificassero pienamente la formula ammessa. Gli altri quattro metodi possono interpretarsi arbitrariamente con schemi che conducono sia alla formula asimmetrica 1. 2. 4 come a quella simmetrica 1. 3. 4.

III. — *Per azione riducente del pentasolfuro di fosforo sull'urazolo* (2).

L'urazolo essendo un derivato del tetraidrotriazolo, corrisponde, come si è detto, sia al triazolo 1. 2. 4 come a quello 1. 3. 4; perciò, rispetto alla costituzione della sostanza impiegata, rimane arbitrario il dare al prodotto di riduzione una formula piuttosto che l'altra. Fu ammessa quella asimmetrica perchè il prodotto era eguale a quello di Andreocci.

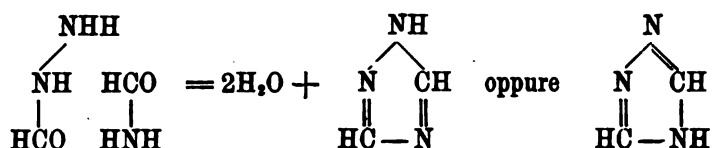
$$\begin{array}{c} NH \\ CO \quad CO \\ | \quad | \\ HN - NH \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} NH \\ HC \quad CH \\ \| \quad \| \\ N - N \end{array} \quad \text{oppure} \quad \begin{array}{c} N \\ HC \quad CH \\ \| \quad | \\ N - NH \end{array}$$

In seguito Pellizzari e Ferro (3) dimostrarono che dagli alchilurazoli asimmetrici si arriva colla stessa reazione agli alchiltriazoli 1. 2. 3.

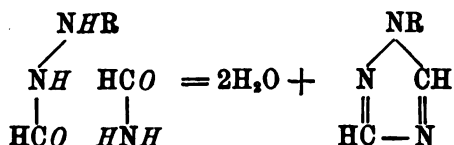
$$\begin{array}{c} NR \\ CO \quad NH \\ | \quad | \\ HN - CO \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} NR \\ HC \quad N \\ \| \quad \| \\ N - CH \end{array}$$

(1) Ber., XXV, 744.
(2) Pellizzari e Cuneo, Gazz. chim. it., XXIV, p. I, pag. 508.
(3) Gazz. chim. it. XXVIII, p. II.

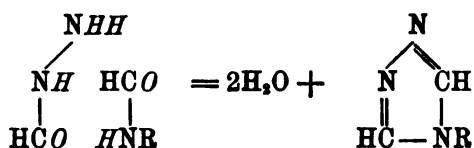
Ma questa analogia di reazione coi derivati asimmetrici non ha nessun valore assoluto ed è anzi probabile che coi derivati simmetrici dell'urazolo si ottengano i composti corrispondenti del triazolo 1. 3. 4.

IV. — *Per azione della formamide sulla formilidrazide* ([1]).

La formazione della catena triazolica, per eliminazione di acqua fra queste due sostanze può evidentemente spiegarsi secondo le due formule

$$\begin{array}{ll} \mathrm{NHH} & \\ \mathrm{NH} & \mathrm{HCO} \\ | & | \\ \mathrm{HCO} & \mathrm{HNH} \end{array} = 2\mathrm{H_2O} + \begin{array}{c} \mathrm{NH} \\ \mathrm{N} \quad \mathrm{CH} \\ \| \quad\; \| \\ \mathrm{HC}-\mathrm{N} \end{array} \quad \text{oppure} \quad \begin{array}{c} \mathrm{N} \\ \mathrm{N} \quad \mathrm{CH} \\ \| \quad\; | \\ \mathrm{HC}-\mathrm{NH} \end{array}$$

Fu interpretata secondo lo schema che conduce al triazolo 1. 2. 4 perchè il prodotto era identico a quello dell'Andreocci e perchè collo stesso schema si spiega la formazione degli *n*- derivati del triazolo asimmetrico, ottenuti coi derivati formilici delle idrazine primarie e colla formamide.

$$\begin{array}{ll} \mathrm{N}\mathit{H}\mathrm{R} & \\ \mathrm{N}\mathit{H} & \mathrm{HC}\mathit{O} \\ | & | \\ \mathrm{HC}\mathit{O} & \mathit{H}\mathrm{N}\mathit{H} \end{array} = 2\mathrm{H_2O} + \begin{array}{c} \mathrm{NR} \\ \mathrm{N} \quad \mathrm{CH} \\ \| \quad\; \| \\ \mathrm{HC}-\mathrm{N} \end{array}$$

Questa considerazione di analogia perde però ogni valore dal momento che colla formilidrazide e coi derivati formilici delle amine primarie si ottengono anche gli *n*- derivati del triazolo simmetrico ([2]).

$$\begin{array}{ll} \mathrm{N}\mathit{HH} & \\ \mathrm{N}\mathit{H} & \mathrm{HC}\mathit{O} \\ | & | \\ \mathrm{HC}\mathit{O} & \mathit{H}\mathrm{NR} \end{array} = 2\mathrm{H_2O} + \begin{array}{c} \mathrm{N} \\ \mathrm{N} \quad \mathrm{CH} \\ \| \quad\; | \\ \mathrm{HC}-\mathrm{NR} \end{array}$$

V. — *Dalla tiosemicarbazide* ([3]).

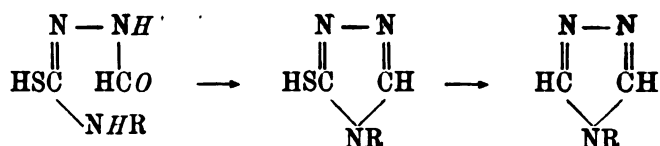
M. Freund, dai derivati formilici delle tiosemicarbazidi sostituite in posizione *4*, ottenne per eliminazione d'acqua gli alchilmercaptotriazoli e quindi

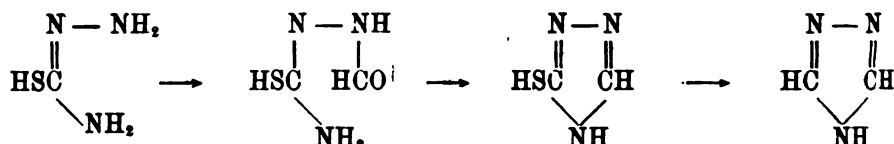
([1]) Pellizzari, Gazz. chim. it. XXIV, p. II, pag. 222.

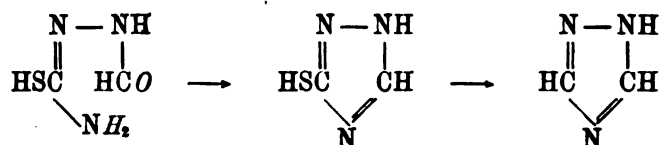
([2]) Pellizzari e Massa; Pellizzari e Bruzzo, Gazz. chim. it. XXXI, p. II, pagg. 105 e 111.

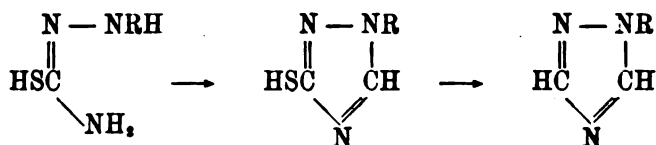
([3]) Berichte XXXIX, 2483.

eliminando lo solfo coll'acqua ossigenata passò agli alchiltriazoli 1. 3. 4.

N — N*H* | HSC HC*O* | N*H*R ⟶ N — N | HSC CH | NR ⟶ N — N | HC CH | NR

Partendo dalla tiosemicarbazide, per analogia, ammise che con identico processo si dovesse arrivare al triazolo simmetrico

N — NH_2 | HSC | NH_2 ⟶ N — NH | HSC HCO | NH_2 ⟶ N — N | HSC CH | NH ⟶ N — N | HC CH | NH

E siccome il prodotto che ottenne è eguale a quello di Andreocci e di Bladin, alcuni autori [1] pensarono alla possibile oscillazione dell' idrogeno dalla posizione *1* alla *4*. Questa ipotesi però è del tutto arbitraria perchè la sintesi di Freund non è una dimostrazione diretta della formula simmetrica. Infatti può immaginarsi che la chiusura della catena dalla formiltiosemicarbazide avvenga invece secondo il seguente schema

N — NH | HSC HC*O* | N*H*$_2$ ⟶ N — NH | HSC CH | N ⟶ N — NH | HC CH | N

D'altra parte l'analogia di reazione coi derivati *4* alchilici della tiosemicarbazide perde inoltre ogni valore quando si rammenti che colle tiosemicarbazidi sostituite in posizione *1*, il dott. Ferro ed io siamo riusciti a chiudere la catena triazolica coll'acido formico in modo simile a Freund, e quindi eliminando lo solfo col pentasolfuro di fosforo siamo arrivati ai derivati alchilici del triazolo asimmetrico [2]

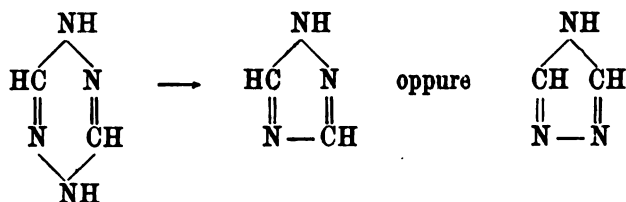
N — NRH | HSC | NH_2 ⟶ N — NR | HSC CH | N ⟶ N — NR | HC CH | N

[1] Hantzsch e Silberrad, Berichte 1900, pag. 58.

[2] Gazz. chim. it., XXVIII, p. II, pag. 531. Scrivo qui la tiosemicarbazide e conseguentemente il prodotto che ne deriva colla formula tautomerica solfidrilica come ha adottato il Freund, benchè le stesse considerazioni si possano fare anche ammettendo la solita formula.

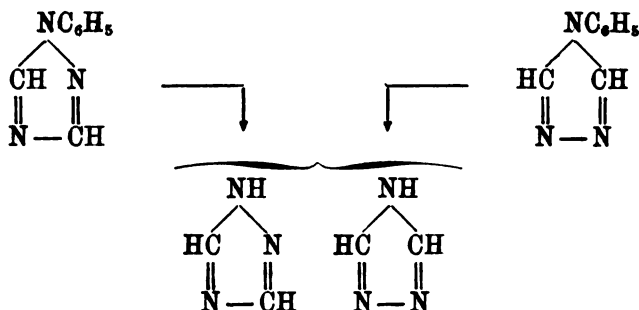
Il caso è identico a quello del IV metodo, cioè a seconda dei derivati che si prendono si ottengono composti del triazolo 1. 2. 4 o 1. 3. 4 e quindi nessuna preferenza neppure per analogia, si può dare ai due schemi che dalla tiosemicarbazide conducono all'uno o all'altro triazolo.

VI. — *Azione dell'acido nitroso sulla tetrazolina.*

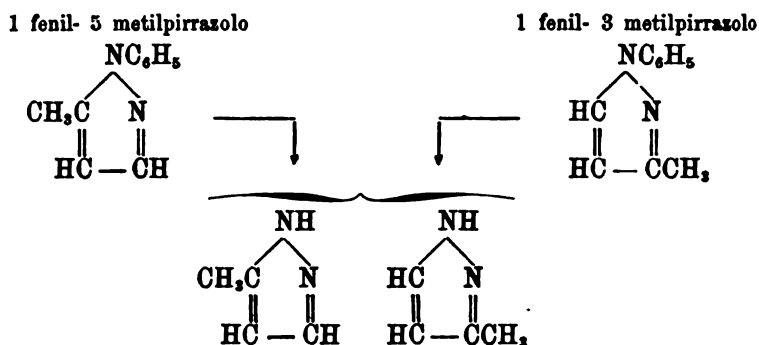
La reazione fu studiata da Hantzsch e Silberrad (1) e gli autori stessi ammettono che possa essere interpretata tanto coll' una come coll' altra formula.

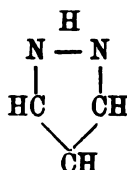
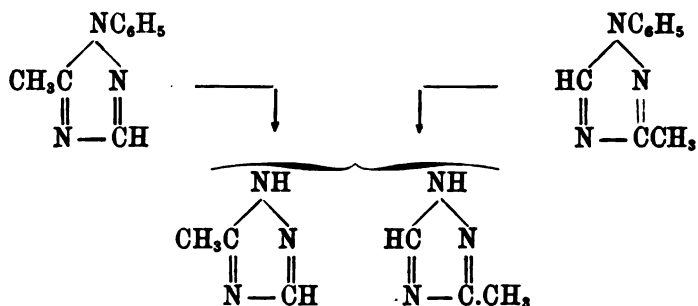
```
   NH                 NH                    NH
  /  \               /  \                  /  \
HC    N    ——→     HC    N     oppure    CH    CH
||    ||           ||    ||              ||    ||
N     CH           N  —  CH              N  —  N
  \  /
   NH
```

Fin qui dunque nessuna dimostrazione era stata data dell'identità dei due triazoli, ammessa soltanto da Freund con un ragionamento che abbiamo dimostrato ingiustificato.

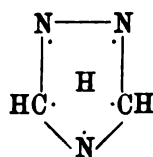
Per tentare la preparazione del triazolo 1. 3. 4 in modo sicuro, mi si presentava l'occasione col feniltriazolo 1. 3. 4 (2) adoprando lo stesso metodo trovato dall'Andreocci per passare dal feniltriazolo 1. 2. 4 al triazolo corrispondente. L'eliminazione del fenile si compie, come è noto, per ossidazione col permanganato potassico in soluzione acida. Il prodotto ottenuto si mostrò identico a quello dell'Andreocci.

```
  NC6H5                                          NC6H5
  /   \                                          /   \
CH     N      ————┐            ┌————          HC     CH
||     ||         ↓            ↓                ||     ||
N  —  CH                                        N  —  N
              ⏟———————————————————⏟
                  NH            NH
                 /  \          /  \
               HC    N       HC    CH
               ||    ||      ||    ||
               N  —  CH      N  —  N
```

Questo risultato era tutt'altro che imprevedibile, giacchè Knorr (3) aveva dimostrato che nel pirrazolo l'atomo d'idrogeno iminico può oscillare fra i

(1) Berichte, XXXIII, pag. 58.
(2) Pellizzari e Massa, Gazz. chim. it. 1901, p. II, pag. 105.
(3) Liebig's. Ann 279, pag. 188.

due atomi di azoto per modo tale che le due posizioni *3* e *5* si equivalgono e ciò dimostrò ottenendo uno stesso metilpirrazolo eliminando il fenile col metodo di Andreocci dai due seguenti isomeri:

Perciò a rappresentare il pirrazolo propose la seguente formula oscillatoria:

$$\begin{array}{c} H \\ N - N \\ | \quad\quad | \\ HC \quad CH \\ \diagdown \; \diagup \\ CH \end{array}$$

Nel triazolo l'oscillazione dell'idrogeno iminico avviene fra i tre atomi di azoto: col presente lavoro viene dimostrata fra l'atomo di azoto compreso fra i due atomi di carbonio e uno degli altri due, ma con ricerche, su questo punto complete, fatte col dott. Piaggio ([1]) è già stata stabilita l'oscillazione dell'idrogeno anche fra i due atomi di azoto contigui, avendo ottenuto col 1 fenil- 5 metiltriazolo 1. 2. 4 lo stesso *c*- metiltriazolo che Andreocci ottenne dall'*1* fenil- 3 metiltriazolo 1. 2. 4.

([1]) Abbiamo intanto preparato dalla formanilide e l'acetilidrazide l'*n*- fenil- *c* metiltriazolo 1. 3. 4 (fonde a 68-69° idrato e 110° quando è anidro) ed anch'esso per ossidazione col permanganato deve dare lo stesso *c*- metiltriazolo.

Pertanto essendo dimostrata l'identità della coppia dei triazoli 1. 2. 4 e 1. 3. 4, e non essendoci nessuna ragione di preferire la formula asimmetrica a quella simmetrica, propongo la seguente formula oscillatoria

Con essa rimangono indeterminate le posizioni delle doppie valenze, dipendendo queste dal punto ove s'immagina fissato l'idrogeno iminico e perciò cinque valenze sono accennate con punti piuttosto che con linee. Con formule simili bisognerà esprimere tutti i *c* derivati e soltanto quando l'idrogeno iminico sia sostituito si avranno allora derivati simmetrici o asimmetrici del triazolo.

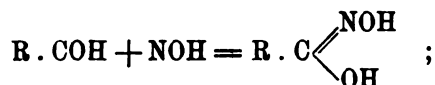
È probabile che anche per l'altra coppia di triazoli 1. 2. 3 e 1. 2. 5 esista lo stesso caso di tautomeria, tanto più che le proprietà assegnate da Bladin [1] al suo triazolo 1. 2. 3 non sono molto dissimili da quelle dell'osotriazolo di Pechmann e Baltzer [2]. In quest'anno mi propongo di fare uno studio comparativo delle due sostanze. Se l'identità loro sarà dimostrata, anche la nomenclatura dei derivati potrà semplificarsi adoprando i soli nomi di triazolo e osotriazolo ed aggiungendo soltanto il distintivo di simmetrico o asimmetrico quando ne sia il caso.

Chimica. — *Ricerche sopra alcuni composti dell'azoto* [1]. Nota di Angelo Angeli e Francesco Angelico, presentata dal Corrispondente Balbiano.

Dopo aver dimostrato che l'acido nitroidrossilamminico ed alcuni composti analogamente costituiti (acido idrossilamminsolfonico e benzolsolfonidrossammico) possono facilmento cedere il residuo NOH, noi abbiamo eseguito alcune esperienze per vedere se anche altre sostanze, note da lungo tempo, si comportassero nello stesso modo od almeno fossero in grado di fornire il suo polimero più semplice, l'acido iponitroso $(NOH)_2$. La ricerca degli iponitriti riesce assai facile; ma nel caso del residuo NOH ci sarebbe stato impossibile svelarne la presenza senza i risultati dei nostri precedenti studî. Noi abbiamo trovato infatti che questo residuo può addizionarsi con somma faci-

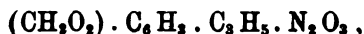
(1) Berichte XXVI, 2737.
(2) Liebig's, Ann. 262, pag. 320.

lità a molti composti per trasformarli in sostanze che facilmente si riconoscono per le loro proprietà caratteristiche. Esso si comporta in modo perfettamente analogo all'ossigeno. Fra queste reazioni è particolarmente caratteristica la formazione degli acidi idrossammici per azione delle aldeidi:

$$R.COH + NOH = R.C\begin{matrix}\nearrow NOH \\ \searrow OH\end{matrix} \quad ;$$

la presenza di questi acidi, come è noto, si può rivelare per la intensa colorazione violetta che le loro soluzioni forniscono con cloruro ferrico.

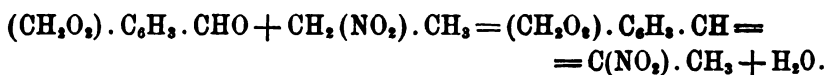
Naturalmente per le nostre esperienze noi non abbiamo scelti i composti a caso, ma bensì abbiamo rivolta la nostra attenzione a quelle sostanze, nella decomposizione delle quali con maggiore probabilità doveva liberarsi il residuo NOH.

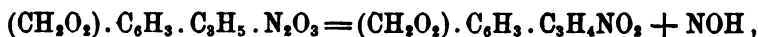
Fra queste ci apparvero subito meritevoli di studio alcuni prodotti di addizione dell'acido nitroso ai composti olefinici. Così l'isosafrolo può addizionare una molecola di anidride nitrosa per dare il corrispondente nitrosito:

$$(CH_2O_2).C_6H_3.C_3H_5.N_2O_3,$$

che per azione della potassa alcoolica fornisce un nitrosafrolo ([2]) al quale spetta in modo non dubbio la struttura

$$(CH_2O_2).C_6H_3.CH = C(NO_2).CH_3,$$

giacchè ci è stato possibile di prepararlo anche sinteticamente per condensazione del piperonalio con nitroetano:

$$(CH_2O_2).C_6H_3.CHO + CH_2(NO_2).CH_3 = (CH_2O_2).C_6H_3.CH = \\ = C(NO_2).CH_3 + H_2O.$$

La decomposizione del nitrosito dell'isosafrolo, operata dalla potassa, si potrà dunque esprimere per mezzo dell'eguaglianza:

$$(CH_2O_2).C_6H_3.C_3H_5.N_2O_3 = (CH_2O_2).C_6H_3.C_3H_4NO_2 + NOH,$$

e perciò era prevedibile che il liquido dovesse fornire le reazioni degli iponitriti ed anche quella del residuo NOH.

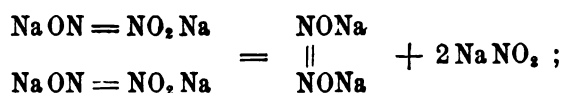
([1]) Lavoro eseguito nel Laboratorio di chimica farmaceutica della R. Università di Palermo.

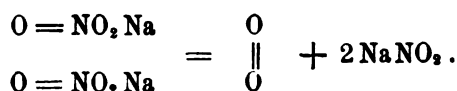
([2]) Angeli e Rimini, Gazzetta chimica, XXVI, *a*, 7.

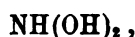
L'iponitrito infatti si può riscontrare per mezzo del sale d'argento ed il residuo NOH operando in presenza di una aldeide.

Anche il nitrosito isomero che deriva dal safrolo si comporta in modo analogo.

Nelle reazioni in cui prende parte il gruppo NOH, come uno di noi ha recentemente esposto ([1]), si può ammettere che esso reagisca come tale, oppure si può snpporre che esso si comporti come il corrispondente idrato (biossiammoniaca). Che esso si comporti come nel primo caso è necessario ammetterlo, p. e. nella scissione che il sale sodico subisce per azione del calore. In tal modo, come abbiamo descritto a suo tempo, si forma nettamente iponitrito e nitrito.

$$\begin{matrix} NaON = NO_2Na \\ NaON = NO_2Na \end{matrix} = \begin{matrix} NONa \\ \| \\ NONa \end{matrix} + 2\,NaNO_2\ ;$$

tale trasformazione, come ognuno vede, presenta una grande analogia con la scissione, effettuata del pari per mezzo del calore, del nitrato sodico in ossigeno e nitrito:

$$\begin{matrix} O = NO_2Na \\ O = NO_2Na \end{matrix} = \begin{matrix} O \\ \| \\ O \end{matrix} + 2\,NaNO_2\,.$$

Quando però si opera in presenza di acqua non si può escludere che il residuo reagisca sotto forma dell'idrato

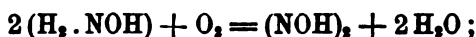
$$NH(OH)_2\,,$$

corrispondente all'acido ipofosforoso, tanto più che l'acido ipofosforoso stesso può addizionarsi alle aldeidi.

Prima di eseguire le esperienze dirette ad isolare tale idrato, dati i mezzi limitati di cui possiamo disporre e le difficoltà sperimentali che queste ricerche presentano ([2]), abbiamo giudicato opportuno effettuare alcune altre esperienze soprattutto per raccogliere nuovi dati sopra alcune reazioni che, a nostro modo di vedere, non sono state studiate in modo esauriente.

([1]) Angeli, questi Rendiconti, 1901, 158.

([2]) Probabilmente l'idrato $NH(OH)_2$ avrà proprietà quasi neutre: infatti esso starebbe fra l'idrossilammina (base debolissina) e l'acido nitroso, molto debole ($K = 0{,}045$; Schümann, Berl. Berichte XXXIII, 533).

Per azione degli ossidanti, come è noto (1). l'idrossilammina, assieme ad altri prodotti, può fornire acido iponitroso:

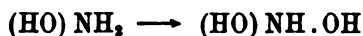
$$2(H_2.NOH) + O_2 = (NOH)_2 + 2H_2O;$$

anche in questa reazione si può ammettere che in una prima fase si formi il residuo NOH, oppure il suo idrato, e perciò noi abbiamo cercato di rintracciarne la presenza per mezzo dei nuovi reattivi.

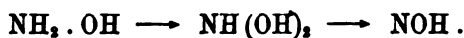
Per le nostre esperienze abbiamo giudicato opportuno dare la preferenza all'acido di Caro (2), anche per il fatto che Bamberger (3) per mezzo di questo ossidante ha potuto trasformare direttamente l'anilina in fenilidrossilammina:

$$(C_6H_5)NH_2 \longrightarrow C_6H_5)NH.OH,$$

che egli è riuscito ad isolare sotto forma di fenilazoidrossanilide.

Fra i prodotti di ossidazione dell'idrossilammina era quindi prevedibile che si formasse anche l'idrato:

$$(HO)NH_2 \longrightarrow (HO)NH.OH$$

ovvero la sua anidride e la cui presenza si avrebbe potuto svelare per mezzo delle reazioni che abbiamo descritte nei precedenti lavori. Noi abbiamo impiegata una soluzione del reattivo neutralizzata con carbonato potassico, ed una soluzione di solfato di idrossilammina pure resa neutra con carbonato. Al principio si osserva un lieve sviluppo gassoso, la soluzione assume reazione acida e dopo qualche tempo (per lo più 1-2 ore) il liquido non riduce più il reattivo di Fehling (assenza di idrossilammina). Tale liquido per trattamento con le aldeidi (formica, acetica, isopropilica, benzoica e furfurolo) fornisce in modo intenso le reazioni degli acidi idrossammici e quindi con tutta probabilità, fra i prodotti di ossidazione dell'idrossilammina, in questa reazione si forma anche l'idrato ovvero l'anidride corrispondente:

$$NH_2.OH \longrightarrow NH(OH)_2 \longrightarrow NOH.$$

Che la formazione dell'acido idrossammico sia dovuta ad azioni secondarie, vale a dire all'azione dell'idrossilammina sopra l'aldeide (formazione dell'ossima) e successiva ossidazione (4) non è ammissibile, giacchè il liquido

(1) Thum, Monatshefte XIV, 299.
(2) A. von Baeyer, Berl. Berichte XXXII, 3625: XXXIV, 853.
(3) Berl. Berichte XXXII, 1676.
(4) Bamberger, Berl. Berichte XXXIII, 1781.

che forniva le reazioni degli acidi idrossammici non riduceva il reattivo di Fehling. Riduce invece a caldo il nitrato d'argento ammoniacale (come fanno gli ipofosfiti).

Estraendo il liquido con etere, e quindi trattando l'estratto etereo nel solito modo, non si hanno le reazioni degli acidi idrossammici; il composto non passa quindi nell'etere.

Descriveremo per esteso a suo tempo i risultati delle nostre esperienze.

Zoologia. — *Sull'esistenza di una secrezione emessa dalla superficie del corpo dei Cestodi adulti.* Nota di PIO MINGAZZINI, presentata dal Socio TODARO.

Dopo di aver mostrato con metodi più esatti di quelli adoperati dai precedenti autori, che dal corpo degli Elminti intestinali, e prevalentemente da quello dei Cestodi, si può estrarre una sostanza a caratteri fisico-chimici determinati, avente proprietà patogene costanti e quasi immediate, capace anche di produrre, quando venga iniettata in dosi piuttosto elevate, la morte di Uccelli e Mammiferi in tempo relativamente assai breve, e quella quasi istantanea di varî Protozoi quando con questi si ponga a contatto [1], io mi sono occupato di una questione attinente a tale soggetto, quella cioè della dimostrazione dell'esistenza di una secrezione per parte della superficie esterna del corpo dei Cestodi adulti. Infatti una fra le più gravi obbiezioni che potesse muoversi alla teoria della velenosità dei Cestodi, era quella dell'esistenza di una secrezione per parte della superficie del loro corpo, che non era stata fin qui dimostrata da alcuno; perchè l'estrazione di una sostanza tossica dagli elementi del corpo dei parassiti intestinali, senza distinzione della sua provenienza, coi metodi che attualmente possediamo, non escludeva la possibilità della sua derivazione da organi e tessuti non secernenti all'esterno, come per quelli di molti animali è stato già dimostrato da diversi sperimentatori. Mi è sembrato per conseguenza necessario di vedere se col metodo istologico potesse dimostrarsi l'esistenza di una tale secrezione esterna dal corpo dei Cestodi adulti, e dagli studî fatti fino ad ora, che esporrò in succinto nella presente Nota, sono giunto a stabilire:

1) che tutta la superficie del corpo dei Cestodi adulti segrega una sostanza che ha un'azione fisico-chimica notevole sul contenuto intestinale dell'ospitatore;

(1) *Ricerche sul veleno degli Elminti intestinali,* in: Rassegna internaz. Medicina moderna, anno II, n. 6. Catania, 1901.

2) che la così detta cuticola, descritta da tutti gli autori i quali hanno fin qui studiato l'istologia dei Cestodi adulti, non rappresenta il rivestimento esterno proprio del corpo di questi parassiti, ma invece è formata da un complesso costituito dalle sostanze del chimo intestinale, modificate dall'azione della secrezione esterna del parassita e attaccate intimamente ad un sottile strato chitinoso, che rappresenza la vera cuticola del parassita.

Esaminando i diversi lavori degli elmintologi che si sono fino ad ora occupati più o meno estesamente della struttura della cuticola dei Cestodi adulti [1], si nota una grande difformità nella descrizione di questo rivestimento esterno del corpo, sia per le diverse specie, sia altresì per la medesima specie studiata con metodi simili. Così, per citare i più importanti lavori che trattano di questo argomento, noterò che il Wagener già fino dal 1853 descrisse in una serie di Cestodi (*Ligula, Triaenophorus, Acanthobothrium, Cylindrophorus, Taenia*) la presenza di peli o villi sulla superficie esterna del corpo. Peli o ciglia vennero anche da molti successivi osservatori notati sul corpo di altre specie, e molti anzi sostennero che essi dovessero considerarsi come prolungamenti protoplasmatici delle cellule della subcuticola, passanti attraverso i pori dello strato cuticolare da tali autori notati; così per il *Bothriocephalus* sostennero il Sommer e Landois; per la *Taenia solium* lo Schiefferdecker, per molte specie di Cestodi (13 specie di *Taenia*, 2 *Bothriocephalus*, 1 *Triaenophorus*, 1 *Ligula*) lo Steudener; per il *Bothriocephalus* e *Triaenophorus* il Zograf; per i *Tetrarinchi* il Pintner; per il *Calliobothrium uncinatum* lo Zschokke ed altri ancora. Ma il Leuckart, pure ammettendo tali formazioni della superficie esterna di molti Cestodi adulti, nega che siano di natura protoplasmatica e collegate al protoplasma delle cellule della subcuticola. In altre specie di Cestodi non sono stati descritti simili peli, anzi molti autori notano l'uniformità della superficie esterna di tali parassiti.

Per quanto si riferisce alla stratificazione della cuticola stessa, vi sono pure osservazioni numerose ed in molti casi discordanti. Nel *Caryophyllaeus*, secondo Will, la cuticola sarebbe composta di tre strati, di diverso spessore, struttura e colorabilità; l'*Amphilina*, secondo Grimm, l'avrebbe costituita di corpi a forma di cellule, mentre il Salensky la trova formata da uno strato spesso, finamente granuloso, contenente fibrille e nuclei; il *Gyrocotyle*, secondo Lönnberg, ha la cuticola omogenea e formata da due strati, distinguibili specialmente per il loro comportamento colle sostanze coloranti, mentre, secondo

(1) Le indicazioni bibliografiche su questo soggetto, secondo i singoli autori qui citati ed altri di importanza secondaria, che ho trascurato, si possono trovare fino al 1895 nel Braun, *Vermes*; in: Bronn's Klassen und Ordnungen des Thierreichs, IV Bd, Abth 1, b *Cestodes* (fino a pag. 1256); e dal 1896 al 1900 nell'articolo *Vermes* degli « Zoologischer Jahresbericht » degli anni corrispondenti.

Monticelli, essa sarebbe vacuolata, e, mediante uno speciale procedimento di tecnica istologica, i detti vacuoli apparirebbero come nuclei, contenenti i relativi nucleoli. Schiefferdecker trova la cuticola della *Taenia solium* costituita da quattro strati inegualmente spessi e distinguibili per la loro struttura; invece lo Steudener, nelle diverse specie da lui studiate, la descrive bistratificata; il Zograf, tristratificata ed il Pintner, quadristratificata. Nella stessa specie di *Solenophorus*, come ha già notato il Braun, il Zograf trova la cuticola unistratificata, il Roboz ed il Griesebach, bistratificata ed il Crety tristratificata. Zschokke in diverse specie di tenie, botriocefali e tetrabotri, trova la cuticola in alcune quadristratificata, in altre tristratificata ed in altre ancora bistratificata; l'*Idiogenes otidis* avrebbe poi, secondo lo stesso autore, la cuticola della superficie esterna del pseudoscolice bistratificata e l'interna tristratificata. Hamann, nella *Taenia lineata*, la trova formata da tre strati di differente struttura, spessore e colorabilità; Meyner, nelle due nuove specie del sottogenere *Bertia* da lui trovate, descrive la cuticola bistratificata e diversamente colorabile, mentre al disotto di essa ammette una lamina vitrea, non colorabile e fortemente rifrangente; Morell e Führmann, l'uno in alcuni botriocefalidi, l'altro in molte tenie degli Uccelli, la descrivono bistratificata.

La presenza di pori-canali viene pure da taluni autori ammessa, sia per tutto lo spessore della cuticola, sia soltanto in qualche strato di essa, mentre altri o la negano affatto, ovvero non ne parlano. Così Sommer e Landois, Schiefferdecker, Leuckart, Moniez, Kiessling, Roboz, Griesebach, Zograf, Hamann e Kraemer ne sostengono l'esistenza, mentre Zschokke, Crety, Morell e recentemente anche Zernecke, il quale ha studiato la cuticola della *Ligula* col metodo del Golgi, la negano affatto ed anche il Braun è del parere che probabilmente i pori-canali manchino in tutti i Cestodi.

Le stesse differenze di opinioni si possono notare circa la struttura di varî strati da alcuni autori descritti come omogenei, da altri granulosi o fibrillari e da altri infine in parte omogenei, in parte fibrillari; ed inoltre alcuni autori vi hanno riscontrato anche inclusioni diverse, come ad es. il Linstow il quale nella cuticola della *Taenia ursina* descrive e figura corpi ovali, nettamente distinti, posti a notevole distanza fra loro; mentre il Monticelli nel *Callibothrium corallatum* vi trova dei vacuoli e lo Zernecke nella *Ligula* infossamenti regolari caratteristici, sotto ai quali vi è un prolungamento cellulare, che si ramifica a canestro e sta in rapporto con particolari cellule del parenchima, la quale formazione è ritenuta dall'autore in relazione coll'assorbimento delle sostanze nutritive.

Date tali differenti osservazioni sulla struttura della cuticola, insieme a non minori divergenze di opinione sulla costituzione della subcuticola, che qui non è il caso di esaminare, non deve recar meraviglia se nell'interpretazione dei fatti osservati e sul valore morfologico dello strato esterno dei Cestodi, regni ancora una grande incertezza e si debba considerare tale pro-

blema come non risoluto (cfr. Braun, loc. cit., pag. 1255-56). Così dietro quanto ha sostenuto principalmente il Leuckart, seguìto fra gli altri da Kiessling, si ammette, per quanto riguarda lo strato più esterno della cuticola, che molti autori hanno visto distaccato per tratti più o meno considerevoli dai profondi, l'esistenza di mute nei Cestodi, almeno finchè dura il loro accrescimento, e per quanto si riferisce al valore morfologico della cuticola stessa, taluni sostengono che essa debba considerarsi come la secrezione di uno strato epiteliale sottogiacente (Leydig, Frey, antica opinione di Leuckart, Zernecke, Blochmann ecc.); altri invece ammettono che sia di natura connettivale, perchè considerano i Cestodi allo stato adulto come privi di ectoderma (ultima opinione di Leuckart, Schneider ecc.); altri infine la credono un epitelio trasformato, nel quale tanto i nuclei, quanto i limiti cellulari siano spariti nella maggioranza delle specie (Monticelli).

Ho esaminato la cuticola di varie specie di Cestodi parassiti dei diversi Vertebrati, appartenenti ai generi *Acanthobothrium, Mesocestoides, Stilesia, Moniezia, Dipylidium, Oochoristica, Hymenolepis* (con alcune specie appartenenti al sotto genere *Drepanidiotaenia*) *Davainea, Nematotaenia, Taenia* ed ho usato i comuni metodi di fissazione e di colorazione, avendo però cura per una gran parte delle specie di lasciarle aderenti alla mucosa intestinale; in taluni casi ho sezionato al microtomo l'intiero intestino senza averlo aperto affatto sia prima, sia dopo la fissazione.

L'esame istologico delle proglottidi giovani o mature delle diverse specie mostra che le stratificazioni della così detta cuticola dei Cestodi sono dovute in gran parte al contenuto intestinale, sostanzialmente modificato, dell'ospitatore, accumulato attorno alla cuticola vera del parassita, per opera di una speciale secrezione da questo emessa e connesso più o meno intimamente con la superficie esterna del Cestode.

Questa connessione del materiale nutritivo è dovuta a due fattori principali: uno cioè è rappresentato dalla sostanza secreta dal corpo del Cestode che coagula attorno al parassita il chimo intestinale modificato dell'ospitatore, l'aggrega spesso in modo assai uniforme e regolare, così da fargli assumere l'apparenza di una vera e propria cuticola; l'altro fattore è poi quello del passaggio di questo materiale fra i pori canali della cuticola vera del parassita. Formandosi per quest'ultima causa tante colonne di sostanza nutritiva entro i pori canali, ed essendo esse intimamente connesse colla massa di sostanza nutritiva esterna, ne viene di conseguenza un'aderenza notevole di questo strato nutritivo col corpo del Cestode, sia vivente, sia fissato con diversi metodi. Ma non sarà sfuggito certamente ad alcun elmintologo, che abbia eseguito sezioni più o meno numerose di Cestodi, il fatto che la così detta cuticola di diverse specie, per tratti più o meno lunghi, si presenta staccata dal resto del corpo del parassita, ed allora questo si mostra limitato esternamente da una sottilissima zona trasparente, molto rifrangente, più o

meno incolora e striata in senso radiale per la presenza di pori-canali, zona che è stata veduta, descritta e variamente interpretata dagli autori, ed essa rappresenta la vera cuticola del parassita, mentre lo strato distaccato non è altro che la sostanza nutritiva. Questo dimostra che l'adesione della detta sostanza col corpo del Cestode, sebbene sia abbastanza intima, non è poi tale da rendere impossibile la sua separazione dalla cuticola. Tale constatazione non era del resto sfuggita nemmeno ad antichi elmintologi, i quali non avevano a propria disposizione i metodi attuali perfezionati della tecnica istologica, sebbene anch'essi come i successivi abbiano erroneamente interpretato il fatto, perchè ad es. P. I. Van Beneden aveva già, fino dal 1858, notato che stendendo dei Cestodi morti, nell'acqua, si formano sulla superficie del loro corpo delle escrescenze, e finalmente si stacca da essi tutta la cuticola, come l'epidermide dell'uomo dopo l'azione di un vescicante. Una tale separazione si ottiene del resto, come io ho constatato per diverse specie, abbastanza facilmente, ponendo dei Cestodi freschi in soluzione acquosa satura di carbonato di litio.

L'effetto prodotto dalla secrezione sul materiale nutritivo circondante il parassita, è diverso a seconda delle specie, e probabilmente ciò è dovuto sia a differenze nella composizione della secrezione stessa, sia alle varie qualità della sostanza nutritiva contenuta entro il lume intestinale nel quale il Cestode vive. In generale però si constata che la zona più esterna del detto strato nutritivo ha una reazione colle sostanze coloranti molto simile, e in certi casi del tutto uguale a quella del chimo intestinale; essa si colora infatti quasi sempre piuttosto intensamente sia col carminio, sia coll'ematossilina, sia con altre sostanze coloranti. Mentre in molte specie questa zona esterna presenta un limite ben netto, in altre invece si mostra più o meno sfrangiata irregolarmente o regolarmente, dando in quest'ultimo caso quell'aspetto villoso o peloso della superficie del corpo dei Cestodi, notato da molti autori che si sono occupati dell'anatomia di questi Platelminti. Nelle sezioni trasversali d'intestino non aperto prima o dopo della fissazione, si può notare, come ad es. per l'*Oochoristica tuberculata* (Rud.) parassita del *Gongylus ocellatus*, in molte sezioni di proglottidi, la diretta continuità del contenuto intestinale con questa zona esterna e la sua graduale trasformazione in quella sostanza omogenea che costituisce il rivestimento esterno del parassita. In altre specie nelle quali questa zona ha una superficie esterna molto regolare, vi ha una maggiore modificazione del contenuto intestinale, prima che esso entri a far parte del rivestimento di sostanza nutritiva del parassita. Si possono però osservare qua e là nelle sezioni, in diretta vicinanza di questa zona, delle particelle più o meno grandi del contenuto intestinale che vengono modificate dalla secrezione del parassita e che entrano gradualmente a far parte del suo rivestimento. In tali casi l'apparenza della detta zona è così regolare e segue così perfettamente l'andamento della superficie esterna del

parassita, da assumere l'aspetto di una vera e propria formazione cuticolare, poichè, come succede ad es. nell'*Acanthobothrium coronatum* (Rud.), essa può presentarsi anche striata radialmente con perfetta regolarità, per successione di piccoli tratti colorati, altri non colorati, i quali dànno l'illusione della presenza in essa di pori-canali, ben visibili anche con mediocri ingrandimenti, mentre in realtà non sono altro che l'espressione di tratti di sostanza nutritiva più o meno modificata dall'azione della secrezione emanata del parassita.

A questa zona esterna succede in molte specie un'altra, posta più internamente, nella quale si constata un'azione più intensa della secrezione del parassita, perchè ne risente più direttamente gli effetti. Con taluni metodi di colorazione si osserva che questa zona ha un comportamento inverso colle sostanze coloranti di quella più esterna, poichè si presenta del tutto incolora. Si può notare o un graduale passaggio dell'una all'altra, ovvero una separazione piuttosto brusca e questo varia colle diverse specie. Anche lo spessore di questa zona può essere variabile, e si trovano casi, come ad esempio nell'*Acanthobothrium coronatum* nel quale ha un'altezza tre o quattro volte maggiore della zona esterna e casi nei quali può essere uguale od anche minore di questa. In ogni modo si vede che la sostanza di cui è composta ha subìto maggiori modificazioni, poichè è più compatta e mostra talvolta anch'essa una striatura in senso radiale simulante la presenza di pori-canali, dovuta a modificazioni più o meno profonde, probabilmente in relazione colla secrezione proveniente dai veri pori-canali della sottostante cuticola. In talune specie parassite degli Uccelli (qualche *Davainea* e *Drepanidiotaenia*) si può riscontrare in essa la presenza di vacuoli, anche questi forse dovuti all'azione della secrezione della superficie del corpo del parassita.

Infine, allorquando questo strato di sostanza nutritiva è considerevolmente spesso, si può notare in esso anche un'ulteriore modificazione, proprio in quella parte che si trova in diretto contatto colla cuticola del parassita, e tale modificazione riesce molto evidente allorquando si facciano doppie o triple colorazioni, ad esempio quella con ematossilina Ehrlich, carminio litico *in toto* ed acido picrico nelle sezioni. Con una tale colorazione, nell'*Acanthobothrium coronatum* si riesce a vedere una zona esterna colorata in violetto scuro dall'ematossilina, una zona media quasi scolorata o soltanto tinta in giallo chiaro dall'acido picrico, e finalmente una zona interna tinta in rosso rubino dal carminio litico, sottilissima ed a diretto contatto colla cuticola del parassita.

La cuticola vera del parassita viene poi in tutte le specie rappresentata da un sottilissimo strato rifrangente, debolmente colorato in giallastro, sempre perforato da numerosissimi pori-canali, nei quali vedesi il passaggio diretto della sostanza pericuticolare sopra descritta nelle cellule dello strato subcuticolare. L'apparenza della detta cuticola è simile a quella degli altri animali,

come Nematodi ed Artropodi, e presumibilmente essa è di natura chitinosa. Il fatto di avere confuso la cuticola vera collo strato nutritivo dei Cestodi, portò Frey e Leuckart a concludere che il rivestimento esterno di questi animali si differenziasse essenzialmente da quello chitinoso degli Artropodi, perchè sotto l'azione della potassa caustica si disgregava in un ammasso di sostanza amorfa e finamente granulosa, solubile con effervescenza negli acidi, e questo fatto fece loro ritenere che nella sua composizione entrasse principalmente del carbonato di calcio, la cui presenza venne anche confermata dal Griesebach, mediante reazioni diverse e soprattutto col verde di iodo.

Le conclusioni alle quali conducono le presenti ricerche sono di natura morfologica e fisiologica.

Morfologicamente, noi dovremo distinguere d'ora innanzi nel rivestimento esterno dei Cestodi adulti due strati di natura e provenienza diversa, appartenenti l'esterno all'ospitatore, l'interno al parassita. Al primo dò il nome di *strato epicuticolare*, formato di sostanza nutritita modificata; al secondo lascio quello di cuticola, perchè rappresenta lo strato di ugual nome presente in altri animali. Tale fatto venne già da me precedentemente dimostrato per i Cisticerchi ed i Cisticercoidi.

Fisiologicamente dobbiamo riconoscere che l'alimento fornito dall'ospitatore al parassita viene. prima di essere assorbito, notevolmente modificato da quest'ultimo, per opera di una speciale secrezione da esso emanata. Questo fatto dimostra erronee le conoscenze attuali della fisiologia comparata, basate principalmente sui lavori del Fredericq [1], il quale, dietro ricerche eseguite su diversi parassiti intestinali, compresi i Cestodi, sostenne che i parassiti mancassero di succhi digestivi proprî, spiegando ciò colla supposizione che essi assorbissero, senza modificazione ulteriore, le sostanze già digerite dai succhi dell'ospitatore.

Infine va notato che allorquando il corpo del verme viene a contatto diretto colle cellule dei villi intestinali, come succede sempre per le prime porzioni del corpo a cagione dell'adesione del parassita alla mucosa intestinale, come avviene anche per una certa parte del corpo in quelle specie che normalmente per un tratto più o meno lungo s'insinuano fra i villi intestinali (ad es. talune tenie degli Uccelli) e come talvolta accade anche per il corpo di quelle che pure rimanendo libere entro il lume intestinale poggiano direttamente col loro corpo sulla superficie dei villi, la secrezione emessa dal parassita può raggiungere anche le cellule intestinali dell'ospitatore alterandole nella forma e nella costituzione. Ciò in parte può anche ascriversi alla pressione esercitata dal parassita su questi elementi, ma l'azione maggiore deve essere attribuita alla secrezione del corpo del Cestode, la quale

[1] *La digestion des matières albuminoïdes chez quelques invertébrés*; in Arch. Zool. expér. Vol. VII, 1878, pag. 391.

come modifica le sostanze del chimo intestinale, così esercita pure un'azione notevole sul protoplasma delle cellule dei villi. E forse in questi casi, venendo assorbita la secrezione dall'ospitatore, si hanno i particolari disturbi prodotti dalla presenza dei Cestodi nel corpo dell'uomo e degli animali.

Patologia. — *L'azione dei farmaci antiperiodici sul parassita della malaria.* Nota VII dei dottori D. Lo Monaco e L. Panichi, presentata dal Socio Luciani.

Avendo nella nota precedente dimostrato che l'acqua distillata non ha mai prodotto la separazione del parassita dall'eritrocito, ciò che può facilmente anche osservarsi esaminando il sangue malarico ottenuto per salasso e disciolto nell'acqua distillata, ne dobbiamo dedurre che l'azione della chinina sul parassita malarico dedotta con l'adoperare le soluzioni di questo alcaloide, non è dovuta al solvente, ma alla sostanza in esso disciolta, cioè alla chinina, la quale in contatto col parassita produce tutta quella serie di fenomeni che già abbiamo descritto.

Si potrebbe però pensare, e così credono Bignami e Capogrossi, che l'azione della chinina in vitro non corrisponda a quella che questo alcaloide produce nel torrente circolatorio. Lo Monaco e Panichi, dicono i nostri contraddittori, adoperano soluzioni chinizzate contenenti poco cloruro sodico, mentre quando si somministra la chinina a un malarico, essa passa in circolo dove deve agire in presenza di un liquido la cui concentrazione è uguale a quella di una soluzione 0,90 % di cloruro sodico. In verità difficile ci riesce *a priori* il comprendere, perchè la soluzione da noi adoperata, la quale non permette la diffusione dell'emoglobina dei globuli rossi contenuti nel preparato, debba essere dichiarata ipotonica. Se Bignami e Capogrossi si fossero presa la pena di determinare contemporaneamente tanto in tubi d'assaggio che sotto il vetrino coproggetti, l'isotonia dei globuli rossi, si sarebbero subito accorti che in questo ultimo caso, depositando cioè la goccia di soluzione clorurata al margine del vetrino coproggetti di un preparato di sangue, si raggiunge l'isotonia quando la goccia depositata appartiene alla soluzione di cloruro sodico che contiene 0,36-0,38 % di questo sale, mentre nella serie delle provette, come tutti sanno, i globuli rossi cominciano a trovarsi, lasciando il liquido soprastante del tutto incoloro, nel fondo di quella provetta che contiene la soluzione 0,60 % di cloruro sodico. Continuando a intervalli e per più ore l'osservazione microscopica del preparato trattato con la goccia di soluzione 0,38 %, i globuli si ritrovano sempre normali e di volume costante, mentre se contemporaneamente al primo preparato se ne è fatto un altro, sui globuli del quale ha agito una goccia di soluzione 0,90 %, dopo qualche ora questi, dal loro evidente raggrinzamento, mostreranno che la soluzione ado-

perata era per loro fortemente ipertonica. — Evidentemente le condizioni in cui si trovano i globuli rossi disposti nel preparato in unico strato e difesi, anche quando si muovono, per la massima parte delle loro superficie esterne, dalle pareti dei vetrini che li racchiudono, devono rinforzare la loro resistenza agli agenti che tendono ad alterarli. — Nè l'ammettere come isotonica per i globuli del preparato microscopico la soluzione 0,38 °/₀ di cloruro sodico, o per meglio dire il miscuglio di questa soluzione e del plasma che è rimasto tra i due vetrini, deve recar meraviglia, poichè è noto che il tasso della soluzione di cloruro sodico isotonica al plasma sanguigno ha variato sempre col variare dei metodi di ricerca per l'isotonia. Mentre, infatti, prima per soluzione isotonica al plasma sanguigno si riteneva quella la cui concentrazione era uguale a 0,75 °/₀ di cloruro sodico, ora alcuni, basandosi sui risultati ottenuti con la crioscopia, adoperano come isotonica la soluzione 0,92 °/₀, e altri quella di 0,82 °/₀ trovata col metodo degli ematocriti.

Da queste esperienze risulta evidente che le soluzioni clorurate e chinizzate da noi adoperate per studiare l'azione della chinina sul parassita malarico, erano appunto quelle che contenevano per lo meno il 0,38 °/₀ di cloruro sodico, o quantità ancora un po' maggiori di questo sale. Con queste soluzioni convenientemente chinizzate si possono osservare tutte le fasi dell'azione della chinina sul parassita, senza che esse esercitino alcuna influenza sugli altri globuli rossi del preparato; e se ciò avviene in vitro, non c'è ragione che non debba ripetersi nel torrente circolatorio.

È vero che Laveran, Marchiafava e Celli, Baccelli, Mannaberg ecc. hanno visto che i parassiti, dopo la somministrazione della chinina, si ritrovano nel sangue aderenti ai globuli rossi e immobili, ma è altresì vero che Laveran, Baccelli, Rosin, Mannaberg e altri hanno notato che i parassiti dopo la somministrazione della chinina si muovono qualche volta anche più vivacemente di quelli non chinizzati. Se poi questi autori non hanno osservato che la prima fase di eccitazione e la terza fase di paralisi, e mai la seconda fase del distacco del parassita, quantunque Mannaberg noti che la più forte azione della chinina consiste nella distruzione dei parassiti, i cui residui liberi si trovano nel plasma; ciò deve dipendere, sia perchè difficilmente si riesce, somministrando la chinina, ad indovinare quella tale dose che in circolo produca la sola seconda fase di azione del farmaco specifico, sia perchè nessuno finora si è mai preoccupato di ricercare se le forme libere parassitarie aumentano dopo l'azione dell'alcaloide specifico.

L'assenza di questa osservazione non autorizza però i nostri contraddittori a sostenere che in vivo non avviene il distacco del parassita. Per dimostrare ciò, occorreva fare delle esperienze, servendosi di un metodo di ricerca adatto, per non cadere in errori di apprezzamento. Nei parassiti di sangue di un quartanario, noi abbiamo contato le forme libere parassitarie prima e dopo la somministrazione della chinina nel seguente modo: Ciascuna osser-

vazione durava sempre 10 minuti, e il preparato si faceva scorrere sotto il microscopio prima lungo le linee diagonali del vetrino coproggetti e poi lungo i quattro lati di esso. Mettendosi così sempre nelle medesime condizioni di esperimento, finchè l'ammalato non prese la chinina, si ritrovarono poche (3-4-5) forme libere, mentre nelle ore successive alla somministrazione di un gr. di chinina, se ne potevano in ciascuna osservazione contare dieci, venti e anche trenta. — D'altra parte si ammette (1) che la morte del parassita si debba ritenere legata col fatto che questo diviene libero pel plasma, e non si capisce perchè alla chinina, veleno specifico del parassita della malaria, debbasi *a priori* negare un comportamento simile.

Ma se è difficile assistere, dopo la somministrazione della chinina, al distacco del parassita, o farsi il concetto, esaminando pochi campi microscopici, della presenza di un maggior numero di forme libere; non lo è altrettanto, sciogliendo direttamente la chinina nel sangue malarico. Questo esperimento è stato eseguito prima da Bignami e Capogrossi, e poi ripetuto da noi con leggiere modificazioni. Se, dicono Bignami e Capogrossi, *si fanno preparati, aggiungendo piccolissime quantità di sali di chinina direttamente nel plasma senza alcun solvente, il parassita diventa immobile, ma di regola non fuoriesce.* Quest'ultima espressione noi interpretiamo nel senso che Bignami e Capogrossi hanno qualche volta in quelle condizioni, assistito al distacco del parassita; dimodochè la rarità dell'osservazione se da una parte si spiega con ciò che abbiamo già detto, dall'altra distrugge tutte le obiezioni dei nostri contraddittori. Noi, invece di aggiungere la chinina direttamente alla goccia di sangue che serve per fare il preparato, abbiamo fatto cadere una goccia di soluzione 1 : 15 di bicloruro di chinina in una provetta contenente venti gocce di sangue di un quartanario doppio ricco di parassiti. Dopo trenta minuti osservando più preparati di questo sangue, abbiamo notato che le forme piccole della quartana, che sono resistentissime alla chinina, erano tutte libere nel plasma, mentre le forme più sviluppate si trovarono contratte e sempre aderenti ai globuli rossi. Vogliamo sperare che per questa esperienza la quale venne più volte ripetuta, l'obiezione dell'ipotonia ci venga risparmiata; e crediamo di avere esaurientemente dimostrato che la chinina in circolo presenta tutte le fasi della sua azione, nella medesima maniera come sono state da noi descritte sperimentando in vitro.

Ci resta ora da esaminare perchè, depositando sul margine del vetrino coproggetti del preparato di sangue malarico una goccia di soluzione di cloruro sodico di concentrazione superiore a quella che noi in queste condizioni riteniamo come isotonica, i parassiti diventano immobili, anche quando questa soluzione contenga un percento di chinina che sciolto in acqua distillata o in soluzione 0,38 % di cloruro sodico produce su altra eguale forma parassitaria

(1) Bastianelli, *Sull'infezione malarica primaverile.* Riforma Medica, 1890.

il fenomeno del distacco. Evidentemente il sale ha un'azione velenosa sul protoplasma dei parassiti, come lo ha sulle amebe di acqua dolce (Lauder-Brunton). È noto che in piccolissime quantità, in soluzione dell'1 %, versata lentamente, questo sale dapprima ravviva i movimenti protoplasmatici delle amebe di acqua dolce, poi cagiona subitanea contrazione tetanica con espulsione dell'alimento, se ne conteneva, e talvolta anche del nucleo. Aggiungendo acqua che diluisca il miscuglio, le amebe possono riprendere i movimenti. Son note anche le esperienze di Marchiafava e Celli, di Laveran ecc., i quali trattando il parassita malarico con soluzioni 0,50-0,75 % di cloruro sodico, aggiunte al preparato di sangue malarico, hanno visto i parassiti diventare immobili. Si dice ([1]) che leggiere febbri di malaria sieno state guarite dopo ingestione di forti quantità di sale. Tutti questi fatti mostrano che il cloruro sodico maschera l'azione della chinina sul parassita, e ci rende evidente la causa perchè *in vitro* finora non era stata dimostrata l'azione della chinina sul parassita; riuscendo le soluzioni adoperate a tale scopo, ipertoniche e quindi velenose per il parassita. Come prova di quanto abbiamo detto, ci si permetta di riferire un'ultima esperienza. Se a un tubo d'assaggio contenente pochi centimetri cubici di sangue malarico, si aggiunge un'eguale quantità di soluzione di cloruro sodico 5 %, dopo più giorni si vedrà che mentre nel tubo di controllo tutte le forme parassitarie si sono rese libere, nell'altro invece dopo otto giorni, tutti i parassiti si ritrovano sempre aderenti ai globuli rossi raggrinzati e più colorati di quelli normali. — Ciò mostra quanta influenza esercita il cloruro sodico sul parassita malarico.

Il resoconto della comunicazione di Bignami e Capogrossi finisce con l'annunziare che *dal meccanismo secondo il quale avviene il fenomeno, si può ricavare un nuovo argomento in favore del concetto che la sede del parassita sia endoglobulare.* Noi nelle precedenti note abbiamo sostenuto la tesi contraria, e vorremmo rispondere anche a questa obiezione, se dal resoconto della comunicazione fossimo riusciti a capire quale è questo nuovo argomento. Aspetteremo quindi la pubblicazione del lavoro; e uno di noi che ha già studiato questa questione in special modo, valuterà i nuovi argomenti di Bignami e Capogrossi ([2]).

([1]) Binz, Deut. Medic. Wochens, 1894, n. 6.

([2]) Quando questa nota era pronta per la pubblicazione ci è stato inviato l'estratto del lavoro del dott. Capogrossi, il quale non aggiungendo nulla di nuovo a quanto era stato comunicato dal prof. Bignami, non ci obbliga a ritornare sull'argomento.

Solamente notiamo che l'A. spiega la separazione del parassita dal globulo rosso, con il *disequilibrio della pressione osmotica* stabilitosi tra l'eritrocito parassitifero e il liquido ipotonico che lo circonda. *Si può ammettere,* aggiunge il dott. Capogrossi, che *mentre l'emoglobina si discioglie, lo stroma imbevendosi di liquido e facendosi sferico, spinga fuori il parassita.*

Ma siccome il distacco del parassita dal globulo rosso per azione dell'acqua distillata o delle soluzioni di chinina, per l'A. avviene *ora sì, ora no,* così egli ricorre a un'altra

Assemblea generale dell'Associazione internazionale delle Accademie. — *Relazione sulle adunanze del 1901.*

L' « Associazione internazionale delle Accademie », fondata a Wiesbaden nel 1899, comprende attualmente 18 Accademie, cioè quelle di: 1) Amsterdam; 2) Berlino; 3) Bruxelles; 4) Budapest; 5) Christiania; 6) Copenaghen; 7) Gottinga; 8) Lipsia; 9) Londra; 10) Monaco; 11-13) Parigi (Académie des Inscriptions et Belles Lettres, Académie des Sciences, Académie des Sciences morales et politiques); 14) Pietroburgo; 15) Roma; 16) Stockolma: 17) Vienna; 18) Washington.

La prima Assemblea generale della detta Associazione ha avuto luogo a Parigi dal 16 al 20 aprile del corr. anno, ed ha discusso tutte le proposte che figuravano all'ordine del giorno; vi hanno preso parte i delegati di tutte le Accademie componenti l'Associazione, ad eccezione solamente di quella di Washington [1].

Quasi tutte queste Accademie hanno una « Sezione di scienze » o Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali; ed una « Sezione di lettere » o Classe di scienze morali, storiche e filosofiche. Conseguentemente l'Assemblea era distinta in una sezione di scienze ed una di lettere, ciascuna delle quali ha discusso separatamente le proposte che la riguardavano; mentre le proposte di interesse generale sono state discusse dall' intera Assemblea in sezioni riunite

Nella « Sezione di scienze » l' ordine del giorno portava quattro proposte:

La prima che si riferisce alla prosecuzione della misurazione dell' arco geodetico lungo il 30° meridiano all' est di Greenwich, fu approvata. La presidenza dell'Assemblea trasmetterà la risoluzione al Governo francese, perchè questo, alla sua volta, voglia trasmetterlo agli altri governi interessati.

La seconda proposta, presentata dall'Accademia delle scienze di Parigi, si riferisce alla verificazione degli strumenti di fisiologia. Fu accettata la pro-

---

ipotesi, e sostiene che il rigonfiamento del globulo parassitifero non si manifesta sempre in modo uniforme, inquantochè delle volte si rigonfia prima il protoplasma globulare e poi quello del parassita, e allora questo diventa libero; altre volte invece si rigonfiano contemporaneamente tanto il globulo che il parassita, e allora questo resta unito all'eritrocito. Il primo caso si *ottiene a preferenza* quando le correnti liquide del preparato sono violenti, il secondo quando queste sono deboli.

Questa la teoria che l'A. emette, non accorgendosi che egli ridà alla forza della corrente liquida che si manifesta nel preparato, ciò che prima aveva attribuito all'azione della ipotonicità delle soluzioni adoperate.

[1] Delegati della R. Accademia dei Lincei furono i Soci, professori A. Mosso e I. Guidi.

posta della Commissione internazionale del Congresso che si doveva tenere in settembre a Torino per il controllo degli strumenti registratori e l'unificazione dei metodi nella fisiologia.

La terza proposta, fatta dalla R. Accademia di Sassonia, portava la nomina di una Commissione per la storia dello sviluppo dell'uomo e degli animali, e per lo studio dell'anatomia del cervello. L'Assemblea nominò una Commissione speciale col mandato di discutere i mezzi più adatti per far progredire gli studî in comune dell'anatomia del cervello. E fu invitata la Commissione a proporre quali siano i mezzi migliori per formare un sistema internazionale di stabilimenti che siano destinati a sviluppare i metodi di ricerca; ed a raccogliere, con principî uniformi, il materiale di osservazione, e di metterlo alla disposizione degli studiosi che possono averne bisogno.

In quarto luogo venne fatta una comunicazione dalla Società Reale di Londra relativa al Catalogo internazionale di letteratura scientifica del quale essa ha preso la direzione. Le varie Accademie riferirono intorno ai lavori già compiti dai rispettivi Stati, e per l'Italia si annunciò che l'Ufficio Regionale, istituito presso l'Accademia dei Lincei, funziona regolarmente e che già si è posto mano alla compilazione delle schede delle pubblicazioni italiane.

L'intera Assemblea, a sezioni riunite, ha approvato la proposta presentata dall'« Académie des Sciences morales et politiques », per lo studio dei mezzi più adatti a preparare e pubblicare un'edizione completa delle opere di Leibnitz. Una Commissione speciale di tre direttori designati rispettivamente dalla « Académie des Sciences morales et politiques » (Parigi), dalla « Académie des Sciences » (Parigi) e dall'Accademia di Berlino ([1]) comincerà dal fare appello a tutte le Biblioteche, per avere una lista completa delle opere stampate e manoscritte, del vastissimo Epistolario ecc. di questo Genio, le cui opere interessano ugualmente le scienze e le lettere, e ne farà il catalogo. La Commissione preparerà il progetto metodico per l'esecuzione, da sottoporsi all'approvazione della prossima Assemblea generale.

L'intera Assemblea ha approvato altresì il regolamento finanziario elaborato dal Comitato nella sessione di luglio-agosto 1900, non che alcune norme regolamentari relative allo Statuto, fra le quali è notevole quella che le proposte le quali debbono essere discusse nell'Assemblea generale, siano comunicate dall'Accademia che le presenta, almeno tre mesi prima della riunione dell'Assemblea medesima.

Si è deciso altresì di promuovere le facilitazioni del prestito, con opportune determinazioni e misure, non solo dei manoscritti, ma altresì di altre suppellettili scientifiche. In questo intendimento ciascuna Accademia interesserà il rispettivo Governo.

([1]) Le due Accademie di Parigi hanno designato per direttori il sig. Boutroux (Sciences morales) e il sig. Poincaré (Sciences).

A partire dal 1° gennaio 1902, l' « Accademia direttrice » dell'Associazione internazionale sarà la Società Reale di Londra, ove, nella primavera del 1904, si adunerà la prossima Assemblea generale [1].

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio Cremona presenta, dandone notizia, una Monografia del prof. G. Torelli avente per titolo: *Sulla totalità dei numeri primi fino ad un limite assegnato*.

Il Socio Dini fa omaggio, a nome dell'autore, della pubblicazione: *Réflexions sur l'exposition des principes de la Mécanique rationelle*, del Corrispondente G. A. Maggi.

COMITATO SEGRETO

Il Vicepresidente Blaserna dà comunicazione di una lettera colla quale il Socio P. Villari, pur ringraziando l'Accademia dell'onore fattogli col nominarlo Presidente, dichiara di non poter accettare questa carica.

Il Vicepresidente Blaserna aggiunge che la elezione del nuovo Presidente sarà indetta pei primi del prossimo giugno, all'epoca delle adunanze generali.

Lo stesso Vicepresidente informa poscia l'Accademia che il Socio Tacchini ha presentato, per ragioni di famiglia, le dimissioni dalla carica di Amministratore.

Su proposta dei Soci Mariotti e Todaro, l'Accademia approva all'unanimità un voto di ringraziamento e di plauso al Socio Tacchini per la costante ed efficace opera prestata in vantaggio dell'amministrazione accademica. Poscia l'Accademia procede alla nomina del nuovo Amministratore. Il risultato della votazione è il seguente:

Votanti 38. — Volterra 35; Pirotta 1; Stringher 1; Schede bianche 1. Eletto Volterra.

V. C.

[1] Le sedute dell'Assemblea a Parigi hanno avuto luogo al palazzo dell'Istituto e i delegati delle Accademie ebbero accoglienza oltremodo cortese dal dotto Consesso che altresì offrì loro un banchetto al nuovo Hôtel du Palais d'Orsay, un'interessantissima gita allo storico castello di Chantilly ed una rappresentanza di gala alla Comédie française; il Conte di Franqueville, Presidente attuale dell'Istituto, e il sig. Sénart de l'Académie des Inscriptions et Belles Lettres invitarono a squisite audizioni musicali. Inoltre la Città di Parigi offrì ai delegati un banchetto con ricevimento nel sontuoso palazzo dell'Hôtel de Ville, e lo stesso Presidente della Repubblica francese fece loro l'onore di invitarli a déjeuner all'Eliseo, intrattenendosi poi affabilmente con essi.

INDICE DEL VOLUME X, SERIE 5ª. — RENDICONTI

1901 — 2° SEMESTRE.

INDICE PER AUTORI

A

B

C

D

E

F

G

J

K

L

INDICE PER MATERIE